ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XLIII 1966 3

ФИЗИКА

В. М. Арутюнян

Прохождение электромагнитного излучения через резонансную среду

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 4/V 1966)

Прохождение излучения через резонансную двухуровневую среду хорошо изучено на основе энергетического баланса, когда не учитываются фазовые соотношения между фотонами. В работе ([1]) эта задача для относительно небольших изменений входящего сигнала (малые длины прохождения) изучалась на основе квазиклассических уравнений для резонансной среды. Было показано, что в предельном случае $\Gamma \gg 16\sigma J_0$ фазовые соотношения не играют никакой роли и результаты квазиклассической теории совпадают с результатами, полученными на основе уравнений баланса (здесь Γ — уширение верхнего атомного уровня за счет взаимодействия атома с кристаллической решеткой, σ — поперечник, J_0 — входящий поток числа квантов через 1 $см^2$ в единицу времени). Представляет интерес в общем случае (для произвольных длин прохождения) выяснить границы применимости балансовых соотношений.

В настоящей работе эта задача изучается на основе квазиклассических уравнений для векторного потенциала, тока перехода и перенаселенности уровней. Представим векторный потенциал в виде

$$A\ (x,\ t) \exp\ (ikx - \omega t) + A^*\ (x,\ t)\ \exp\ (-ikx + \omega t)$$

(мы рассматриваем одномерный случай), где $A\ (x, t)$ медленно меняется по сравнению с экспонентой, а k и ω — волновой вектор и частота падающего излучения. Тогда квазиклассические уравнения имеют вид [2]

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{1}{v}\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\beta}{2}A = -\frac{2i\pi n}{\omega}V^*\rho,$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + i\varepsilon\rho + \frac{\Gamma}{2}\rho = \frac{i}{e\hbar}V\delta A, \tag{1}$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial t} = \frac{2i}{c\hbar}V^*\rho A^* - \frac{2i}{c\hbar}V\rho^* A.$$

В этих уравнениях ρ и δ — ток перехода и заселенность уровней в атоме, V — матричный элемент перехода изолированного атома, v — скорость распространения сигнала в среде, β — нерезонансные потери $\varepsilon = \omega_0 - \omega$, где ω_0 — частота резонансного перехода. Для простоты в дальнейшем мы будем рассматривать случай $\varepsilon = \beta = 0$ и предположим также, что падающий сигнал имеет форму прямоугольного импульса высотой и шириной A_0 и T соответственно. Введем следующие обозначения:

$$\xi = t - \frac{x}{v}, \quad \eta = \sigma\Delta_0 x, \quad a = A/A_0, \quad \Delta = \delta/\Delta_0, \tag{2}$$

$$\rho = \frac{4i}{c\hbar}\frac{\Delta_0}{\Gamma} V A_0 \lambda.$$

Здесь Δ_0 — начальная заселенность уровней. Система уравнений для безразмерных величин a, λ и Δ имеет вид

$$\frac{\partial a}{\partial \eta} = \lambda,$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \xi} + \frac{\Gamma}{2}\lambda = \frac{\Gamma}{4}\Delta a, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \xi} = -4\sigma J_0 \lambda a.$$

Представим λ в виде $\lambda = \sqrt{a}\exp\left(-\frac{\Gamma\xi}{4}\right)L$. Для L из последних двух уравнений системы (3) получим уравнение

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \xi^2} + \left[-\frac{\Gamma^2}{16} + \sigma J_0 \Gamma a^2 - \frac{\Gamma}{2a}\frac{\partial a}{\partial \xi} + \frac{1}{2a}\frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2} - \frac{3}{4a^2}\left(\frac{\partial a}{\partial \xi}\right)^2\right] L = 0. \tag{4}$$

Мы будем рассматривать случай больших релаксаций. Тогда имеют место следующие неравенства

$$\frac{\Gamma^2}{16} \gg \sigma J_0 \Gamma a^2, \ \frac{\Gamma}{2a}\frac{\partial a}{\partial \xi} \gg \frac{1}{2a}\frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2}, \quad \frac{3}{4a^2}\left(\frac{\partial a}{\partial \xi}\right)^2, \tag{5}$$

в чем нетрудно убедиться из уравнения (6) для векторного потенциала.

Найдем квазиклассическое решение уравнения (4) с учетом (5) и начальных условий, которые имеют вид $a(\xi, 0) = 1$, $\lambda(0, \eta) = 0$, $\Delta(0, \eta) = 1$, и подставим в уравнение для потенциала

$$\frac{\partial a^2}{\partial \eta} = a^2 \exp\left(-2\sigma J_0 \int_0^{\xi} a^2(\xi', \eta)\, d\xi'\right) -$$

$$- a \exp\left(-\frac{\Gamma\xi}{2} + 2\sigma J_0 \int_0^{\xi} a^2(\xi', \eta)\, d\xi'\right). \tag{6}$$

Точно решить нелинейное уравнение (6) не представляется возможным. Поэтому перейдем к полному потоку частиц за все время импульса $u = J_0 \int_0^T a^2 d\xi$ и учтем, что a и $\exp\left(2\sigma J_0 \int_0^{\xi} a^2 d\xi\right)$ медленно меняются по сравнению с $\exp(-\Gamma\xi/_2)$. Предполагая также, что $\Gamma T \gg 1$, найдем

$$U' = \frac{1}{2\sigma}[1 - \exp(-2\sigma U)] - \frac{2J_0}{\Gamma}, \quad U(0) = U_0 = J_0 T. \tag{7}$$

В этом уравнении первое слагаемое соответствует теории баланса. Поправка хотя и мала, но в некоторых случаях может оказаться существенной. Проинтегрируем это уравнение

$$2\sigma U = \ln \frac{1}{\mu}\{1 + \exp(\mu\sigma\Delta_0 x)\,[\mu\exp(2\sigma U_0) - 1]\}, \quad \mu = 1 - \frac{4\sigma J_0}{\Gamma}. \tag{8}$$

Отличный от теории баланса результат получается только в случае, когда

$$\exp(\mu\sigma\Delta_0 \cdot x)\,[\mu\exp(2\sigma U_0) - 1] \ll 1. \tag{9}$$

При выполнении этого условия

$$U = U_0 \left\{\frac{1}{2\sigma U_0}\exp(\sigma\Delta_0 x)\,[\exp(2\sigma U_0) - 1] + \frac{2}{\Gamma T}\right\}. \tag{10}$$

В случае поглощения ($\Delta_0 > 0$) для достаточно больших x условие (9) легко может быть выполнено. В случае слабых сигналов $(2\sigma U_0) \ll 1$

$$U = U_0 e^{\sigma\Delta_0 x}\left(1 + \frac{2}{\Gamma T} e^{-\sigma\Delta_0 x}\right). \tag{11}$$

Из этой формулы видно, что балансовые соотношения нарушаются при $(\Gamma T^{-1})\exp(-\sigma\Delta_0 x) \sim 1$.

В случае $2\sigma U_0 \ll 1$ поправку такого же порядка дают и точные решения квазиклассических уравнений (3). Для достаточно слабых импульсов (линейное приближение) из уравнений (3) для спектральной интенсивности на расстоянии x найдем

$$U(\omega) = \frac{2U_0}{\pi\gamma} \cdot \frac{\gamma^2/4}{\gamma^2/4 + (\omega - \omega)^2} \exp\left[\sigma\Delta_0 x \frac{\Gamma^2/4}{\Gamma^2/_4 + (\omega - \omega_0)^2}\right]. \tag{12}$$

При получении (12) мы предполагали, что падающий импульс имеет обычное дисперсионное спектральное распределение с шириной γ. В отличие от квазиклассической теории уравнения баланса в этом же случае дают

$$U(\omega) = \frac{2U_0}{\pi\gamma} \cdot \frac{\gamma^2/4}{\gamma^2/4 + (\omega - \omega_0)^2} \exp(\sigma\Delta_0 x), \tag{13}$$

т. е. сигнал, проходя через резонансную среду, не искажается. Поскольку $\gamma \ll \Gamma$, то для $\Delta_0 < 0$ и небольших x формулы (12) и (13) практически совпадают. Однако при $\sigma\Delta_0 x \gg 1$, как это следует из (12), в спектральном распределении появляются новые максимумы при частотах $\omega \sim \omega_0 \pm \frac{\Gamma}{2}\sqrt{\sigma|\Delta|x}$ с шириной $\Delta\omega \sim \frac{\Gamma}{2}\sqrt{\sigma|\Delta_0|x}\sqrt{\frac{\ln 2}{2}}$. Отношение полных интенсивностей под дополнительным и основным максимумами порядка $\gamma/\Gamma \exp(\sigma|\Delta_0|x)$, что согласуется с (11).

Автор выражает благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну и П. С. Погосяну за полезные обсуждения.

Физический институт
г. Ереван

Վ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

էլեկտրամագնիսական ճառագայթման անցումը ռեզոնանսային միջավայրով

Հոդվածում կվազիդասական հավասարումների հիման վրա ուսումնասիրված է ճառագայթման անցումը ռեզոնանսային միջավայրով։ Դիտարկված է մեծ ռելակսացիաների դեպքը։ Ոչ գծային հավասարումների կվազիդասական լուծումներից ստացված են բալանսային հավասարումների կիրառելիության սահմանները։ Ցույց է տրված, որ մեծ երկարության ռեզոնանսային միջավայրի համար բալանսային հավասարումները սխալ են։ Նույն խնդիրը առանց որևէ մոտավորության դիտարկված է նաև գծային դեպքում։ Ստացված արդյունքները համընկնում են մոտավոր արդյունքների հետ։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *М. Л. Тер-Микаелян*, Вестник ЕГУ, № 2, 1966. [2] *М. Л. Тер-Микаелян, В. М. Арутюнян*, ДАН АрмССР, т. LXII, 2, 91 (1966).