ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XXXIX 1964 2

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Ю. М. Айвазян и Д. М. Седракян

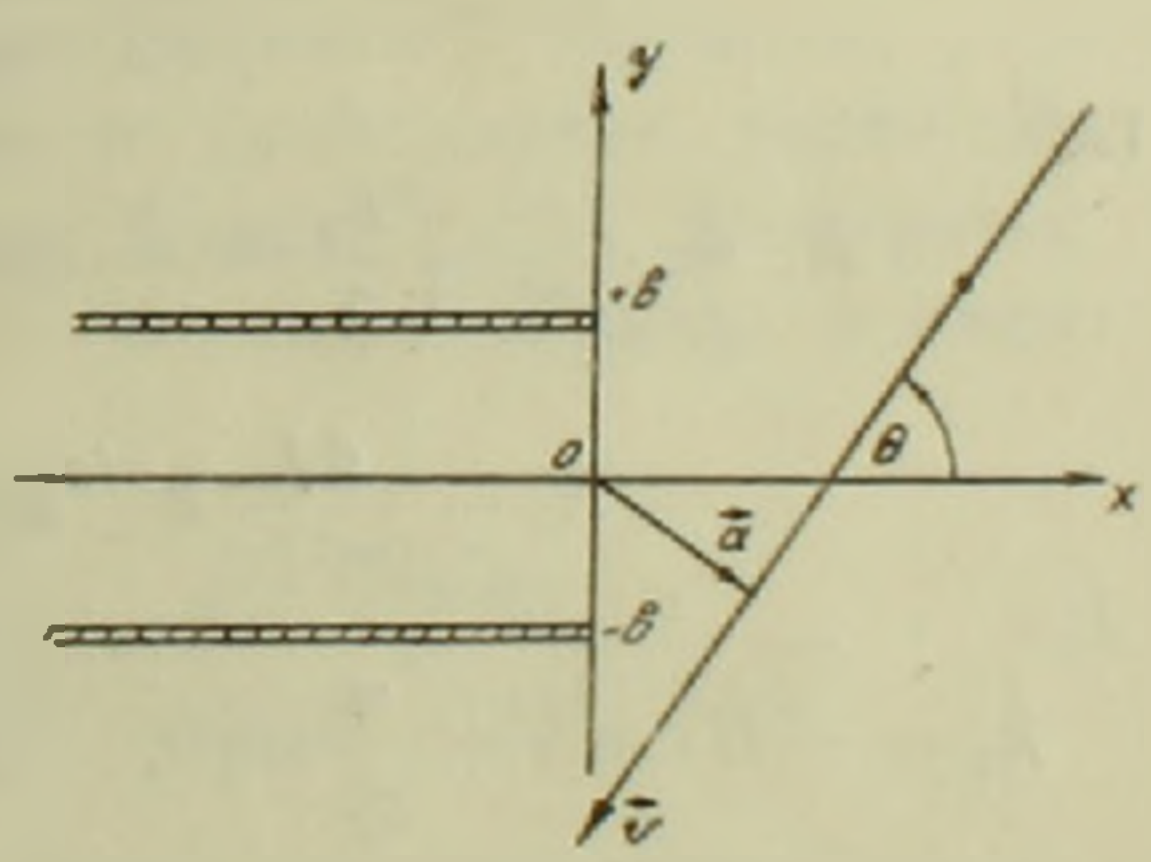
Возбуждение электромагнитных волн в плоском полубесконечном волноводе заряженной частицей

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР. Г. М. Гарибяном 1/III 1964)

В работах ([1-6]) было рассмотрено излучение, появляющееся при пролете заряженных источников мимо оптических неоднородностей. В частности, в работах ([1-3]) рассматривалось возбуждение электромагнитных волн в плоских волноводах (две полубесконечные идеально проводящие параллельные полуплоскости) линейными заряженными источниками. Эти задачи решаются точно с помощью метода Винера-Хопфа ([7]).

В настоящей работе мы рассмотрим возбуждение электромагнитных волн внутри полубесконечного плоского волновода равномерно движущейся заряженной частицей. Кроме того, получим поля излучения в пространстве вне волновода.

Пусть частица с зарядом e движется с постоянной скоростью $\vec{v}$ в плоскости (x, y) так, что не пересекает стенки волновода и проходит в момент $t=0$ на расстоянии $\vec{a}$ от начала координат (фиг. 1). Уравнения плоскостей имеют вид: $y=\pm b$, $x<0$, $-\infty<z<\infty$.



Фиг. 1

Полное поле будем искать в виде суммы двух полей: поля равномерно движущейся частицы в пустоте и полей излучения $\vec{E}^1=\vec{E}^0+\vec{E}$. Ищем компоненты полей излучения E_x и E_z. Остальные компоненты выражаются через E_x и E_z при помощи уравнений Максвелла. Компоненты E_x и E_z ищем в виде:

$$E_{x,z}(x, y, z, t)=\int \varepsilon_{x,z}(\alpha, q, \omega, y)\, e^{-i\alpha x-iqz-i\omega t}\, d\alpha\, dq\, d\omega. \tag{1}$$

Так как $E_{x,z}$ удовлетворяют однородному волновому уравнению Даламбера, а также непрерывны при $y=\pm b$, то для $\varepsilon_{x,z}$ получим следующее выражение

$$\varepsilon_{x,z}(y)=\begin{cases}(C_{x,z}+D_{x,z}e^{2\lambda b})\,e^{-\lambda y} & \text{при}\quad y>b\\ C_{x,z}e^{-\lambda y}+D_{x,z}e^{\lambda y} & \text{при}\quad |y|<b\\ (C_{x,z}e^{2\lambda b}+D_{x,z})\,e^{\lambda y} & \text{при}\quad y<-b,\end{cases}\tag{2}$$

где

$$\lambda=\sqrt{\alpha^2-p^2},\quad p^2=k^2-q^2,\quad k^2=\frac{\omega^2}{c^2},\quad \operatorname{Im}k=\delta>0,\quad \operatorname{Re}\lambda>0$$

при $|\operatorname{Im}\alpha|<\delta$.

Нам нужно найти неизвестные функции $C_{x,z}(\alpha)$ и $D_{x,z}(\alpha)$. Учитывая тот факт, что функции $d\varepsilon_{x,z}(y)/dy$ имеют скачок при $y=\pm b$, $x<0$ и непрерывны при $y=\pm b$, $x>0$, мы можем функции $C_{x,z}$ и $D_{x,z}$ выразить через другие функции $P^-_{x,z}$ и $Q^-_{x,z}$ по соотношениям $\lambda^{-1}P^-_{x,z}=(C_{x,z}-D_{x,z})\,e^{\lambda b}$ и $\lambda^{-1}Q^-_{x,z}=-(C_{x,z}+D_{x,z})e^{\lambda b}$, которые определяются из системы функциональных уравнений типа Винера-Хопфа

$$\begin{aligned}P^+_{x,z}+\sigma^-_{x,z}&=-2\lambda^{-1}K(\alpha)\,Q^-_{x,z},\\ Q^+_{x,z}+\tau^-_{x,z}&=-2bL(\alpha)\,P^-_{x,z},\end{aligned}\tag{3}$$

где $P^+_{x,z}$ и $Q^+_{x,z}$ голоморфны в верхней полуплоскости комплексного переменного α, а $Q^-_{x,z}$, $P^-_{x,z}$, $\sigma^-_{x,z}$, $\tau^-_{x,z}$ голоморфны в нижней полуплоскости. Функции $\tau^-_{x,z}$ и $\sigma^-_{x,z}$ определяются из граничных условий $E^1_{x,z}=0$ при $y=\pm b$, $x<0$. Уравнения (3) решаются методом Джонса ([8]), в результате получим

$$\begin{aligned}Q^-_{x,z}&=\frac{R_{x,z}}{2}\,\frac{\sqrt{\alpha-p}\cdot\sqrt{k_2+p}}{K^-(\alpha)\,K^+(k_2)\,(\alpha-k_2)}+a_{x,z}\\ P^-_{x,z}&=-\frac{S_{x,z}}{2}\,\frac{1}{L^-(\alpha)\,L^+(k_2)\,(\alpha-k_2)}+b_{x,z},\end{aligned}\tag{4}$$

где

$$R_x=\frac{e}{2\pi^2lc}\left(\frac{k_2}{\beta}-\frac{\omega}{c}\cos\theta\right)e^{-la}\cos k_1b,\quad S_x=iR_x\operatorname{tg}k_1b,$$

$$R_z=\frac{eq}{2\pi^2lv}\,e^{-la}\cos k_1b,\qquad S_z=iR_z\operatorname{tg}k_1b,$$

$$k_1=-il\cos\theta+\frac{\omega}{c\beta}\sin\theta,\qquad k_2=il\sin\theta+\frac{\omega}{c\beta}\cos\theta,\quad l=\sqrt{q^2+k^2\gamma^2},$$

$$\gamma^2=\frac{1-\beta^2}{\beta^2},\quad \beta=\frac{v}{c},\quad \text{а}\quad K(\alpha)=K^+(\alpha)\,K^-(\alpha)=e^{-\lambda b}\operatorname{ch}\lambda b$$

$$\text{и}\quad L(\alpha)=L^+(\alpha)\,L^-(\alpha)=\frac{1}{\lambda b}\,e^{-\lambda b}\operatorname{sh}\lambda b,\qquad a_z=b_z=0$$

$$a_x=\frac{(pR_x+qR_z)\sqrt{\alpha-p}}{2p\sqrt{p+k_2}\,K^+(k_2)\,K^-(\alpha)},\qquad b_x=-\frac{pS_x-qS_z}{2bp\,(p+k_2)\,L^+(k_2)\,L^-(\alpha)}.$$

Функции $K^+(\alpha)$ и $L^+(\alpha)$ голоморфны в верхней полуплоскости α, а $K^-(\alpha)$ и $L^-(\alpha)$ — в нижней полуплоскости. Эти функции можно найти, например в ([7]).

Используя связь $P^-_{x,z}$ и $Q^-_{x,z}$ с $C_{x,z}$ и $D_{x,z}$ и (2), получим выражения для компонентов полей $E_{x,\omega}$ и $E_{z,\omega}$. Компонента $E_{y,\omega}$ определяется из условия $\operatorname{div}\vec{E}=0$. Рассмотрим поля излучения при $|y|<b$. Компоненты электрического вектора $\vec{E}$ поля излучения имеют вид:

$$E_{x,z,\omega}=-\int(\lambda^{-1}Q^-_{x,z}\operatorname{ch}\lambda y+\lambda^{-1}P^-_{x,z}\operatorname{sh}\lambda y)\,e^{-\lambda b-iqz-i\alpha x}\,d\alpha dq$$

$$E_{y,\omega}=-i\int[(\alpha Q^-_x+qQ^-_z)\operatorname{sh}\lambda y+(\alpha P^-_x+qP^-_z)\operatorname{ch}\lambda y]\,\frac{e^{-\lambda b-iqz-i\alpha x}}{\lambda^2}\,d\alpha dq. \quad (5)$$

Компоненты магнитного вектора $\vec{H}$ находим из уравнений

$$\operatorname{rot}\vec{E}_{,\omega}=\frac{i\omega}{c}\vec{H}_{,\omega}.$$

Подынтегральное выражение всех компонент полей не имеет точек ветвления в верхней полуплоскости комплексного переменного α. Следовательно, при $x<0$, т. е. внутри волновода, пути интегрирования по α можно замкнуть сверху и интегралы сведутся просто к вычислению вычетов. При этом вычеты в полюсах $\alpha=k_2$ дают поле частицы в пустоте, но только с обратным знаком, т. е. нейтрализует поле частицы в волноводе. Полюса при $\operatorname{sh}\lambda b=0$, т. е. в точках $\alpha_{2m}=\sqrt{p^2-\frac{\pi^2(2m)^2}{4b^2}}$, $m=\pm 1, \pm 2, \pm\cdots$ и при $\operatorname{ch}\lambda b=0$ в точках $\alpha_{2m+1}=\sqrt{p^2-\frac{\pi^2(2m+1)^2}{4b^2}}$, $m=0, \pm 1, \pm 2, \pm\cdots$, дают собственные волноводные волны, возбужденные пролетающей частицей.

Полюс при $\alpha=p$ появляется только в компонентах полей E_y, H_x, H_z. Эти волны типа ТЕМ, которые не зависят от y. Электрический вектор этих волн перпендикулярен стенкам волновода и имеет вид:

$$E^{\text{TEM}}_{y,\omega}=-\frac{\pi}{b}\int_{-\infty}^{\infty}\left(pS_x+q\frac{k_2}{p}S_z\right)\frac{e^{-iqz-ipx}dq}{(p^2-k_2^2)L^-(p)L^+(k_2)}. \quad (6)$$

На больших расстояниях от начала координат внутри волновода интеграл по q можно взять по методу перевала. Тогда мы получим, что ТЕМ волны есть цилиндрические волны, распространяющиеся внутри волновода. Отметим, что собственные волны могут распространяться, начиная лишь с определенных частот. При частотах ω меньше $\frac{\pi c}{2b}$, на больших расстояниях от начала координат собственные волноводные волны экспоненциально затухают. Но волны типа ТЕМ рас-пространяются при всех частотах. Поэтому при $\omega < \frac{\pi c}{2b}$ внутри вол-новода будут распространяться только волны ТЕМ.

Интенсивность излучения в этом случае дается формулой:

$$I_\omega(\varphi) = \frac{e^2\beta^2}{\pi} \frac{e^{-2al}\left[\operatorname{ch}^2(bl\cos\theta) - \cos^2\left(\frac{bk}{\beta}\sin\theta\right)\right]}{b^2kr\,(1-\beta^2\sin^2\varphi\cos^2\theta)\cdot|L^-(k\sin\varphi)\,L^+(k_2)|^2}, \quad (7)$$

здесь φ угол между z и $\vec{r}$, $l = \frac{k}{\beta}\sqrt{1-\beta^2\sin^2\varphi}$. Когда траектория ча-стицы перпендикулярна стенкам волновода, т. е. $\theta = \frac{\pi}{2}$, формула (7) упрощается. В этом случае излучение пропорционально $\sin^2\frac{\omega}{v}b$, сле-довательно, исчезает при условии $\frac{\omega}{v}b = \pi m$. Это связано с тем, что такая волна не может возбуждаться, так как ее работа над зарядом равняется нулю ([1, 2, 8]).

Приведем еще выражение для $E_{x,\omega}$ и $E_{z,\omega}$ в пространстве вне волновода $|y| > b$

$$E_{x,z,\omega} = -\int (\lambda^{-1}Q^-_{x,z}\operatorname{ch}\lambda b \pm \lambda^{-1}P^-_{x,z}\operatorname{sh}\lambda b)\, e^{-\lambda|y| - iqz - i\alpha x}\, d\alpha\, dq, \quad (8)$$

верхний знак для $y > b$, а нижний — для $y < -b$.

Эти интегралы по α и q можно брать на больших расстояниях, дважды применяя метод перевала. Приведем формулу, по которой можно сразу написать результат такого интегрирования:

$$I = \int f(q,\alpha)\, e^{-i\alpha x - \lambda|y| - iqz}\, d\alpha\, dq = -2\pi ik\frac{e^{ikR}}{R}\sin\varphi\sin\vartheta\,\times$$

$$\times f(-k\cos\vartheta, -k\sin\vartheta\cos\varphi), \quad (9)$$

где

$$x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi, \quad z = R\cos\vartheta, \quad r = R\sin\vartheta.$$

Таким образом, поля излучения вне волновода представляют собой расходящиеся от начала координат сферические волны. Можно показать, что при $b \to 0$ интенсивность излучения во внешнем пространстве равна излучению от одной полуплоскости ([6]).

ЦНИ физико-техническая лаборатория
Академии наук Армянской ССР

ՅՈՒ. Մ. ՍՅՎԱՋՅԱՆ ԵՎ Դ. Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Էլեկտրամագնիսական ալիքների առաջացումը հարթ կիսաանվերջ ալիքատարում լիցքավորված մասնիկի կողմից

Այս աշխատանքում դիտարկված է էլեկտրամագնիսական ալիքների առաջացումը և տարածումը կիսաանվերջ հարթ ալիքատարում, երբ նրա միջով անցնում է լիցքավոր-

ած մասնիկը ցանկացած Ս արագությամբ: Գտնված են ճառագայթման դաշտերը ալիքատարի ներսում, որոնք բաղկացած են երկու տիպի ալիքներից՝ ալիքատարի սեփական ալիքներից և այսպես կոչված TEM ալիքներից, ցույց է տրված, որ $\omega < \frac{\pi c}{2l}$ հաճախականությունների դեպքում ալիքատարի սեփական ալիքները էքսպոնենցիալ մարում են մեծ հեռավորությունների վրա և տարածվում են միայն TEM ալիքները: Այդ հաճախականությունների համար հաշված է TEM ալիքների ինտենսիվության անկյունային բաշխումը: Բացի այդ, ցույց է տրված, որ ալիքատարից դուրս ճառագայթումը իրենից ներկայացնում է սֆերիկ ալիքներ և ստացված են արտահայտություններ նրանց դաշտերի համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Ю. М. Айвазян*, „Известия АН АрмССР" (в печати). [2] *Ю. М. Айвазян*, ЖТФ (в печати). [3] *Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский*, ЖТФ (в печати). [4] *Д. М. Седракян*, „Известия АН АрмССР", 16, 115 (1963). [5] *Д. М. Седракян*, „Известия АН АрмССР" (в печати). [6] *А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович*, ДАН СССР, 147, 74 (1962). [7] *Б. Нобл*, Метод Винера-Хопфа, ИЛ, М., 1962. [8] *Д. С. Джонс*, Quert. J. Math., (2) 3, 189, 1952.