ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LI 1970 1

УДК 534.833

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Т. А. Гороян

Об учете затухания при исследовании колебаний нелинейных диссипативных систем

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 6/IV 1970)

Результаты ряда исследований показывают, что колебания сооружений, в особенности железобетонных, при сильных землетрясениях носят ясно выраженный неупругий, нелинейный характер, сопровождаемый диссипацией энергии благодаря внутренним неупругим сопротивлениям, которые, как правило, нелинейны. Расчет колебаний таких систем представляет существенно нелинейную задачу, которая не может быть решена методами линейной теории.

Уравнение движения простейшей нелинейной системы—нелинейного осциллятора, при учете некомпенсируемого рассеяния энергии по гипотезе вязкого сопротивления (гипотеза Фохта) имеет вид:

$$m\ddot{y} + 2n\dot{y} + f(y) = P(t), \tag{1}$$

где $f(y)$ — нелинейная восстанавливающая сила,

n— коэффициент затухания.

Однако гипотеза Фохта, даже при линейной восстанавливающей силе, приводит к результатам, сильно противоречащим опыту.

Е. С. Сорокиным [1], А. Г. Назаровым [2] и Я. Г. Пановко [3] показано, что при малом затухании и соблюдении условия

$$n = \frac{\gamma p}{2} \tag{2}$$

(где γ—характеристика гистерезиса—коэффициент внутреннего трения, p—круговая частота свободных колебаний) гипотеза вязкого сопротивления дает практически приемлемые результаты для линейного осциллятора.

Поскольку $\gamma = \delta/\pi$ и $p = 2\pi/T$ (где δ—логарифмический декремент колебаний, T—период свободных колебаний), то условие (2) запишется в виде:

$$n = \delta/T. \tag{3}$$

В нелинейных системах период свободных колебаний зависит от амплитуды. К тому же многочисленные эксперименты показывают что логарифмический декремент колебаний не является постоянной величиной для данного материала и зависит от уровня напряженного состояния (амплитуды колебаний). Таким образом, при учете диссипации по эквивалентной гипотезе Сорокина уравнение движения нелинейного осциллятора примет вид:

$$m\ddot{y} + \frac{2\delta(y)}{T(y)}\dot{y} + f(y) = P(t), \tag{4}$$

интегрирование которого крайне затруднительно.

Нами проведено экспериментальное исследование свободных изгибных колебаний железобетонных стоек сечением 20×14 *см* и свободной длиной 2,5 *м*. При бетоне марки 200 и симметричном армировании по 4 ⌀ 10 *мм* испытаны две серии образцов: на тяжелых заполнителях и на легких заполнителях (литоидная пемза). Испытания проводились в диапазоне уровня напряженного состояния $\mathfrak{M} = 0{,}20 \div 0{,}85$ ($\mathfrak{M} = M/M_{разр}$ — максимальное значение изгибающего момента в сечении у заделки в долях от разрушающего). Результаты приведены в табл. 1, причем значения логарифмического декремента определены для первых пяти циклов по осциллограммам колебаний четырех точек образцов.

Как видно из данных табл. 1, с повышением уровня напряженного состояния логарифмический декремент и период свободных колебаний возрастают. Однако, рассмотрев при фиксированных значениях амплитуды колебаний произведение $\delta(y)\dfrac{T_0}{T(y)}$ (где T_0 — период свободных колебаний при исчезающе малых, нулевых напряжениях, когда нелинейность вовсе не сказывается [1]), обнаружено, что оно почти не зависит от амплитуды колебаний и с достаточной для практических целей точностью его можно принять за постоянную величину для данного материала.

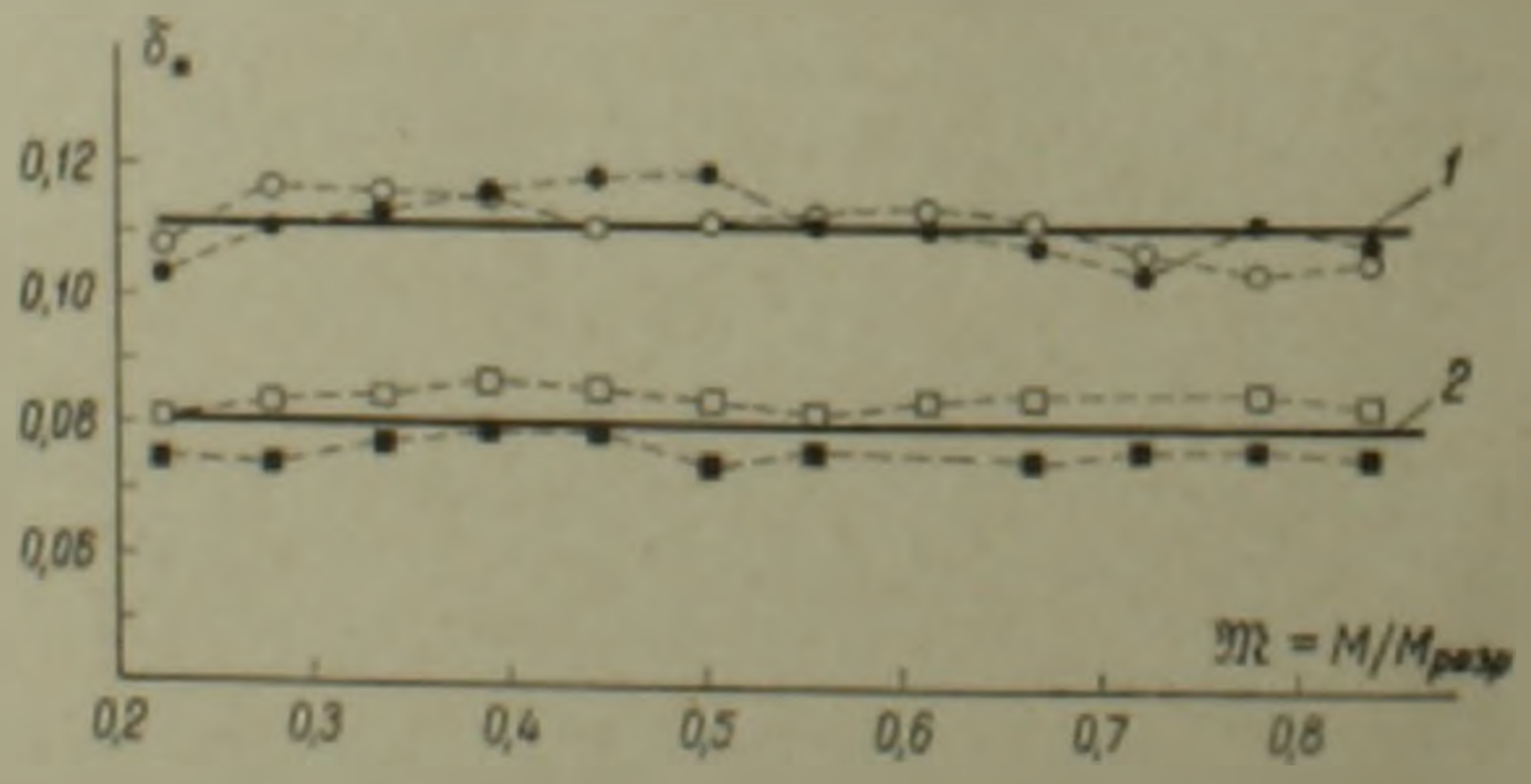

Рис. 1. Зависимость экспериментальных значений приведенного логарифмического декремента колебаний δ_0 от уровня напряженного состояния. ● — образец № 1; ○ — образец № 2; ■ — образец № 3; □ — образец № 4. *1* — среднее для образцов из тяжелого железобетона ($\delta_0 = 0{,}111$); *2* — то же для образцов из легкого железобетона ($\delta_0 = 0{,}080$)

[1] Приведенные в табл. 1 значения T_0 определены при $\mathfrak{M} \approx 0{,}01$.

Обозначим $\delta(y)\, T_0/T(y) = \delta_0$, назвав его *приведенным логарифмическим декрементом колебаний*. Экспериментальные значения δ_0 графически представлены на рис. 1. Если принять $\delta_0 = \text{const}$, равным средне-арифметическому экспериментально полученных значений, то экстремальные отклонения фактических значений δ_0 от среднего составят: для группы образцов из тяжелого бетона $+7{,}2\%$ и $-6{,}4\%$, для группы образцов из легкого бетона $+8{,}8\%$ и $-7{,}5\%$. Эти погрешности следует приписать точности экспериментов и с практической точки зрения допустимы.

Таблица 1

Результаты испытаний

Тяжелый железобетон					Легкий железобетон				
Номера образцов	Уровень напряженного состояния $\frac{\sigma}{R}$	Период свободных колебаний $T(y)$, сек	Логарифмический декремент колебаний $\delta(y)$	$\delta_0 = \delta(y)\frac{T_0}{T(y)}$	Номера образцов	Уровень напряженного состояния $\frac{\sigma}{R}$	Период свободных колебаний $T(y)$, сек	Логарифмический декремент колебаний $\delta(y)$	$\delta_0 = \delta(y)\frac{T_0}{T(y)}$
№ 1, $T_0 = 0{,}084$ сек	0,223	0,100	0,124	0,104	№ 3, $T_0 = 0{,}097$ сек	0,222	0,107	0,083	0,075
	0,279	0,103	0,135	0,110		0,278	0,110	0,084	0,074
	0,335	0,113	0,153	0,114		0,334	0,111	0,089	0,077
	0,390	0,115	0,160	0,116		0,389	0,119	0,097	0,079
	0,445	0,119	0,169	0,118		0,445	0,122	0,099	0,079
	0,502	0,123	0,174	0,119		0,500	0,126	0,096	0,074
	0,557	0,130	0,172	0,111		0,555	0,130	0,101	0,076
	0,613	0,133	0,177	0,111		0,666	0,135	0,101	0,075
	0,668	0,136	0,176	0,108		0,722	0,138	0,110	0,077
	0,724	0,142	0,177	0,104		0,778	0,139	0,111	0,077
	0,780	0,144	0,193	0,112		0,833	0,141	0,111	0,076
	0,837	0,146	0,191	0,110					
№ 2, $T_0 = 0{,}096$ сек	0,222	0,104	0,117	0,108	№ 4, $T_0 = 0{,}098$ сек	0,221	0,105	0,086	0,081
	0,279	0,108	0,133	0,117		0,276	0,107	0,091	0,082
	0,334	0,119	0,146	0,116		0,329	0,111	0,096	0,085
	0,389	0,123	0,149	0,116		0,387	0,115	0,101	0,087
	0,445	0,128	0,148	0,110		0,442	0,118	0,103	0,086
	0,500	0,130	0,151	0,112		0,497	0,122	0,104	0,084
	0,555	0,136	0,158	0,113		0,553	0,125	0,104	0,082
	0,611	0,140	0,167	0,114		0,608	0,128	0,109	0,084
	0,666	0,143	0,168	0,112		0,663	0,132	0,114	0,085
	0,722	0,147	0,167	0,108		0,773	0,137	0,120	0,086
	0,778	0,152	0,166	0,104		0,828	0,137	0,117	0,084
	0,833	0,154	0,172	0,107					

Введением приведенного логарифмического декремента колебаний (постоянного для данного материала) в уравнение (4) в последнем линеаризуется член, учитывающий диссипацию энергии, и уравнение движения нелинейного осциллятора примет вид:

$$m\ddot{y} + \frac{2\delta_s}{T_0}\dot{y} + f(y) = P(t), \qquad (5)$$

где T_0—период свободных колебаний той же системы при линейной восстанавливающей силе.

Интегрирование (5) не представляет затруднений, и оно осуществимо методами нелинейной механики.

Приведенные в статье результаты получены для железобетона, однако возможно получение аналогичных результатов и для других материалов.

Армянский НИИ
стройматериалов и сооружений

Տ. Ա. ԳՈՐՈՅԱՆ

Ոչ գծային դիսիպատիվ սիստեմների տատանումները ուսումնասիրելիս մարման հաշվառի վերաբերյալ

Ոչ գծային դիսիպատիվ սիստեմների տատանումների ուսումնասիրությունը, երբ էներգիայի չկոմպենսացվող ցրումը հաշվի է առնվում ըստ Սորոկինի հիպոթեզի (որն համարժեք է մածուցիկ դիմադրության հիպոթեզին), իրենից ներկայացնում է էապես ոչ գծային խնդիր, որի լուծումը չափազանց դժվար է։ Հեղինակի կողմից կատարված փորձարարական հետազոտությունների արդյունքները ցույց են տվել, որ տատանումների բերված լոգարիթմական դեկրեմենտի հաստատունություն մտցնելով՝ տատանումների ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարման մեջ գծայնացվում է էներգիայի ցրումը հաշվի առնող անդամը, և հավասարման լուծումը իրագործելի է ոչ գծային մեխանիկայի մեթոդների միջոցով։

ЛИТРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Е. С. Сорокин,* Метод учета неупругого сопротивления материала в расчетах конструкций на колебания. Сб. Исследования по динамике сооружений, Госстройиздат, 1951. [2] *А. Г. Назаров,* ДАН Арм. ССР, т. XVIII, № 3 (1954). [3] *Я. Г. Пановко,* Внутреннее трение при колебаниях упругих систем, Физматгиз, 1960.