ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XLI 1965 2

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. М. Саакян

# Об одной смешанной задаче упругого равновесия прямоугольной призмы

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 17/III 1965)

Рассматривается задача об упругом равновесии прямоугольной призмы, когда на боковых плоскостях ($y = 0, b$; $z = 0, c$) заданы компоненты вектора напряжений, а на торцах ($x = \pm a$) заданы перемещения. Для простоты вычисления предполагается, что граничные условия задачи симметричны относительно плоскости ($x = 0$). Это обстоятельство позволяет решать задачу для половины призмы ($x > 0$, $y > 0$, $z > 0$), требуя при этом, чтобы на плоскости симметрии ($x = 0$) удовлетворялись условия симметрии:

$$\tau_{xy}(0, y, z) = \tau_{xz}(0, y, z) = u(0, y, z) = 0. \tag{1}$$

Решение уравнения равновесия Ламе представляется в виде сумм двойных рядов Фурье в трех направлениях, которые содержат гипербологригонометрические функции с неизвестными коэффициентами. Определение этих коэффициентов приводится к решению бесконечных систем линейных алгебраических уравнений. Доказывается, что полученные системы квазирегулярны и имеют ограниченные сверху и стремящиеся к нулю свободные члены.

Граничные условия рассматриваемой задачи принимаются в виде:

$$
\begin{array}{ll}
x = a: & u = v = w = 0; \\
y = 0, b: & \tau_{xy} = \tau_{yz} = \sigma_y = 0; \\
z = 0: & \tau_{xz} = \tau_{yz} = \sigma_z = 0; \\
z = c: & \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0; \ \sigma_z = f(x, y).
\end{array}
$$

где $f(x, y)$ кусочно-непрерывная функция в области ($-a < x < a$, $0 < y < b$).

Причем нулевые граничные значения перемещений и напряжений (кроме $\sigma_z$) приняты для простоты расчетов. Они не нарушают общности поставленной задачи, поскольку замена нулевых значений заданными функциями не действует на ход решения задачи и отражается в свободных членах системы (¹).

Решение уравнений равновесия в перемещениях в области $(0 \leqslant x \leqslant a,\ 0 \leqslant y \leqslant b,\ 0 \leqslant z < c)$ ищется в виде:

$$u = u_0 + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} f_{mn}^{(1)}(x) \cos \beta_m y \cos \gamma_n z + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{ln}^{(1)}(y) \sin \alpha_l x \cos \gamma_n z +$$

$$+ \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \psi_{lm}^{(1)}(z) \sin \alpha_l x \cos \beta_m y,$$

$$v = v_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} f_{mn}^{(2)}(x) \sin \beta_m y \cos \gamma_n z + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{ln}^{(2)}(y) \cos \alpha_l x \cos \gamma_n z +$$

$$+ \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \psi_{lm}^{(2)}(z) \cos \alpha_l x \sin \beta_m y, \tag{3}$$

$$w = w_0 + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{mn}^{(3)}(x) \cos \beta_m y \sin \gamma_n z + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{ln}^{(3)}(y) \cos \alpha_l x \sin \gamma_n z +$$

$$+ \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \psi_{lm}^{(3)}(z) \cos \alpha_l x \cos \beta_m y,$$

где

$$\begin{aligned} u_0 &= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 z; \\ v_0 &= b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 z; \\ w_0 &= C_0 + C_1 x + C_2 y + C_3 z; \end{aligned} \tag{4}$$

$$\alpha_l = \frac{(2l-1)\pi}{2a}; \qquad \beta_m = \frac{m\pi}{b}; \qquad \gamma_n = \frac{n\pi}{c}; \tag{5}$$

$m$ и $n$ одновременно не равны нулю.

При отсутствии объемных сил перемещения являются бигармоническими функциями. Учитывая это, а также условия симметрии (1), неизвестные функции $f_{mn}^{(1)}(x) \cdots\cdots \psi_{lm}^{(3)}(z)$, входящие в выражения (3), можно представить в виде:

$$f_{mn}^{(1)}(x) = A_{mn}^{(1)} \operatorname{sh} k_{mn} x + D_{mn}^{(1)} k_{mn} x \operatorname{ch} k_{mn} x;$$

$$f_{mn}^{(i)}(x) = B_{mn}^{(i)} \operatorname{ch} k_{mn} x + C_{mn}^{(i)} k_{mn} x \operatorname{sh} k_{mn} x; \ (i = 2,\ 3);$$

$$\varphi_{ln}^{(i)} = M_{ln}^{(i)} \operatorname{sh} k_{ln} y + N_{ln}^{(i)} \operatorname{ch} k_{ln} y + E_{ln}^{(i)} k_{ln} y \operatorname{sh} k_{ln} y + F_{ln}^{(i)} k_{ln} y \operatorname{ch} k_{ln} y \tag{6}$$

$$(i = 1,\ 2,\ 3);$$

$$\psi_{lm}^{(i)}(z) = K_{lm}^{(i)} \operatorname{sh} k_{lm} z + L_{lm}^{(i)} \operatorname{ch} k_{lm} z + H_{lm}^{(i)} k_{lm} z \operatorname{sh} k_{lm} z + G_{lm}^{(i)} k_{lm} z \operatorname{ch} k_{lm} z$$

$$(i = 1,\ 1,\ 3),$$

где $A_{mn}^{(1)} \cdots\cdots G_{lm}^{(3)}$ постоянные интегрирования, которые связаны следующими соотношениями:

$$k_{mn} A_{mn}^{(1)} + (3 - 4\nu) k_{mn} D_{mn}^{(1)} + \beta_m B_{mn}^{(2)} + \gamma_n B_{mn}^{(3)} = 0;$$

$$\beta_m C^{(3)}_{mn} = \gamma_n C^{(2)}_{mn}; \qquad k_{mn} C^{(2)}_{mn} + \beta_m D^{(1)}_{mn} = 0;$$

$$k_{ln} M^{(2)}_{ln} + (3-4\nu) k_{ln} F^{(2)}_{ln} + \alpha_l N^{(1)}_{ln} + \gamma_n N^{(3)}_{ln} = 0;$$

$$k_{ln} N^{(2)}_{ln} + (3-4\nu) k_{ln} E^{(2)}_{ln} + \alpha_l M^{(1)}_{ln} + \gamma_n M^{(3)}_{ln} = 0;$$

$$\gamma_n E^{(2)}_{ln} + k_{ln} F^{(3)}_{ln} = 0; \qquad \gamma_n F^{(2)}_{ln} + k_{ln} E^{(3)}_{ln} = 0;$$

$$\gamma_n F^{(1)}_{ln} = \alpha_l F^{(3)}_{ln}; \qquad \gamma_n E^{(1)}_{ln} = \alpha_l E^{(3)}_{ln}; \tag{7}$$

$$k_{lm} K^{(3)}_{lm} + (3-4\nu) k_{lm} G^{(3)}_{lm} + \alpha_l L^{(1)}_{lm} + \beta_m L^{(2)}_{lm} = 0;$$

$$k_{lm} L^{(3)}_{lm} + (3-4\nu) k_{lm} H^{(3)}_{lm} + \alpha_l K^{(1)}_{lm} + \beta_m K^{(2)}_{lm} = 0;$$

$$\alpha_l G^{(3)}_{lm} + k_{lm} H^{(1)}_{lm} = 0; \qquad \beta_m H^{(3)}_{lm} + k_{lm} G^{(2)}_{lm} = 0;$$

$$\alpha_l H^{(2)}_{lm} = \beta_m H^{(1)}_{lm}; \qquad \alpha_l G^{(2)}_{lm} = \beta_m G^{(1)}_{lm};$$

где $\nu$ коэффициент Пуассона.

$$k_{lm} = \sqrt{\alpha_l^2 + \beta_m^2}; \qquad k_{ln} = \sqrt{\alpha_l^2 + \gamma_n^2}; \qquad k_{mn} = \sqrt{\beta_m^2 + \gamma_n^2}.$$

Пользуясь уравнениями обобщенного закона Гука и выражениями для перемещений (3), получим решения для напряжений через функции $u_0$, $v_0$, $w_0$, $f^{(i)}_{mn}(x)$; $\varphi^{(i)}_{ln}(y)$; $\Psi^{(i)}_{lm}(z)$ $(i = 1, 2, 3)$.

Удовлетворив граничным условиям (2), получим ряд соотношений между коэффициентами интегрирования $a_0 \cdots c_3$, $A^{(1)}_{mn} \cdots G^{(3)}_{lm}$. Разрешая эти соотношения вместе с (7) относительно неизвестных постоянных, для последних получим следующие выражения:

$$a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = b_0 = b_1 = b_2 = b_3 = c_0 = c_1 = c_2 = c_3 = 0;$$

$$C^{(3)}_{mn} = -\frac{\gamma_n}{k_{mn}} D^{(1)}_{mn}; \quad B^{(2)}_{mn} = \frac{\beta_m}{k_{mn}} k_{mn} a \,\mathrm{th}\, k_{mn} a D^{(1)}_{mn}; \quad C^{(2)}_{mn} = -\frac{\beta_m}{k_{mn}} D^{(1)}_{mn};$$

$$B^{(3)}_{mn} = \frac{\gamma_n}{k_{mn}} k_{mn} a \,\mathrm{th}\, k_{mn} a D^{(1)}_{mn}; \quad A^{(1)}_{mn} = -(3 - 4\nu + k_{mn} a \,\mathrm{th}\, k_{mn} a) D^{(1)}_{mn};$$

$$E^{(3)}_{ln} = -\frac{\gamma_n}{k_{ln}} F^{(2)}_{ln}; \quad E^{(1)}_{ln} = -\frac{\alpha_l}{k_{ln}} F^{(2)}_{ln}; \quad F^{(1)}_{ln} = -\frac{\alpha_l}{k_{ln}} E^{(2)}_{ln};$$

$$F^{(3)}_{ln} = -\frac{\gamma_n}{k_{ln}} E^{(2)}_{ln};$$

$$N^{(2)}_{ln} = -2(1-\nu) E^{(2)}_{ln}; \quad M^{(1)}_{ln} = -\frac{\alpha_l}{k_{ln}} (1-2\nu) E^{(2)}_{ln};$$

$$M^{(3)}_{ln} = -\frac{\gamma_n}{k_{ln}} (1-2\nu) E^{(2)}_{ln};$$

$$M^{(2)}_{ln} = -[2(1-\nu) - k_{ln} b \,\mathrm{cth}\, k_{ln} b] F^{(2)}_{ln} - k_{ln} b E^{(2)}_{ln};$$

$$V_{ln}^{(3)} = \frac{\gamma_n}{k_{ln}}\left[k_{ln} b E_{ln}^{(2)} + (-1 + 2\nu + k_{ln} b \,\mathrm{cth}\, k_{ln} b) F_{ln}^{(2)}\right];$$

$$N_{ln}^{(1)} = \frac{\alpha_l}{k_{ln}}\left[k_{ln} b E_{ln}^{(2)} + (-1 + 2\nu + k_{ln} b \,\mathrm{cth}\, k_{ln} b) F_{ln}^{(2)}\right];$$

$$H_{lm}^{(2)} = -\frac{\beta_m}{k_{lm}} G_{lm}^{(3)}; \quad H_{lm}^{(1)} = -\frac{\alpha_l}{k_{lm}} G_{lm}^{(3)}; \quad G_{lm}^{(1)} = -\frac{\alpha_l}{k_{lm}} H_{lm}^{(3)};$$

$$G_{lm}^{(2)} = -\frac{\beta_m}{k_{lm}} H_{lm}^{(3)};$$

$$L_{lm}^{(3)} = -2(1-\nu) H_{lm}^{(3)}; \quad K_{lm}^{(1)} = -\frac{\alpha_l}{k_{lm}}(1-2\nu) H_{lm}^{(3)}; \quad K_{lm}^{(2)} =$$

$$= -\frac{\beta_m}{k_{lm}}(1-2\nu) H_{lm}^{(3)};$$

(8)

$$K_{lm}^{(3)} = -\left[2(1-\nu) + k_{ln} b \,\mathrm{cth}\, k_{ln} b\right] G_{lm}^{(3)} - k_{lm} c H_{lm}^{(3)};$$

$$L_{lm}^{(2)} = \frac{\beta_m}{k_{lm}}\left[k_{lm} c H_{lm}^{(3)} + (-1 + 2\nu + k_{lm} c \,\mathrm{cth}\, k_{lm} c) G_{lm}^{(3)}\right];$$

$$L_{lm}^{(1)} = \frac{\alpha_l}{k_{lm}}\left[k_{lm} c H_{lm}^{(3)} + (-1 + 2\nu\, k_{lm} c \,\mathrm{cth}\, k_{lm} c) G_{lm}^{(3)}\right];$$

где

$$D_{mn}^{(1)} = \frac{b}{a}\,\frac{X_{mn}}{k_{mn}\,\mathrm{ch}\, k_{mn} a}; \quad E_{ln}^{(2)} = \frac{z_{ln} - Y_{ln}}{2\alpha_l}; \quad H_{lm}^{(3)} = \frac{b}{c}\,\frac{V_{lm} - U_{lm}}{2\alpha_l};$$

$$F_{ln}^{(2)} = \frac{1}{2\alpha_l\,\mathrm{sh}\, k_{ln} b}\left[Y_{ln}(\mathrm{ch}\, k_{ln} b + 1) - z_{ln}(\mathrm{ch}\, k_{ln} b - 1)\right];$$

$$G_{lm}^{(3)} = \frac{b}{c}\,\frac{1}{2\alpha_l\,\mathrm{sh}\, k_{lm} c}\left[U_{lm}(\mathrm{ch}\, k_{lm} c + 1) - V_{lm}(\mathrm{ch}\, k_{lm} c - 1)\right].$$

Неизвестные постоянные $X_{lm}$; $Y_{ln}$; $Z_{ln}$; $U_{lm}$; $V_{lm}$ должны быть определены из следующих бесконечных систем линейных алгебраических уравнений

$$h_{mn} X_{mn} + \sum_{l=1}^{\infty} a_{lmn}^{(2)} Y_{ln} + \sum_{l=1}^{\infty} b_{lmn}^{(1)} U_{lm} = 0; \quad (m, n, = 0, 2, 4 \cdots);$$

$$h_{mn} X_{mn} + \sum_{l=1}^{\infty} a_{lmn}^{(1)} z_{ln} + \sum_{l=1}^{\infty} b_{lmn}^{(1)} V_{lm} = 0; \quad m, n, = 1, 3, 5 \cdots);$$

$$f_{ln} Y_{ln} + \sum_{m=0,2\ldots}^{\infty} a_{lmn}^{(2)} X_{mn} + \sum_{m=0,2\ldots}^{\infty} b_{lmn}^{(2)} U_{lm} = 0; \quad \begin{pmatrix} l = 1, 2 \cdots \\ n = 0, 2, 4 \cdots \end{pmatrix};$$

$$f_{ln} Y_{ln} + \sum_{m=0,2}^{\infty} a_{lmn}^{(2)} X_{mn} + \sum_{m=0,2}^{\infty} b_{lmn}^{(2)} V_{lm} = 0; \quad \begin{pmatrix} l = 1, 2 \cdots \\ n = 1, 3, 5 \cdots \end{pmatrix};$$

$$d_{ln}z_{ln} + \sum_{m=1,3}^{\infty} a_{lmn}^{(2)} X_{mn} + \sum_{m=1,3\cdots}^{\infty} b_{lmn}^{(2)} U_{lm} = 0; \qquad \begin{pmatrix} l = 1, 2 \cdots \\ n = 0, 2, 4 \cdots \end{pmatrix}$$

(9)

$$d_{ln} z_{ln} + \sum_{m=1,3}^{\infty} a_{lmn}^{(3)} X_{mn} + \sum_{m=1,3}^{\infty} b_{lmn}^{(2)} V_{lm} = 0 \quad \begin{pmatrix} l = 1, 2 \cdots \\ n = 1, 3, 5 \cdots \end{pmatrix};$$

$$c_{lm} U_{lm} + \sum_{n=0,2\cdots}^{\infty} a_{lmn}^{(3)} X_{mn} + \sum_{n=0,2}^{\infty} b_{lmn}^{(1)} Y_{lm} = \frac{\nu}{2\nu - 1} a_{ln} \begin{pmatrix} l = 1, 2 \cdots \\ m = 0, 2, 4 \cdots \end{pmatrix};$$

$$c_{lm} U_{lm} + \sum_{m=0,2\cdots}^{\infty} a_{lmn}^{(3)} X_{mn} + \sum_{n=0,2}^{\infty} b_{lmn}^{(1)} z_{ln} = \frac{\nu}{2\nu - 1} a_{lm} \begin{pmatrix} l = 1, 2 \cdots \\ m = 1, 3, 5 \cdots \end{pmatrix};$$

$$e_{lm} V_{lm} + \sum_{n=1,3\cdots}^{\infty} a_{lmn}^{(3)} X_{mn} + \sum_{n=1,3}^{\infty} b_{lmn}^{(3)} z_{ln} = \frac{\nu}{2\nu - 1} a_{lm} \begin{pmatrix} l = 1, 2 \cdots \\ m = 0, 2, 4 \cdots \end{pmatrix};$$

$$e_{lm} V_{lm} + \sum_{n=1,3\cdots}^{\infty} a_{lmn}^{(3)} X_{mn} + \sum_{n=1,3}^{\infty} b_{lmn}^{(3)} z_{ln} z = \frac{\nu}{2\nu - 1} a^{lm} \begin{pmatrix} l = 1, 2 \cdots \\ m = 1, 3, 5 \cdots \end{pmatrix}.$$

где $a_{lm}$ коэффициент разложения функции $f(x, y)$ в ряд Фурье, в области $(0 < x < a,\ 0 < y < b)$,

$$h_{mn} = \frac{b}{a} \cdot \frac{(3 - 4\nu) \operatorname{th} k_{mn} a - \dfrac{k_{mn} a}{\operatorname{ch}^2 k_{mn} a}}{k_{mn}};$$

$$f_{ln} = \frac{k_{ln}}{\alpha_l} \frac{\operatorname{sh} k_{ln} b + k_{ln} b}{\operatorname{ch} k_{ln} b - 1}; \quad d_{ln} = \frac{k_{ln}}{\alpha_l} \frac{\operatorname{sh} k_{ln} b - k_{ln} b}{\operatorname{ch} k_{ln} b + 1};$$

$$c_{lm} = \frac{b}{c} \frac{k_{lm}}{\alpha_l} \frac{\operatorname{sh} k_{lm} c + k_{lm} c}{\operatorname{ch} k_{lm} c - 1};$$

$$e_{lm} = \frac{b}{c} \frac{k_{lm}}{\alpha_l} \frac{\operatorname{sh} k_{lm} c - k_{lm} c}{\operatorname{ch} k_{lm} c + 1}; \quad a_{lmn}^{(1)} = \frac{4(-1)^{m+l-1}}{a} \frac{\beta_m^2 - \nu(\beta_m^2 + k_{ln}^2)}{(\beta_m^2 + k_{ln}^2)^2}$$

$$b_{lmn}^{(1)} = \frac{4(-1)^{l+n-1}}{a} \frac{\gamma_n^2 - \nu(k_{lm}^2 + \gamma_n^2)}{(\gamma_n^2 + k_{lm}^2)^2};$$

$$a_{lmn}^{(2)} = \frac{8(-1)^{l-1} \cdot \alpha_l}{b(\alpha_l^2 + k_{mn}^2)} \left( \nu - \frac{\beta_m^2}{\alpha_l^2 + k_{mn}^2} \right);$$

$$b_{lmn}^{(2)} = \frac{8(-1)^n}{b \cdot \alpha_l} \cdot \frac{\nu\alpha_l^2 k_{lm}^2 + \gamma_n^2(\beta_m^2 + \nu\alpha_l^2)}{(k_{lm}^2 + \gamma_n^2)^2};$$

(10)

$$a_{lmn}^{(3)} = \frac{8}{c} \frac{(-1)^{l-1} \cdot \alpha_l}{(\alpha_l^2 + k_{mn}^2)} \left( \nu - \frac{\gamma_n^2}{\alpha_l^2 + k_{mn}^2} \right);$$

$$b^{(3)}_{lmn} = \frac{8(-1)^m}{c\alpha_l} \cdot \frac{\nu\alpha_l^2 k_{ln}^2 + \beta_m^2(\gamma_n^2 + \nu\alpha_l^2)}{(\beta_m^2 + k_{ln}^2)^2}.$$

Докажем регулярность бесконечных систем (9). Для суммы абсолютных значений коэффициентов уравнений первой бесконечной системы (9) будем иметь:

$$S^{(1)}_{mn} = \sum_{l=1}^{\infty}\left|\frac{a^{(1)}_{lmn}}{h_{mn}}\right| + \sum_{l=1}^{\infty}\left|\frac{b^{(1)}_{lmn}}{h_{mn}}\right| = \frac{(1+2\nu)\,\mathrm{th}\,k_{mn}a - \dfrac{k_{mn}a(1-2\nu)}{\mathrm{ch}^2 k_{mn}a}}{(3-4\nu)\,\mathrm{th}\,k_{mn}a - \dfrac{k_{mn}a}{\mathrm{ch}^2 k_{mn}a}}$$

$$\lim_{\substack{m\to\infty \\ \text{или} \\ n\to\infty}} S^{(1)}_{mn} = \frac{1+2\nu}{3-4\nu} < 1; \quad \text{при}\left(0 < \nu < \frac{1}{3}\right).$$

Подставляя из первой системы (9) $X_{mn}$ в третью систему, получаем новую систему для $Y_{ln}$ и $U_{lm}$

$$f_{ln}Y_{ln} - \sum_{m=0,2}^{\infty} a^{(2)}_{lmn}\left(\sum_{l=1}^{\infty}\frac{a^{(1)}_{lmn}}{h_{mn}}Y_{ln} + \sum_{l=1}^{\infty}\frac{b_{lmn}}{h_{mn}}U_{lm}\right) + \sum_{l=1}^{\infty} b^{(2)}_{lmn}U_{lm} = 0. \qquad (12)$$

Для суммы абсолютных значений коэффициентов системы (12) будем иметь оценку

$$S^{(2)}_{ln} = \frac{1+2\nu}{3-4\nu}\cdot\frac{\alpha_l^2}{k_{ln}}\left|\frac{16}{b}\sum_{m=0,2}^{m}\frac{\nu k_{ln}^2 - (1-\nu)\beta_m^2}{(\beta_m^2 + k_{ln}^2)^2} + (1-2\nu)\,\mathrm{cth}\,\frac{k_{ln}b}{2} - \frac{4\nu}{k_{ln}b} - \right.$$

$$\left. - \frac{k_{ln}b}{2\,\mathrm{sh}^2\dfrac{k_{ln}b}{2}}\right| + \left|1 - (1-2\nu)\frac{\alpha_l^2}{k_{ln}^2}\right|\mathrm{cth}\,\frac{k_{ln}b}{2} + \frac{4\nu\alpha_l^2}{bk_{ln}^3} - \frac{\alpha_l^2 b}{2k_{ln}\,\mathrm{sh}^2\dfrac{k_{ln}b}{2}}.$$

Для конечной суммы

$$S^{(m_0)}_{ln} = \frac{16\alpha_l^2}{bk_{ln}}\sum_{m=0,2}^{m_0}\frac{\nu k_{ln}^2 - (1-\nu)\beta_m^2}{(\beta_m^2 + k_{ln}^2)}$$

Имеем оценку ([3])

$$S^{(m_0)}_{ln} < \frac{4}{\pi}\frac{\alpha_l^2}{k_{ln}^2}\left|\sqrt{\nu(1-\nu)} - (1-2\nu)\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{\nu}{1-\nu}}\right|. \qquad (13)$$

Имея в виду (13), для $S^{(2)}_{ln}$ получаем оценку

$$S^{(2)}_{ln} < \left|1 - \frac{2(1-2\nu)(1-3\nu)}{3-4\nu}\frac{\alpha_l^2}{k_{ln}^2}\right|\mathrm{cth}\,\frac{k_{ln}b}{2} + \frac{8\nu\alpha_l^2}{bk_{ln}^3}\cdot\frac{1-3\nu}{3-4\nu} +$$

$$+ \frac{1+2\nu}{3-4\nu}\frac{\alpha_l^2}{k_{ln}^2}\cdot\frac{4}{\pi}\left|\sqrt{\nu(1-\nu)} - (1-2\nu)\,\mathrm{arc\,tg}\sqrt{\frac{\nu}{1-\nu}}\right| -$$

$$-\frac{k_{1n} b}{2\operatorname{sh}^2\frac{k_{1n} b}{2}}\left|\frac{\gamma_n^2}{k_{1n}^2}+\frac{(1+2\nu)}{3-4\nu}\cdot\frac{\alpha_l^2}{k_{1n}^2}\right|;$$

$$\lim_{n\to\infty} S_{ln}^{(2)} \leq 1; \text{ при } (0 < \nu \leq 0{,}25);$$

или $l \to \infty$

Нетрудно заметить, что свободные члены бесконечной системы (9) будут ограничены сверху и имеют порядок не ниже чем $\frac{1}{k_{lm}}$, если внешняя нагрузка удовлетворяет условиям Дирихле ([2]).

Ереванский политехнический институт

Ս. Մ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

**Ուղղանկյուն պրիզմայի առաձգական հավասարակշռության մեկ խառը խնդրի մասին**

*Դիտարկվում է ուղղանկյուն պրիզմայի առաձգական հավասարակշռության մեկ խառը խնդիր, երբ պրիզմայի* ($y = 0, b$; $z = 0, c$) *կողմնային հարթությունների վրա տրված են լարումները, իսկ* ($x = \pm a$) *նիստերի վրա՝ տեղափոխությունները։*

*Լամեյի հավասարումների լուծումը փնտրվում է Ֆուրյեի կրկնակի շարքերի տեսքով, որոնք պարունակում են անհայտ գործակիցներով հիպերբոլա-եռանկյունաչափական ֆունկցիաներ։ Այդ գործակիցների որոշումը բերվում է գծային հավասարումների անվերջ սիստեմների լուծման, ցույց է տրված, որ այդ սիստեմները կվազի ռեգուլյար են և ունեն վերևից սահմանափակ և զրոյի ձգտող ազատ անդամներ։*

## ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *А. А. Баблоян, С. М. Саакян*, „Известия АН Арм ССР", серия физ.-мат. наук, т. XVII, № 6 (1964). [2] *Л. В. Канторович, В. И. Крылов.* Приближенные методы высшего анализа, Гостехиздат, 1950. [3] *С. М. Саакян*, ДАН Арм ССР, т. XL, № 1 (1965).