ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

XLI 1965 1

ФИЗИКА

А. Д. Газазян и В. О. Чалтыкян

Ионизация атома водорода под действием интенсивного электромагнитного излучения

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 21/I 1965)

Ионизация атомов под действием сильного поля электромагнитного излучения представляет определенный теоретический и экспериментальный интерес в связи с появлением мощных источников электромагнитного излучения. В литературе имеется много работ, посвященных этому вопросу ([1-4]).

В данной работе, следуя идее работы ([2])*, мы рассмотрим ионизацию атома водорода в поле интенсивного электромагнитного излучения с круговой поляризацией с поглощением нескольких квантов света. Расчеты проведены для атома водорода, несмотря на то, что они верны и для водородоподобных атомов.

Время пролета электрона через барьер, ширина которого

$$l \sim \frac{E}{e\mathrm{E}},$$

где E — энергия электрона, E — напряженность электрического поля, равно

$$t \sim \frac{l}{v} = \frac{E}{e\mathrm{E}v} = \frac{mv}{2e\mathrm{E}},$$

где v — скорость электрона. Отсюда ясно, что если частота внешнего поля намного меньше чем $\frac{2e\mathrm{E}}{mv}$, т. е.

$$\frac{2e\mathrm{E}}{mv\omega} \gg 1, \tag{1}$$

то процесс имеет характер тунельного эффекта в постоянном электрическом поле, и вероятность его может быть вычислена по формуле

* Мы благодарны Л. В. Келдышу, любезно ознакомившему нас со своей работой до ее опубликования.

$$w = \frac{4m^3e^9}{E\hbar^7} \exp\left(-\frac{2m^2e^3}{3\hbar^4 E}\right)$$

(см., например, ([5])).

При обратном неравенстве, т. е.

$$\frac{2eE}{mv\omega} \ll 1, \tag{2}$$

процесс носит многофотонный характер. Как показано в работе ([2]), природа этих двух эффектов одинакова. Обозначая $\gamma = \frac{eE}{m\omega c}$ и $\beta = \frac{v}{c}$, условие (2) можно переписать в виде

$$\frac{2\gamma}{\beta} \ll 1. \tag{2'}$$

Рассмотрим уравнение Шредингера для электрона в переменном электрическом поле

$$i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} = \left(\frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + e\vec{E}(t)\,\vec{r}\right)\psi. \tag{3}$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{\frac{i}{\hbar}\vec{q}(t)\vec{r} - \frac{i}{\hbar}\int^{t} \frac{1}{2m}\vec{q}(t)^2 dt}, \tag{4}$$

где V — нормировочный объем

$$\vec{q}(t) = \vec{p} - \int^{t} e\vec{E}(t)\,dt. \tag{5}$$

(В работе ([7]) выписана волновая функция для частного случая линейной поляризации внешнего поля).

Среднее значение по времени квадрата $\vec{q}(t)$ представляет собой квадрат „среднего эффективного" импульса $p_{эфф.}$ электрона в электромагнитном поле (см. (11))

$$\overline{\vec{q}(t)^2} = p^2_{эфф}. \tag{6}$$

Вычислим теперь вероятность перехода электрона из основного состояния в состояние, описываемое волновой функцией (4), в дипольном приближении. Отметим, что эффект электрического поля учитывается в выражении для волновой функции свободного состояния (4), т. е. в ускорении свободного электрона внешним полем.

Матричный элемент перехода непосредственно с основного состояния в сплошной спектр имеет вид:

$$M_{f,i} = -\frac{i}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} V_{f,i}(t)\, e^{-\frac{i}{\hbar}E_0 t}\, dt. \tag{6}$$

Здесь E_0 — энергия электрона атома водорода в основном состоянии, а

$$V_{f,i}(t) = \int \psi_f^* e\, \vec{\mathrm{E}}(t)\, \vec{r}\, \psi_i\, d\vec{r}, \tag{7}$$

где ψ_f — задается выражением (4) и (5), а

$$\psi_i = \frac{1}{\sqrt{\pi r_0^3}}\, e^{-\frac{r}{r_0}},$$

$r_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = 0{,}529 \cdot 10^{-8}$ *см* — радиус первой боровской орбиты атома водорода.

После вычисления интеграла (7) получим

$$V_{f,i}(t) = -32\pi i\hbar^5 \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{\pi r_0^3}} \frac{1}{r_0} \frac{e\vec{\mathrm{E}}(t)\vec{q}(t)}{\left[\vec{q}(t)^2 + \left(\frac{\hbar}{r_0}\right)^2\right]^3}\, e^{\frac{i}{\hbar}\int^{t} \frac{1}{2m}\vec{q}(t)^2 dt} \tag{8}$$

Теперь рассмотрим случай круговой поляризации электрического поля, вектор поляризации которого вращается в плоскости (x, y):

$$\vec{\mathrm{E}}(t)\,\{\mathrm{E}\cos\omega t,\ \mathrm{E}\sin\omega t,\ 0\}, \tag{9}$$

тогда

$$V_{f,i}(t) =$$

$$= -32\pi i\hbar^5 \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{\pi r_0^3}} \frac{1}{r_0} \frac{eEp\sin\vartheta\cos(\omega t - \Phi)}{\left[p^2_{\text{эфф}} - 2\frac{e\mathrm{E}}{\omega}\sin\vartheta\sin(\omega t - \Phi) + \left(\frac{\hbar}{r_0}\right)^2\right]^3} \times$$

$$\times\, e^{-\frac{i}{\hbar}\frac{p^2_{\text{эфф}}}{2m}t + \frac{i}{\hbar}\frac{e\mathrm{E}p}{m\omega^2}\sin\vartheta\cos(\omega t - \Phi)}, \tag{10}$$

где ϑ и Φ сферические углы вектора импульса электрона $\vec{p}$, а

$$p^2_{\text{эфф}} = \overline{\vec{q}(t)^2} = p^2\left(1 + \frac{\gamma^2}{\beta^2}\right). \tag{11}$$

При выполнении условия (2′) отсюда следует, что

$$p_{\text{эфф}} \approx p \tag{12}$$

и, кроме этого, мы можем пренебречь зависимостью от времени в предэкспоненциальном множителе выражения (10). Тогда, разлагая экспоненту по функциям Бесселя

$$e^{ix\cos(\omega t-\Phi)} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_s(x)\, e^{is\left(\frac{\pi}{2}+\Phi\right)} e^{-is\omega t}$$

и используя следующее соотношение

$$J_{s-1}(x) - J_{s+1}(x) = 2J'_s(x),$$

мы приходим к следующему выражению для $V_{f,i}(t)$

$$V_{f,i}(t) = -32\pi\hbar^5 \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{\pi r_0^3}} \frac{1}{r_0} \frac{eEp\sin\vartheta}{\left[p^2+\left(\frac{\hbar}{r_0}\right)^2\right]^3} \times$$

$$\times \sum_{s=-\infty}^{\infty} J'_s(x)\, e^{is\frac{\pi}{2}} e^{is\Phi} e^{\frac{i}{\hbar}\left(\frac{p^2}{2m}-s\hbar\omega\right)t}, \tag{13}$$

здесь $x = \gamma \dfrac{pc}{\hbar\omega}\sin\vartheta$.

Подставляя (13) в выражение (6) и производя интегрирование по времени, окончательно получим для матричного элемента перехода следующее

$$M_{f,i} = \sum_{s=0}^{\infty} M^s_{f,i}, \tag{14}$$

где $M^s_{f,i}$, с точностью до фазового множителя, есть

$$M^s_{f,i} = 32\pi\hbar^4 \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{\pi r_0^3}} \frac{1}{r_0} \frac{eEp\sin\vartheta}{\left[p^2+\left(\frac{\hbar}{r_0}\right)^2\right]^3} J_s(x) \times$$

$$\times 2\pi\hbar\delta\left(\frac{p^2}{2m} - s\hbar\omega - E_0\right). \tag{15}$$

Из формулы (14) и (15) явно видно, что мы имеем дело с многофотонным процессом, закон сохранения энергии которого имеет вид

$$s\hbar\omega = \frac{p^2}{2m} + I_0, \tag{16}$$

где $I_0 = -E_0$ потенциал ионизации.

Дифференциальная вероятность перехода за единицу времени с поглощением s фотонов будет

$$dW_s = \frac{|M^s_{f,i}|^2}{T} \frac{d\vec{p}\,V}{(2\pi\hbar)^3}. \tag{17}$$

где T время наблюдения. Подставляя сюда выражение (15) и производя интегрирование, окончательно получим

$$W_s = 2 \cdot 16^2 \cdot \gamma^2 \frac{\hbar\omega}{mc^2}\left(mc\frac{r_0}{\hbar}\right)^4 \cdot \omega\left(p\frac{r_0}{\hbar}\right)^3 \frac{1}{\left[1+\left(p\frac{r_0}{\hbar}\right)^2\right]^6} \times$$

$$\times \int_0^{\pi} J_s'^2\left(\gamma\frac{pc}{\hbar\omega}\sin\vartheta\right)\sin^3\vartheta\, d\vartheta. \qquad (18)$$

Рассмотрим случай, когда

$$s \gg \left(\gamma\frac{pc}{\hbar\omega}\right)^2, \qquad (19)$$

тогда

$$J_s\left(\gamma\frac{pc}{\hbar\omega}\sin\vartheta\right) \approx \frac{\gamma^{s-1}}{2^s}\left(\frac{pc}{\hbar\omega}\right)^{s-1}\sin^{s-1}\vartheta\,\frac{1}{(s-1)!}.$$

Подставляя это в (18) и производя интегрирование по ϑ, получим

$$W_s = 2^7 \cdot \omega\eta^{7/2}\,\frac{(\alpha\varepsilon)^s}{(2s+1)!} \cdot s^2\,\frac{\sqrt{\varepsilon}}{(1+\eta\varepsilon)^6}, \qquad (20)$$

где

$$\alpha = 2\gamma^2\frac{mc^2}{\hbar\omega},$$

$$\eta = 2mc^2\hbar\omega\,\frac{1}{\left(\frac{\hbar}{r_0}\right)^2 c^2},$$

ε — энергия электрона в единицах энергии фотона

$$\varepsilon = \frac{E}{\hbar\omega}.$$

При больших s $(2s+1)! \approx 2s(2s)!$. Применяя формулу Стирлинга, имеем

$$W_s = 32\omega\eta^{7/2}\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{s}\left(\frac{\lambda\varepsilon}{s^2}\right)^s\frac{\sqrt{\varepsilon}}{(1+\eta\varepsilon)^6}, \qquad (21)$$

где $\lambda = \alpha\left(\frac{e}{2}\right)^2$, e — основание натурального логарифма. Используя закон сохранения энергии

$$s = \varepsilon + \varepsilon_0; \quad \varepsilon_0 = \frac{I_0}{\hbar\omega},$$

окончательно получим

Таблица

Напряженность электрического поля E ($в/см$)	Вероятность ионизации при $S < S_0$ (формула тунельного эффекта) W' ($сек^{-1}$)	Минимальное число поглощенных квантов $S_0 = \min S$	Вероятность ионизации при $S \geq S_0$ W'_S $(сек)^{-1}$ (формула многофотонного эффекта)				
			$S = S_0 + 1$	$S = S_0 + 2$	$S = S_0 + 3$	$S = S_0 + 10$	$S = S_0 + 100$
10^6	$5{,}8 \cdot 10^{-1491}$	$S_0 = 2\gamma^2 \frac{mc^2}{\hbar\omega} +$ [illegible]; $S_0 = \varepsilon^0$ [illegible]	$4{,}2 \cdot 10^{-34}$	$2 \cdot 10^{-38}$	$1{,}04 \cdot 10^{-50}$	$2{,}5 \cdot 10^{-75}$	$7{,}4 \cdot 10^{-575}$
$5 \cdot 10^6$	$9{,}8 \cdot 10^{-283}$		$1{,}8 \cdot 10^{-21}$	$1{,}7 \cdot 10^{-23}$	$1{,}9 \cdot 10^{-32}$	$3{,}6 \cdot 10^{-50}$	$4{,}8 \cdot 10^{-424}$
10^7	$6{,}5 \cdot 10^{-132}$		$2{,}6 \cdot 10^{-16}$	$1{,}6 \cdot 10^{-17}$	$9{,}6 \cdot 10^{-25}$	$2{,}4 \cdot 10^{-39}$	$2 \cdot 10^{-402}$
$5 \cdot 10^7$	$1{,}02 \cdot 10^{-11}$	$S_0 = \varepsilon_0 + 1$	$2{,}1 \cdot 10^{-3}$	$3{,}3 \cdot 10^{-4}$	$6{,}3 \cdot 10^{-8}$	$8{,}0 \cdot 10^{-16}$	$7{,}2 \cdot 10^{-209}$
10^8	$6{,}6 \cdot 10^9$	$S_0 = \varepsilon_0 + 3$	$6{,}1 \cdot 10^2$	$1{,}0 \cdot 10^2$	$2{,}5 \cdot 10^{-1}$	$1{,}3 \cdot 10^{-6}$	$8{,}1 \cdot 10^{-147}$

$$W_s = 32\omega\eta^{7/2}\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\lambda\frac{s-\varepsilon_0}{s^2}\right)^s\frac{\sqrt{s(s-\varepsilon_0)}}{[1+\eta(s-\varepsilon_0)]^6}. \tag{22}$$

Последняя формула применима для значения энергии

$$s \gg 2\gamma^2\frac{mc^2}{\hbar\omega},$$

которая получается из формулы (2').

Приведем таблицу для различных значений вероятности ионизации в зависимости от напряженности внешнего поля и от числа поглощенных квантов света при $\hbar\omega = 1{,}8$ *эв*.

В заключение выражаем благодарность профессору М. Л. Тер-Микаеляну за многочисленные и весьма полезные обсуждения.

Объединенная радиационная лаборатория
Академии наук Армянской ССР
и Ереванского государственного университета

Ա. Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Խ. Վ. Հ. ԶԱԼԹԻԿՅԱՆ

Ջրածնի ատոմի իոնիզացիան ինտենսիվ էլեկտրամագնիսական ճառագայթման ներգործությամբ

Աշխատանքում դիտարկված է ջրածնի ատոմի իոնիզացիան շրջանային բևեռացված ինտենսիվ էլեկտրամագնիսական ճառագայթման դաշտում: Ցույց է տրված, որ

$$\frac{2eE}{mv\omega} \ll 1$$

պայմանի առկայության դեպքում պրոցեսն ունի բազմաֆոտոնային բնույթ, որի հավանականությունը արտահայտված է (22) բանաձևով: Հակառակ պայմանի դեպքում պրոցեսն ունի հաստատուն էլեկտրական դաշտում թունելային էֆեկտի բնույթ: Չնայած հաշվումները բերված են ջրածնի ատոմի համար, սակայն ստացված արդյունքները կարելի է կիրառել նաև ջրածնանման ատոմների դեպքում: Հոդվածի վերջում բերված թվային գնահատումները կարող են ծառայել էքսպերիմենտալ նպատակների համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Ю. Р. Оппенгеймер.* Phys. Rev. 31, 66, 1928. [2] *Л. В. Келдыш.* ЖЭТФ, 47, 1945 (1964). [3] *Ф. В. Бункин, А. М. Прохоров.* ЖЭТФ, 46, 1090 (1964). [4] *Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер.* ЖЭТФ, 47, 1150 (1964). [5] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Квантовая механика, Физматгиз, 1963.