ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XLIV 1967 5

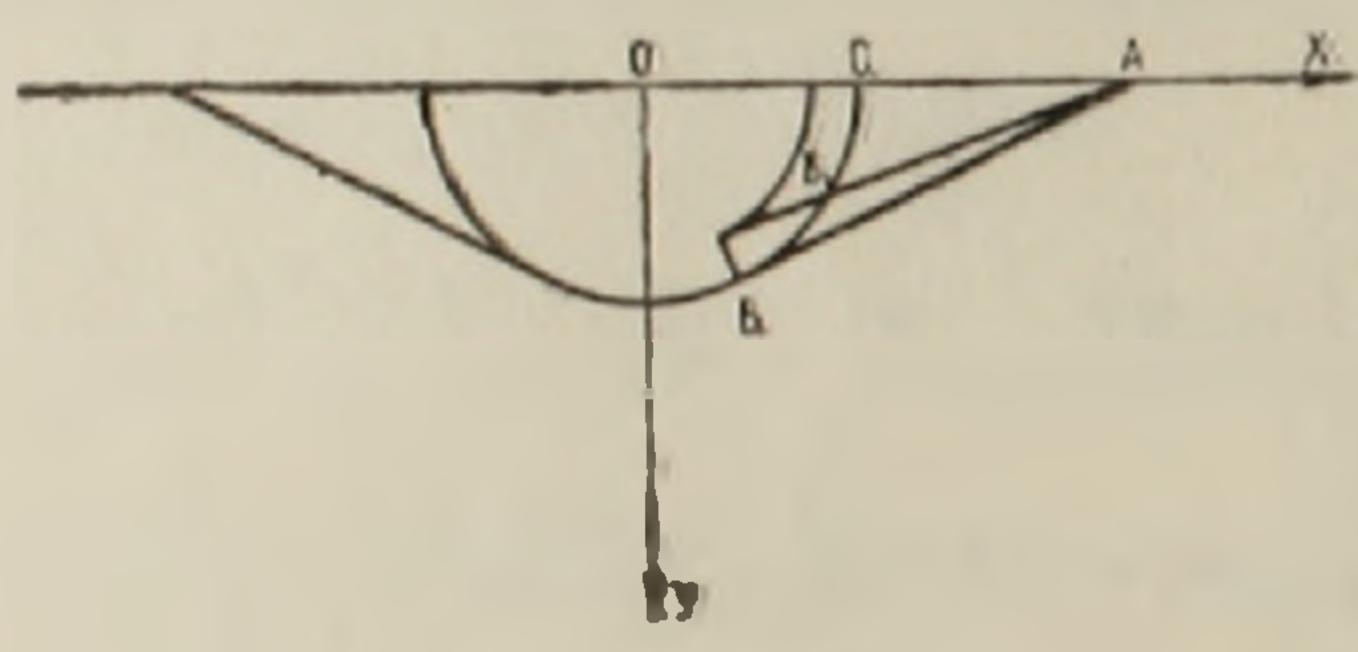
МЕХАНИКА

А. Г. Багдоев

Исследование окрестности параболической линии в задаче о давлении, приложенном к границе жидкости

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 21/IV 1967)

Рассматривается плоская задача о движении фронта давления с постоянной скоростью V и постоянным значением давления за фронтом P_1 по поверхности сжимаемой жидкости (фиг. 1). Принимается, что $P_1 < 0$. Хотя эта задача несколько искусственна, она по математической постановке совпадает с задачей обтекания верха треугольного и четырехугольного крыла [1,2]. Ось Ox выбрана по поверхности жидкости, ось Oy — перпендикулярна ей. Решение линейной задачи совпадает со случаем $P_1 > 0$ и имеет вблизи параболической линии BC вид



Фиг. 1

$$P = P_1 - P_1 f(\theta) \frac{\sqrt{t - \frac{r_1}{a}}}{\sqrt{\frac{r_1}{a}}}, \qquad f(\theta) = \frac{1}{\pi} \frac{2\sqrt{2} M \sin\theta}{M^2 \cos^2\theta - 1},$$

$M = \dfrac{V}{a}$, a — начальная скорость звука, $x = r_1 \cos\theta$, $y = r_1 \sin\theta$.

Впереди $B_1CP = P_1$, поэтому перед B_1C образуется ударная волна. Интенсивность ее находится методом замены линейных характеристик и имеет вид [1]

$$P = P_1 + \frac{3}{4} P_1(n+1) + f^2(\theta) \frac{P_1}{Bn}, \quad P_1' = -P_1,$$

$Bn = \rho a^2$, ρ — начальная плотность. Вблизи точки B это решение не имеет места. В области ABB_1 решение связывается с невозмущенным течением с прямолинейными характеристиками, а затем идет постоянное течение, где $P = P_1$. На AB $P = 0$. В области течения с прямолинейными характеристиками, полагая $\xi = \frac{x}{t}$, $\eta = \frac{y}{t}$, можно найти уравнения характеристик

$$\eta = \frac{V - \xi}{\sqrt{\frac{V^2}{a^2\left(1 + \frac{n+1}{2}\frac{P}{Bn}\right)^2} - 1}},$$

вдоль которых P постоянно или в первом порядке

$$\eta = \frac{V - \xi}{\sqrt{M^2 - 1}} + \frac{V - \xi}{\sqrt{M^2 - 1}}\frac{n+1}{2}\frac{P}{Bn\sin^2\theta_0}, \quad \cos\theta_0 = \frac{1}{M}. \tag{1}$$

В окрестности точки B $\left(\cos\theta_0 = \frac{1}{M}\right)$ уравнение (1) в переменных

$$\xi = r\cos\theta, \quad \eta = r\sin\theta, \quad r = a + a\frac{n+1}{2}\frac{P_1'}{Bn}\delta, \quad v_r = a\frac{P_1'}{Bn}\mu \tag{2}$$

$$\theta - \theta_0 = \sqrt{\frac{n+1}{2}\frac{P_1'}{Bn}}\,Y, \qquad P = P_1'\mu, \quad V_\theta = \sqrt{\frac{n+1}{2}}\left(\frac{P_1'}{Bn}\right)^{\frac{3}{2}}\nu$$

запишется

$$\delta = \frac{1}{2}Y^2 + \mu, \qquad \nu = -\delta Y + \frac{Y^3}{2}. \tag{3}$$

Решение пересекает параболическую линию $\delta = \mu$ лишь в точке B. Легко показать, что (3) удовлетворяет уравнениям газовой динамики в переменных (2)

$$(\mu - \delta)\frac{\partial\mu}{\partial\delta} + \frac{1}{2}\mu + \frac{1}{2}\frac{\partial\nu}{\partial Y} = 0,$$

$$\frac{\partial\mu}{\partial Y} = \frac{\partial\nu}{\partial\delta}. \tag{4}$$

Решение линейной задачи позади параболической линии BB_1 вблизи B найдется в виде

$$\mu = -\frac{1}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{2}\sqrt{-\delta}}{Y} \tag{5}$$

или

$$\delta = -\frac{Y^2}{2}\operatorname{tg}^2\pi\mu. \tag{6}$$

Параболическая линия $r = a + a\frac{n+1}{2}\frac{P_1}{Bn}$ находится позади ударной волны B_1C. Решение системы (4), переходящее для больших δ, Y в (5), имеет вид

$$\delta = -\frac{y^2}{2}\,\mathrm{tg}^2\,\pi\mu + \mu + \frac{1}{2\pi}\sin 2\pi\mu + B\sin^2\pi\mu,$$

$$\nu = -\frac{1}{\pi}\,\mathrm{tg}\,\pi\mu Y + Y. \tag{7}$$

В точке соединения линий AB и BB_1 очевидно $Y=0$, $\delta=0$, $\mu=0$. Впереди параболической линии BB_1, уравнение которой

$$Y^2 = \frac{2}{\pi}\cos^2\mu\pi + 2B\sin^2\mu\pi\cos\mu\pi,$$

имеет место ударная волна. Обозначая решение впереди нее по (3) через μ_1, вдоль фронта ударной волны можно найти условие

$$\frac{d\delta}{dY} = \sqrt{2\delta - \mu - \mu_1}, \tag{8}$$

причем μ дается (7). Отсюда и по (7), (3) можно найти распределение μ и μ_1 впереди и позади ударной волны, где для (8) имеют место начальные условия $Y=0$, $\mu=0$. В точке B ударная волна BB_1 затухает и $\mu=0$ в точке пересечения BB_1 и AB.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈԵՎ

Պարաբոլիկ գծի շրջակայքի ուսումնասիրությունը՝ հեղուկի եզրում կիրառված ճնշման խնդրում

Դիտարկվում է ճնշման տարածումը սեղմելի հեղուկում այն դեպքում, երբ հեղուկի մակերեսում ճնշումը ցածր է մթնոլորտայինից, որոշվում է հարվածային ճակատի տեսքը ոչ գծային հավասարումների մասնավոր լուծումները գծային լուծումներին միացնելով։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Б. М. Булах,* Ударные волны в конических потоках. ПММ, 1965, № 5.
[2] *Y. M. Lighthill,* Shoc's strength in supersonic Conical Filds. Philos. Mag. Vol. 40, 1949.