

Р. О. Авакян, А. А. Армагян, С. М. Дарбинян и Э. В. Сехпосян

Угловое распределение тормозного излучения электронов высоких энергий на кристалле алмаза

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 10/V 1967)

В ряде работ, проведенных в последние годы, было предсказано и экспериментально обнаружено интерференционное явление в тормозном излучении электронов высоких энергий на кристалле (1). Вследствие интерференционных явлений спектр тормозного излучения в кристалле превращается в спектр с четко выраженными γ -линиями. Энергия γ -линий в спектре зависит от угла θ между осью кристалла и начальным импульсом электрона и может смещаться по спектру с изменением угла θ . Эти свойства сделали возможным использование тормозного излучения электронов от кристалла в исследованиях по фоторождению элементарных частиц. Недостатком этого метода является большая энергетическая ширина линий (30%).

Несмотря на то, что фотоны различных энергий испускаются в малом интервале углов порядка $\frac{mc^2}{E_1}$, имеется возможность сужения линий γ -квантов в спектре тормозного излучения от кристалла алмаза выбором определенного узкого интервала углов излучения (2). Эта возможность обусловлена наличием определенной связи между углом излучения и энергией излученного γ -кванта. С этой точки зрения представляет интерес исследование углового распределения интерференционного излучения в кристалле.

Дифференциальный поперечник тормозного излучения согласно (3) записывается в следующем виде:

$$d\sigma = Nd\sigma_{\text{Б. Г.}} + d\sigma_1 + d\sigma_{\text{инт.}} \quad (1)$$

Первое слагаемое соответствует обычному поперечнику Бете—Гайтлера на N независимых атомах и имеет вид (4)

$$d\sigma_{\text{Б. Г.}}^{\text{торм.}} = 4N \frac{Z^2 r_0^2}{137} \frac{d\omega}{\omega} \varphi d\varphi \left\{ \left[\frac{E_1^2 + E_2^2}{(1 + \varphi^2)^2 E_1^2} - \frac{4\varphi^2 E_2}{(1 + \varphi^2)^4 E_1} \right] \times \right. \\
 \left. \times \ln \left[\frac{\delta^2 \hbar^2}{m^2 c^4} + \frac{Z^2}{111^2 (1 + \varphi^2)^2} \right]^{-1} + \frac{16E_2 \varphi^2}{(1 + \varphi^2)^4 E_1} - \frac{(E_1 + E_2)^2}{(1 + \varphi^2)^2 E_1^2} \right\}, \quad (2)$$

φ — угол излучения фотона в единицах $\frac{mc^2}{E_1}$, δ — минимальный переданный импульс в процессе излучения $\delta = \frac{\omega m^2 c^3}{2E_1 E_2}$, E_1 , E_2 — начальная и конечная энергии электрона.

Два следующих слагаемых в (1) равны (3)

$$d\sigma_{\text{ког.}}^{\text{торм.}} = d\sigma_1^{\text{торм.}} + d\sigma_{\text{инт.}}^{\text{торм.}} = \frac{4Z^2 r_0^2}{137\pi} \frac{d\omega}{\omega} \varphi d\varphi \left[\frac{E_1^2 + E_2^2}{(1 + \varphi^2)^2 E_1^2} - \frac{4\varphi^2 E_2}{E_1 (1 + \varphi^2)^4} \right] \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(k_2^2 + k_3^2) dk_2 dk_3}{(k^2 + 1/R^2)^2} e^{-k^2 \bar{U}} \left\{ \left| \sum_l e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_{ol}} \right|^2 - N \right\}. \quad (3)$$

В последнем выражении интегрирование ведется по переменным k_2 и k_3 , а k_1 связана с углом излучения следующим образом:

$$k_1 = \delta (1 + \varphi^2) \quad (4)$$

(что нетрудно показать из кинематики реакции).

Далее, не останавливаясь на деталях, приведем выражение для фактора $\left| \sum_l e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_{ol}} \right|^2$ в случае кристаллов, обладающих сложной кристаллической структурой с ортогональной фундаментальной ячейкой,

$$\left| \sum_l e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_{ol}} \right|^2 = N_0 \frac{(2\pi)^3}{\Delta} \sum_{\vec{g}} |S(\vec{g})|^2 \delta(\vec{k} - \vec{g}), \quad (5)$$

где N_0 — число атомов на вершинах фундаментальных ячеек, Δ — объем фундаментальной ячейки, $S(\vec{g})$ — структурный фактор, \vec{g} — вектор обратной решетки, $\hbar\vec{k} = \vec{q}$ — переданный импульс.

Подставляя (4) в (3) и производя интегрирование по k_2 и k_3 , мы получим поперечник когерентного излучения. Поскольку $d\sigma_1$, соответствующий второму члену в фигурных скобках формулы (3), не зависит от углов влета электрона в кристалл, то его обычно объединяют с поперечником (2) и называют аморфной частью

$$d\sigma_{\text{ам.}} = N d\sigma_{\text{б. г.}} + d\sigma_1. \quad (6)$$

Поперечник же, соответствующий первому члену фигурной скобки в (3), зависит от углов влета в кристалл и называется интерференционным поперечником $d\sigma_{\text{инт.}}$. После несложных преобразований мы приходим к следующему выражению для поперечника углового распределения тормозного излучения:

$$d\sigma = d\sigma_{\text{ам.}} + d\sigma_{\text{инт.}}$$

$$\sigma_{\text{ам.}}^{\text{торм.}} = 4N \frac{Z^2 r_0^2}{137} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\varphi d\varphi}{(1 + \varphi^2)^2} \left\{ \left[\frac{E_1^2 + E_2^2}{E_1^2} - \frac{4\varphi^2 E_2}{E_1 (1 + \varphi^2)^2} \right] \times \right. \\ \times \left[\ln \left(\frac{\delta^2 \hbar^2}{m^2 c^2} + \frac{Z^{2/3}}{111^2 (1 + \varphi^2)^2} \right)^{-1} - 2B \left(\frac{\bar{U}^2}{R^2} \right) \right] + \\ \left. + \frac{16\varphi^2 E_2}{E_1 (1 + \varphi^2)^2} - \frac{(E_1 + E_2)^2}{E_1^2} \right\}, \quad (7)$$

$$d\sigma_{\text{инт.}}^{\text{торм.}} = 4N \frac{Z^2 r_0^2}{137} \frac{d\omega}{\omega} \frac{\varphi d\varphi}{(1 + \varphi^2)^2} \left[\frac{E_1^2 + E_2^2}{E_1^2} - \frac{4\varphi^2 E_2}{E_1 (1 + \varphi^2)^2} \right] \times \\ \times \sum_{\vec{g}} (g^2 - g_{\text{н}}^2) \frac{e^{-g^2 \bar{U}^2}}{(g^2 + 1/R^2)} |S(g)|^2 N_0 \frac{(2\pi)^2}{\Delta} \delta [\delta (1 + \varphi^2) - g_{\text{н}}]. \quad (8)$$

Здесь

$$g_{\text{н}} = g_1 \cos \theta + (g_2 \cos \alpha + g_3 \sin \alpha) \sin \theta \quad (9)$$

составляющая вектора обратной решетки вдоль направления начального движения электрона. Углы α и θ определяют направление влета электрона в кристалл. Функция $B \left(\frac{\bar{U}^2}{R^2} \right)$ приведена в работе (3).

Из выражения (8) следует, что для каждого определенного вектора обратной решетки угловое распределение квантов имеет δ -образный характер. Вклад в сумму вносят только те вектора обратной решетки, проекция которых на направление движения (при малых θ и $g_1 = 0$) удовлетворяет условию

$$(g_2 \cos \alpha + g_3 \sin \alpha) \theta = \delta (1 + \varphi^2). \quad (10)$$

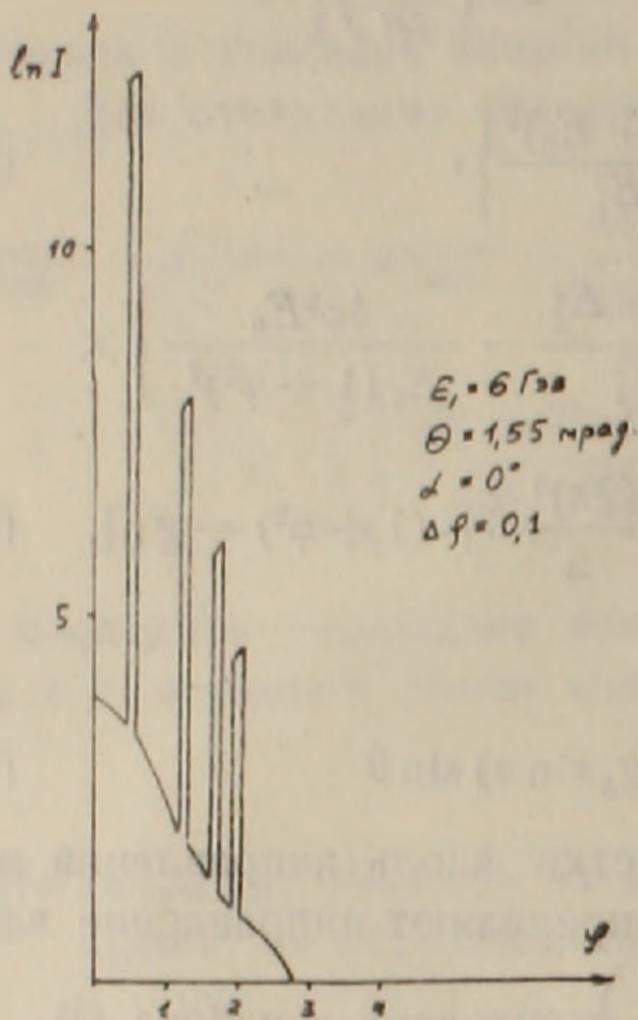
На фиг. 1 приведено угловое распределение тормозного излучения фотонов энергии 1 Гэв от электронов энергии 6 Гэв на кристалле алмаза. Направление электронного пучка было выбрано под углом $\theta = 1,55$ мрад. относительно оси кристалла [110], α —угол между плоскостями [110], p_1 и [110], [001] был принят равным нулю. Расчет проводился по формулам (7) и (8). Чтобы избежать δ -функциональной зависимости, формула (8) проинтегрирована по небольшому интервалу значений $\Delta\varphi = 0,1 \frac{mc^2}{E_1}$ около выбранного направления. При этом в сумму по \vec{g} вносят вклад вектора обратной решетки, удовлетворяющие условию:

$$\delta (1 + \varphi_1^2) \leq g_2 \leq \delta (1 + \varphi_2^2), \quad (11)$$

где

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1.$$

Для выбранных интервалов углов $\Delta\varphi = 0,1 \frac{mc^2}{E_1}$ и определенной энергии фотона $\hbar\omega = 1 \text{ Гэв}$, т. е. при фиксированном δ , условие (11) допускает только одно значение g_2 для каждого значения φ .



Фиг. 1. Угловое распределение тормозного излучения при $E_1 = 6 \text{ Гэв}$, $\hbar\omega = 1 \text{ Гэв}$. По оси ординат отложена величина $\ln I$:

$$I = \frac{\omega}{N\bar{\sigma}d\omega\varphi d\varphi} d\sigma_{\text{ам.}}^{\text{торм.}} + \frac{\omega}{N\bar{\sigma}d\omega\varphi\Delta\varphi} \int_{\varphi-\Delta\varphi}^{\varphi+\Delta\varphi} d\sigma_{\text{инт.}}^{\text{торм.}};$$

$$\bar{\sigma} = \frac{Z^2 r_0^2}{137}.$$

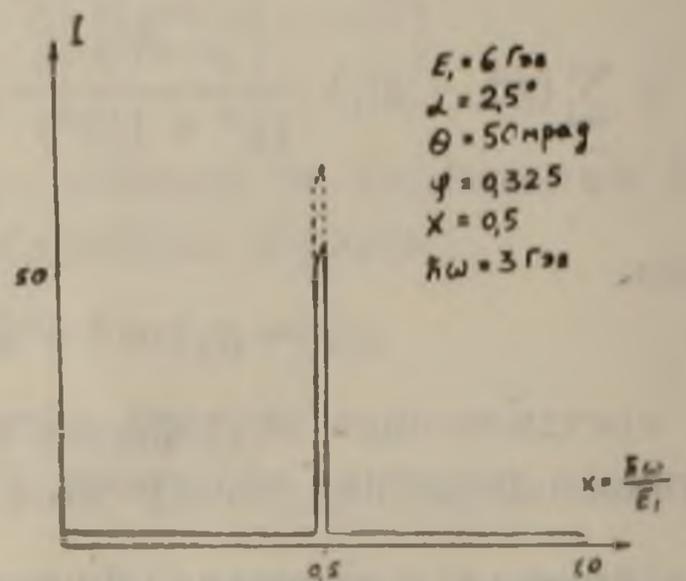
обратной решетки. Тогда в спектре остается практически одна фотонная линия. Результаты расчетов приведены на фиг. 2 и 3, на которых показана зависимость величины I от x , где

$$I = \frac{x}{N\bar{\sigma}dx} \int_0^{\varphi} d\sigma^{\text{торм.}}, \quad x = \frac{\hbar\omega}{E_1}, \quad \bar{\sigma} = \frac{Z^2 r_0^2}{137}.$$

На графиках пунктиром отмечено уменьшение интенсивности пика вследствие коллимации.

Нетрудно написать выражения для дифференциальных поперечников рождения электронно-позитронных пар фотоном на кристалле. Для этого, как известно, необходимо совершить замены $E_1 \rightarrow -E_+$,

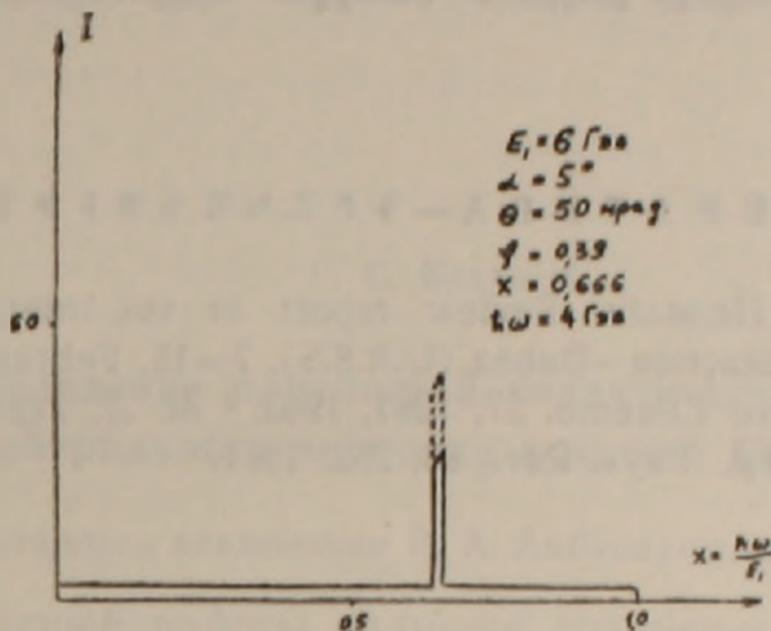
Поэтому суммирование проводилось только по g_2 . При этом брались в расчет 40 значений g_2 , ввиду малости вклада остальных членов. Величина $\Delta\varphi$ определяется разрешающей способностью экспериментальной установки.



Фиг. 2. Энергетический коллимированный спектр тормозного излучения при $E_1 = 6 \text{ Гэв}$, $\alpha = 2,5^\circ$, $x = 0,5$.

Следует указать, что условие (10) дает возможность выделить отдельную линию в тормозном спектре электронов на кристалле. Для этого при данной коллимации угла излучения подбираются углы α и θ так, чтобы в сумму по g основной вклад вносил один узел

$E_2 \rightarrow E_-, \omega \rightarrow -\omega$ в поперечниках тормозного излучения и умножить последние на отношение фазовых объемов позитрона и фотона $\frac{E_+^2 dE_+}{(\hbar\omega)^2 d(\hbar\omega)}$. Так, исходя из формулы (7) для интерференционной



Фиг. 3. Энергетический коллимированный спектр тормозного излучения при $E_1 = 6$ Гэв, $\alpha = 6^\circ$, $x = 0,666$.

части дифференциального поперечника рождения электронно-позитронной пары фотоном на кристалле, получим следующее выражение:

$$d\sigma_{\text{инт.}}^{\text{пары}} = 4 \frac{Z^2 r_0^2}{137\pi} \frac{E_+^2 dE_+}{(\hbar\omega)^3} \frac{\varphi d\varphi}{(1 + \varphi^2)^2} \left[1 + \frac{E_-^2}{E_+^2} + \frac{4\varphi^2}{(1 + \varphi^2)^2} \frac{E_-}{E_+} \right] \times$$

$$\times \sum_{\vec{g}} \frac{g^2 - g_{\parallel}^2}{(g^2 + R^{-2})^2} e^{-g^2 \bar{u}_1} |S(g)|^2 N_0 \frac{(2\pi)^3}{\Delta} \delta[\delta(1 + \varphi^2) - g_{\parallel}]. \quad (12)$$

Здесь δ — минимальный передаваемый импульс в процессе рождения пары $\delta = \frac{\omega m^2 c^3}{2E_+ E_-}$, $\varphi = \frac{\theta_+ E_+}{mc^2}$, θ_+ — угол между импульсами позитрона и фотона.

Авторы выражают благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за полезные обсуждения.

Ереванский физический институт

Ռ. Հ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Ս. Ս. ԱՐՄԱՂԱՆՅԱՆ, Ս. Մ. ԳԱՐՐԻՆՅԱՆ և Է. Վ. ՍԵՂՐՈՍՅԱՆ

Աղաճանդի բյուրեղի վրա մեծ էներգիաների էլեկտրոնների արգելակման ճառագայթման անկյունային բաշխումը

Չնայած այն հանդամանքին, որ մեծ էներգիաների էլեկտրոնների արգելակման ճառագայթումը ընկած է էլեկտրոնների շարժման ուղղությամբ փոքր $\frac{mc^2}{E_1}$ անկյան ներսում, այնուամենայնիվ արգելակման ճառագայթման սպեկտրում համեմատաբար նեղ

Դ- դժեք ստանալու համար հետաքրքրություն է ներկայացնում ուսումնասիրել ճառագայթման անկյունային բաշխումը:

Հոդվածում ստացված են բանաձևեր բյուրեղի վրա մեծ էներգիաների էլեկտրոնների արգելակման ճառագայթման և էլեկտրոն-պոզիտրոնային զույգերի առաջացման անկյունային բաշխումների համար: Ստացված բանաձևերի հիման վրա կատարված է թվային հաշվարկ աղամանդի բյուրեղի դեպքում: Ստացված արդյունքները պատկերված են 1, 2, 3 նկարների վրա:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

¹ Д. Диамбрини Палацци, Review report at the International conference on the electromagnetic interaction—Dubna (U.R.S.S), 7—15, February, 1967. ² Р. Ф. Моли, Дж. де Ваур, Nuovo Cimento, 27, 1281, 1963. ³ М. Л. Тер-Микаелян, ЖЭТФ, 25, 296, 1953. ⁴ Л. И. Шифф, Phys. Rev., 83, 252, 1951.