ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

XXXVII 1963 4

ФИЗИКА

П. А. Безирганян

# Зависимость ширины и интенсивности спектральной линии от длительности когерентного излучения рентгеновского источника

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 30/V 1963)

При решении различных интерференционных задач рентгеновских лучей предполагают, что весь облучаемый объем кристалла независимо от его размеров рассеивает когерентно.

Однако известно ([1]), что когерентными являются только волны, принадлежащие к одному и тому же акту испускания атома.

Следовательно, интерференционная картина не может быть получена даже если заставить встретиться волны, испускаемые одним и тем же атомом, но в разное время и притом с опозданием, большим временем длительности когерентного излучения.

Рассмотрим дифракцию рентгеновских лучей в кристаллах с учетом длительности когерентного излучения источника.

Допустим, «монохроматическое» рентгеновское излучение, принадлежащее различным актам испускания атома, падает на систему отражающих плоскостей кристалла под углом Вульфа-Брэгга.

Пусть длительность одного акта испускания будет $\tau$. Так как интерференция может наблюдаться только при наложении волн, принадлежащих одному и тому же акту испускания, то мы рассмотрим сумму волн, отраженных от плоскостей системы и принадлежащих данному цугу.

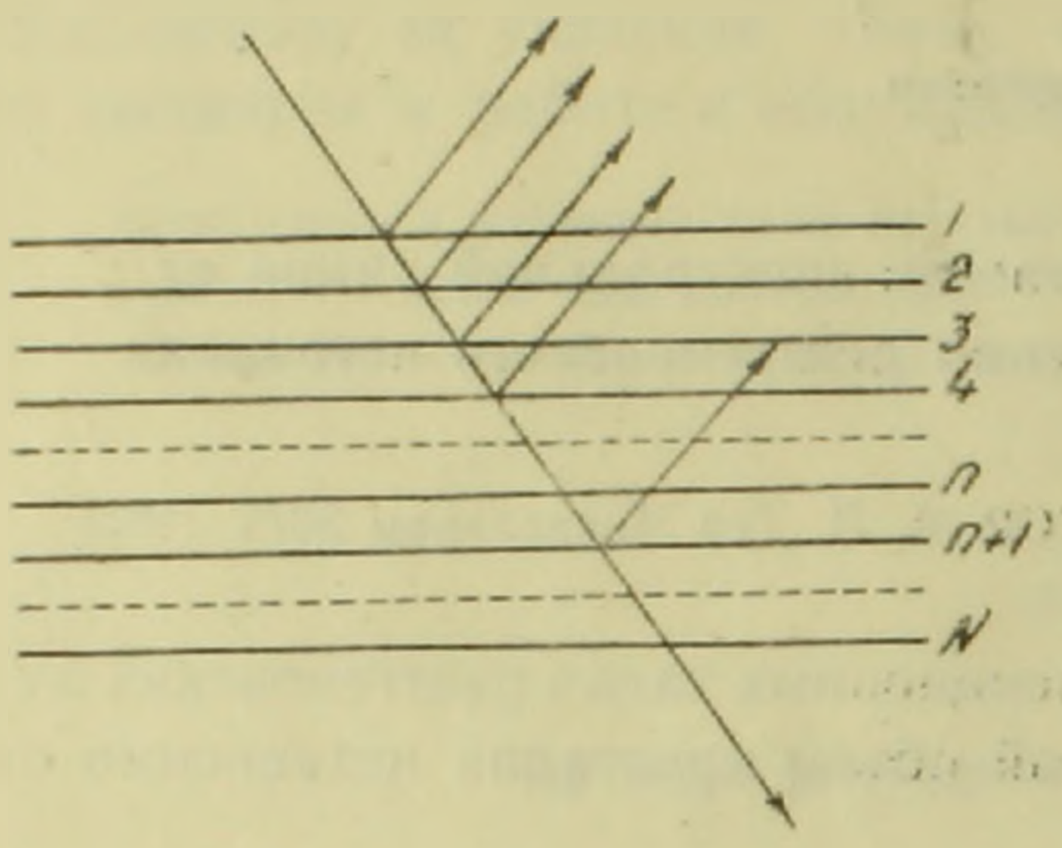
Задачу решим в рамках кинематической теории интерференции рентгеновских лучей, в частности предположим, что волны, рассеянные от различных точек облучаемого объема в направлении точки наблюдения, параллельны.

Как известно, разность хода между волнами, отраженными от соседних плоскостей, равна $2d\sin\theta$, тогда $\tau_0 = \frac{2d\sin\theta}{c}$ будет время запаздывания между этим волнами, где $c$—скорость распространения электромагнитных волн. В таком случае, при $\tau/\tau_0 = n$ и $N > n$, где $N$—число отражающих плоскостей, волна, отраженная от первой плоскости в точке наблюдения не встретится с волнами, принадлежащими

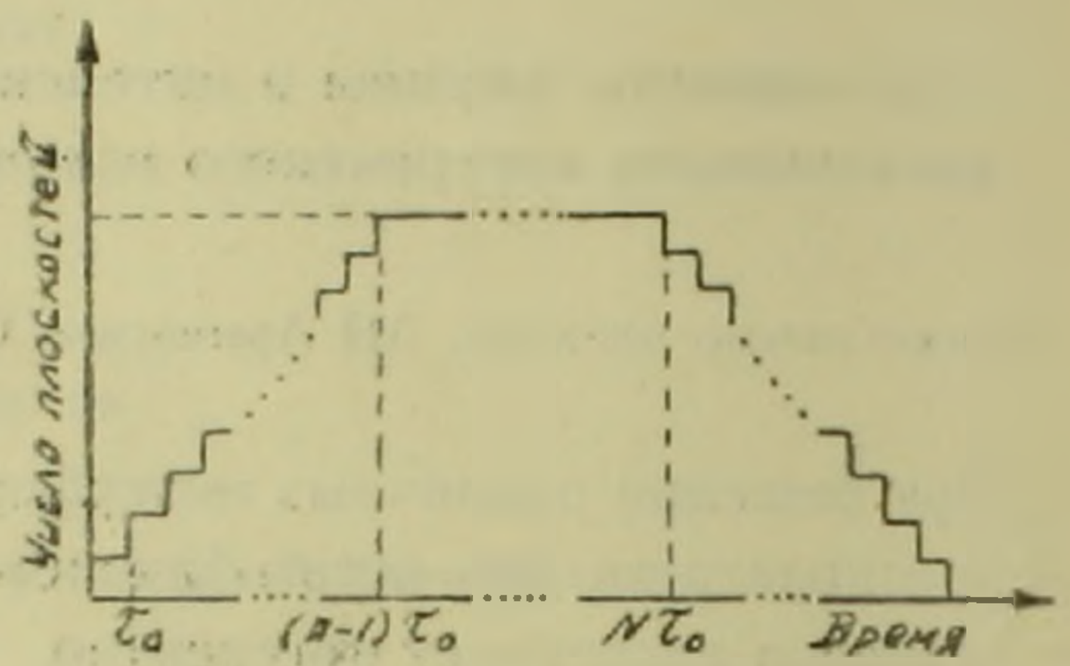
тому же пучу и отраженными от плоскостей, имеющих номера $n+1$, $n+2, \ldots, N$ (фиг. 1).

Следовательно, в общем случае, число волн (число плоскостей), одновременно участвующих в интерференции в точке наблюдения, меньше, чем число облучаемых атомных плоскостей.

Зависимость числа волн (числа плоскостей) от времени, отраженных от атомных плоскостей под углом Вульфа-Брэгга и одновременно участвующих в интерференции, показана на графике (фиг. 2).




Фиг. 1.




Фиг. 2.

При составлении графика имелось в виду, что в промежутке времени от 0 до $\tau_0$ в точке наблюдения была только волна, отраженная от первой плоскости, в промежутке времени от $\tau_0$ до $2\tau_0$ в точке наблюдения были волны, отраженные от первой и второй плоскостей и т. д., а в промежутке времени от $(n-1)\tau_0$ до $n\tau_0 = \tau$ в точке наблюдения были все волны, отраженные от первых $n$ плоскостей. В промежутке времени от $(n-1)\tau_0$ до $\tau_0 + (N-n)\tau_0 = N\tau_0$ число волн в точке наблюдения остается максимальным и равным $n$. В промежутке времени от $N\tau_0$ до $N\tau_0 + (n-1)\tau_0$ число отражающих плоскостей падает от $n-1$ до 1. Как видно из графика, максимальное число волн $n$, одновременно участвующих в интерференции в точке наблюдения не зависит от числа отражающих плоскостей $N$ (если $N > n$).

Из вышеуказанного можно сделать следующие важные выводы. Без учета продолжительности когерентного излучения невозможно точно определить: 1) ширину дифракционного максимума; 2) зависимость ширины дифракционного максимума от порядка отражения; 3) интенсивность дифракционного максимума; 4) зависимость интенсивности дифракционного максимума от порядка отражения. Действительно, как известно, ширина спектральной линии зависит от числа плоскостей, одновременно участвующих в интерференции. При определении ширины спектральной линии обычно предполагают, что число плоскостей семейства одновременно участвует в интерференции в точке наблюдения, и, следовательно, ширина спектральной линии определяется полным числом отражающих плоскостей. Однако, как показывает приведенный график, число плоскостей,

одновременно участвующих в интерференции, меняется со временем, и максимальное значение этого числа равно $n$.

Таким образом, если $N > n$, то ширина спектральной линии определяется $n$, а не числом плоскостей $N$. В случае, когда $N < n$ (левая ступенчатая часть графика) максимальное число плоскостей, одновременно участвующих в интерференции, будет $N$, но число плоскостей, определяющих ширину спектральной линии, опять будет меньше, чем $N$, а среднее значение этого числа будет $N/2$.

Согласно кинематической теории интенференции, если амплитуда волны, отраженной от одной атомной плоскости, равна $A$ и если облучаемый кристалл имеет $N$ таких отражающих плоскостей, то отраженная часть энергии будет

$$\frac{N^2 A^2}{A_0^2}, \tag{1}$$

где $A_0$ — амплитуда падающей волны.

Однако, имея в виду вышеприведенный график, для этой части найдем

$$\frac{A^2 |3Nn - n^2 + 1|}{3A_0^2}, \tag{2}$$

в частном случае, когда $N = n$, то получим

$$A^2 \frac{2N^2 + 1}{3A_0^2} \approx 2/3 \frac{A^2}{A_0^2} N^2. \tag{3}$$

Как видно из (1) и (2), без учета продолжительности когерентного излучения не точно определяется и отраженная часть энергии. Сравнивая (1) и (2) между собою, мы увидим, что с увеличением числа отражающих плоскостей интенсивность отраженной волны, согласно соотношению (1), растет быстрее, чем следует из выражения (2).

Согласно интерференционным функциям Лауэ, высота и ширина дифракционного максимума не зависят от порядка отражения ([2] стр. 122). Однако, поскольку в рассматриваемом случае с увеличением порядка отражения увеличивается $\tau_0$, а следовательно, уменьшается $n$, то с увеличением порядка отражения высота пика дифракционного максимума уменьшается, а ширина увеличивается.

Оценим время продолжительности когерентного рентгеновского излучения.

За время продолжительности рентгеновского когерентного излучения можно принять эффективное время жизни рентгеновского осциллятора $\tau$, которое выражается формулой:

$$\tau = \frac{3mc}{8\pi^2 e^2} \lambda_0^2 = 4{,}7\lambda_0^2 \text{ сек.}$$

При расчете эффективного времени продолжительности когерентного излучения, не допуская существенной ошибки, за $\lambda_0$ можно принять табличные значения длин волн рентгеновских спектральных линий.

Аналогичный результат получим для эффективного времени продолжительности когерентного излучения, если воспользоваться соотношением неопределенности $\tau \sim \frac{1}{\Delta\omega}$, где $\Delta\omega$—ширина спектральной линии.

Тогда, например, для продолжительности когерентного излучения спектральной линии $M_0K_{\alpha_1}$ ($\lambda = 0{,}707\,A^\circ$ получим $\tau = 2{,}35 \cdot 10^{-16}$ сек.

Рассмотрим отражение этого излучения от семейства плоскостей ромбоэдра кварца ($d = 3{,}3626\,A^\circ$, $\theta = 6°2'$). В этом случае для $\tau_0$ получим $\tau = 0{,}2359 \cdot 10^{-18}$ сек. Следовательно $n = \tau/\tau_0 \approx 10^3$. Если толщина кристаллика кварца $L = 3{,}336 \cdot 12^{-4}$ см, т. е. если $N = 10^4$, то ширина спектральной линии $M_0K_{\alpha_1}$, отраженной от такого кристалла, будет определяться не $N = 10000$ плоскостями, а $n = 1000$ плоскостями, отраженная часть энергии будет не $\frac{A^2}{A_0^2} N^2 = \frac{A^2}{A_0^2} 10^8$, а

$$\frac{A^2}{A_0^2} \frac{3Nn - n^2 + 1}{3} = \frac{A^2}{A_0^2} \cdot 9{,}66 \cdot 10^6.$$

Для вторичного отражения в этом же случае получим

$\tau_0 = 0{,}5718 \cdot 10^{-18}$ сек, $n = 0{,}5 \cdot 10^3$, $\frac{A^2}{A_0^2} \frac{3Nn - n^2 + 1}{4} = \frac{A^2}{A_0^2} \cdot 4{,}967 \cdot 10^6$,

т. е. ширина и интенсивность спектральной линии сильно зависят от порядка отражения.

*Выводы*

1. Для точного определения ширины и интенсивности дифракционного максимума необходимо учесть время продолжительности когерентного излучения. Ширина и интенсивность дифракционного максимума зависят от числа отражающих плоскостей, одновременно участвующих в интерференции в точке наблюдения, а число этих плоскостей в основном зависит от длительности когерентного излучения.

2. Без учета длительности когерентного излучения при определении размера кристалла с помощью ширины дифракционного максимума, можно допустить грубую ошибку, так как при малой продолжительности когерентного излучения даже большие кристаллы дают широкие дифракционные максимумы.

Ереванский государственный университет

Գ. Հ. ԲԵԶԻՐԳԱՆՅԱՆ

## Սպեկտրալ գծի լայնության և ինտենսիվության կախումը ռենտգենյան աղբյուրի կոհերենց ճառագայթման տևողությունից

*Հոդվածում քննարկվում է ռենտգենյան սպեկտրալ գծի լայնության և ինտենսիվության կախումը ռենտգենյան սկզբնական ճառագայթման կոհերենտությունից։ Սովորաբար ռենտգենյան ճառագայթների ինտերֆերենցիայի տարբեր հարցեր լուծելիս ենթադրվում են, որ ամբողջ ճառագայթվող ծավալը, անկախ նրա չափերից, գրում է կոհերենտ կերպով։ Այս*

կողմից հայտնի է, որ կոհերենտ են միայն այն ալիքները, որոնք պատկանում են ատոմի ճառագայթման միևնույն ակտին։ Հետևապես ինտերֆերենցիա տեղի չի ունենում նույնիսկ այն դեպքում, եթե վերադրվեն միևնույն ատոմի ճառագայթման տարբեր ակտերին պատկանող ալիքները։

Հոդվածում ապացուցվում է, որ ճանապարհների մեծ տարբերության դեպքում գծի լայնություն կախված է լինում կոհերենտ ճառագայթման տևողությունից և ոչ թե բյուրեղի չափերից։

Ստացված է բանաձև ցրված ճառագայթների ինտենսիվության համար։

## ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 *Г. С. Ландсберг*, Оптика. М., 1957. 2 *А. Гинье*, Рентенография кристаллов М., 1961.