ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

XLII 1966 2

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

С. А. Шагинян

Исследование деформационных свойств строительных материалов для целей моделирования

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 1/XI 1965)

Согласно теории А. Г. Назарова о механическом подобии твердых деформируемых тел [1] множители подобия должны быть равными

$$\beta = \frac{\sigma'}{\sigma} \quad (1); \qquad \gamma - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \quad (2); \quad \frac{\beta}{\gamma} = \frac{E'}{E} \qquad (3),$$

где σ', σ — напряжения; ε', ε — относительные деформации; E', E — модули упругости (соответственно для модели и оригинала).

Из (1—2) следует, что β и γ могут быть приняты любые только с обязательным условием выполнения (3). Это требование относительно легко выполнимо в случаях, когда материал модели и оригинала идеально упругие, иначе говоря, когда их индикаторные диаграммы σ, ε прямолинейны. Однако преобладающее большинство строительных материалов, являясь упругопластичными материалами, имеют криволинейные индикаторные диаграммы. Такое положение обязывает исследователей, прежде чем заняться испытанием строительных конструкций с помощью моделей, проводить специальные исследования для разработки практической методики моделирования конструкций из реальных и доступных материалов.

Решение этой задачи связано прежде всего с исследованием деформационных свойств материалов и определением связи между σ и ε.

Изучением деформационных свойств бетонов и других строительных материалов начали заниматься относительно давно. В частности, аппроксимацией индикаторных диаграмм бетонов и кладки занимались: Бах, Шреер, Я. М. Столяров, Л. И. Онищик, Г. Д. Цискрели, С. А. Семенцов и другие [2-5]. Особо следует отметить работу В. И. Мурашева[6], в которой рассмотрен бетон как упругопластичный материал и предложена для определения деформаций следующая формула:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} = \frac{\sigma}{E_0(1-\lambda)}, \tag{4}$$

где $E_1 = E_0(1-\lambda)$ — модуль деформаций; E_0 — модуль упругости;

$\lambda = \frac{\varepsilon_п}{\varepsilon}$ — коэффициент пластичности; $\varepsilon_п$ — пластические деформации; $\varepsilon_у$ — упругие деформации; $\varepsilon = \varepsilon_у + \varepsilon_п$ общая деформация.

Как видно из (4), для аппроксимации индикаторной диаграммы необходимо с помощью опытных данных определить два параметра E_0 и λ. Из этих двух величин наиболее изучен модуль упругости E_0. Что касается второго параметра, то на сегодня можно сказать, что величина λ качественно зависит от ряда факторов: вида материала, его прочности, величины напряжения, вида напряженного состояния, условий хранения, скорости и длительности загружения и др. Теоретически λ может меняться в пределах $0 \leqslant \lambda \leqslant 1$. При $\lambda = 0$ материал идеально упругий, а при $\lambda = 1$ — идеально пластичный. На основании теоретических соображений, а также анализа результатов экспериментов автор предложения сузил указанный интервал и установил вероятные пределы только для обычного тяжелого бетона при сухом хранении $0{,}5 \leqslant \lambda \leqslant 0{,}8$.

Рассматриваемое предложение выгодно отличается от всех предыдущих и обладает следующими преимуществами: зависимость (4), установленная на основе физических свойств материала, включает в себя только такие параметры, которые имеют физическое истолкование. Эта формула применима для различных напряженных состояний (сжатие, растяжение, изгиб и т. д.) и для разных материалов как при кратковременной, так и длительной нагрузках ([7]). Они имеют весьма простой вид и удобны для применения при решении широкого круга задач. Однако остается еще не исследованным важный участок рассматриваемого предложения, касающегося зависимости λ от указанных выше факторов для различных материалов.

На основании анализа результатов наших экспериментов, связанных с опытно-теоретическим исследованием жесткости легкого железобетона, мы заметили, что величину коэффициента пластичности λ можно принять прямо пропорциональной напряжению σ и обратно пропорциональной призменной прочности $R_{пр}$. Имея в виду это положение, можем описать аналитическую связь коэффициента пластичности λ с относительным напряжением $\frac{\sigma}{R_{пр}}$ простой линейной зависимостью:

$$\lambda = \lambda_р \frac{\sigma}{R_{пр}}. \tag{5}$$

Принимая (5) и имея в виду (4), получим:

коэффициент упругости $\nu = \frac{\varepsilon_у}{\varepsilon} = \frac{E_1}{E_0} = 1 - \lambda_р \frac{\sigma}{R_{пр}}$, (6)

модуль пластичности $E_п = E_0 \lambda = E_0 - E_1 = E_0 \lambda_р \frac{\sigma}{R_{пр}} = C_{пр}\,\sigma$, (7) модуль деформаций (по хорде)

$$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E_0 \nu = E_0 \left(1 - \lambda_p \frac{\sigma}{R_{пр}}\right) = E_0 - C_{пр}\,\sigma, \tag{8}$$

модуль деформаций (по касательной)

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E_0 \left(1 - \lambda_p \frac{\sigma}{R_{пр}}\right)^2 = E_1 \nu = E_0 \nu^2. \tag{9}$$

Следовательно, для аппроксимации индикаторной диаграммы будем иметь из (8) следующее выражение:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0 \left(1 - \lambda_p \frac{\sigma}{R_{пр}}\right)} = \frac{\sigma}{E_0 - C_{пр}\,\sigma}, \tag{10}$$

или в относительных координатах:

$$\varepsilon = \frac{\frac{\sigma}{R_{пр}}}{C_у \left(1 - \lambda_p \frac{\sigma}{R_{пр}}\right)} = \frac{\frac{\sigma}{R_{пр}}}{C_у - C_{пр} \frac{\sigma}{R_{пр}}}. \tag{11}$$

Тот же самый результат можно получить с помощью интеграла $\varepsilon = \int\limits_0^\sigma \frac{d\sigma}{E}$, где E берется по (9).

В выражениях (5—11) приняты следующие обозначения: $R_{пр}$ — призменная прочность; $C_у = \frac{E_0}{R_{пр}}$ — относительный модуль упругости; $C_{пр} = \frac{E_{пр}}{R_{пр}} = \frac{E_0 \lambda_p}{R_{пр}} = C_у \lambda_p$ — относительный модуль пластичности при разрушении; λ_p — коэффициент пластичности при разрушении, который равен $\lambda_p = \frac{C_{пр} R_{пр}}{E_0} = \frac{C_{пр}}{C_у}$.

Как видно из (10) и (11), два параметра, а именно: $C_{пр}$ и E_0 или $C_{пр}$ и $C_у$ определяются по данным эксперимента. Наиболее близкую аппроксимацию индикаторной диаграммы можно получить с помощью способа наименьших квадратов.

Для проверки наших предложений нами были подвергнуты обработке результаты испытаний 242 образцов из различных строительных материалов.

Наряду с результатами наших экспериментов мы подвергли обработке данные опытов других авторов. При этом аппроксимировались как результаты испытаний отдельных образцов, так и средние данные по пробам, состоящим из нескольких образцов-близнецов. Результаты этой обработки показали полное соответствие величин модулей деформаций, а также самих деформаций, полученных из опытов и по формулам (8, 10, 11). Среднеквадратичное отклонение для всех 242 опытов в целом составляет 3,3% (табл. 1).

Анализ полученных нами результатов показывает, что величина коэффициента пластичности при разрушении λ_p зависит от вида материала, условий хранения, вида напряженного состояния и не зависит от прочности материала. Обобщая данные табл. 1, можно рекомендовать в случае центрального сжатия и сухого хранения следующие округленные величины λ_p: легкий бетон на естестенных заполнителях — 0,4; обычный тяжелый бетон и легкий бетон на искусственных заполнителях — 0,6; каменная кладка из естественных и искусственных камней — 0,6. В случае центрального растяжения λ_p примерно в три раза меньше, чем при центральном сжатии. В случае растяжения при изгибе величина λ_p приближается к 0,5. Влажное хранение уменьшает величину λ_p около двух раз.

Попытаемся теперь, на основе результатов наших исследований деформационных свойств строительных материалов, высказать некоторые соображения по поводу моделирования конструкций из упругопластичных материалов.

Предположим, что криволинейные индикаторные диаграммы материалов модели и оригинала построены в относительных координатах $\frac{\sigma'}{R'_{пр}}$, ε' и $\frac{\sigma}{R_{пр}}$, ε. Рассмотрим эти две кривые по точкам с одинаковыми относительными напряжениями

$$\frac{\sigma'}{R'_{пр}} = \frac{\sigma}{R_{пр}}. \tag{12}$$

На основании (8 и 12) можем записать:

$$E'_1 = E'_0\left(1 - \lambda'_p \frac{\sigma}{R_{пр}}\right); \quad E_1 = E_0\left(1 - \lambda_p \frac{\sigma}{R_{пр}}\right). \tag{13}$$

Заменяя в (3) E', E модулями деформаций E'_1, E_1 получим:

$$\frac{\beta}{\gamma} = \frac{E'_0}{E_0} \cdot \frac{1 - \lambda'_p \frac{\sigma}{R_{пр}}}{1 - \lambda_p \frac{\sigma}{R_{пр}}}. \tag{14}$$

Из (12 и 1) следует, что

$$\beta = \frac{R'_{пр}}{R_{пр}}. \tag{15}$$

Подставляя последнее значение β в (14), получим:

$$\gamma = \frac{C_y}{C'_y} m, \tag{16}$$

где

$$C_y = \frac{E_0}{R_{пр}}; \quad C'_y = \frac{E'_0}{R'_{пр}}; \quad m = \frac{1 - \lambda_p \frac{\sigma}{R_{пр}}}{1 - \lambda'_p \frac{\sigma}{R_{пр}}}. \tag{17}$$

Подставляя значения C_y, C_y^{*} в (16) и имея в виду (15), получим:

$$\frac{\beta}{\gamma} = \frac{E_0'}{mE_0}. \tag{18}$$

Итак для моделирования упругопластичных материалов имеем:

$$\beta = \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{R_{пр}^{*}}{R_{пр}} \quad (19); \qquad \gamma = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{C_y}{C_y} m; \quad (20) \qquad \frac{\beta}{\gamma} = \frac{E_0^{*}}{mE_0}, \quad (21)$$

где C_y, C_y' — относительные модули упругости, m — коэффициент, учитывающий пластические свойства материалов модели и оригинала, величины которых можно найти с помощью (17).

Анализируя полученные зависимости, можно отметить, что при решении практических задач моделирования будем иметь следующие случаи.

Случай 1. Когда модель и оригинал осуществлены из упругопластичных материалов, имеющие одинаковые пластические свойства. Иначе говоря, когда численные значения $\lambda_p' = \lambda_p$ и, следовательно,

$$m = 1 \text{ и } \gamma = \frac{C_y}{C_y'}. \tag{22}$$

В этом случае с помощью множителя подобия (22) индикаторную кривую деформаций оригинала, во всем интервале напряжений от 0 до $R_{пр}$, можно с абсолютной точностью преобразовать индикаторную кривую модели, и наоборот.

Случай 2. Материалы модели и оригинала упругопластичны и обладают разными пластичными свойствами: $\lambda_p^{*} \neq \lambda_p$. Наряду с этим ставится требование рассмотреть индикаторные кривые в целом или их определенные части.

Как видно из (17), при $\lambda_p' \neq \lambda_p$ величина m переменная, с колебанием от $m = 1$ при $\frac{\sigma}{R_{пр}} = 0$, до $m = \frac{1-\lambda_p}{1-\lambda_p'}$ при $\frac{\sigma}{R_{пр}} = 1$. Следовательно в этом случае точное преобразование индикаторной кривой деформации модели в кривую оригинала не удается. Для этого случая мы предлагаем следующий способ приближенного моделирования.

Рассмотрим индикаторные кривые модели и оригинала в интервале относительных напряжений $0 \leqslant \frac{\sigma}{R_{пр}} \leqslant \left(\frac{\sigma}{R_{пр}}\right)$.

Согласно (17) для крайних значений относительных напряжений будем иметь:

$$\bar{m}_0 = 1 \quad \text{и} \quad \bar{m}_1 = \frac{1 - \lambda_p\left(\frac{\sigma}{R_{пр}}\right)}{1 - \lambda_p'\left(\frac{\sigma}{R_{пр}}\right)}.$$

Таблица 1

№№ п.п.	Вид материала*	Вид испытаний	Размеры образцов в *см*	Количество проб.	Количество образцов	Источник экспериментальных данных	λ_p	Среднеквадратичное отклонение в %
1	Тяжелый бетон на гравии	Центральное сжатие	10×10×32	6	14	Автора	0,60	3,3
2	Легкий бетон на туфе	" "	12×12×60	6	16	"	0,42	3,0
3	Легкий бетон на литоидной пемзе	" "	10×10×40	6	18	Худовердяна**	0,44	2,7
4	То же, при влажном хранении	" "	10×10×40	6	18	"	0,22	
5	Легкий бетон на керамзите	" "	15×15×45	4	4	Симонова (6)	0,60	4,7
6	Тяжелый бетон	" "	—	14	42	Мерша, Баха, Залигера, Семенцова, Котова (3)	0,62 0,63	3,0
7	Шлакобетон	" "	—	7	21	Семенцова (3)	0,70	3,8
8	Кладка мидис	" "	50×70×125	8	25	Автора	0,67	5,1
9	Каменная кладка	" "	—	9	46	Немецкие, американские, ЦНИИСК (3)	0,55	4,8
10	Легкий бетон на туфе	" растяжение	⌀10×10×60	5	23	Автора	0,16	2,9
11	Дюралюминий	" "	,8×0,9×25	1	3	***		0,6
12	Легкий бетон на туфе	Растяжение при изгибе	16×25×240	6	12	Автора	0,50	3,0
			Всего	78	242		Среднее	3,3

* Все образцы, за исключением п. 4 таблицы, хранились в воздушно сухих условиях.

** Данные опытов взяты из отчета АИСМ „Определение модуля упругости бетона на литоидной пемзе", Ереван, 1957

*** Опыты проведены в ИГИС В. Л. Мнацаканяном.

Среднее значение величины m будет:

$$\tilde{m} = \frac{1 - 0{,}5\left(\frac{\sigma}{R_{\text{пр}}}\right)(\lambda_{\text{p}}' + \lambda_{\text{p}})}{1 - \lambda_{\text{p}}'\left(\frac{\sigma}{R_{\text{пр}}}\right)}, \tag{23}$$

где $\left(\frac{\sigma}{R_{\text{пр}}}\right) \leq 1$ верхний предел участка рассматриваемых кривых.

Если проставить в (23) условия 1 случая ($\lambda_{\text{p}}' = \lambda_{\text{p}}$), то получим $m = 1$. Тот же результат будем иметь и в случае, когда материалы модели и оригинала упругие ($\lambda_{\text{p}}' = \lambda_{\text{p}} = 0$). Следовательно, при определении m можно пользоваться (23) в любом случае.

Изложенное выше дает нам основание рекомендовать для пользования при моделировании конструкций следующие зависимости:

$$\beta = \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{R_{\text{пр}}'}{R_{\text{пр}}}; \qquad \gamma = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{C_{\text{y}}'}{C_{\text{y}}}\, m; \qquad \frac{\beta}{\gamma} = \frac{E_1'}{E_1} = \frac{E_0'}{mE_0},$$

где

$$m = \frac{1 - 0{,}5\left(\frac{\sigma}{R_{\text{пр}}}\right)(\lambda_{\text{p}}' + \lambda_{\text{p}})}{1 - \lambda_{\text{p}}' \frac{\sigma}{R_{\text{пр}}}}.$$

Последние являются общими и позволяют моделировать любые материалы и в любой комбинации пары материалов.

Как показали пробные подсчеты, приближенное моделирование строительных конструкций с применением доступных материалов имеет достаточную точность для решения практических задач. Например, при моделировании обычного тяжелого бетона ($\lambda_{\text{p}} = 0{,}6$), легким бетоном на естественных заполнителях ($\lambda_{\text{p}}' = 0{,}4$), ошибки составляют в среднем 4% при $\left(\frac{\sigma}{R_{\text{пр}}}\right) = 0{,}6$ и 10% при $\left(\frac{\sigma}{R_{\text{пр}}}\right) = 1$.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Ս. Ա. ՇԱՀԻՆՅԱՆ

Մոդելացման նպատակով շինարարական նյութերի դեֆորմացիոն հատկությունների ուսումնասիրությունը

Հեղինակի կողմից առաջարկված է շինարարական նյութերի ինդիկատորային դիագրամների մոտարկման մեթոդիկա, հաշվի առնելով նրանց առաձգական և պլաստիկ հատկությունները։ Ստացված է մի շարք նյութերի պլաստիկ գործակցի կոնկրետ արժեքներ։ 242 նմուշների փորձարկման արդյունքների մշակումը ցույց տվեց փորձի և տեսականորեն ստացված դեֆորմացիաների լրիվ համընկնում։ Ստացված արդյունքների հիման վրա առաջարկվում է ցանկացած նյութերից մոդելացման նոր ձև։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *А. Г. Назаров*, О механическом подобии твердых деформируемых тел (к теории моделирования). Ереван, 1965. [2] *Я. М. Столяров*, Теория железобетона на экспериментальной основе, М., 1934. [3] *Л. И. Онищик*, Прочность и устойчивость каменных конструкций, М., 1937. [4] *Г. Д. Цискрели*, Исследование деформативных свойств на сжатие обычных и легких бетонов. Труды Тбилисского института жел. дор. транспорта, вып. 22, Тбилиси, 1950. [5] *С. А. Семенцов*, О методе подбора логарифмической зависимости между напряжением и деформациями по экспериментальным данным, Прочность и устойчивость крупнопанельных конструкций, М., 1962. [6] *В. И. Мурашев*. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона, М., 1950. [7] *С. А. Шагинян*, Опытно-теоретическое исследование жесткости легкого железобетона, Душанбе, 1958. [8] *М. З. Симонов*, Бетон и железобетон на пористых заполнителях, М., 1955.