

АВТОМАТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ЛАЗЕРНЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ МАНИПУЛИРОВАНИЯ КВАНТОВЫМИ СОСТОЯНИЯМИ

Р. СААКЯН¹, Р. САРГСЯН¹, Э. ПОГОСЯН², К. АРЗУМАНЯН^{1,3},
А. АМБАРЦУМЯН^{1,3*}, Э.А. ГАЗАЗЯН^{3,4}

¹Российско–Армянский университет, Ереван, Армения

²Университет Сириус, Краснодарский край, Российская Федерация

³Институт проблем информатики и автоматизации НАН Армении, Ереван, Армения

⁴Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак, Армения

*e-mail: hasmik.hambardzumyan@iia.science.am

(Поступила в редакцию 9 декабря 2025 г.)

В данной работе предлагается численный подход к задаче обратного квантового управления с акцентом на автоматизированное формирование внешних лазерных управляющих полей, обеспечивающих высокоточный и контролируемый перенос населённости в многоуровневых квантовых системах. Метод основан на оптимизации параметров управляющих импульсов с использованием градиентных алгоритмов в сочетании с автоматическим дифференцированием, что позволяет эффективно управлять физическими характеристиками лазерных полей и повышать устойчивость процесса переноса. Полученные результаты создают основу для разработки более общих методов квантового управления, ориентированных на экспериментальную реализацию на реальных физических платформах.

1. Введение

Контролируемый перенос населённости между квантовыми состояниями является одной из фундаментальных задач атомной, молекулярной и квантово-оптической физики. Одним из наиболее эффективных подходов для достижения этой цели является метод стимулированного адиабатического перехода Рамана (STIRAP), которое реализует адиабатическое управление посредством специально подобранных лазерных импульсов, что приводит к полному переносу населённости между начальным и конечным состояниями. Первоначально введенный для изучения динамики химических реакций, STIRAP превратился в широко используемый метод управления во многих квантовых системах [1]. В обзоре [2] представлено всестороннее теоретическое и экспериментальное описание метода STIRAP и его многочисленных расширений. Авторы представляют систематический анализ различных конфигураций связи, объясняют ключевые принципы, лежащие в основе адиабатического переноса населённости, и рассматривают широкий спектр экспериментальных реализаций. Особое внимание уделяется устойчивости метода к умеренным колебаниям контрольных параметров, а также его ограничениям в неадиабатических и диссипативных условиях.

В работе [3] показано интуитивное понимание его геометрической структуры и динамического поведения. Это изложение в стиле учебника оказывается

особенно ценным для визуализации адиабатических состояний и для проектирования управляющих импульсов, основанных на логике навигации по темным состояниям. Развивая эту концепцию, автор работы [4] разработал теоретическую модель полного переноса населенности в пятиуровневой системе М-типа, основанную на линейном сканировании частоты лазерного поля вблизи резонансных условий каждого перехода. Этот метод позволяет осуществлять последовательное и когерентное возбуждение переходов между уровнями и демонстрирует высокую эффективность в управлении динамикой многоуровневых квантовых систем. Сравнительный анализ с традиционными схемами STIRAP показал, что подход, основанный на сканировании, предлагает заметные преимущества как с точки зрения точности управления, так и численной стабильности. В совокупности эти исследования подчеркивают значительный потенциал стратегий с частотным управлением в области когерентного управления сложными квантовыми архитектурами. В работе [5] представлен аналитический метод обратного проектирования импульсов, который позволяет получить заданную динамику населенности в нелинейной Λ -системе с потерями на промежуточном уровне. Этот подход позволяет минимизировать каналы потерь, что имеет критическое значение для приложений, чувствительных к декогеренции. С точки зрения практического применения, в работах [6,7] показывается полезность использования метода STIRAP в квантовой обработке информации, где обратимость и надежность имеют первостепенное значение. В статье [8] расширили сферу применения STIRAP, продемонстрировав как можно реализовать квантовые вентили.

В настоящей работе мы разрабатываем численный подход к задаче обратного квантового управления, уделяя особое внимание автоматизированному проектированию внешних лазерных управляющих полей, которые обеспечивают высокоточный и контролируемый перенос в многоуровневых квантовых системах. Этот метод основан на оптимизации параметров управляющих импульсов с использованием градиентных алгоритмов в сочетании с автоматическим дифференцированием, что позволяет эффективно управлять физическими свойствами управляющих полей.

В следующих разделах мы приводим подробную математическую формулировку, описываем архитектуру стратегии оптимизации и представляем численные результаты, демонстрирующие эффективность и универсальность нашего подхода. Результаты этой работы закладывают основу для более общих протоколов квантового управления, направленных на экспериментальную реализацию на реальных физических платформах.

2. Основы физических процессов

Рассмотрим пятиуровневую квантовую систему, организованную в так называемой конфигурации М-системы (рис.1), состоящую из трех основных состояний $|1\rangle$, $|3\rangle$, и $|5\rangle$ и двух возбужденных состояний $|2\rangle$ и $|4\rangle$.

Временная эволюция матрицы плотности системы [9] $\rho \in C^{5 \times 5}$ определяется основным уравнением Линдблада, которое учитывает как когерентные, так и некогерентные процессы:

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H(t), \rho] + \mathcal{L}[\rho]. \quad (1)$$

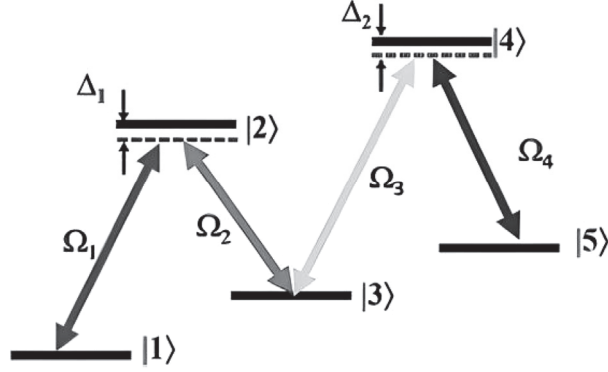


Рис.1. Схематическое представление пятиуровневой квантовой системы М-системы с четырьмя лазерными переходами.

Здесь $H(t)$ — матрица Гамильтона М-системы (2), а $\mathcal{L}[\rho]$ — супероператор Линдблада, описывающий диссипацию:

$$H(t) = \begin{pmatrix} 0 & \Omega_1(t)e^{-i\Delta_1 t} & 0 & 0 & 0 \\ \Omega_1(t)e^{i\Delta_1 t} & 0 & \Omega_2(t)e^{i\Delta_2 t} & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_2(t)e^{i\Delta_2 t} & 0 & \Omega_3(t)e^{-i\Delta_3 t} & 0 \\ 0 & 0 & \Omega_3(t)e^{i\Delta_3 t} & 0 & \Omega_4(t)e^{i\Delta_4 t} \\ 0 & 0 & 0 & \Omega_4(t)e^{-i\Delta_4 t} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\Omega_j(t)$ — зависящая от времени частота Раби, соответствующая переходу $|j\rangle \leftrightarrow |j+1\rangle$, характеризующая силу взаимодействия между атомным диполем и внешним электромагнитным полем.

Зависимость от времени $\Omega_j(t)$ обычно реализуется с помощью лазерных импульсов гауссовой формы:

$$\Omega_j(t) = \Omega_{0,j} \exp\left(-\frac{(t-t_{0,j})^2}{\sigma_j^2}\right), \quad (3)$$

где $\Omega_{0,j}$ — пиковая частота Раби, $t_{0,j}$ — центр импульса во времени, а σ_j обозначает временную ширину.

Диссипация описывается супероператором Линдблада (4):

$$\mathcal{L}[\rho] = \sum_k \gamma_k \left(L_k \rho L_k^\dagger - \frac{1}{2} \{L_k^\dagger L_k, \rho\} \right), \quad (4)$$

где L_k — операторы коллапса, а γ_k — соответствующие им скорости распада. Для М-системы мы рассматриваем каналы распада, перечисленные в (5):

$$L_1 = |1\rangle\langle 2|, \quad L_2 = |3\rangle\langle 2|, \quad L_3 = |3\rangle\langle 4|, \quad L_4 = |5\rangle\langle 4|. \quad (5)$$

Процессы распада характеризуются двумя различными скоростями. Величина Γ обозначает естественную (продольную) скорость распада возбужденных состояний. Поперечная скорость распада γ определяет дефазирование когерентности и включает в себя как спонтанное излучение, так и дополнительное однородное расширение, как указано в уравнении (6):

$$\gamma = \frac{\Gamma}{2} + \gamma_c, \quad (6)$$

где γ_c — феноменологический параметр, учитывающий дефазирование при столкновениях или другие воздействия окружающей среды.

3. Математическая формулировка и оценка параметров

В этом разделе мы описываем численные методы, используемые для оценки параметров системы (1). Мы используем стандартные подходы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) [10] в сочетании с автоматическим дифференцированием и градиентными методами для минимизации настраиваемой функции потерь [11–13].

Рассмотрим задачу Коши с неизвестным параметром $p \in R^m$:

$$\dot{\rho} = M(\rho(t), t, p), \quad \rho(0) = \rho_0, \quad t \in [0, T]. \quad (7)$$

Определим функцию потерь $\mathcal{L}[\rho]$, которая измеряет расхождение между симулированными траекториями и желаемым поведением:

$$\mathcal{L}(\rho) = \int_0^T \rho_{11}(t) dt + \sum_{k=2}^4 \left[\int_0^T \rho_{kk}(t) dt \right] + [\rho_{55}(T) - 1]^2. \quad (8)$$

Первый член ограничивает накопление населенности в начальном состоянии $|1\rangle$ во второй половине отрезка времени, препятствуя преждевременному переносу. Второй член ограничивает населенности в промежуточных состояниях $|2\rangle$, $|3\rangle$ и $|4\rangle$ на протяжении всего отрезка времени. Последний член обеспечивает полное накопление населенности в конечном состоянии $|5\rangle$.

В адиабатических протоколах типа STIRAP решающую роль играет не только форма, но и *очередность* включения управляющих полей. Перестановка импульсов часто приводит к возбуждению нежелательных промежуточных уровней и снижению устойчивости протокола. При численной оптимизации без дополнительных ограничений алгоритм может находить формально приемлемые решения с «неправильным» порядком импульсов, которые трудно реализовать экспериментально. Чтобы мягко зафиксировать желаемую последовательность во времени, мы добавляем в функцию потерь дифференцируемый штраф за нарушение порядка. Пусть $t = (t_1, t_2, t_3, t_4)$ — вектор временных центров четырёх импульсов. Для каждой пары (a, b) , для которой мы хотим требовать неравенство $t_a > t_b$ (импульс a приходит позже импульса b), вводим гладкий «индикатор» на основе логистической функции

$$\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}. \quad (9)$$

Тогда для заданной крутизны перехода $k_{\text{sharp}} > 0$ определяем

$$P_{ab} = \sigma(k_{\text{sharp}}(t_a - t_b)). \quad (10)$$

При $t_a \gg t_b$ аргумент сигмоиды положителен и велик, $P_{ab}(t) \approx 1$; если же порядок сильно нарушен, $t_a \ll t_b$, то $P_{ab}(t) \approx 0$. За счёт гладкости $\sigma(x)$ этот индикатор остаётся дифференцируемым по t_a и t_b для любых значений параметров.

Общий шаблон желаемого порядка зададим в виде множества упорядоченных пар

$$C = \{(a_r, b_r)\}_{r=1}^R,$$

каждый элемент которого соответствует требованию $t_{a_r} > t_{b_r}$. Тогда «мягкий» индикатор всего паттерна определяется произведением

$$P_{\text{ord}}(t) = \prod_{(a,b) \in C} P_{ab}(t). \quad (11)$$

При больших k_{sharp} величина $P_{\text{ord}}(t)$ близка к 1, если все неравенства из C хорошо выполняются, и экспоненциально малы, если хотя бы одно из них грубо

нарушено.

В рассматриваемых расчётах мы используем порядок

$$t_4 > t_2 > t_3 > t_1,$$

который соответствует множеству $C = \{(4, 2), (2, 3), (3, 1)\}$ и даёт

$$P_{\text{ord}}(t) = \sigma(k_{\text{sharp}}(t_4 - t_2)) \sigma(k_{\text{sharp}}(t_2 - t_3)) \sigma(k_{\text{sharp}}(t_3 - t_1)). \quad (12)$$

Обратите внимание, что каждая сигмоидальная функция $c_r \in [1, 2]$ приближается к единице, когда соответствующее неравенство хорошо выполняется, и стремится к нулю при его нарушении. Поэтому произведение $c_1 c_2 c_3$ является гладкой оценкой того, что все требуемые сравнения импульсов одновременно выполнены. В частности, $P_{\text{ord}}(t) \approx 1$ означает корректную последовательность импульсов, тогда как $P_{\text{ord}}(t) \ll 1$ указывает на существенное нарушение хотя бы одного условия.

Чтобы превратить этот индикатор во вклад в функцию потерь, используем

$$L_{\text{ord}}(t) = \lambda[1 - P_{\text{ord}}(t)], \quad (13)$$

где $\lambda > 0$ задаёт вес ограничения по сравнению с основными условиями переноса населённости. При таком выборе штраф обращается в ноль, когда желаемый порядок выполнен $P_{\text{ord}}(t) \simeq 1$, и становится значительным, если порядок нарушен ($P_{\text{ord}}(t) \ll 1$). Таким образом, оптимизатор поощряет решения с корректной временной последовательностью импульсов, не вводя жёстких недифференцируемых ограничений и сохраняя полную дифференцируемость по всем параметрам.

4. Результаты

В данной модели игнорируются эффекты, связанные с движением атомов, включая как тепловое поступательное движение, так и возможные доплеровские сдвиги, которые могут повлиять на условия резонанса взаимодействия с лазерными импульсами. Принимая во внимание чисто радиационное затухание, скорость чистого дефазирования принимается равной $\gamma = \Gamma/2$, так что населенность возбужденных состояний релаксирует к значениям устойчивого состояния. Во всех симуляциях мы используем безразмерную формулировку, нормированную к естественной скорости затухания возбужденных состояний. Выбрано физическое значение $\Gamma = 5\text{MHz}$. Соответственно время измеряется в единицах $1/\Gamma = 0.2\text{ }\mu\text{s}$, а все параметры, связанные с частотой, включая частоты Раби, детонации и скорости дефазирования, выражаются в единицах Γ .

Параметры, использованные для численного моделирования, представлены в табл.1 и соответствуют четырем каналам взаимодействия в квантовой системе. Каждый канал характеризуется четырьмя ключевыми величинами лазерного поля: временем пика импульса t_0 , его шириной σ_0 , амплитудой частоты Раби Ω_0 и расстройки Δ . «Числовые значения приведены в табл. 1–3.

Эти параметры были получены путем численной оптимизации и обеспечивают эффективный перенос населенности в М-системе. Они минимизируют переходное заселение промежуточных возбужденных состояний, сохраняя при этом необходимые условия адиабатичности.

На рис.2 представлена эволюция М-системы, где управление переходами осуществляется с помощью зависимых от времени гауссовых лазерных

Табл.1. Оптимизированные параметры импульса для протокола управления, показанного на рис.2d. Каждый импульс определяется его временным центром t_0 , шириной σ_0 , амплитудой Ω_0 и детонацией Δ . Параметры были получены с помощью ограниченной оптимизации для обеспечения адиабатического и эффективного переноса популяции в многоуровневой квантовой системе

#	$t_0, 1/\Gamma$	$\sigma_0, 1/\Gamma$	Ω_0, Γ	Δ, Γ
1	18.9032811	3.227598027	3.552287843	-0.208536178
2	14.95405537	4.942187821	28.22099145	4.953080222
3	20.94907939	5.234351941	33.03312243	0.061713435
4	16.89870222	3.616342008	3.472354099	-5.125913793

импульсов (3), параметры которых (Ω_0 , t_0 , σ) оптимизируются численно с помощью методов, основанных на градиенте, поддерживающих автоматическое дифференцирование.

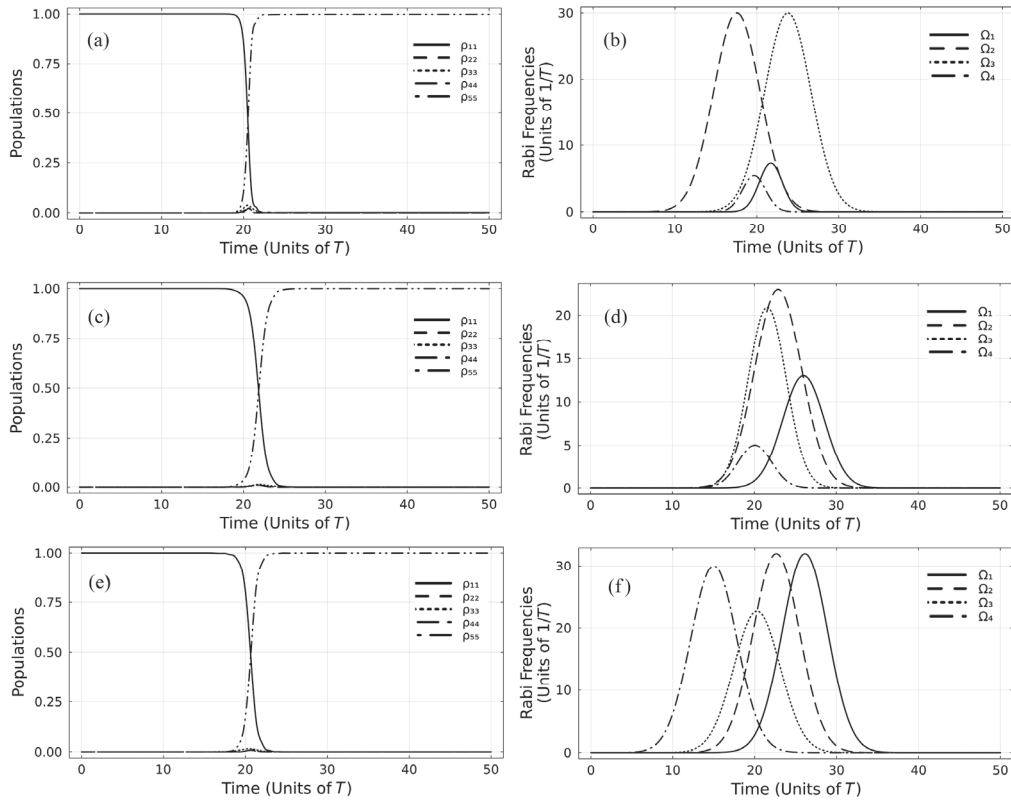


Рис.2. Временная эволюция оптимизированной М-системы с населённостями $\rho_{ii}(t)$ ($i = 1, \dots, 5$) и соответствующими частотами Раби $\Omega_i(t)$ ($i = 1, \dots, 4$). T — длительность импульса.

Табл.2. Параметры импульса, соответствующие рис.2е

#	t_0 , 1/Г	σ_0 , 1/Г	Ω_0 , Г	Δ , Г
1	26.13033743	3.940057889	32.00000000	0.101091573
2	22.63505033	4.000000000	32.00000000	0.000448309
3	20.28044792	4.000000000	22.68347007	-0.004890434
4	15.00000000	4.000000000	30.00000000	-0.003750851

Верхние панели графиков отображают диагональные элементы матрицы плотности от $\rho_{11}(t)$ до $\rho_{55}(t)$, представляющие временную эволюцию вероятности нахождения системы в каждом соответствующем состоянии. Начальное условие таково, что вся населенность находится в основном состоянии $|1\rangle$. По мере продвижения последовательности импульсов уменьшается населенность состояния $|1\rangle$, и населенность переносится в состояние $|5\rangle$. Поведение возбужденных состояний $|2\rangle$ и $|4\rangle$ является особенно критическим, поскольку они подвержены диссипации посредством спонтанного распада. Графики показывают, что ρ_{22} и ρ_{44} остаются близки к нулю, посредством квантовой интерференции — ключевого механизма STIRAP. Промежуточное состояние $|3\rangle$ может временно заполняться, но его заполнение также подавляется в процессе оптимизации импульса. В конечный момент времени $\rho_{55}(t)$ достигает значения, близкого к единице, что означает почти полный перенос в состояние $|5\rangle$, которое является основным показателем эффективности оптимизации.

Табл.3. Параметры импульса, соответствующие рис.2f

#	t_0 , 1/Г	σ_0 , 1/Г	Ω_0 , Г	Δ , Г
1	26.13033743	3.940057889	32.00000000	0.101091573
2	22.63505033	4.000000000	32.00000000	0.000448309
3	20.28044792	4.000000000	22.68347007	-0.004890434
4	15.00000000	4.000000000	30.00000000	-0.003750851

Каждая пара графиков соответствует отдельному этапу численного эксперимента, а именно: начальной конфигурации, промежуточным этапам оптимизации и окончательному оптимизированному результату. Во всех случаях четко видна характерная динамика: формирование импульса, точное перемещение населенности и эффективное подавление промежуточных состояний. Эти графики представляют собой прямую численную интеграцию системы ОДУ, включающую как зависимый от времени гамильтониан, так и диссипативные процессы, смоделированные с помощью супероператора Линдблада. Реализация такого численного протокола требует высокой точности как в решении ОДУ, так и в оптимизации параметров.

5. Заключение

Мы представляем численную оптимизационную структуру для улучшения переноса населенности в многоуровневых квантовых системах. Этот подход

оказывается особенно эффективным для реализации стимулированного адиабатического перехода Рамана (STIRAP) в пятиуровневых системах М-типа, который служит фундаментальным протоколом для когерентного управления квантовым состоянием.

Данные эксперименты демонстрируют, что предложенная стратегия является высоко гибкой и надежной. Она позволяет осуществлять высокоточный перенос населенности из исходного состояния в целевое, сводя к минимуму промежуточные уровни и генерируя экспериментально осуществимые управляющие импульсы. Приведенные примеры отражают лишь часть динамических сценариев, достижимых с помощью этого подхода. Методология широко применима к целому ряду задач квантового управления, включая ускоренные адиабатические протоколы, запись квантовой памяти и проектирование квантовых вентилях.

Работа была поддержана Комитетом по высшему образованию и науке РА (проект №1–6/IPR). Мы выражаем благодарность Армянскому национальному суперкомпьютерному центру (ANSCC) [14,15] за предоставление необходимых ресурсов и поддержку, благодаря которым стало возможным проведение данного исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. **K. Bergmann, N.V. Vitanov, B.W. Shore.** J. Chem. Phys., **142**, 170901 (2015).
2. **N.V. Vitanov, A.A. Rangelov, B.W. Shore, K. Bergmann.** Rev. Modern Physics, **89**, 015006 (2017).
3. **B.W. Shore.** Adv. Opt. Photon., **9**, 563 (2017).
4. **A.Yu. Aleksanyan.** J. Contemp. Phys., **56**, 6 (2021).
5. **A. Ishkhanyan.** Photonics, **11**, 1007 (2024).
6. **E. Gazazyan, et al.,** J. Contemp. Phys., **47**, 216 (2012).
7. **E.A. Gazazyan, G.G. Grigoryan, D.N. Khachatryan.** J. Contemp. Phys., **53**, 293 (2018).
8. **A.Y. Aleksanyan, E.A. Gazazyan.** J. Contemp. Phys., **53**, 205 (2018).
9. **K. Blum.** Density Matrix Theory and Applications. New York: Plenum Press, 1996.
10. **J.C. Butcher.** Numerical Methods for Ordinary Differential Equations. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2008.
11. **V.K. Dixit,** Ch. Rackauckas. Optimization.jl: A Unified Optimization Package, Zenodo, 2023 – ui.adsabs.harvard.edu, doi.org/10.5281/zenodo.7738525.
12. **C. Zhu, R.H. Byrd, P. Lu, J. Nocedal.** ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS), **23**(4), 550 (1997).
13. **D.C. Liu, J. Nocedal.** Mathematical Programming, **45**, 503 (1989).
14. Armenian National Supercomputing Center. Armenian National Supercomputing Center (ANSCC), 2025, <https://anscc.sci.am/>.
15. **A. Mirzoyan, V. Sahakyan, Yu. Shoukourian, H.V. Astsatryan.** Phys. Particles and Nuclei, **56**, 1291 (2025).

ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱՐ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ
ԴԱՇՏԵՐԻ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՎԱԾ ՕՊՏԻՄԱԼԱՑՈՒՄ

Ռ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Ռ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Է. ՊՈԴՈՍՅԱՆ, Կ. ԱՐԶՈՒՄՅԱՆՅԱՆ,
Հ. ՀԱՄԲԱՐԶՈՒՄՅԱՆ, Է. ԳԱԶԱԶՅԱՆ

Բարձր չափողականությամբ պարամետրական տարածությունների հետ աշխատելիս բարձր ճշգրտությունն ու մասշտաբելիությունն ապահովելու համար կիրառվում է գրադիենտային օպտիմալացման մոտեցում՝ համակցված ավտոմատ դիֆերենցելու հետ: Թվային մոդելավորումները հաստատում են առաջարկված մեթոդի արդյունավետությունը: Բնակեցվածությունը հուսալիորեն տեղափոխվում է թիրախային վիճակի՝ միջանկյալ մակարդակների բնակեցումը նվազագույնի հասցնելով, և այդ գործընթացում կառավարման իմպուլսները մնում են ֆիզիկապես իրագործելի: Մշակված կառուցվածքը ծառայում է որպես ունիվերսալ և փորձարարական կիրառման համար հարմար գործիք՝ քվանտային համակարգերում կառավարման իմպուլսների ավտոմատացված նախագծման համար: Այն հատկապես կարևոր է այն դեպքերում, երբ անալիտիկ մեթոդները կամ պարամետրերի ձեռքով ընտրությունը, օրինակ՝ STIRAP-ի նման ստանդարտ սխեմաներում, դառնում են ոչ արդյունավետ կամ ոչ կիրառելի:

AUTOMATED OPTIMIZATION OF LASER FIELDS FOR
QUANTUM STATE MANIPULATION

R. SAHAKYAN, R. SARGSYAN, E. POGOSYAN, K. ARZUMANYAN,
H. HAMBARDZUMYAN, E. GAZAZYAN

This paper proposes a numerical approach to the problem of inverse quantum control with a focus on the automated formation of external laser control fields that ensure high-precision and controlled population transfer in multilevel quantum systems. The method is based on optimizing the parameters of control pulses using gradient algorithms in combination with automatic differentiation, which allows for effective control of the physical characteristics of laser fields and increases the stability of the transfer process. The obtained results provide a foundation for the development of more general quantum control methods focused on experimental implementation on real physical platforms.