

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

М. Л. Тер-Микаелян, чл.-корр. АН Армянской ССР

Расчет интенсивности импульсного лазера

(Представлено 11/X 1963)

Несмотря на большое внимание, которое в последние годы уделяется лазерам, имеющаяся теоретическая интерпретация происходящих в них процессов является недостаточной. Процессы, связанные с интенсивностью лазерного излучения, описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных для интенсивности, обсуждению которых посвящена отдельная работа⁽¹⁾.

В настоящей заметке дан наглядный расчет интенсивности импульсного излучения. Отметим, что ввиду резкой направленности лазерного излучения задачу с большой степенью точности можно рассматривать как одномерную.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ задана перенаселенность

$$\Delta(t) = \Delta_0,$$

где

$$\Delta(t) = n_2(t) - n_1(t), \quad (1)$$

где n_2 и n_1 число атомов в 1 см^3 , находящихся в возбужденном и в стационарном состоянии. Вопрос, каким образом создана перенаселенность, нас сейчас не интересует. Важно, чтобы действием внешнего источника возбуждения можно было бы пренебречь начиная с момента $t \geq 0$, т. е. с того момента, когда начинает образовываться лазерная вспышка. Тут нужно сделать одно существенное замечание. Как мы увидим ниже, время, характерное для лазерной вспышки порядка наибольшей из двух величин (при $\nu\Delta_0 \gg \Sigma_0$)

$$t_{\text{эф}} \sim \frac{1}{\sigma\nu\Delta_0} \ln \frac{\nu\Delta_0}{2\Sigma_0} \quad \text{и} \quad t'_{\text{эф}} \sim \frac{L}{(1-r)\nu} \quad (\text{обозначения см. ниже}).$$

За это время $1/2$ всей энергии, запасенной за счет перенаселенности атомных уровней, излучается. Если энергия, подводимая накачкой, за этот промежуток времени мала по сравнению со всей излучаемой энергией, то излучение имеет импульсный характер. Если

энергия накачки компенсирует потери за эти промежутки времени, то мы приходим к непрерывному режиму. Ниже мы будем заниматься импульсным режимом.

Пусть генерирующий образец имеет длину L и произвольное поперечное сечение и пусть на торцы образца, плоскости которых строго перпендикулярны оси образца, нанесены отражающие покрытия с коэффициентами отражения r_1 и r_2 для левого и правого торца соответственно. Не уменьшая общности рассуждений, примем $r_1 = 1$. Пусть в момент $t = 0$ задано инициирующее излучение интенсивности Σ_0 . Интенсивность определена как число квантов, проходящих (параллельно оси образца) в момент t , в 1 секунду через площадку в 1 см^2 , расположенную в точке x . Начальное излучение может быть либо излучением, вводимым извне, либо представляет собою случайные кванты люминесценции, излученные точно в направлении, параллельном оси образца. Очевидно, что частота инициирующего излучения должна действовать резонансным образом на переходы $2 \rightleftharpoons 1$. Расчеты, приведенные ниже, показывают, что характеристика лазерной вспышки слабо зависит от Σ_0 . Поэтому конкретное задание величины Σ_0 несущественно.

Рассмотрим усиление начальной интенсивности квантов в процессе их движения в образце. Пусть первоначальные инициирующие кванты (или внешнее инициирующее излучение) заключены в некотором объеме и имеют плотность $\Sigma_0(x)/v$, где v есть скорость света в образце.

Нам необходимо рассчитать, сколько квантов в каждый момент времени подходит к правому торцу. Зная это число, обозначаемое через $\Sigma(t)$, и умножив его на $(1 - r - \alpha)$, мы получим выход интенсивности в зависимости от времени и других параметров (α — характеризует величину потерь в отражающем слое). Пусть в начале процесса кванты с плотностью $\Sigma_0(x)/v$ находятся для определенности у правого торца и двигаются вправо. Они могут выйти из образца с вероятностью $(1 - r - \alpha)$, либо отразиться с вероятностью r от правой стенки обратно в образец, пройти его, отразиться от левой стенки и вновь подойти к правому торцу. Этот процесс продолжается аналогичным образом многократно, вплоть до полного выхода всего образовавшегося в образце излучения через правую стенку. Время, необходимое кванту для одного прохода (в оба конца), равно $\Delta t = \frac{2L}{v}$. При прохождении толщины dx вдоль направления оси x интенсивность квантов меняется согласно уравнению

$$\frac{d\Sigma(x)}{dx} = (z_1 - z_0) \Sigma(x). \quad (2)$$

z_0 — есть коэффициент поглощения, учитывающий все процессы квантов, кроме резонансных процессов, $z_1 = \Delta(x, t) \sigma$ — есть коэффициент

вынужденного поглощения и вынужденного испускания квантов, σ — соответствующий поперечник. Решение (2) в предположении, что все величины слабо меняются на длине образца, т. е. время порядка $2L/v$, можно записать следующим образом:

$$\Sigma(x) \sim \Sigma(0)(1 + (x_1 - x_0)x). \quad (3)$$

Очевидно, что должно выполняться соотношение

$$(x_1 - x_0)l \ll 1. \quad (4)$$

Таким образом, прирост интенсивности у правого торца за время $\frac{2L}{v}$, т. е. за время, соответствующее одному двойному прохождению,

есть

$$\Sigma\left(\frac{2L}{v} + t\right) - \Sigma(t) = 2\Sigma(t)L(x_1 - x_0). \quad (5)$$

Если считать, что при каждом акте отражения от правой стенки часть энергии теряется из-за выхода интенсивности и только $r\Sigma$ отражается и участвует в дальнейшем процессе, то в формуле (2) нужно учесть этот факт, добавив к истинным процессам поглощения, равным $x_0\Sigma(t)$, еще потерю интенсивности за счет выхода излучения (при каждом двойном пробеге образца) через правый полупрозрачный торец, равную $\Sigma(t)(1 - r)$. Отметим, что коэффициент отражения может зависеть от времени, что соответствует переменной добротности резонатора. Чтобы получить соответствующее дифференциальное уравнение, нужно предположить, что интенсивность за время $\frac{2L}{v}$ меняется настолько слабо, что левую часть (5) можно заменить на дифференциал. Это предположение будет оправдано ниже. Тогда мы приходим к дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = v\Sigma(x_1 - x), \quad (6)$$

где

$$x = x_0 + \frac{1 - r}{2L},$$

в коэффициент x_1 — входит вторая неизвестная функция времени, перенаселенность Δ . Поэтому необходимо составить еще одно уравнение. Его мы найдем, приравняв убыль возбужденных атомов за счет вынужденного излучения, прибыли в интенсивности за счет вынужденно испущенных квантов

$$\begin{aligned} & - \left\{ \frac{1}{2} \left[\Delta\left(t + \frac{2L}{v}\right) - \Delta(t) \right] + \frac{2L}{v} \frac{n_2}{\tau} \right\} = \\ & = \frac{1}{v} \left[\Sigma\left(t + \frac{2L}{v}\right) - \Sigma(t) \right] + x\Sigma(t) \frac{2L}{v}, \end{aligned}$$

или

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial \Delta}{\partial t} - \frac{n_2}{\tau} = \frac{1}{v} \frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \kappa \Sigma(t). \quad (7)$$

Член $\frac{n_2}{\tau}$ описывает убыль квантов за счет спонтанных процессов. Уравнения (6) и (7) по физическому содержанию соответствуют уравнениям для полного числа фотонов в резонаторе ^(2,3). Мы будем рассматривать процессы, продолжительность которых значительно меньше времени люминесценции. Поэтому членом $\frac{n_2}{\tau}$ можно пренебречь. Из (6) и (7) найдем уравнение для Δ

$$\frac{\partial^2 \ln \Delta}{\partial t^2} = v \sigma_{21} \frac{\partial \Delta}{\partial t} - \kappa v \frac{\partial \ln \Delta}{\partial t}. \quad (8)$$

Примем, что κ от времени не зависит. Интегрируя и определяя константу из начальных условий (при $t = 0$; $\Sigma = \Sigma_0$; $\Delta = \Delta_0$),

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \ln \Delta &= v \sigma (\Delta - \Delta_0) - \kappa v \ln \frac{\Delta}{\Delta_0} - 2 \Sigma_0 \sigma \\ \int_{\Delta_0}^{\Delta(t)} \frac{d \ln \Delta}{v \sigma (\Delta - \Delta_0) - \kappa v \ln \frac{\Delta}{\Delta_0} - 2 \Sigma_0 \sigma} &= t. \end{aligned} \quad (9)$$

Зная значения $\Delta = \Delta(t)$, мы по формуле (10) (которая получается из (6), (7) и первого интеграла уравнения) найдем $\Sigma(t)$

$$\Sigma(t) - \Sigma(0) = \frac{v}{2} [\Delta_0 - \Delta(t)] - \frac{\kappa v}{2 \sigma_{21}} \ln \frac{\Delta(0)}{\Delta(t)} \quad (10)$$

при $t \rightarrow \infty$, $\Sigma(t) \rightarrow 0$, в то время как $\Delta(\infty)$ остается конечной, хотя и экспоненциально малой. Между Δ_0 и $\Delta(\infty)$ имеется соотношение

$$\Delta_0 - \Delta(\infty) - \frac{\kappa}{\sigma_{21}} \ln \frac{\Delta_0}{\Delta(\infty)} = -\frac{2}{v} \Sigma_0, \quad (11)$$

которое тоже является следствием первого интеграла уравнения (8). Условие генерации соответствует требованию, чтобы производная $\frac{\partial \Sigma}{\partial t}$ была положительная при $t = 0$. Это дает

$$\sigma_{21} \Delta(0) \geq \kappa_0 + \frac{1 - r}{2l}. \quad (12)$$

Условие максимума интенсивности соответствует $\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = 0$, или согласно (6) условию

$$\Delta_{21}(t) = \frac{\kappa}{\sigma_{21}} \quad (13)$$

подстановка в (10) дает:

$$\Sigma_{\max} = \Sigma(0) + \frac{v}{2} \left(\Delta_0 - \frac{z}{\sigma_{21}} \right) - \frac{zv}{2\sigma_{21}} \ln \frac{\Delta(0) \sigma_{21}}{z}. \quad (14)$$

До максимума $z < z_1$ и для оценки зависимости $\Sigma(t)$ от времени можно положить в уравнения (6) и (9) $z = 0$. Тогда мы получим из (9) $\Delta(t)$ и из (10), $\Sigma(t)$

$$\Sigma(t) = \frac{\frac{v\Delta_0}{2} + \Sigma_0}{-\frac{v\Delta_0}{2\Sigma_0} \exp\{-\sigma_{21}(v\Delta_0 + 2\Sigma_0)t\} + 1}. \quad (15)$$

Заметим, что Σ_0 можно практически всегда пренебречь по сравнению с $v\Delta_0$. В обратном случае (далеко за максимумом) $z_1 \ll z$, и мы получим, что $\Sigma(t)$ изменяется согласно закону

$$\Sigma(t) \sim \exp(-vzt). \quad (16)$$

Еще раз подчеркнем, что время эффективного нарастания и спада лазерного излучения должно быть много больше времени пробега образца, чтобы на длине L образца величины слабо изменялись. С другой стороны, $t_{\text{эф}}$ и $t'_{\text{эф}}$ должны быть значительно меньше времени люминесценции, чтобы спонтанными распадами за время вспышки можно было пренебречь. Наконец, укажем, что существует некоторый предел для увеличения мощности лазерной вспышки (без изменения полной энергии импульса) при уменьшении времени вспышки (например, с помощью изменения добротности). Ясно, что эффективное увеличение мощности будет происходить до тех пор, пока длительность выпуска излучения будет больше наибольшего из двух эффективных времен. В противном случае либо не все возбужденные атомы успеют высветиться, либо образовавшееся излучение не успеет выйти из резонатора.

Мы рассмотрели случай образования одного всплеска излучения. На практике накачка обычно осуществляется импульсной лампой, время свечения которой порядка миллисекунд. За это время может образоваться много всплесков лазерного излучения, поскольку мы предполагали, что время лазерного процесса много меньше времени люминесценции, которая по случайным обстоятельствам для рубина порядка времени люминесценции.

Чтобы учесть дополнительное изменение перенаселенности за счет накачки, нужно в левую часть равенства (7) добавить величину $2w_{13}n_1$, которая характеризует прибыль перенаселенности из-за действия внешнего источника. Мы, естественно, считаем, что все атомы, возбужденные с уровня 1 на какой-либо промежуточный уровень, моментально (т. е. за время значительно меньшее времени вспышки) переходят на рабочий уровень.

Ясно, что если энергия, подводимая накачкой, за время всплеска лазера мала по сравнению с излученной энергией, то мы имеем дело

с серией, вообще говоря, отдельных всплесков или пиков излучения. В противном случае кривая зависимости интенсивности лазерного излучения от времени будет похожей на соответствующую кривую вспышки импульсной лампы, на которую наложены колебания, соответствующие отдельным всплескам лазерного излучения. Их можно рассчитать, линеаризировав уравнения (6) и (7). Чем больше интенсивность накачки, чем больше добротность резонатора, тем уже и меньше по величине отдельные пики лазерного излучения на общей кривой лазерного излучения. По-видимому, эксперимент качественно согласуется с этими выводами (^{1,5}). Уравнение (8), которому подчиняется перенаселенность, в этом случае несколько изменится и с учетом зависимости Δ , как от внешней накачки так и от спонтанных процессов, примет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \ln \Delta}{\partial t^2} - v_3 \frac{\partial \Delta}{\partial t} + v_2 \frac{\partial \ln \Delta}{\partial t} - \left(N_0 w_{13} - \frac{N_0}{\tau} \right) \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\Delta} \right) + \\ + \frac{v}{\Delta} (\sigma \Delta - \kappa) \left[(N_0 - \Delta) w_{13} - \frac{N_0 + \Delta}{\tau} \right] + \frac{\partial w_{13}}{\partial t} \left(1 - \frac{N_0}{\Delta} \right) = 0, \quad (17)$$

Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ

Խմբույթային լազերի ինտենսիվության հաշվարկը

Տրված է խմբույթային լազերային ճառագայթման ինտենսիվության հաշվարկի համար հաճախությունների ակնյա արտածումը:

Քերված են արտահայտություններ սեղոնատորի մեջ բարորակության դեպքում ճառագայթման ինտենսիվության հաշվարկի համար:

Արդյունքներից (9, 15, 16 բանաձևերը) հետևում է, որ կուտակման սեփմում լազերի խմբույթային ճառագայթումը բնորոշող ժամանակները հետևյալ մեծությունների կարգի են՝

$$t_{\text{эф}} \sim \frac{1}{\sigma v \Delta_0} \ln \frac{v \Delta_0}{2 \Sigma_0} \quad \text{և} \quad t'_{\text{эф}} \sim \frac{l}{(1-r)v}$$

Այդ ժամանակների քննադրում, սեղոնատորի բարորակության ակնթարթային մեծացման դեպքում, կուտակված ամբողջ էներգիայի կեսը ճառագայթվում է լազերային թռիկման ձևով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. Л. Тер-Микаелян, А. Л. Микаэлян. ДАН СССР, 1963 г. (в печати).
- ² H. Stutz, de Mars. „Quantum Electronics Columbia University“, New-York, 1960.
- ³ А. М. Прохоров. Радиотехника и электроника, 6, 1073, 1963. ⁴ П. Воли, Г. Кемени, Journal of Applied Physics, 34, 956, 1963. ⁵ П. Г. Мейман, Nature, 187, 4736, 493; 1960. Brit. Commun and Electronics, 7, 9, 674, 1960.