ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XLVIII 1969 1

УДК 023

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Р. С. Минасян

К вопросу решения задачи чистого изгиба составного призматического бруса

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 28/VI 1968)

Задача чистого изгиба составного призматического бруса в линейной теории упругости была решена академиком Н. И. Мусхелишвили (1), а в нелинейной—при квадратичных физических и геометрических зависимостях—А. К. Рухадзе (2) и более упрощенно, автором (3).

Представляет интерес решение той же задачи при линейных физических и квадратичных геометрических зависимостях.

Положим, имеем призматический брус, состоящий из m не касающихся друг друга параллельных стержней из различных материалов (с упругими постоянными λ_j, μ_j, E_j, σ_j), окруженных упругой средой (с упругими постоянными λ_0, μ_0, E_0, σ_0).

Образующие боковых поверхностей F_j составляющих стержней и упругой среды—параллельны. Поперечное сечение S такого бруса состоит из S_j односвязных областей с границами $h_j\,(j=1, 2, \cdots, m)$, соответствующих стержням и области S_0, соответствующей окружающему материалу с границей $L=L_1+L_2\cdots+L_{m+l}$, где L_{m+1} — наружный контур.

Следуя Н. И. Мусхелишвили (1) и А. К. Рухадзе (2), примем начало координат в обобщенном центре инерции, а оси 0ξ и 0η направим по обобщенным главным осям нижнего (закрепленного) основания. Ось 0ζ — параллельна образующим боковых поверхностей F_j.

Положим, что объемные силы отсутствуют, боковая поверхность F_0 свободна от внешних напряжений, а заданные силы на свободном основании приводятся к паре сил с моментом M, расположенной в плоскости $\xi 0\zeta$.

Полагаем, что напряжения не превосходят предел пропорциональности, а смещения такие, что их компоненты деформаций с достаточной точностью определяются, включая квадратичные члены.

Задачу решаем с учетом деформированного состояния бруса, используя при этом основные соотношения, установленные А. К. Рухадзе ([2]). Примем:

$$u = \frac{\beta}{2}\left[\zeta^2 + \sigma_j(\xi^2 - \eta^2)\right] + \beta u^{(2)} + \beta^2 u', \quad v = \beta(\sigma_j \xi\eta + v^{(2)}) + \beta^2 v', \tag{1}$$

$$w = -\beta\xi\zeta + \beta^2 w',$$

где

$$\beta = -J_2^{-1} M, \quad J_2 = \sum_j \iint_{S_j} (E_j\xi - \lambda_j \theta^{(2)})\, \xi d\xi d\eta, \quad \theta^{(2)} = \frac{\partial u^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial v^{(2)}}{\partial \eta}$$

$u^{(2)}$, $v^{(2)}$ — известные функции — решение в смещениях второй вспомогательной задачи о плоском деформированном состоянии* ([1, 2]), обеспечивающие непрерывность линейной части u и v в S, u', v' — подлежат определению.

Полагаем β настолько малым, что во всех дальнейших вычислениях ограничиваемся членами с коэффициентами β и β^2.

Следуя последовательности вычислений изложенной в работе ([2]), по линейному закону Гука получим:

$$\tau_{11} = \beta\tau_{11}^{(2)} + \beta^2\left[-3\sigma_j\zeta\tau_{11}^{(2)} - 2\mu_j\sigma_j\eta\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\eta} + X_x^{(2)} + X_x^{(22)} + (\lambda_j + \mu_j)\zeta\right.$$

$$\tau_{22} = \beta\tau_{22}^{(2)} + \beta^2\left[-3\sigma_j\xi\tau_{22}^{(2)} + 2\mu_j\sigma_j\eta\frac{\partial v^{(2)}}{\partial\xi} + Y_y^{(2)} + Y_y^{(22)} + \lambda_j\zeta^2 + \tau_{22}'\right], \tag{2}$$

$$\tau_{33} = \beta(\lambda_j\theta^{(2)} - E_j\xi) + \beta^2\left[\lambda_j\sigma_j^2\eta^2 - 3(\lambda_j + \mu_j)(1 + \sigma_j)\xi^2 + (\lambda_j + \mu_j)\zeta^2 + \right.$$

$$\left. + Z_z^{(2)} + Z_z^{(22)} + \tau_{33}'\right]$$

$$\tau_{12}^{(2)} = \beta^2\left[-3\sigma_j\xi\tau_{12}^{(2)} + X_y^{(22)} + \mu_j\sigma_j\eta\left(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\xi} - \frac{\partial v^{(2)}}{\partial\eta}\right) + \tau_{12}'\right],$$

$$\tau_{13} = -\mu_j\beta^2\left[(1+\sigma_j)\xi + \frac{\partial u^{(2)}}{\partial\xi}\right]\zeta + \beta^2\tau_{13}', \quad \tau_{23} = -\mu_j\beta^2\left(\sigma_j\eta + \frac{\partial v^{(2)}}{\partial\xi}\right)\zeta +$$

$$+ \beta^2\tau_{23}',$$

где $\tau_{11}^{(2)}$, $\tau_{22}^{(2)}$, $\tau_{12}^{(2)}$ — известные функции (решение в напряжениях вышеупомянутой вспомогательной задачи),

$$X_x^{(2)} = Y_y^{(2)} = \frac{1}{2}\lambda_j\sigma_j\eta^2 - \lambda_j^{*2}\xi^2 - \lambda_j\sigma_j\eta U^{(2)}, \quad Z_z^{(2)} = -\lambda_j\sigma_j(\xi_j\theta^{(2)} + \eta U^{(2)}),$$

$$X_x^{(22)} = \tau_{12}^{(2)}\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\eta} + \frac{\lambda_j + \mu_j}{4}(U^{(2)})^2 - \frac{3\lambda_j + 4\mu_j}{4\mu_j^2}(\tau_{12}^{(2)})^2 -$$

$$-\frac{3\lambda_j + 2\mu_j}{2}\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\xi}\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\eta} - \frac{3}{2}\lambda_j\left(\frac{\partial v^{(2)}}{\partial\eta}\right)^2,$$

---

* Ниже, верхними индексами „1“ и „3“ обозначены величины, относящиеся соответственно к первой и третьей аналогичных задач ([1]).

$$Z_z^{(22)} = \frac{\lambda_j}{4}\left| (U^2)^2 - 6\,(\theta^{(2)})^2 + 12\,\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\eta}\,\frac{\partial v^{(2)}}{\partial\eta} - 3\,\mu_j^{-2}\,(\tau_{12}^{(2)})^2 \right|,$$

$$X_y^{(22)} = \mu_j\left(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\eta}\,\frac{\partial v^{(2)}}{\partial\eta} + \frac{\partial u^{(2)}}{\partial\xi}\,\frac{\partial v^{(2)}}{\partial\xi}\right) - 2\theta^{(2)}\,\tau_{12}^{(2)},\quad U^{(2)} = \frac{\partial u^{(2)}}{\partial\eta} - \frac{\partial v^{(2)}}{\partial\xi},$$

$Y_y^{(22)}$ получим из $X_x^{(22)}$ заменой местами $u^{(2)}$ и $v^{(2)}$, ξ и η.

$$\overset{\bullet}{\tau}_{11} = \lambda_j\theta' + 2\mu_j\,\frac{\partial u'}{\partial\xi},\ \cdots,\ \tau'_{23} = \mu_j\left(\frac{\partial v'}{\partial\zeta} + \frac{\partial w'}{\partial\eta}\right),\quad \theta' = \frac{\partial u'}{\partial\xi} + \frac{\partial v'}{\partial\eta} + \frac{\partial w'}{\partial\zeta}.$$

Уравнения равновесия, отнесенные к деформированному состоянию бруса, представятся так:

$$\frac{\partial\tau'_{11}}{\partial\xi} + \frac{\partial\tau'_{12}}{\partial\eta} + \frac{\partial\tau'_{13}}{\partial\zeta} + \frac{\partial U_x}{\partial\xi} = 0,\quad \frac{\partial\tau'_{21}}{\partial\xi} + \frac{\partial\tau'_{22}}{\partial\eta} + \frac{\partial\tau'_{23}}{\partial\zeta} + \frac{\partial U_y}{\partial\eta} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial\tau'_{31}}{\tau\xi} + \frac{\partial\overset{\bullet}{\tau}_{32}}{\partial\eta} + \frac{\partial\tau'_{33}}{\partial\zeta} - (\lambda_j + \mu_j)\left(3 - 2\sigma_j + \frac{\partial\theta^{(2)}}{\partial\xi}\right)\zeta = 0,$$

где

$$V_x = H^{(0)} + H - (\lambda_j + 3\mu_j)\left[\left(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\xi}\right)^2 - \frac{1}{2}\,\mu_j^{-1}\int^{\xi} T'_\eta\,d\xi,\right.$$

причем

$$\frac{\partial H^{(0)}}{\partial\xi} = \frac{1}{2}\,\tau_{11}^{(2)} + \overset{\bullet}{\sigma}_j\,\tau_{22}^{(2)} - \overset{\bullet\bullet}{\lambda}_j\,\eta\,\frac{\partial U^{(2)}}{\partial\xi},\quad \frac{\partial H^{(0)}}{\partial\eta} = \mu_j\,\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\eta} - \overset{\bullet}{\sigma}_j\,\tau_{12}^{(2)} -$$

$$- \overset{\bullet\bullet}{\lambda}_j\,\eta\,\frac{\partial U^{(2)}}{\partial\eta} - \frac{\lambda_j}{2}\,(U^{(2)})^2,$$

$$H = \frac{\lambda_j + \mu_j}{2}\left[\frac{1}{2}\,\frac{\overset{\bullet}{\lambda}_j}{\overset{\bullet}{\mu}_j}\,(U^{(2)})^2 - \overset{\bullet}{\mu}_j(\theta^{(2)})^2\right] - \frac{\lambda_j}{2}\left(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\xi}\right)^2 - \frac{\lambda_j}{2}\left(\frac{\partial v^{(2)}}{\partial\eta}\right)^2 -$$

$$- (\lambda_j + 2\mu_j)\,\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\xi}\,\frac{\partial v^{(2)}}{\partial\eta} - \frac{3\lambda_j + 5\mu_j}{4\mu_j^2}\,(\tau_{12}^{(2)})^2 - \frac{1 + \sigma_j}{2}(\mu_j + 3\lambda_j)\,\xi^2 +$$

$$+ \frac{\lambda_j - \mu_j}{2}\,\sigma_j\,\eta^2,$$

$$\overset{\bullet}{\mu}_j = 2 + \lambda_j\,\mu_j^{-1},\quad \overset{\bullet\bullet}{\lambda}_j = \frac{1}{2}\,\lambda_j\left(1 + \frac{1}{\overset{\bullet}{\mu}_j}\right),\quad \overset{\bullet}{\lambda}_j = 1{,}5\,\lambda_j\,(1 + \sigma_j),$$

V_y получим из V_x перестановкой $u^{(2)}$ и $v^{(2)}$, ξ и η.

Учитывая, что зависимость между τ'_{11}, $\tau'_{22}, \cdots$ и соответствующими компонентами деформаций линейная, нетрудно составить условия совместности Бельтрами-Мичеля, соответствующие уравнениям (3).

Граничные условия, отнесенные к деформированным внешней боковой поверхности и поверхностям раздела представятся так:

$$\left| X'_n + (\mu\zeta^2 + X_x^{(0)} + A - 2\sigma\xi\,\tau_{11}^{(2)})\cos\hat{n\xi} + \left(B - \frac{\lambda}{2}\,\eta\,\theta^{(2)} - 2\sigma\xi\tau_{22}^{(2)}\right)\cos\hat{n\eta}\right|_j =$$

$$= [\cdots]_0,$$

$$\left[Y_n' + \left(\mu C + \frac{\lambda}{2}\eta\theta^{(2)} - 2\sigma\xi\tau_{12}^{(2)} \right)\cos\hat{n}\xi + (Y_y^{(0)} + D - 2\sigma\xi\tau_{22}^{(2)})\cos\hat{n}\eta \right]_j = [\cdots]_0, \tag{4}$$

$$\left\{ Z_n' + \mu\left[\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\xi} + (1+\sigma_j)\xi \right]\zeta\cos\hat{n}\xi + \mu\left(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\eta} - \sigma\eta \right)\zeta\cos\hat{n}\eta \right\}_j = \{\cdots\}_0$$

на L_j, $j = 1, 2, \cdots, m+1$, $\mu_{m+1} = 0$,
где

$$A = \tau_{11}^{(2)}\frac{\partial v^{(2)}}{\partial\eta} - \tau_{12}^{(2)}\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\eta} + X_x^{(22)},\quad X_x^{(0)} = Y_y^{(0)} = X_x^{(2)} - \mu_j\sigma_j\eta U^{(2)},$$

$$B = \tau_{12}^{(2)}\frac{\partial u^{(2)}}{\partial\xi} - \tau_{11}^{(2)}\frac{\partial v^{(2)}}{\partial\xi} + X_y^{(22)},\quad X_n' = \tau_{11}'\cos\hat{n}\xi + \tau_{12}'\cos\hat{n}\eta, \cdots$$

$\cos\hat{n}\xi$, $\cos\hat{n}\eta$ — направляющие косинусы нормали к соответствующей недеформированной боковой поверхности, C и D получаются соответственно из B и A перестановкой $u^{(2)}$ и $v^{(2)}$, ξ и η.

Задачу определения дополнительных напряжений τ_{11}', τ_{22}', τ_{12}', $\cdots$ (вторичных эффектов) решаем полуобратным методом Сен-Венана. Примем:

$$\tau_{11}' = \mu_j\left(\frac{1}{2}\xi^2 + u^{(2)} - V_x - c\varphi + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2} \right) - (\lambda_j + \mu_j)\zeta^2 + \alpha^*\tau_{11}' + \beta_1^*\tau_{11}^{(2)} + \beta_2^*\tau_{11}^{(3)},$$

$$\tau_{22}' = \mu_j\left(\frac{2\sigma_j - 1}{2}\xi^2 - \sigma_j\eta^2 + u^{(2)} - V_y - c\varphi + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi^2} \right) - \lambda_j\zeta^2 +$$
$$+ \alpha^*\tau_{22}^{(1)} + \beta_1^*\tau_{22}^{(2)} + \beta_2^*\tau_{22}^{(3)},$$

$$\tau_{33}' = \tau_{33}^{(0)} - (\lambda_j + \mu_j)\zeta^2 + \alpha^*(\lambda_j\theta^{(1)} + E_j) + \beta_1^*(\lambda_j\theta^{(2)} - E_j\xi) + \beta_2^*(\lambda_j\theta^{(3)} - E_j\eta),$$

$$\tau_{12}' = \mu_j\left[\sigma_j\xi\eta - \frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi\partial\eta} - \frac{c}{2}(\xi^2 - \eta^2) \right] + \alpha^*\tau_{12}^{(1)} + \beta_1^*\tau_{12}^{(2)} + \beta_2^*\tau_{12}^{(3)} \tag{5}$$

$$\tau_{13}' = -\mu_j\left[(1+\sigma_j)\xi + \frac{\partial u^{(2)}}{\partial\xi} \right]\zeta - \mu_j c(l-\zeta)(\varphi_\xi' - \eta),\quad \tau_{23}' = \mu_j\left(\sigma_j\eta - \frac{\partial u^{(2)}}{\partial\eta} \right)\zeta -$$
$$- \mu_j c(l-\zeta)(\varphi_\eta' + \xi),$$

$$\tau_{33}^{(0)} = \mu_j\sigma_j(\eta^2 - \xi^2) + \mu_j\sigma_j(\Delta\Phi - V_x - V_y) + 2\mu_j(c\varphi - u^{(2)}),\quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial\eta^2}$$

φ — функция кручения составного призматического бруса ([1]).

Непосредственной подстановкой убеждаемся, что компоненты напряжений (5) удовлетворяют уравнениям равновесия (3).

Условия совместности будут удовлетворены при:

$$\Delta\Delta\Phi = \frac{1 + \lambda_j\mu_j^{-1}}{1 - \sigma_j}\cdot\frac{\partial\theta^{(2)}}{\partial\xi} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial\eta^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial\xi^2} - \frac{\sigma_j}{1-\sigma_j}\left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial\eta^2} \right) + \frac{1}{1-\sigma_j} \tag{6}$$

в областях S_j $(j = 0, 1, 2, \cdots m)$.

Подставляя напряжения (5) в граничные условия (4), после ряда преобразований, получим:

$$\mu_j\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}\right)_j-\mu_0\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}\right)_0=\int^{s}\Big\{\mu\Big[\sigma\xi\eta+A^*-T-\frac{c}{2}(\xi^2-\eta^2)\Big]\cos\hat{n\xi}-2\sigma\xi Y_n^{(2)}+$$

$$+\mu\left(\frac{3}{2}\sigma\xi^2-\frac{\sigma}{2}\eta^2+B^*-c\varphi+\int^{\eta}T'_\xi d\eta\right)\cos\hat{n\eta}\Big\}_j-\int^{s}\{\cdots\}_0\,dS, \quad (7)$$

$$\mu_j\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\right)_j-\mu_0\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\right)_0=-\int^{s}\Big\{\mu\left(\frac{2+\sigma}{2}\xi^2+\frac{\sigma}{2}\eta^2+B^*-c\varphi\right)\cos\hat{n\xi}+$$

$$+\mu\Big[\sigma\xi\eta-A^*-T-\frac{c}{2}(\xi^2-\eta^2)\Big]\cos\hat{n\eta}-2\sigma\xi Y_n^{(2)}+\cos\hat{n\xi}\int^{\xi}[2(\mu+2\lambda)\theta^{(2)}+$$

$$+T'_\eta]\,d\xi\Big\}_j ds+\int^{s}\{\cdots\}_0\,ds$$

на L_j, $j=1, 2.\cdots, m+1$,
где

$$A^*=\frac{1}{2}\lambda_j\mu_j^{-1}-\frac{\lambda_j+\mu_j}{2\mu_j}\theta^{(2)}u^{(2)},\quad T=\frac{\lambda_j+3\mu_j}{2\mu_j^2}\tau_{12}^{(2)}\theta^{(2)},$$

$$B^*=u^{(2)}-\frac{1}{2}\lambda_j\mu_j^{-1}\eta U^{(2)}-H^{(0)}+\frac{1+\lambda_j\mu_j^{-1}}{4}\Big[\mu_j^*(\theta^{(2)})^2-\frac{1}{\mu^*}(U^{(2)})^2\Big].$$

Используя формулу Грина, нетрудно показать, что $\mu\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}$, $\mu\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}$ однозначны при обходе всех контуров L_j (контуры раздела обходятся дважды, как принадлежащие двум областям). Однозначна также при обходе тех же контуров сама функция $\mu\Phi$ при:

$$c=D^{-1}\sum_j\iint_{S_j}\left(E_j\xi\eta+\frac{\lambda_j+\mu_j}{2}\theta^{(2)}U^{(2)}\right)d\xi d\eta,\quad D=\sum_j\mu_j\iint_{S_j}(\xi^2+\eta^2+$$

$$+\xi\varphi'_\eta-\eta\varphi'_\xi)\,d\xi d\eta.$$

Усилия на деформированном свободном основании приводятся к заданной паре сил с моментом M при:

$$\alpha^*=-J_1^{-1}\sum_j\iint_{S_j}\tau_{33}^*\,d\xi d\eta,\quad \beta_1^*=J_2^{-1}\sum_j\iint_{S_j}\Big\{\Big[\frac{\sigma_j}{2}(\xi^2-\eta^2)+u^{(2)}\Big](\lambda_j\theta^{(2)}-$$

$$-E_j\xi)+\xi\tau_{33}^*\Big\}d\xi d\eta$$

$$\beta_2^*=J_3^{-1}\sum_j\iint_{S_j}[\sigma_j\xi\eta+v^{(2)})(\lambda_j\theta^{(2)}-E_j\xi)+\eta\tau_{33}^*]\,d\xi d\eta,\quad j=0, 1, 2,\cdots, m,$$

где

$$J_1=\sum_j\iint_{S_j}(\lambda_j\theta^{(1)}+E_j)\,d\xi d\eta,\quad J_3=\sum_j\iint_{S}(E_j\eta-\lambda_j\theta^{(3)})\,\eta d\xi d\eta,$$

$$\tau'_{33} = \tau^{(0)}_{33} + \lambda_j \left[\frac{1}{4} (U^{(2)})^2 - \sigma_j U^{(2)} \right].$$

С помощью обычных приемов нетрудно вычислить смещения u', v', w'. Смещение w' оказывается непрерывным при переходе через поверхности разделов отдельных сред. Непрерывность смещений u' и v' всегда можно обеспечить за счет Φ. Поэтому к условиям (6) и (7) определения Φ следует присоединить условие непрерывности смещений u' и v'.

Заменив в (2) τ'_{11}, $\tau'_{22}, \cdots$ их значениями по формулам (5), получим полную систему напряжений.

Из полученного решения нетрудно установить, что при учете вторичных эффектов гипотезы, на которых основывается линейная теория чистого изгиба, не имеют места.

В частности оказывается несостоятельной гипотеза плоских сечений. Между продольными волокнами в поперечном направлении имеются нормальные (τ_{11}, τ_{22}), а также скалывающие напряжения (τ_{12}).

Поскольку напряжения отнесены к деформированному состоянию в сечениях $\zeta = C$, то помимо нормальных напряжений возникают также и взаимноуравновешивающнеся касательные напряжения τ_{13}, а при различных σ составляющих брус материалов и τ_{23}.

Этим же объясняется, что нейтральная ось не проходит через центр инерции сечения.

Азербайджанский институт нефти и химии
им. М. Азизбекова

Ռ. Ս. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Կազմովի պրիզմայաձև ձողի մաքուր ծռման խնդրի հարցի վերաբերյալ

Հոդվածում փոքր պարամետրի ներմուծման հայտնի մեթոդով լուծվում է կազմովի պրիզմայաձև ձողի մաքուր ծռման խնդիրը, որի մի ծայրը ամրակցված է, իսկ մյուս ծայրում կիրառված է ծռող մոմենտ։

Ենթադրվում է, որ լարումները չեն անցնում համեմատականության սահմանից, իսկ տեղափոխությունները այնպիսին են, որ դրանց համապատասխանող դեֆորմացիաների կոմպոնենտներում պահպանվում են «քառակուսային» անդամները։ Լարվածային վիճակը որոշվում է դեֆորմացիաների հաշվառումով։

Կազմովի ձողի նյութերի ֆիզիկական հաստատունները, ներառյալ Պուասոնի գործակիցները, տարբեր են։

Խնդիրը բերվում է ձողի լայնական կտրվածքի տիրույթում մեկ բիհարմոնիկ ֆունկցիայի որոշմանը։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Н. И. Мусхелишвили*, Некоторые основные задачи математической теории упругости, Изд. третье, М.—Л., 1949. [2] *А. К. Рухадзе*, Труды Груз. Политехн. института, № 30, 1954. [3] *Р. С. Минасян*, Труды Азерб. института нефти и химии им. М. Азизбекова, XXIII выпуск, 1961 г. гор. Баку.