

Ян Ши

О спектре спиновых волн

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. М. Кочаряном 26/XI 1962)

Энергетический спектр спиновых волн исследовался многими авторами как классическим методом, так и методом квантовой механики (^{1,2}). При этом исследовался в основном спектр вблизи магнитного насыщения, что имеет место лишь для длинных волн и при низких температурах.

В настоящей работе с помощью метода двухвременных функций Грина (³) мы получим формулу для энергетического спектра спиновых волн с учетом геометрии кристаллической решетки, пригодную в широком интервале температур.

1. Пусть гамильтониан спиновой системы ферромагнетика состоит из членов зеемановской, обменной и дипольной энергий:

$$H = -\mu H \sum s_f^z - \frac{1}{2} \sum_{f \neq g} J_{fg} \mathbf{s}_f \mathbf{s}_g + \frac{1}{2} \sum_{f \neq g} D_{fg} [\mathbf{s}_f \mathbf{s}_g - 3(\mathbf{e}_{fg} \mathbf{s}_f \mathbf{e}_{fg} \mathbf{s}_g)], \quad (1)$$

где μ — магнетон Бора; H — статистическое внешнее поле; $\mathbf{s}_f$ — спиновый оператор электрона в узле f ; J_{fg} — обменный интеграл;

$\mathbf{e}_{fg} = \frac{\mathbf{r}_{fg}}{|\mathbf{r}_{fg}|}$; D_{fg} — коэффициент дипольного взаимодействия:

$$D_{fg} = \frac{\mu^2}{|\mathbf{r}_{fg}|^3}. \quad (2)$$

Переходя от спиновых операторов к операторам Паули $b_f, b_f^\dagger$ (¹), имеем

$$\begin{aligned} H = & -N\mu H + \frac{1}{2}(\bar{A} + \bar{B}) + 2 \sum_{f, g} \{F_{fg} b_g + \text{к. с.}\} + \\ & + \sum_{f, g} \{A_{fg} b_f^\dagger b_g + 2C_{fg} b_f b_g + (\mu H - \bar{A} - \bar{B}) n_f + \text{к. с.}\} - \\ & - 4 \sum_{f, g} \{F_{fg} b_f n_g + \text{к. с.}\} + 2 \sum_{f, g} (A_{fg} + B_{fg}) n_f n_g, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$A_{fg} = -J_{fg} + \frac{1}{2} D_{fg} [3(e_{fg}^z)^2 - 1],$$

$$B_{fg} = -\frac{3}{2} D_{fg} [3(e_{fg}^z)^2 - 1],$$

$$C_{fg} = -\frac{3}{4} D_{fg} (e_{fg}^x - ie_{fg}^y)^2,$$

$$F_{fg} = -\frac{3}{2} D_{fg} e_{fg}^z (e_{fg}^x - ie_{fg}^y),$$

$$\bar{A} = \sum_{f, g} A_{fg}, \quad \bar{B} = \sum_{f, g} B_{fg}.$$

N — число узлов в решетке.

Вводя функцию Грина

$$G_{fg}^{(1)} \equiv \langle\langle b_f | b_g^+ \rangle\rangle, \quad G_{fg}^{(2)} \equiv \langle\langle b_f^+ | b_g^+ \rangle\rangle$$

и принимая обычную аппроксимацию

$$\langle\langle n_g b_g | b_h^+ \rangle\rangle \rightarrow \bar{n}_f G_{gh}^{(1)},$$

получаем замкнутую систему уравнений для Фурье-образцов $G_k^{(i)}$ ⁽²⁾, откуда нетрудно найти их полюса, которые определяют энергетический спектр спиновых волн:

$$E_k = \left\{ \left[2\mu H - 2\sigma \sum_r J_r (e^{irk} - 1) + \mu^2 \sigma \sum_r r^{-3} (3e_z^2 - 1) (e^{irk} + 2) \right]^2 - \right. \\ \left. - 9\mu^4 \sigma^2 \sum (rr')^{-3} (e_x - ie_y)^2 (e'_x + ie'_y)^2 e^{i(r+r')k} \right\}^{1/2}, \quad (5)$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{f} - \mathbf{g}$; $e_x = r_x/r$, $r = |\mathbf{r}|$; суммирование проводится по всем узлам решетки $g \neq f$; а $\sigma = 1 - 2\bar{n}$ — относительный спин системы, которой определяется по формуле ⁽³⁾

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{v}{(2\pi)^3} \int \text{cth} \frac{E_k}{\vartheta} dk, \quad (6)$$

где ϑ — абсолютная температура, помноженная на постоянную Больцмана.

2. Рассмотрим общую формулу спектра (5) отдельно для двух областей $\mathbf{k}$ -пространства: $k \ll \frac{1}{a}$ и $k \sim \frac{1}{a}$; (a — постоянная решетки). При этом будем предполагать, что рассматриваемое ферромагнитное тело имеет форму эллипсоида с осями, параллельными координатным осям.

Случай $k \ll \frac{1}{a}$.

В этом случае, за исключением области малых, но не нулевых k ($k \sim \frac{1}{R}$, R — размер эллипсоида), переходя в (5) от суммирования к интегрированию, мы получаем

$$E_0 = 2\mu \sqrt{[H + M(N_k - N_z)][H + M(N_y - N_z)]}, \quad k=0 \quad (7)$$

$$E_k = 2\mu \sqrt{\left[H - MN_z + \frac{M}{\mu^2} \tilde{J}_k \right] \left[H - MN_z + \frac{M}{\mu^2} \tilde{J}_k + 4\pi M \sin^2 \theta_k \right]}, \quad (8)$$

$$\frac{1}{R} \ll k \ll \frac{1}{a},$$

где N_z — фактор размагничивания эллипсоида; $M = \mu n$ — средняя намагниченность образца при данной температуре;

$$\tilde{J}_k = v \sum J_r (1 - e^{irk}) \quad (9)$$

($v = \frac{V}{N}$); $\theta_k = \arcsin \left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} / k \right)$ — угол между направлением волнового вектора k и направлением статического магнитного поля (осью z).

Полученные формулы (7) и (8) соответствуют классическим формулам Киттеля и Херринга—Киттеля. В отличие от известных формул для E_0 и E_k , полученных в приближении спиновых волн, в формулах (7) и (8) M — намагниченность при данной температуре, а не при абсолютном нуле. Кроме того, заметим, что в (8) „поле обменных сил“ прямо пропорционально M .

Случай $k \sim \frac{1}{a}$.

В этом случае суммы в (5) нельзя заменить интегралами. Если ввести обозначения

$$v \sum r^{-3} (3e_z^2 - 1) e^{irk} + 8\pi/3 = P_k \quad (10)$$

$$3v \sum r^{-3} (e_x - ie_y)^2 e^{irk} = Q_k,$$

то (5) можно записать в виде

$$E_k = \mu M \sqrt{(2H_i/M + 2\tilde{J}_k(\mu^2 + P_k)^2 - Q_k^2)}. \quad (11)$$

Значения P_k и Q_k нетрудно вычислить для трех типов кубической решетки (4). Результаты расчета даны в табл. 1.

Полученный спектр спиновых волн на всем интервале значений волнового вектора от 0 до π/a представлен на фиг. 1. Там же показаны кривые, соответствующие формуле Херринга—Киттеля. Мы видим, что в области малых k ($ka \ll 1$) оба спектра практически совпадают.

Следует отметить, что хотя магнитное диполь-дипольное взаимодействие намного слабее по сравнению с обменным взаимодействием, но оно является анизотропным, в то время как обменное взаимодействие изотропно. Это приводит к тому, что спектр спиновых волн становится анизотропным даже без учета магнитокристаллографической анизотропии.

Таблица 1

Значения членов P_k и Q_k в формуле (11) для трех типов кубической решетки: простая (п.), гранецентрированная (г. ц.) и объемноцентрированная (о. ц.)

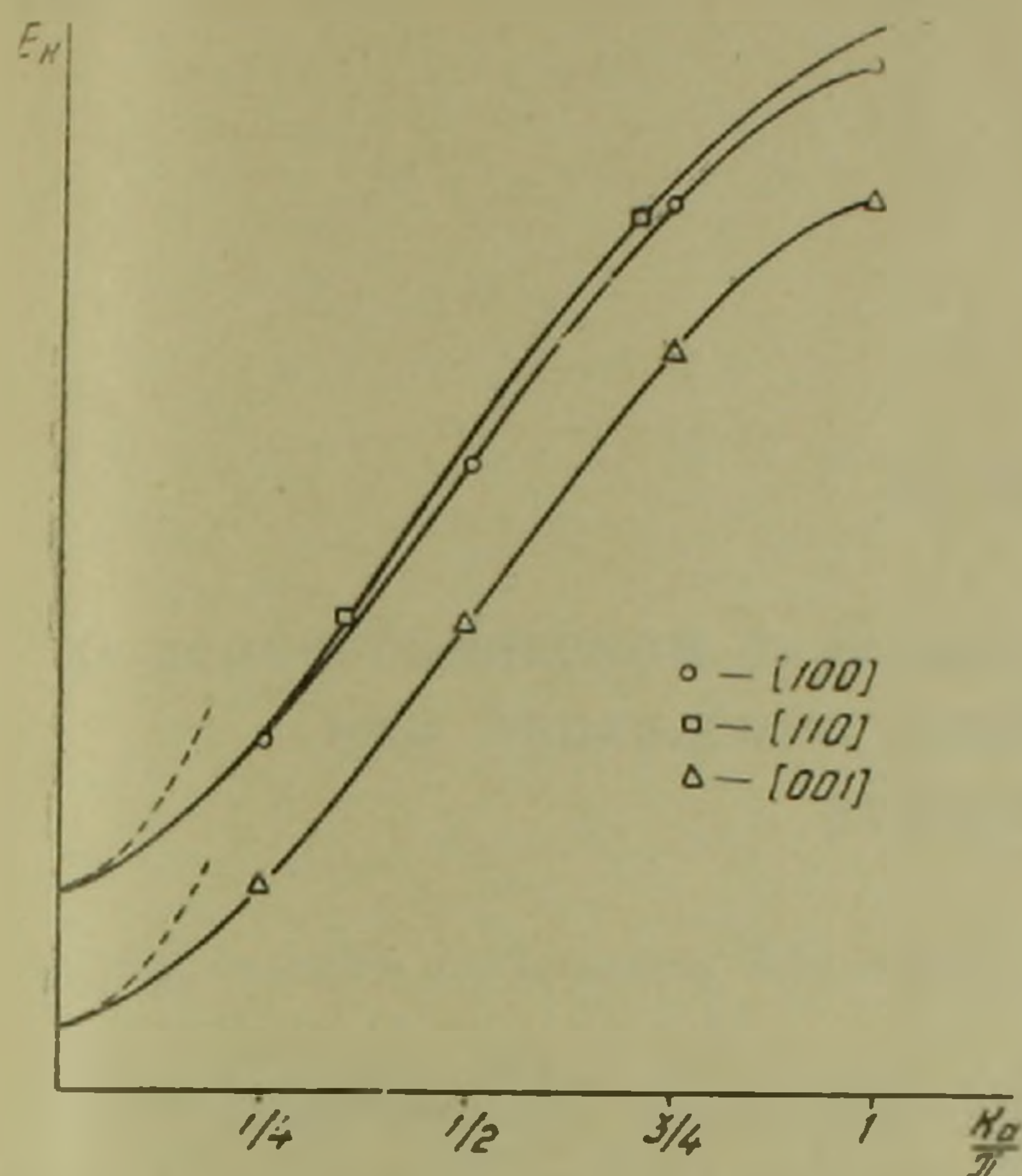
Направление волнового век- тора k	ka	P_k			Q_k		
		п.	г. ц.	о. ц.	п.	г. ц.	о. ц.
[001]	$\pi/4$	-0,20	0,56	0,92	0	0	0
	$\pi/2$	-0,66	1,96	3,76	0	0	0
	$3\pi/4$	-1,13	3,42	6,80	0	0	0
	π	-1,33	4,05	8,38	0	0	0
[101]	$\sqrt{2}\pi/4$	6,19	6,60	6,39	6,57	5,34	5,80
	$\sqrt{2}\pi/2$	5,97	7,71	6,66	7,20	2,01	5,16
	$3\sqrt{2}\pi/4$	5,76	9,51	6,93	7,80	3,40	4,35
	$\sqrt{2}\pi$	5,71	9,86	7,04	8,01	5,81	4,01
[100]	$\pi/4$	12,65	12,29	12,11	12,84	11,72	11,19
	$\pi/2$	12,88	11,59	11,02	13,56	9,63	7,26
	$3\pi/4$	13,12	10,86	9,17	14,25	7,44	2,36
	π	13,22	10,55	8,38	14,55	6,50	0
[110]	$\sqrt{2}\pi/4$	12,76	11,94	10,19	11,04	11,75	12,29
	$\sqrt{2}\pi/2$	13,17	9,72	11,82	6,90	8,53	11,61
	$3\sqrt{2}\pi/4$	13,58	6,12	11,28	2,16	3,10	10,91
	$\sqrt{2}\pi$	13,72	4,05	11,06	0	0	10,62

В частности, вырождение при $\theta_k = \text{const}$, имеющее место для малых k , снимается в области больших k . На фиг. 1 показано, когда k направлено по [001], для $k \parallel [100]$ и $k \parallel [110]$ (в обоих случаях $\theta_k = \pi/2$) мы имеем разные значения E_k в области $k \sim 1/a$. Это обстоятельство также хорошо видно из табл. 1. То же самое происходит при других значениях θ_k .

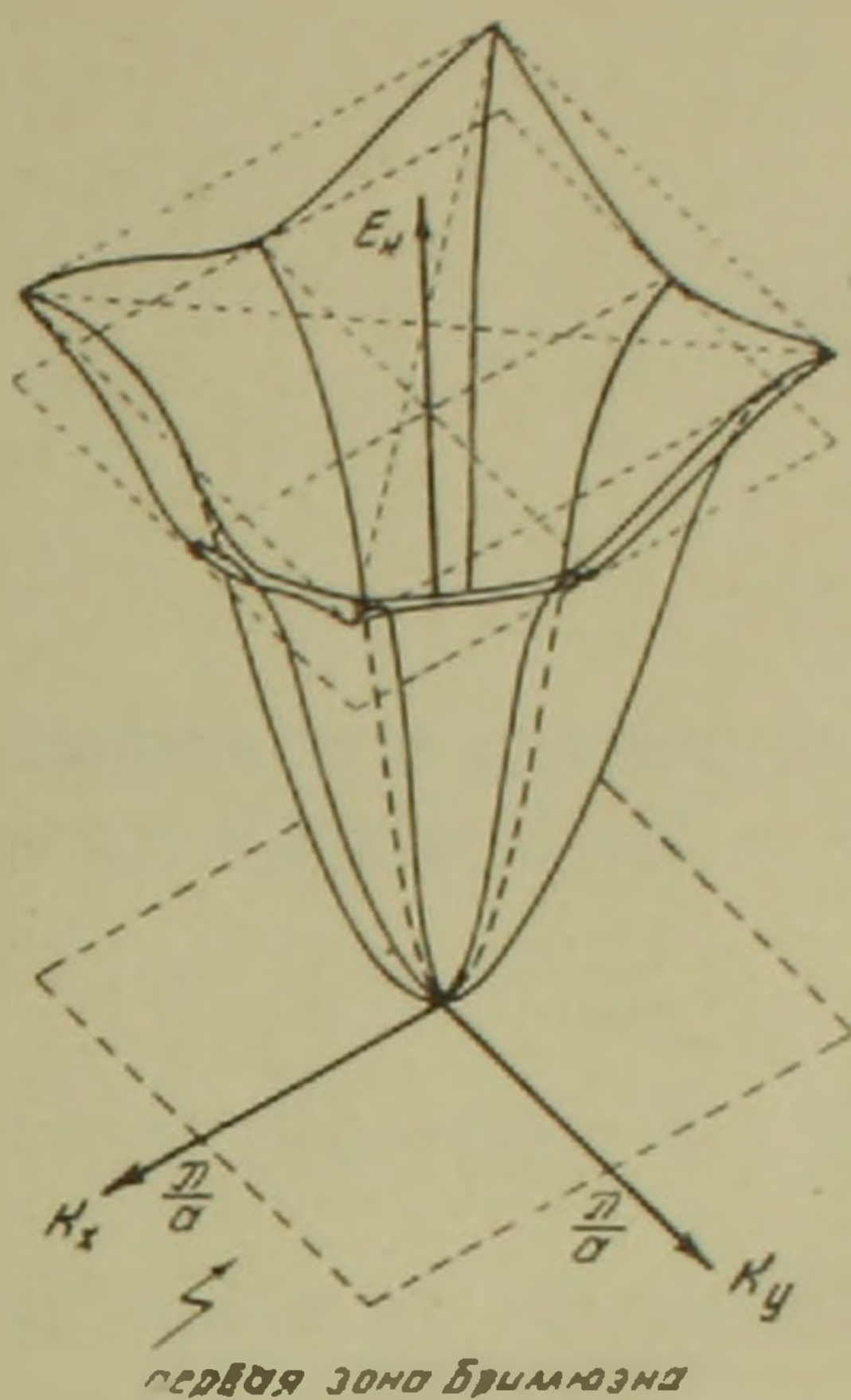
Для того чтобы дать наглядное представление спектра, на фиг. 2 показано E_k в зависимости от значения и ориентации k , лежащей в плоскости (001). Если в области малых k ($ka \ll 1$) поверхность E_k обладает цилиндрической симметрией (вырождение при $\theta_k = \pi/2$), то по мере возрастания k ($ka \sim 1$) цилиндрическая симметрия нарушается и поверхность становится „волнистой“.

Правда, крайне короткие спиновые волны быстро затухают. Но как показывает оценка в работе (5), при низких температурах их с

существование вполне реально. Тогда знание их спектра весьма полезно для понимания поведения ферромагнетика в полях очень коротких электромагнитных излучений (инфракрасная область).



Фиг. 1. Зависимость E_k от k для направлений $[001]$ $[100]$ $[110]$ в случае простой кубической решетки. Пунктирная линия — спектр по формуле Херринга—Киттеля.



Фиг. 2. Схематическое изображение поверхности E_k для k , лежащих в плоскости (001) в случае простой кубической решетки.

Автор выражает свою сердечную благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР Н. М. Кочаряну и С. В. Тябликову за помощь и постоянный интерес к работе.

Физико-техническая лаборатория
Академии наук Армянской ССР

ՅԱՆ ՇԻ

Սպինային ալիքների սպեկտրի մասին

Գրինի երկթամանակային ֆունկցիաների մեթոդով ստացված է բանաձև ֆերոմագնետիկում սպինային ալիքների սպեկտրի համար, հաշվի առնելով դիպոլ-դիպոլային փոխազդեցությունը ալիքային վեկտորի θ -ից մինչև π/a բոլոր արժեքների համար. բանաձևը պիտանի է ջերմաստիճանների լայն տիրույթի համար:

Երկար ալիքների ($k \ll 1/a$, a — ցանցի հաստատունն է) և ցածր ջերմաստիճանների սահմանային դեպքում ստացված բանաձևը հանդեպում է կիսատելի և խերինգ-կիտտելի հայտնի արտահայտություններին, իսկ կարճ ալիքների դեպքում ($k \sim 1/a$) մեր բանաձևը հաշվի է առնում բյուրեղային ցանցի երկրաչափական կառուցվածք և նշում է $0_k = \text{const}$ ալյատերման վերացումը, որը տեղի ունի երկար ալիքների տիրույթում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Дж. Ван Краненденк и Дж. Ван Флек, Rev. Mod. Phys. **30**, 1 (1958). ² А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтор, М. И. Качанов, УФН, **71**, 534 (1960). ³ Н. Н. Боголюбов, С. В. Тябликов, ДАН СССР, 126, 53 (1959). ⁴ М. Кохен и Ф. Кэффер, Phys. Rev. **99**, 1128 (1955). ⁵ Е. Н. Яковлев, ФТТ, **4**, 1589 (1962).