ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

XLVII 1968 3

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Саркисян

Плоская задача теории упругости анизотропных (неортотропных) составных тел*

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 11/V 1968)

Многочисленные работы посвящены исследованию плоской задачи теории упругости анизотропного тела, среди которых особое место занимают работы Д. И. Шермана ([1–2]), С. Г. Лехницкого ([3]), Г. Н. Савина ([4]), С. Г. Михлина ([5]) и других ([6–7]).

В настоящей работе рассматривается плоская задача теории упругости неортотропных составных тел.

1. Постановка задачи и основные уравнения. Рассмотрим анизотропное тело, составленное из различных анизотропных цилиндров, спаянных или склеенных по боковым поверхностям, когда упругие постоянные этих цилиндров различны. Предположим, что в каждой точке плоской пластинки имеется одна плоскость упругой симметрии, параллельная срединной плоскости, т. е. каждое тело—неортотропное. Рассмотрим плоское деформированное состояние составного цилиндра. Обозначим через $D_1, \ldots, D_m$ области в плоскости деформации, которые соответствуют различным материалам цилиндра. Обозначим также линию раздела смежных областей D_k и D_e через L_{ke}, а контур всей области—через L_0.

При отсутствии массовых сил в каждой из области D_l уравнения равновесия плоской задачи имеют вид

$$\frac{\partial\sigma_x^{(l)}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}^{(l)}}{\partial y}=0,\qquad \frac{\partial\tau_{xy}^{(l)}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y^{(l)}}{\partial y}=0. \tag{1.1}$$

Уравнение сплошности имеет вид

$$\frac{\partial^2\varepsilon_x^{(l)}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varepsilon_y^{(l)}}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\gamma_{xy}^{(l)}}{\partial x\partial y}=0. \tag{1.2}$$

Уравнения обобщенного закона Гука, отнесенные к данной системе координат, примут вид ([3])

* Работа доложена на III Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике (Москва, 1968 г.).

$$\varepsilon_x^{(i)} = a_{11}^{(i)}\sigma_x^{(i)} + a_{12}^{(i)}\sigma_y^{(i)} + a_{16}^{(i)}\tau_{xy}^{(i)},$$
$$\varepsilon_y^{(i)} = a_{12}^{(i)}\sigma_x^{(i)} + a_{22}^{(i)}\sigma_y^{(i)} + a_{26}^{(i)}\tau_{xy}^{(i)}, \tag{1.3}$$
$$\gamma_{xy}^{(i)} = a_{16}^{(i)}\sigma_x^{(i)} + a_{26}^{(i)}\sigma_y^{(i)} + a_{66}^{(i)}\tau_{xy}^{(i)}.$$

Здесь компоненты напряжений $\sigma_x^{(i)}$, $\sigma_y^{(i)}$ и $\tau_{xy}^{(i)}$ выражаются через функцию напряжений Эри в известной форме, при этом удовлетворяются тождественно уравнения (1.1):

$$\sigma_x^{(i)} = \frac{\partial^2 F_i}{\partial y^2}, \quad \sigma_y^{(i)} = \frac{\partial^2 F_i}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy}^{(i)} = -\frac{\partial^2 F_i}{\partial x \partial y} \quad (i=1, \ldots, m), \tag{1.4}$$

где $F_1, \ldots, F_m$ обозначают функцию $F(x, y)$ в областях $D_1, \ldots, D_m$ соответственно, $a_{ij}^{(k)}$—упругие постоянные удовлетворяют условиям

$$a_{11}^{(k)} > 0, \quad a_{22}^{(k)} > 0, \quad a_{66}^{(k)} > 0, \qquad a_{ii}^{(k)}\, a_{jj}^{(k)} - [a_{ij}^{(k)}]^2 > 0.$$

Тогда, из (1.2), учитывая (1.3) и (1.4) находим .что

$$a_{22}^{(i)} \frac{\partial^4 F_i}{\partial x^4} - 2a_{26}^{(i)} \frac{\partial^4 F_i}{\partial x^3 \partial y} + (2a_{12}^{(i)} + a_{66}^{(i)}) \frac{\partial^4 F_i}{\partial x^2 \partial y^2} - 2a_{16}^{(i)} \frac{\partial^4 F_i}{\partial x \partial y^3} + $$
$$+ a_{11}^{(i)} \frac{\partial^4 F_i}{\partial y^4} = 0. \tag{1.5}$$

Если на поверхности тела заданы напряжения, граничные условия можно написать так

$$\sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) = -p(s), \tag{1.6}$$

$$\tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) = q(s), \tag{1.7}$$

где n—направление нормали к L_0.

При помощи (1.4) граничные условия (1.6) и (1.7) можно представить следующим образом

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right) = p(s), \quad \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right) = q(s) \text{ на } L_0. \tag{1.8}$$

Пусть $x = x_0(s)$ и $y = y_0(s)$—параметрическое уравнение линии L_{ke}.

В окрестности линии L_{ke} введем локальную координатную систему (s, n), связанную с (x, y) так

$$x = x_0 - n y_0', \tag{1.9}$$

$$y = y_0 + n x_0'. \tag{1.10}$$

Для краткости изложения начало координатной системы возьмем в некоторой произвольной точке на L_{ke}, направив оси x и y соответственно по касательной и по нормали в этой же точке.

Непрерывность требует выполнения на L_{ke} условий

$$u_k(s) = u_e(s), \qquad v_k(s) = v_e(s); \tag{1.11}$$

$$\sigma_n^{(k)} = \sigma_n^{(e)} \quad (\text{но } \sigma_s^{(k)} \neq \sigma_s^{(e)}), \tag{1.12}$$

$$\tau_{ns}^{(k)} = \tau_{ns}^{(e)}. \tag{1.13}$$

Имеем, что

$$\varepsilon_n=\frac{\partial u}{\partial n},\quad \varepsilon_s=\frac{\partial v}{\partial s}+\frac{u}{\rho},\quad \gamma_{ns}=\frac{\partial u}{\partial s}+\frac{\partial v}{\partial n}-\frac{v}{\rho}, \tag{1.14}$$

где ρ—радиус кривизны L_{ke}.

Учитывая соотношения (1.14), условия (1.11) на L_{ke} можно представить в форме

$$\varepsilon_s^{(k)}=\varepsilon_s^{(e)},\quad \frac{\partial\gamma_{ns}^{(k)}}{\partial s}+\frac{\varepsilon_n^{(k)}}{\rho}-\frac{\partial\varepsilon_s^{(k)}}{\partial n}=\frac{\partial\gamma_{ns}^{(e)}}{\partial s}+\frac{\varepsilon_n^{(e)}}{\rho}-\frac{\partial\varepsilon_s^{(e)}}{\partial n}. \tag{1.15}$$

Из контактных условий (1.15), учитывая (1.3), (1.4), соблюдая порядок дифференцирования ([6],[8])

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\partial F}{\partial s}\right)=\frac{\partial^2 F}{\partial n\partial s}-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial F}{\partial s} \tag{1.16}$$

и выполняя ряд нетрудных преобразований получим следующие два условия

$$\Pi_k\,[F_k]=\Pi_e\,[F_e], \tag{1.17}$$

на L_{ke}.

$$T_k\,[F_k]=T_e\,[F_e] \tag{1.18}$$

Здесь для операторов $\Pi_k\,[\;]$ и $T_k\,[\;]$ приняты такие обозначения:

$$\Pi_k\,[\;]\equiv a_{11}^{(k)}\frac{\partial^2}{\partial n^2}+a_{12}^{(k)}\left(\frac{\partial^2}{\partial s^2}-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial n}\right)-a_{16}^{(k)}\left(\frac{\partial^2}{\partial s\partial n}+\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial s}\right), \tag{1.19}$$

$$\begin{aligned}T_k[\;]\equiv{}& a_{11}^{(k)}\frac{\partial^3}{\partial n^3}-\frac{a_{66}^{(k)}+2a_{12}^{(k)}}{\rho}\cdot\frac{\partial^2}{\partial n^2}-2a_{16}^{(k)}\left(\frac{\partial^3}{\partial s\partial n^2}+\frac{2}{\rho}\cdot\frac{\partial^2}{\partial s\partial n}+\right.\\ &\left.+\frac{2}{\rho^2}\cdot\frac{\partial}{\partial s}\right)-a_{26}^{(k)}\left(\frac{\partial^3}{\partial s^3}-\frac{4}{\rho}\cdot\frac{\partial^2}{\partial s\partial n}-\frac{3}{\rho^2}\cdot\frac{\partial}{\partial s}+\frac{1}{\rho^2}\frac{d\rho}{ds}\frac{\partial}{\partial n}\right)+\\ &+(a_{66}^{(k)}+a_{12}^{(k)})\left(\frac{\partial^3}{\partial n\partial s^2}+\frac{2}{\rho}\cdot\frac{\partial^2}{\partial s^2}-\frac{1}{\rho^2}\frac{d\rho}{ds}\frac{\partial}{\partial s}-\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial n}\right)-\\ &-\frac{a_{22}^{(k)}}{\rho}\left(\frac{\partial^2}{\partial s^2}-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial n}\right).\end{aligned} \tag{1.20}$$

В случае, когда общая граница L_{ke} представляет собой прямую, имеющую направление оси x, то для $\Pi_k\,[\;]$ и $T_k\,[\;]$ получим

$$\overline{\Pi}_k\,[\;]\equiv a_{11}^{(k)}\frac{\partial^2}{\partial y^2}+a_{12}^{(k)}\frac{\partial^2}{\partial x^2}-a_{16}^{(k)}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}, \tag{1.21}$$

$$\overline{T}_k\,[\;]\equiv a_{11}^{(k)}\frac{\partial^3}{\partial y^3}-2a_{16}^{(k)}\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}-a_{26}^{(k)}\frac{\partial^3}{\partial x^3}+(a_{66}^{(k)}+a_{12}^{(k)})\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}. \tag{1.22}$$

Из (1.12) и (1.13) нетрудно установить, что

$$F_k=F_e+K_{ke}\,x+C_{ke}y+R_{ke} \tag{1.23}$$

на L_{ke},

$$\frac{\partial F_k}{\partial n}=\frac{\partial F_e}{\partial n}+\frac{\partial}{\partial n}\,(K_{ke}x+C_{ke}y+R_{ke}). \tag{1.24}$$

Здесь K_{ke}, C_{ke} и R_{ke}—постоянные интегрирования.

Интегрируя граничные условия (1.8) по L_0, получим

$$F=\int\limits_0^s\left[x_0'\int\limits_0^s q(s)\,ds+y_0'\int\limits_0^s p(s)\,ds\right]ds+C_0y+K_0x+R_0, \tag{1.25}$$

$$\frac{\partial F}{\partial n}=x_0'\int\limits_0^s p(s)\,ds-y_0'\int\limits_0^s q(s)\,ds+\frac{\partial}{\partial n}(C_0y+K_0x+R_0), \tag{1.26}$$

где K_0, C_0 и R_0—постоянные интегрирования.

Итак, решение рассматриваемой задачи, сводится к определению в D_0 функции $F(x, y)$, удовлетворяющей в соответствующих областях D_i дифференциальному уравнению (1.5), граничным условиям (1.25)—(1.26) и условиям (1.17), (1.18), (1.23) и (1.24) на линиях раздела L_{ke}.

Теперь вычислим постоянные интегрирования, фигурирующие в (1.23)—(1.26).

Очевидно, что если область D_0 односвязная, то постоянные K_0, C_0 и R_0 произвольны и их можно принять равными нулю.

Тогда контурные условия (1.25) и (1.26) примут вид

$$F=\int\limits_0^s\left[x_0'\int\limits_0^s q(s)\,ds+y_0'\int\limits_0^s p(s)\,ds\right]ds, \tag{1.27}$$

$$\frac{\partial F}{\partial n}=x_0'\int\limits_0^s p(s)\,ds-y_0'\int\limits_0^s q(s)\,ds. \tag{1.28}$$

А в случае когда D_0 многосвязная область, то $C_0=K_0=R_0=0$ можно принять только на одном произвольном контуре.

Значения C_0, K_0 и R_0 на остальных контурах определяются из условий однозначности упругих перемещений.

Если в точках контура, где кончаются линии раздела, сосредоточенные силы отсутствуют, то можно принять [7]:

$$K_{ke}=C_{ke}=R_{ke}=0. \tag{1.29}$$

Тогда, учитывая (1.29), из (1.23) и (1.24) будем иметь

$$F_k=F_e,\quad \frac{\partial F_k}{\partial n}=\frac{\partial F_e}{\partial n}\quad \text{на } L_{ke}. \tag{1.30}$$

Условие однозначности перемещений напишем в таком виде

$$\oint du=\oint\left(\frac{\partial u}{\partial x}dx+\frac{du}{dy}dy\right)=0,\quad \oint dv=\oint\left(\frac{\partial v}{\partial x}\partial x+\frac{\partial v}{\partial y}\partial y\right)=0. \tag{1.31}$$

Имеем

$$\varepsilon_x^{(i)}=\frac{\partial u_i}{\partial x},\ \varepsilon_y^{(i)}=\frac{\partial v_i}{\partial y},\ \gamma_{xy}^{(i)}=\frac{\partial u_i}{\partial y}+\frac{\partial v_i}{\partial x}. \tag{1.32}$$

При помощи (1.3) и (1.4) и (1.32) можно вычислить значения $\frac{\partial u}{\partial y}$ и $\frac{\partial v}{\partial x}$.

Затем из (1.31) получим условия однозначности u и v:

$$\oint\Bigg[\left(a_{11}^{(i)}\frac{\partial^2 F_i}{\partial y^2}+a_{12}^{(i)}\frac{\partial^2 F_i}{\partial x^2}-a_{16}^{(i)}\frac{\partial^2 F_i}{\partial x\partial y}\right)dx+\Bigg(\int_0^s\Bigg\{\left(a_{11}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial y^3}+\right.$$
$$\left.+a_{12}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial x^2\partial y}-a_{16}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial x\partial y^2}\right)x'+\Bigg[a_{16}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial y^3}-a_{22}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial x^3}+2a_{26}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial x^2\partial y}-$$
$$-\left(a_{66}^{(i)}+a_{12}^{(i)}\right)\frac{\partial^3 F_i}{\partial x\partial y^2}\Bigg]y'\Bigg\}ds\Bigg)dy\Bigg]=0, \tag{1.33}$$

$$\oint\Bigg[\Bigg(\int_0^s\Bigg\{\Bigg[2a_{16}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial x\partial y^2}-\left(a_{66}^{(i)}+a_{12}^{(i)}\right)\frac{\partial^3 F_i}{\partial x^2\partial y}+a_{26}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial x^3}-a_{11}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial y^3}\Bigg]x'+$$
$$+\Bigg[a_{12}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial x\partial y^2}+a_{22}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial x^3}-a_{26}^{(i)}\frac{\partial^3 F_i}{\partial x^2\partial y}\Bigg]y'\Bigg\}ds\Bigg)dx+\left(a_{12}^{(i)}\frac{\partial^2 F_i}{\partial y^2}+\right.$$
$$\left.+a_{22}^{(i)}\frac{\partial^2 F_i}{\partial x^2}-a_{26}^{(i)}\frac{\partial^2 F_i}{\partial x\partial y}\right)dy\Bigg]=0. \tag{1.34}$$

Если часть области D_0, заключенная внутри L, односвязна, то условия (1.33) и (1.34) выполняются тождественно. В противном случае эти условия выполняются при определенных значениях постоянных K_0, C_0 и R_0, входящих в условия (1.23) и (1.24) для контура, лежащего внутри L.

В частном случае, если материал изотропен, то граничные условия (1.17)—(1.18) и условия однозначности перемещений (1.33)—(1.34) совпадают с условиями, полученными в работах ([6],[7]).

2. О решении плоской задачи теории упругости неортотропных составных тел. Обозначим через малый параметр для области D_1

$$\mu=\frac{a_{26}^{(1)}}{\sqrt{a_{22}^{(1)}a_{66}^{(1)}}}<1. \tag{2.1}$$

Далее, введем новые переменные α и β, связанные со старыми зависимостями ([9]):

$$x=\alpha\sqrt[4]{a_{22}^{(1)}},\qquad y=\beta\sqrt[4]{a_{11}^{(1)}}. \tag{2.2}$$

Тогда дифференциальное уравнение (1.5) можно представить так

$$A_1^{(i)}[\Psi_i]-\mu A_2^{(i)}[\Psi_i]=0, \tag{2.3}$$

где введены следующие обозначения

$$A_1^{(l)}\,[\,]\equiv e_1^{(l)}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4}+2\,e_2^{(l)}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^2\partial\beta^2}+e_3^{(l)}\frac{\partial^4}{\partial\beta^4}, \tag{2.4}$$

$$A_2^{(l)}[\,]\equiv 2\left(e_4^{(l)}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^3\partial\beta}+e_5^{(l)}\frac{\partial^4}{\partial\alpha\partial\beta^3}\right), \tag{2.5}$$

$$e_1^{(l)}=\frac{a_{22}^{(l)}}{a_{22}^{(1)}},\quad e_2^{(l)}=\frac{2a_{12}^{(l)}+a_{66}^{(l)}}{2\sqrt{a_{11}^{(1)}a_{22}^{(1)}}},\quad e_3^{(l)}=\frac{a_{11}^{(l)}}{a_{11}^{(1)}},$$

$$e_4^{(l)}=\frac{a_{26}^{(l)}}{a_{26}^{(1)}}\cdot\frac{\sqrt{a_{66}^{(1)}}}{\sqrt[4]{a_{11}^{(1)}a_{22}^{(1)}}},\quad e_5^{(l)}=\frac{a_{16}^{(l)}}{a_{26}^{(1)}}\sqrt[4]{\frac{a_{22}^{(1)}\,[a_{66}^{(1)}]^2}{[a_{11}^{(1)}]^3}},\quad \Psi_l(\alpha,\beta)=F_l(\alpha,\beta). \tag{2.6}$$

Условия на линии раздела (1.17), (1.18) при помощи (2.2) можно представить так*

$$N_1[\Psi]_k+\mu N_2[\Psi]_k=N_1[\Psi]_e+\mu N_2[\Psi]_e, \tag{2.7}$$

$$M_1[\Psi]_k+\mu M_2[\Psi]_k=M_1[\Psi]_e+\mu M_2[\Psi]_e, \tag{2.8}$$

где

$$N_1[\,]_k\equiv\frac{a_{11}^{(k)}}{\sqrt{a_{11}^{(1)}}}\cdot\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}+\frac{a_{12}^{(k)}}{\sqrt{a_{22}^{(1)}}}\cdot\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2},\quad N_2[\,]_k\equiv-\frac{a_{16}^{(k)}}{a_{26}^{(1)}}\sqrt[4]{\frac{a_{26}^{(1)}[a_{66}^{(1)}]^2}{a_{11}^{(1)}}}\cdot\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}, \tag{2.9}$$

$$M_1[\,]_k\equiv\frac{a_{11}^{(k)}}{\sqrt[4]{[a_{11}^{(1)}]^3}}\cdot\frac{\partial^3}{\partial\beta^3}+\frac{a_{66}^{(k)}+a_{12}^{(k)}}{\sqrt[4]{a_{11}^{(1)}}\sqrt{a_{22}^{(1)}}}\cdot\frac{\partial^3}{\partial\alpha^2\partial\beta},\quad M_2[\,]_k\equiv-\frac{2a_{16}^{(k)}}{a_{26}^{(1)}}\sqrt[4]{a_{22}^{(1)}}\cdot\sqrt{\frac{a_{66}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}}}-\frac{a_{26}^{(k)}}{a_{26}^{(1)}}\cdot\frac{\sqrt{a_{66}^{(1)}}}{\sqrt[4]{a_{22}^{(1)}}}. \tag{2.10}$$

Представим решение уравнения (2.3) в виде ряда по степеням малого параметра μ ([9]):

$$\Psi_l(\alpha,\beta)=\Psi_l^{(0)}(\alpha,\beta)+\sum_{j=1}^{\infty}\Psi_l^{(j)}(\alpha,\beta)\,\mu^j. \tag{2.11}$$

Тогда из (2.3) и (2.11) находим

$$A_1^{(l)}[\Psi_l^{(0)}]=0,\qquad A_1^{(l)}[\Psi_l^{(j)}]=A_2^{(l)}[\Psi_l^{(j-1)}]\quad (j=1,\,2,\ldots). \tag{2.12}$$

При помощи (2.2) и (2.11) из граничных условий (1.27)—(1.28)** и из условий на линии раздела L_{ke} (1.30) и (2.7)— (2.8) легко получаются

---

* Для простоты изложения здесь приводятся условия (1.17) и (1.18) в случае, когда L_{ke} представляет собой прямую, имеющую направление оси x.

** Можно использовать и граничные условия (1.25)—(1.26), но тогда необходимо учесть (1.33) и (1.34).

$$\Psi^{(0)}=\int_0^s\left[x_0'\int_0^s q(s)\,ds+y_0'\int_0^s p(s)\,ds\right]ds, \tag{2.13}$$

$$\text{на } L_0$$

$$\frac{\partial\Psi^{(0)}}{\partial n}=x_0'\int_0^s p(s)\,ds-y_0'\int_0^s q(s)\,ds, \tag{2.14}$$

$$\Psi^{(j)}=0\quad \frac{\partial\Psi^{(j)}}{\partial n}=0\quad (j=1,2,\ldots)\quad \text{на } L_0; \tag{2.15}$$

$$\Psi_k^{(j)}=\Psi_e^{(j)}\quad \frac{\partial\Psi_k^{(j)}}{\partial n}=\frac{\partial\Psi_e^{(j)}}{\partial n}\ (j=0,\,1,\,2\ldots)\quad \text{на } L_0; \tag{2.16}$$

$$\left.\begin{aligned}
&N_1[\Psi^{(0)}]_k=N_1[\Psi^{(0)}]_e,\qquad M_1[\Psi^{(0)}]_k=M_1[\Psi^{(0)}]_e;\\
&N_1[\Psi^{(j)}]_k+N_2[\Psi^{(j-1)}]_k=N_1[\Psi^{(j)}]_e+N_2[\Psi^{(j-1)}]_e,\\
&M_1[\Psi^{(j)}]_k+M_2[\Psi^{(j-1)}]_k=M_1[\Psi^{(j)}]_e+M_2[\Psi^{(j-1)}]_e\ (j=1,\,2,\ldots).
\end{aligned}\right\}\ \text{на } L_{ke}. \tag{2.17}$$

Таким образом, решение плоской задачи теории упругости неортотропных составных тел [(1.5), (1.17), (1.18), (1.27), (1.28), (1.30)] сводится к решению ряда задач, сходных с плоской задачей теории упругости ортотропных составных тел [(2.12), (2.14)—(2.17)].

Ереванский государственный университет

Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Բաղադրյալ անիզոտրոպ (ոչ օրթոտրոպ) մարմինների առաձգականության տեսության հարթ խնդիր

Հոդվածում դիտարկված է բաղադրյալ ոչ օրթոտրոպ (յուրաքանչյուր կետում կա մեկ առաձգական սիմետրիայի հարթություն՝ ուղղահայաց z առանցքին) մարմինների առաձգականության տեսության հարթ խնդիրը։ Ստացված են բաղադրյալ անիզոտրոպ մարմնի հարթ դեֆորմացիոն խնդրի լարումների ֆունկցիայի միարժեք կերպով որոշման համար անհրաժեշտ պայմանները։

Այնուհետև, ներմուծելով ֆիզիկական փոքր պարամետր, դիտարկվող խնդիրը բերված է բաղադրյալ օրթոտրոպ մարմինների առաձգականության տեսության հարթ խնդիրների ռեկուրենտ սիստեմի։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Д. И. Шерман*, Труды Сейсмологического института АН СССР, № 86, 1938. [2] *Д. И. Шерман*, ПММ, т. 6, вып. 6, 1942. [3] *С. Г. Лехницкий*, Теория упругости анизотропного тела, ГИТТЛ, М. —Л., 1950. [4] *Г. Н. Савин*, Труды Института строительной механики УАН, № 32, 1938. [5] *С. Г. Михлин*, Труды Сейсмологического института АН СССР, № 76, 1936. [6] *Ду-Цин-жуа*, Плоская задача теории упругости неоднородной изотропной среды. Проблемы механики сплошной среды. Изд. АН СССР, М., 1961. [7] *К. С. Чобанян*, ДАН АрмССР, т. XXXII, № 2 (1961). [8] *О. М. Сапонджян*, „Известия АН АрмССР“, т. V, № 2 (1952). [9] *В. С. Саркисян*, „Известия АН АрмССР“, Механика, т. № 2 (1966).