

Ян Ши

Ферримагнитный резонанс в сильных магнитных полях

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. М. Кочаряном 10/1 1963)

Вопрос об условиях магнитного резонанса в ферритах (ферри-магнитный резонанс) рассматривался рядом авторов в классической векторной модели (1, 2). Полученные при этом результаты (например, зависимости резонансных частот от внешнего магнитного поля) довольно хорошо согласуются с экспериментальными данными в области обычно применяемых полей порядка нескольких килоэрстед. Однако при переходе в область более сильных полей появляются некоторые трудности. Например, в работе (2) одна из резонансных частот обращается в нуль при некотором значении поля, что лишено физического смысла. В окрестности точки компенсации это значение поля может быть порядка или даже намного меньше обычно применяемых полей. Очевидно, в этом случае следует внести существенные поправки в формулы, полученные в указанных работах.

В настоящей работе мы найдем общую формулу зависимости резонансных частот от поля и покажем, что в предельном случае слабых полей она приводит к формуле работы (2), а в случае сильных полей имеет совершенно иной вид.

При расчете мы будем применять квантостатистический метод функций Грина (3), который обладает рядом преимуществ перед классическим методом векторной модели.

1. Рассмотрим изотропный феррит, состоящий из двух магнитных подрешеток, в каждом узле которых имеется один „магнитный“ электрон. В гейзенберговской модели гамильтониан системы может записаться в виде:

$$H = -\frac{1}{2} \sum \mu_i H s_i^z - \frac{1}{2} \sum J_{ii} (h_1 - h_2) s_{i1} s_{i2} - \sum J_{12} (f - g) s_f s_g, \quad (1)$$

где индексы  $f$  и  $g$  относятся к узлам разных подрешеток,  $i = 1, 2$  при  $h \in f, g$ ;  $\mu_i = -g_i \mu_0$  — гиромагнитное отношение. Для определенности будем считать  $g_1 < g_2$ .



5915-III

Переходим от спиновых операторов к операторам Паули  $b_n, b_n^+$ :

$$s_n = \gamma_l (1 - 2n_n) + A_l b_n + A_l^+ b_n^+, \quad (2)$$

где  $n_n \equiv b_n b_n$ , а  $\gamma_l, A_l$  — классические векторы.

Вводя запаздывающие функции Грина

$$\begin{aligned} G_{hh'}^{(1)} &\equiv \langle\langle b_n(t) | b_{n'}^+(t') \rangle\rangle \\ G_{hh'}^{(2)} &\equiv \langle\langle b_n^+(t) | b_{n'}^+(t') \rangle\rangle \end{aligned} \quad (3)$$

и принимая обычную аппроксимацию

$$\begin{aligned} \langle\langle n_{n_1} b_{n_2} | b_{n_3}^+ \rangle\rangle &\rightarrow \bar{n}_{n_1} G_{n_2 n_3}^{(1)} \\ \langle\langle n_{n_1} b_{n_2}^+ | b_{n_3}^+ \rangle\rangle &\rightarrow \bar{n}_{n_1} G_{n_2 n_3}^{(2)} \end{aligned} \quad (4)$$

получаем для Фурье-образов функций Грина (3) систему линейных алгебраических уравнений, из которой нетрудно получить явный вид функции Грина.

Частоты резонанса рассматриваемой системы в слабом поперечном  $p$ -ч магнитном поле определяются полюсами Фурье-образов функций Грина при нулевом волновом векторе (4). Учитывая обменное взаимодействие только ближайших соседей (интеграл обмена равен  $-J_a$ ), после вычислений получаем

$$\begin{aligned} 2\Omega_{1,2}^2 &= (2\tau_1 S_2 + \gamma_{11} g_1 h)^2 + (2\tau_1 S_1 + \gamma_{22} g_2 h)^2 + 8\tau_1 S_1 S_2 \pm \\ &\pm \{ [2\tau_1 (S_1 + S_2) + (\gamma_{11} g_1 + \gamma_{22} g_2) h]^2 [2\tau_1 (S_2 - S_1) - (\gamma_{22} g_2 - \gamma_{11} g_1) h]^2 + \\ &+ 16 S_1 S_2 [2\tau_1 (\tau_1 S_2 + S_1) + (\tau_1 \gamma_{11} g_1 + \gamma_{22} g_2) h] \times \\ &\times [2\tau_1 (\tau_1 S_1 + S_2) + (\gamma_{11} g_1 + \tau_1 \gamma_{22} g_2) h] \}^{1/2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\Omega, h$  — приведенные частота и поле

$$\Omega = \frac{\omega}{pJ_a}, \quad h = \frac{\mu_0 H}{pJ_a};$$

$p = \frac{V(z_1 + z_2)}{(N_1 + N_2)}$ ;  $S_i$  — средний спин подрешетки  $f$  (или  $g$ )  $\tau_i = (\gamma_{11} \cdot \gamma_{22})$ ;

$\gamma_i \equiv \gamma_i^z$  — направляющий косинус среднего спина относительно внешнего статического магнитного поля.

Величины  $S_i$  и  $\gamma_i$  определяются условиями термодинамического равновесия и являются функциями температуры и напряженности магнитного поля. Вдали от точки Кюри вклад парапроцесса мал, и можно считать  $S_i$  независимыми от напряженности внешнего поля  $H$ . Что касается  $\gamma_i$ , то вдали от точки компенсации можно считать их независимыми от  $H$  вплоть до обычно доступных полей, однако в окрестности точки компенсации их зависимость от  $H$  существенна уже при обычных полях.

формула резонансных частот (5) является общей для всех значений  $h$ . Кроме того, как было показано в (3), метод функции Грина дает хорошую аппроксимацию в широких пределах температур от нуля до температур выше точки Кюри. Поэтому следует ожидать, что формула (5) должна быть применима в этих же широких пределах температур.

В области слабых полей (5)

$$h < \frac{2(g_2 S_2 - g_1 S_1)}{g_1 g_2} = h_1 \quad (6)$$

средние магнитные моменты подрешеток ориентированы вдоль направления внешнего магнитного поля и антипараллельны между собой (фиг. 1а), т. е. в этом случае можно считать

$$\gamma_1 = -\gamma_2 = 1 \quad (S_2 > S_1), \quad \eta = -1. \quad (7)$$

Тогда из (5) мы получаем

$$\Omega_{1,2}^2 \pm [2(S_1 - S_2) + (g_1 + g_2)h] \Omega_{1,2} + [g_1 g_2 h + 2(g_1 S_1 - g_2 S_2)] = 0. \quad (8)$$

Уравнения (8) совпадают с уравнениями, полученными в работе (2). Эти уравнения описывают две гиперболы на плоскости  $(h, \Omega)$  (фиг. 2 кривая 1).

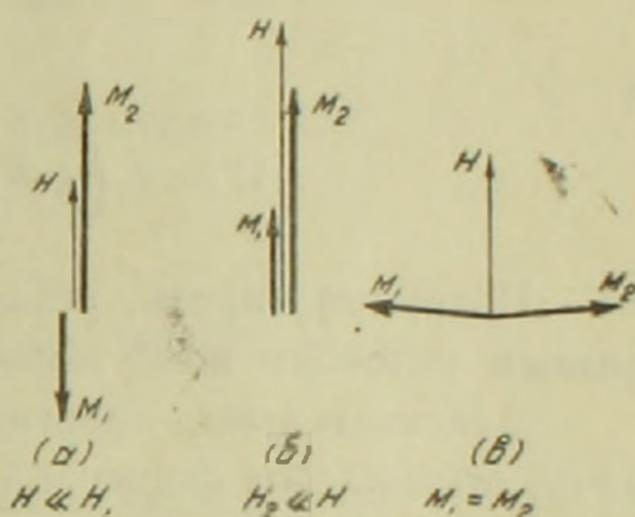
2. При возрастании  $h$  до значений порядка и больше  $h_1$  равенства (7) не имеют места и уравнения (8) становятся неприменимыми. В этом случае нужно учесть зависимость  $\gamma_i$  и  $\eta$  от напряженности поля  $h$ , и резонансные частоты (5) связаны с полем весьма сложным образом. На плоскости  $(h, \Omega)$  мы имеем некоторые алгебраические кривые высокого порядка.

В области очень сильных полей (5)

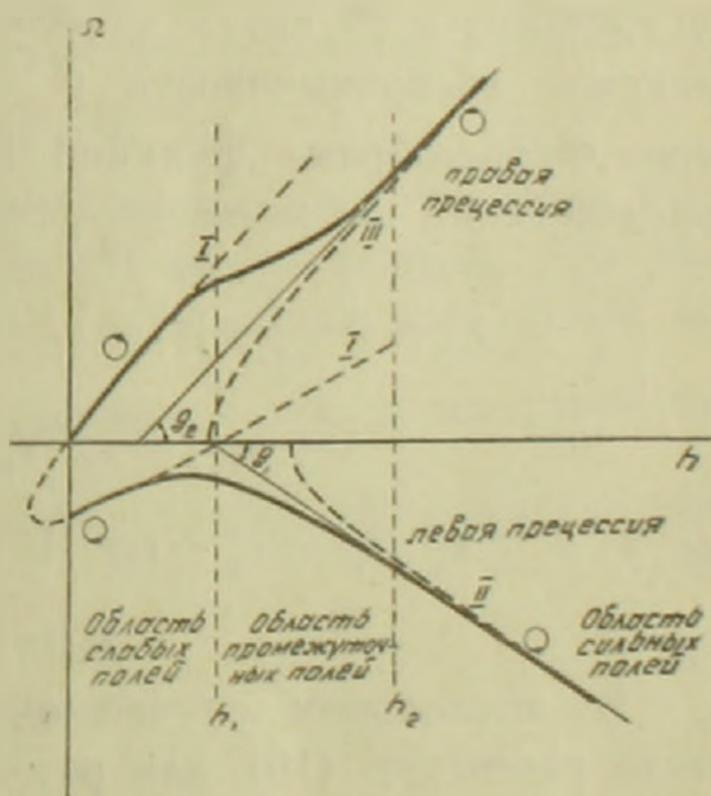
$$h > \frac{2(g_1 S_1 + g_2 S_2)}{g_1 g_2} = h_2 \quad (9)$$

асимптотически осуществляется другой предельный случай, когда магнитные моменты обеих подрешеток направлены параллельно внешнему полю (фиг. 1, б), т. е.

$$\gamma_1 = \gamma_2 = -1, \quad \eta = 1. \quad (10)$$



Фиг. 1. Ориентации магнитных моментов подрешеток относительно статического внешнего поля  $H$



Фиг. 2. Зависимость между резонансной частотой  $\Omega$  и статическим внешним магнитным полем  $h$  при  $S_1 < S_2$ ,  $g_1 < g_2$ . Гипербола I относится к случаю слабых полей, гиперболы II и III (изображена лишь часть их) относятся к случаю сильных полей. В промежуточных полях кривая асимптотически переходит от I к II или III.

Из (5) получаем

$$\Omega_1^2 = [g_1 h - 2(S_1 + S_2)]^2 - 2S_1(g_2 - g_1)h \quad (11)$$

(знак „+“ в правой части (5)) и

$$\Omega_2^2 = g_2^2 h^2 - 2S_1(g_2 - g_1)h \quad (12)$$

(знак „-“ в правой части (5)).

Уравнения (11) и (12) тоже описывают две гиперболы в плоскости  $(h, \Omega)$ . При этом одна из осей этих гипербол совпадает с осью абсцисс (осью  $h$ ), а другая — параллельна оси ординат (оси  $\Omega$ ) (фиг. 2, кривая II и III). Их асимптотами являются прямые

$$\Omega = \pm \left( g_1 h - \frac{S_1 g_2 + S_1 g_1 + 2S_2 g_1}{g_1} \right), \quad (13)$$

и

$$\Omega = \pm \left( g_2 h - \frac{S_1(g_2 - g_1)}{g_2} \right). \quad (14)$$

Нетрудно видеть, резонансные частоты (11) и (12) соответствуют разным условиям возбуждения.

Действительно, энергия, поглощаемая системой за единицу времени, выражается формулой (4)

$$Q = \omega \tilde{h}_\omega^2 \chi_+^* = -\omega \tilde{h}_\omega^2 \chi_-^*, \quad (15)$$

где  $\tilde{h}_\omega$  — амплитуда поперечного р-ч магнитного поля частоты  $\omega$ , поляризованного по кругу с правым вращением,  $\chi_\pm^*$  — мнимая часть комплексной восприимчивости  $\chi_\pm = \chi'_\pm - i\chi''_\pm$ .  $\chi_+$  и  $\chi_-$  определяются через Фурье-образы функций Грина. Для случая феррита с двумя подрешетками мы имеем

$$\chi_\pm = -\frac{\pi}{Vi} \left\{ \mu_1^2 \langle s_1^+ | s_1^- \rangle + \mu_1 \mu_2 \langle s_1^+ | s_2^- \rangle + \right. \\ \left. + \mu_2 \mu_1 \langle s_2^+ | s_1^- \rangle + \mu_2^2 \langle s_2^+ | s_2^- \rangle \right\}, \quad (16)$$

где  $s_i^\pm = \sum s_n^\pm$ ;  $s_n^\pm = s_n^x \pm i s_n^y$ ;  $V$  — объем образца;

$$\chi_-(\omega) = \dot{\chi}_+(-\omega). \quad (17)$$

В предельном случае очень сильных полей, когда имеют место равенства (10), для резонанса при частоте  $\Omega_1$ , определяемой уравнением (11), получаем из (16)

$$\chi_+^* \simeq -2\pi \frac{\mu_0^2}{pJ_a} \frac{(g_2^2 - g_1^2) S_1 (S_1 g_1^2 + S_1 g_1 g_2 + 2S_2 g_2^2) h^2}{2g_1 h (g_2^2 - g_1^2) h^2} \delta(\Omega - \Omega_1) < 0, \quad (18)$$

а для резонанса при частоте  $\Omega_2$ , определяемой уравнением (12), имеем

$$\chi_+^* \simeq 2\pi \frac{\mu_0^2}{pJ_a} \frac{(g_2^2 - g_1^2) S_2 (2S_1 g_1^2 + S_2 g_1 g_2 + S_2 g_2^2) h^2}{2g_2 h (g_2^2 - g_1^2) h^2} \delta(\Omega - \Omega_2) > 0. \quad (19)$$

Следовательно,  $\Omega_2$  соответствует поглощению в р-ч магнитном поле с правой поляризацией, а  $\Omega_1$  — поглощению в поле с левой поляризацией.

В области промежуточных полей

$$h_1 < h < h_2$$

кривые зависимости резонансных частот  $\Omega$  от напряженности поля  $h$  непрерывно переходят от (8) к (11) и (12) (фиг. 2, сплошные кривые).

В нашем расчете не учтена ширина линии, поэтому поглощение имеет  $\delta$ -образный вид. Коэффициенты перед  $\delta$ -функциями в выражении для  $\gamma_{\pm}$  связаны с вероятностями переходов квантовой системы и имеют значения относительных интенсивностей резонансных линий. Из (18) и (19) видим, что

$$A_1 \sim 2\pi \frac{M M_1}{\mu H} \quad (\text{для резонанса при частоте } \Omega_1),$$

$$A_2 \sim 2\pi \frac{M M_2}{\mu H} \quad (\text{для резонанса при частоте } \Omega_2),$$

где  $M_i = S_i g_i \mu_0$ ,  $\mu$  — некое среднее гиромагнитное отношение. Так как по предположению  $S_2 > S_1$  и  $g_2 > g_1$ , поэтому

$$\frac{A_2}{A_1} \cong \frac{M_2}{M_1} > 1.$$

3. Особый интерес представляет случай магнитной компенсации

$$g_2 S_2 - g_1 S_1 = 0.$$

В этом случае условие (6) не выполняется ни при каком значении поля и, следовательно, уравнения (8) не применимы. Для получения резонансных частот мы должны снова исходить из общей формулы (5). Если  $\frac{\mu_0 H}{J_a}$  мало, то можно разложить  $\gamma_i$  и  $\eta$  по степеням  $h$  и ограничиться первыми неисчезающими членами. Предполагая (фиг. 1, в)

$$\begin{aligned} \gamma_1 = \gamma_2 &= -\alpha h \\ \eta &= -1 + 2\alpha^2 h^2. \end{aligned} \quad (20)$$

получаем

$$\begin{aligned} \Omega_{1,2}^2 &= 2(S_2 - S_1)^2 + 2(g_1 S_2 + g_2 S_1) \alpha h^2 + \frac{g_1^2 + g_2^2}{2} \alpha^2 h^4 \pm \\ &\pm [2(S_2 - S_1) - (g_2 - g_1) \alpha h^2] \times \\ &\times \left[ (S_2 - S_1)^2 + (S_1 + S_2)(g_1 + g_2) \alpha h^2 + \left( \frac{g_1 + g_2}{2} \right)^2 \alpha^2 h^4 \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (21)$$

Коэффициент  $\alpha$  нетрудно вычислить из условия минимума свободной энергии системы. Вычисление дает:

$$\alpha = \frac{g_1 S_1 + g_2 S_2}{8 S_1 S_2} = \frac{g_1}{4 S_2} = \frac{g_2}{4 S_1}. \quad (22)$$

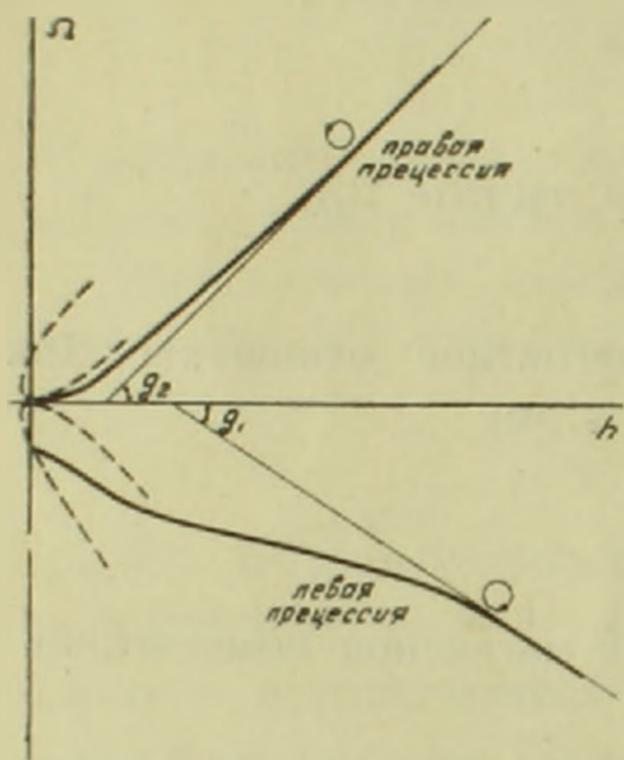
Из (21) получаем следующие разложения для двух ветвей резонансных частот:

$$\Omega_1^2 \approx 4 (S_2 - S_1)^2 + 4 (g_2 S_2 + g_1 S_1) \alpha h^2, \quad (23)$$

$$\Omega_2^2 \approx \frac{(S_1 + S_2) (g_1 + g_2) (g_1 S_1 + g_2 S_2)}{2 (S_2 - S_1)^2} \alpha^2 h^4. \quad (24)$$

При возрастании  $h$  кривые (23), (24) асимптотически приближаются к кривым (11), (12) (фиг. 3).

Вопрос о резонансных условиях в точке компенсации рассматривался ранее в классической векторной модели <sup>(2)</sup> (см. также <sup>(6, 7)</sup>).



Фиг. 3. Зависимость между  $\Omega$  и  $h$  в точке компенсации  $g_2 S_2 - g_1 S_1 = 0$ . Пунктиром изображена кривая из работ <sup>(6)</sup> и <sup>(7)</sup>.

В этих работах авторами были получены уравнения (8), которые в данном случае описывают гиперболы, касающиеся оси  $h$  в начале координат (фиг. 3, пунктирные кривые). Однако та часть гипербол, которая исходит из начала координат, должна быть отброшена как соответствующая отрицательному поглощению. Это противоречие никак не объяснялось указанными авторами. Теперь мы видим, что это противоречие связано с неприменимостью формул (8) в точке компенсации. Вместо (8) мы должны пользоваться (5), а для малых  $h$  имеем (23), (24). Как видно из фиг. 3, полученные нами зависимости значительно отличаются от зависимостей, полученных в работах <sup>(2, 6, 7)</sup>.

4. Таким образом с помощью метода квантовой статистики мы получили общую формулу резонансных частот. В частном случае слабых полей вдали от точки компенсации наша формула позволяет получить все результаты классической теории. В случае же сильных полей наша формула дает другие результаты. В окрестности точки компенсации область "слабых" полей весьма мала и отклонение может быть весьма значительным даже при обычных полях.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР Н. М. Кочаряну за постоянный интерес к работе и С. В. Тябликову за обсуждение результатов.

ЦНИ физико-техническая лаборатория  
Академии наук Армянской ССР

## Ֆերիմագնիսական սեպտանայի ուժեղ մագնիսական դառնում

Ընդհանուր բանաձև է ստացվել <sup>2</sup> մագնիսական ենթադասն ունեցող ֆերիտի սեպտանային հաճախականությամբ՝ մագնիսական դաշտի լարվածությունից ունեցած կախվածություն համար: Սույն է տրված, որ թույլ դաշտերի տիրույթում այդ բանաձևը հանդիսանում է կլասիկ վեկտորային մոդելի արդյունքներին, իսկ ուժեղ դաշտերի տիրույթում այն նոր արդյունք է տալիս: Հատկապես ուսումնասիրված է մագնիսական կոմպենսացիայի դեպքեր:

## ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> P. K. Вангснес, Phys. Rev. 93, 68, 1954; 97, 831, 1955. <sup>2</sup> В. Дрейфу, Compt. Rend. 241, 552, 1270, 1955. <sup>3</sup> Н. Н. Боголюбов и С. В. Тябликов, ДАН СССР, 126, 53, 1959. <sup>4</sup> С. В. Тябликов, ФТТ, II, 361, 2008, 1960. <sup>5</sup> С. В. Тябликов, ФММ, 8, 152, 1959. <sup>6</sup> С. Гешвинд, Л. Р. Уокер, J. Appl. Phys. Suppl. 30, 163, S, 1959. <sup>7</sup> Дж. Полеве, J. Appl. Phys. 29, 259, 1958.