

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴԱՍԱՎԱՆԴՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱ

ԿՈՄԲԻՆԱՏՈՐԻԿԱՅԻ ՏԱՐՐԵՐԻ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱՆ ՀԱՆՐԱԿՐԹԱԿԱՆ ԴՊՐՈՑՈՒՄ

ՄԻՆԱՍՅԱՆ ԱՆԺԵԼԱ

Խ.Աբովյանի անվան հայկական պետական մանկավարժական համալսարան

Էլ. հասցե. minasyananjela08@aspu.am

DOI: 10.24234/scientific.v1i46.138

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Հետազոտության օբյեկտը հանրակրթական դպրոցում կոմբինատորիկայի տարրերն են: Հոդվածի նպատակն է կատարելագործել հանրակրթական դպրոցում կոմբինատորիկայի տարրերի ուսուցման մեթոդական համակարգը:

Աշխատանքում քննարկված են հանրակրթական դպրոցի մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում կոմբինատորիկայի տարրերի ուսուցման մեթոդական հարցերը, ինչպես նաև կոմբինատորիկայի տարրերի ուսուցման հիմնախնդիրները: Առանձնացվում և բնութագրվում են հանրակրթական դպրոցում կոմբինատորիկայի տարրերի ուսուցման մեթոդական առանձնահատկությունները, դիտարկվում է մաթեմատիկայի դասընթացում դրանց դերը ուսուցման արդյունավետության բարձրացման տեսանկյունից:

Ներկայացվում են կոմբինատորային բովանդակային նյութի դասավանդման մեթոդներ ու մեթոդական հնարներ, որոնք նախապես փորձարկվել են մեր դասավանդման գործընթացում: Հիմնավորվում է դրանց կիրառման հնարավորությունները և նպատակահարմարությունը՝ կապված աշակերտների տարիքային առանձնահատկությունների հետ:

Հանգամանորեն ներկայացվում է կոմբինատորիկայի առանձին թեմաների ուսուցման մեթոդական հանձնարարականներ: Յուրաքանչյուր թեմայի ուսուցման շրջանակներում առաջադրվում են որոշակի սկզբունքով ընտրված ներառարկայական և միջառարկայական կապեր իրականացնող, կիրառական նշանակություն ունեցող հետաքրքրաշարժ խնդիրներ: Տրվում են դրանց լուծման արդյունավետ մեթոդներ: Առաջադիր խնդիրները տարիներ շարունակ փորձարկվել են մեր դասավանդման գործընթացում:

Կոմբինատորիկայի տարրերի ուսուցման գործընթացում կիրառվել են համագործակցային ուսուցան, մաթեմատիկական մոդելավորման, գրաֆային մոդելավորման, կոդավորման, միջառարկայական և ներառարկայական կապերը խթանող մեթոդներ:

Հանրակրթական դպրոցում կոնկրետ խնդիրների և մեթոդների առաջադրմամբ կոմբինատորիկայի տարրերի ուսուցումը նպաստում է ուսումնական նյութի առավել խորը գիտակցմանը և ըմբռնմանը:

Քանալի քառեր՝ հանրակրթական դպրոց, մաթեմատիկա, կոմբինատորիկա, մեթոդիկա, ուսուցում:

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ժամանակակից մաթեմատիկայում կոմբինատորային մեթոդները մեծ դեր և նշանակություն ունեն: Դրանք ակտիվորեն կիրառվում են կիրառական խնդիրների լայն շրջանակում: Ներկայումս կոմբինատորիկան դարձել է դպրոցական մաթեմատիկական կրթության անհրաժեշտ տարր: Կրթության բովանդակության մեջ կոմբինատորային բաղադրիչի ներառման և ընդլայնման կարևորությունը պայմանավորված է կոմբինատորիկայի կիրառական լայն գործառույթներով (Հանրակրթության պետական առարկայական չափորոշիչներ և օրինակելի ծրագրեր /Մաթեմատիկա/ 2020):

Դպրոցական դասընթացում կոմբինատորիկայի ուսուցման անհրաժեշտությունն ու կարևորությունն ակնհայտ է ինչպես տարբեր գործնական կիրառությունների, այնպես էլ սովորողների կոմբինատորային մտածողության զարգացման տեսանկյունից: Հետևաբար, վերջինիս ուսուցումը ապահովում է բարձրացնել ոչ միայն աշակերտների ընդհանուր մաթեմատիկական պատրաստվածության մակարդակը, այլև նպաստում է դասընթացի այլ բաժինների հիմնավոր յուրացմանը:

Հարկ է նշել, որ կոմբինատորիկայի ուսուցման արդյունքում հնարավորություն է ստեղծվում առանցքային պատկերացումներ ձևավորել տարբեր կոմբինացիաների և դրանց թվի վերաբերյալ, այն նպաստում է հավանականությունների տեսության և վիճակագրության հետագա ուսուցման համար անհրաժեշտ կարողությունների և հմտությունների ձևավորմանը, հավանականային և վիճակագրական խնդիրների լուծման միջոցների ստացմանը: Այսպես, օրինակ, ըստ տրված հատկանիշի առանձին տարրերի խմբավորման, խնդրի լուծման տրամաբանորեն հնարավոր բոլոր տարբերակները թվարկելու, դրանց քանակը հաշվելու կարողություններն ու հմտություններն իրենց կիրառությունն են գտնում ինչպես հավանականային և վիճակագրական բազային խնդիրների լուծման մեջ (պատահույթի հանդես գալու հավանականությունը գտնելիս բոլոր հնարավոր ելքերի և նպաստող ելքերի քանակը հաշվելիս, նկարագրական վիճակագրության տարրերն ուսուցանելիս տրված պարամետրերի հիման վրա օբյեկտները դասակարգելիս և այլն), այնպես էլ՝ մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի այլ թեմաներում՝ ընդլայնելով և հարստացնելով մաթեմատիկական խնդիրների լուծման եղանակների զինանոցը:

Հանրակրթության մեջ կոմբինատորիկայի տարրերի ուսուցման և դասավանդման մեթոդիկայի հետ կապված հիմնախնդիրներին իրենց աշխատանքներում բազմակողմանիորեն անդրադարձել են բազմաթիվ հեղինակներ (Բ.Վ. Գնեդենկո, Ա. Պլոցկի, Վ.Վ. Ֆիրսով, Ա.Գ. Մորդկովիչ, Վ.Դ. Սելյուտին, Տ. Վարգա, Ս.Վ. Շերբատիխ, Ժ.Բորդիեր, Ս. Բատաներո, Ֆ. Կուրիկո, Ա. Էստրադա և Ս. Դիագ, Ս. Կոնոլդ և Ա. Պոլացեկ, Բ. Ու Թոմսոն, Պ. Քոբ և այլք):

Սակայն պետք է նշել, որ առկա լայնածավալ գիտամանկավարժական և մեթոդական

գրականության մեջ վերոնշյալ հիմնախնդիրների լուծման միասնական տեսակետ չի ձևավորվել:

ՄԵԹՈԴԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ուսումնասիրության համար մեթոդաբանական հիմք են հանդիսացել մաթեմատիկայի ուսուցման կիրառական ուղղվածության հայեցակարգերը, մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայի կատարելագործմանն ուղղված հետազոտությունները, ուսումնական խնդիրների տեսությունը:

ՔՆՆԱՐԿՈՒՄ

Հայտնի իրողություն է, որ կոմբինատորիկային բնորոշ ավանդական «բանաձևային» ուսուցումը վերացական-ձևական մակարդակում հանգեցնում է սերտողական ուսուցման. այն ընդհանուր առմամբ բավարար ազդեցություն չունի սովորողների կոմբինատորային պատկերացումների և մտածողության զարգացման վրա: Ուսուցման գործընթացում կոմբինատորային բանաձևերի ու կանոնների մեխանիկական կիրառումը բացառելու համար անհրաժեշտ ենք համարում, որ համապատասխան թեմաների ուսուցման մեթոդիկան ուղղված լինի խնդրի բովանդակության բացահայտմանը և համապատասխան մաթեմատիկական մոդելի կառուցմանը:

Նկատենք, որ կոմբինատորային նյութն ընկալելու համար անհրաժեշտ է տիրապետել բազմությունների տեսության տարրերին:

Հիմնական դպրոցում աշակերտները ծանոթանում են բազմության գաղափարին և բազմությունների միջև եղած առնչություններին: Ավագ դպրոցում խորացվում և ընդլայնվում են բազմությունների տեսության հետ կապված սովորողների գիտելիքները. նրանք ծանոթանում են բազմությունների հետ գործողություններին, գումարման և արտադրյալի կանոններին (Հանրակրթության պետական առարկայական չափորոշիչներ և օրինակելի ծրագրեր /Մաթեմատիկա/ 2020):

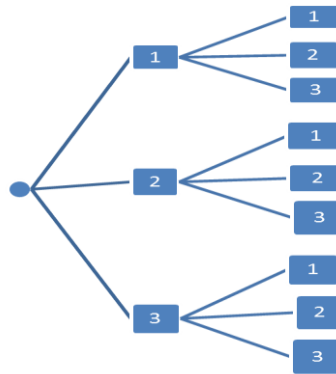
Վերջավոր և փոքրաթիվ տարրերով կոմբինատորային խնդիրների լուծման սկզբնական փուլում շեշտը պետք է դրվի ոչ թե համապատասխան կոմբինացիաների քանակը հաշվելու, այլ այդ կոմբինացիաները կազմելու վրա: Խնդիրը լուծելիս աշակերտները նախ պետք է կարողանան առանձնացնել խնդրի պայմաններին համապատասխան բոլոր հնարավոր կոմբինացիաները: Ընդ որում, կարելի է կիրառել բնական, սովորողներին հասանելի և տրված պայմաններին բավարարող հնարավոր տարբերակների թվարկման եղանակը: Նպատակն այն է, որ խնդրի լուծման գործընթացում սովորողները հանգեն իրենց բնույթով և կազմով տարբեր կոմբինացիաների ընտրության անհրաժեշտությանը (Бродский Я. 2004): Այդ ամենին կարող են նպաստել մի շարք ճիշտ ընտրված խնդիրները: Ներայացնենք դրանցից մի քանիսը.

Խնդիր: Երկու տառից կազմված քանի՞ բաց վանկ կարելի է կազմել՝ օգտագործելով ա, բ, գ, ի, կ, ե, զ տառերը: Գրել այդ վանկերը:

Վերոնշյալ խնդրի լուծումը թույլ է տալիս միջառարկայական կապեր ստեղծել հայոց լեզվի և մաթեմատիկայի միջև:

Խնդիր: Մարգահամերգային համալիրի մուտքերն և ելքերը միասին երեքն են: Համալիր մտնելու և դուրս գալու քանի՞ հնարավոր տարբերակ կա:

Լուծում: Ելքերը համարակալենք 1, 2, 3 թվանշաններով: Կառուցենք «հնարավոր տարբերակների ծառը», որը թույլ է տալիս լուծել խնդիրներն առանց բանաձևերի օգտագործման (տե՛ս՝ նկ. 1):



Նկ. 1

Այսպիսով՝ մարգահամերգային համալիր մտնելու և դուրս գալու 9 հնարավոր տարբերակ կա:

Հաջորդ քայլը տեսաբովանդակային մակարդակով կոմբինատորիկայի հիմնական կանոնների հետ ծանոթացումն է:

Անդրադառնալով բազմությունների գումարման կանոնին՝ նկատենք, որ կոմբինատոր բնույթի մի շարք խնդիրներում գործում է գումարման կանոնը:

Վերջինիս ուսուցումը կարելի է կազմակերպել հետևյալ կերպ. նախ դիտարկել այնպիսի խնդիրներ, որոնցում անհրաժեշտ է լինում հաշվել մի քանի բազմությունների միավորմանը պատկանող տարրերի քանակը:

Բազմապատկման կանոնին վերաբերող խնդիրների համակարգում սխալ կարծրատիպերի ձևավորումը կանխելու համար պետք է դիտարկվեն խնդիրներ, որոնցում բազմապատկման կանոնի մեխանիկական օգտագործումը բացառվում է: Այստեղ կարևոր է, որ աշակերտը հասկանա կարգավորված հավաքածու հասկացության իմաստը: Դա կարելի է մեկնաբանել տարբեր օրինակների միջոցով, ինչպես օրինակ, կինոթատրոնի տոմսի վրա ամրագրված (a, b) թվազույգի միջոցով: Անհրաժեշտ է կազմակերպել ընտրության տարբեր եղանակների քննարկումներ:

Խնդիր: Հայտնի է, որ A քաղաքից B քաղաք տանող 6 ճանապարհի կա, A-ից C՝ 5, իսկ B-ից D տանում են 4 և C-ից D՝ 3 ճանապարհներ: B և C քաղաքների միջև ուղիղ ճանապարհ չկա: A-ից D քաղաք տանող քանի՞ իրարից տարբեր ավտոբուսային երթուղի է հնարավոր սահմանել (Виленин Н. Я. и др., 2006):

Լուծում: Այս խնդրի լուծումը հանգում է երկու բազմությունների (B-ով և C-ով անցնող երթուղիների) տարրերի քանակների գումարին:

Խնդիրը կարելի է մեկնաբանել գծապատկերի միջոցով:

B քաղաքով անցնող A-ից D տանող բոլոր երթուղիների քանակը $6 \cdot 4$ է, իսկ C-ով անցնողները՝ $5 \cdot 3$: Նկատենք, որ A-ից D տանող ցանկացած երթուղի անցնում է կամ B-ով, կամ C-ով: Հետևաբար այն կամ B-ով անցնող երթուղիների թվում է, կամ C-ով անցնողների թվում: A-ից D տանող բոլոր երթուղիների քանակը հավասար կլինի՝

$$5 \cdot 3 + 6 \cdot 4 = 39:$$

Այս համատեքստում նշենք, որ կոմբինատորիկայի համակարգված շարադրման, կոմբինատորային նյութի ուսուցման գործընթացում հարցի էությունը հասկանալու, կոմբինատոր խնդիրների լուծման արդյունավետ մեթոդներից են գրաֆային մոդելավորումը, կոդավորումը, հնարավոր տարբերակների թվարկման եղանակը, գումարման և բազմապատկման սկզբունքները:

Մեր փորձը ցույց է տալիս, որ հատկապես միջին դպրոցում կոմբինատորային խնդիրների լուծման գործընթացում կոդավորման և գրաֆային մոդելավորման մեթոդների կիրառումն ունի բարձր արդյունավետություն: Դրանք ապահովվում են սովորողների ստեղծագործական ակտիվությունը:

Կարելի է դիտարկել հետևյալ խնդիրները.

Խնդիր: Ձինվորական ճաշարանն առաջարկում է ճաշացանկ (մենյու)՝ բաղկացած երեք բաղադրիչից. հիմնական կերակուր, խավարտ, ըմպելիք: Ընդամենը քանի՞ ճաշացանկ կարող է առաջարկել ճաշարանը, եթե խոհանոցում կա 4 տեսակի հիմնական կերակուր, 3 տեսակի խավարտ և 2 տեսակի ըմպելիք:

Խնդիր: Գտնել 128 թվի բաժանարարների քանակը:

Խնդիր: Հայտնի է, $\alpha = 2^a \cdot 3^b$, որտեղ $\alpha \in \{0, 1, 2\}$, $\beta \in \{0, 1, 2\}$:

ա) Գտնել a -ի ամենամեծ և ամենափոքր արժեքները:

բ) a -ի արժեքների մեջ քանի՞ զույգ թիվ կստացվի:

Նմանօրինակ խնդիրների լուծման ընթացքում սովորողները հենվում են մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացի հիմնական հասկացությունների վրա՝ թվի վերլուծումը պարզ արտադրիչների, զույգություն և այլն:

Խնդիր: Կոորդինատային հարթության վրա նշված են այն բոլոր կետերը, որոնց աբսցիսը և օրդինատը հավասար են հետևյալ թվերից որևէ մեկին՝ -2, -1, 1, 5: Այդպիսի քանի՞ կետ է նշված՝

ա) հարթության վրա,

բ) (0,0) կենտրոնով և 4 շառավղով շրջանում:

Վերոնշյալ խնդրի լուծման արդյունքում մի կողմից ամրապնդվում է կոմբինատորիկայի բազմապատկման կանոնի յուրացումը, մյուս կողմից սովորողները կրկնում են «կոորդինատային հարթություն» թեման, խնդրի տեքստային ձևակերպումը թարգմանվում է նախ՝ երկրաչափական, այնուհետև՝ հանրահաշվական լեզվի և միայն հետո՝ կոմբինատորային լեզվի:

Կոմբինատորային խնդիրների լուծումը կհամարվի ճիշտ և ամբողջական, եթե աշակերտները ներկայացնեն բոլոր հնարավոր տարբերակների թվարկման տրամաբանությունը՝ անկախ նրանից, թե ի՞նչ եղանակից են նրանք օգտվում:

Աշակերտների կողմից առաջարկված՝ միևնույն խնդրի լուծման տարբեր եղանակների համեմատումը («հնարավոր տարբերակների ծառի», կոդավորման կամ հիմնավորված քննարկումների օգնությամբ) թույլ է տալիս միաժամանակ ակտիվացնել նրանց և՛ պատկերավոր ընկալումը, և՛ տրամաբանական մտածողությունը, և՛ ստեղծագործական ու հաղորդակցական կարողությունները:

Կարգավորություններ, տեղափոխություններ և զուգորդություններ հասկացությունների ուսուցումը կարելի է կազմակերպել խմբային աշխատանքի միջոցով, ինչը սովորողներին հնարավորություն կտա աշխատել կոլեկտիվում և կնպաստի նրանց հաղորդակցական կարողությունների զարգացմանը: Նպատակահարմար է սովորողներին նախ առաջարկել կազմել տարբեր կոմբինացիաներ, համեմատել դրանք, կատարել ֆակտորիալ պարունակող տարբեր թվային արտահայտությունների հաշվումներ, պարզեցումներ $\left(\frac{6!-3!}{4!}, \frac{(n+3)!}{(n-1)!}\right)$ և այլն: Այդ դեպքում ստացված պատասխանները սովորողների ուշադրությունը կիրավիրեն եզրութաբանության վրա, սովորողներին հնարավորություն կտան տիրապետել համապատասխան լեզվին:

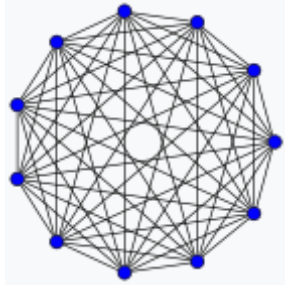
Ավագ դպրոցում կարևոր է քննարկել այնպիսի առաջադրանքներ, որոնք արդիականացնում և ամրապնդում են նախկինում ստացած գիտելիքները: Օրինակ, լուծել տարբեր միացություններ պարունակող գծային հավասարումներ, անհավասարումներ, կիրառելով համեմատման հիմնական հատկությունները՝ պարզեցնել արտահայտություններ $\left(\frac{1}{A_n^2} = 12, C_n^2 = \frac{P_{n+2}}{P_{n+1}}, C_9^6 + C_9^3\right)$: Փորձը ցույց է տալիս, որ աշակերտները դժվարանում են այն իրավիճակներում, երբ պետք է ըստ էության հասկանան, թե ի՞նչ միացության հետ գործ ունեն: Անհրաժեշտ է, որպեսզի համապատասխան օրինակների միջոցով ընդգծվի վերջիններիս տարբերությունները:

Կարգավորություններ թեմայի ուսուցման շրջանակներում դիտարկել առօրյա իրադարձություններ, երբ անհրաժեշտ է լինում պարզել, թե քանի՞ ձևով է հնարավոր տրված բազմության տարբեր տարրերից կազմել տրված երկարությամբ հավաքածուներ, որոնք տարբերվում են ընտրված տարրերով կամ նրանց հերթականությամբ: Սովորողները պետք է հասկանան, որ երկու տարբեր կարգավորություններ կարող են բաղկացած լինել նույն տարրերից՝ վերցված տարբեր հերթականությամբ:

Խնդիր: Ըմբշամարտի մրցաշարին քանի՞ եղանակով կարելի է զբաղեցնել 1-ին, 2-րդ և 3-րդ տեղերը, եթե մրցաշարին մասնակցում է 11 թիվ:

Լուծում: Կարելի է դիտարկել խնդրի լուծման տարբեր եղանակներ (գրաֆային մոդելավորմամբ, բանաձևային եղանակով և այլն):

Կառուցել համապատասխան գրաֆը (նկ. 2):



Նկ. 2

Այն կունենա 11 գագաթ: Միացնելով ցանկացած 3 գագաթ՝ արդյունքում կստացվեն եռանկյուններ, որոնց ընդհանուր քանակը կլինի՝

$$\begin{aligned}
 N &= \left(\frac{10 \cdot 9}{2} + \frac{9 \cdot 8}{2} \right) + \left(\frac{8 \cdot 7}{2} + \frac{7 \cdot 6}{2} \right) + \left(\frac{6 \cdot 5}{2} + \frac{5 \cdot 4}{2} \right) + \left(\frac{4 \cdot 3}{2} + \frac{3 \cdot 2}{2} \right) + \frac{2 \cdot 1}{2} = \\
 &= 9 \frac{(10+8)}{2} + 7 \frac{(8+6)}{2} + 5 \frac{(6+4)}{2} + 3 \frac{(4+2)}{2} + 1 = \\
 &= 9^2 + 7^2 + 5^2 + 3^2 + 1 = 165:
 \end{aligned}$$

Քանի որ տեղերի կարգը կարևոր է, յուրաքանչյուր եռանկյան մեջ՝ $3 \cdot 2 = 6$ մեդալների բաշխման տարբերակներ կան: Այսպիսով՝ կստանանք $6 \cdot 165 = 990$ հնարավոր տարբերակ:

Բանաձևային եղանակով խնդրի լուծումը կհանգի 11 տարրից 3-ական կարգավորություններ քանակի հաշվմանը.

$$A_{11}^3 = 11 \cdot 10 \cdot 9 = 990:$$

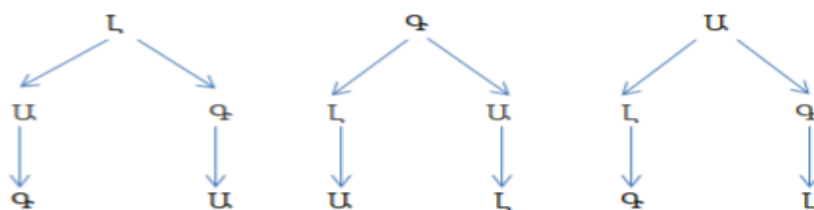
Այս և նմանատիպ այլ խնդիրների միջոցով սովորողներին բացատրել, թե կարգավորված հավաքածուների քանակը ո՞ր դեպքում ենք հաշվում արտադրյալի կանոնի կիրառմամբ և ո՞ր դեպքում՝ կարգավորությունների միջոցով:

Խնդիր: Գեղեցկության մրցույթում Լուսինեն, Գայանեն և Աննան մրցում են առաջին, երկրորդ և երրորդ տեղերի համար: Քանի՞ հնարավոր եղանակով նրանց մեջ կարող են բաշխվել այդ մրցութային տեղերը:

Լուծում: Ծառանման դիագրամի կիրառմամբ խնդրի լուծումը մեկնաբանելիս ակնառու է դառնում, թե քանի՞ եղանակով կարող են մրցութային տեղերը բաշխվել աղջիկների միջև (նկ. 3):

Սովորողները պետք է հասկանան, որ այստեղ խոսքը վերաբերում է կարգավորված եռյակների քանակը գտնելուն: Բանաձևային եղանակով խնդրի լուծումը կհանգի տրված երեք աղջիկների տեղափոխությունների քանակը գտնելուն:

(ԼԱԳ), (ԼԳԱ), (ԳԼԱ), (ԳԱԼ), (ԱԼԳ),



(ԱԳԼ):

Նկ. 3

$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6:$$

Կարելի է դասարանը բաժանել մի քանի խմբերի և խմբերից յուրաքանչյուրին հանձնարարել խնդիրը լուծել իրենց նախընտրած եղանակով: Այնուհետև, յուրաքանչյուր խումբ ներկայացնելով լուծման իրենց տարբերակը, գալ ընդհանուր եզրահանգման, թե լուծման ո՞ր եղանակն էր ավելի մատչելի ու հետաքրքիր սովորողների համար:

Խնդիր: Գտնել, թե քանի՞ պարտիա են խաղում շախմատի շրջանաձև առաջնությանը մասնակցող 14 շախմատիստները:

Լուծում: Շրջանաձև առաջնության ժամանակ շախմատիստներից ամեն մեկը յուրաքանչյուրի հետ հանդիպում է մեկ անգամ: Ուրեմն՝ խաղում են այնքան պարտիա, որքան զույգ կարելի է կազմել 14 շախմատիստներից (զուգորդություն 14-ից 2-ական):

Խնդրի լուծումը կարելի է մեկնաբանել աղյուսակի օգնությամբ (աղյուսակ 1):

Քանի որ յուրաքանչյուր թիմ չի կարող խաղալ ինքն իր հետ, մենք կարող ենք ներկել անկյունագիծը: Այսպիսով՝ աղյուսակը բաժանվում է երկու հավասար մասերի, որտեղ կրկնվում են հանդիպման արդյունքները, ստացված վանդակները բաժանենք 2 հավասար մասի: Արդյունքում կստանանք զուգորդություններ 14 տարրից 2-ական.

Աղյուսակ 1.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	■													
2		■												
3			■											
4				■										
5					■									
6						■								
7							■							
8								■						
9									■					
10										■				
11											■			
12												■		
13													■	
14														■

Պարտիաների քանակը կլինի՝

$$C_{14}^2 = \frac{14 \cdot 13}{1 \cdot 2} = 91:$$

Կարելի է դիտարկել նաև նմանօրինակ խնդիրներ, որոնք կապ են հաստատում երկրաչափության հետ, և կարող է սովորողների մոտ մեծ հետաքրքրություն առաջացնել:

Խնդիր: Տրված երկու զուգահեռ ուղիղներից առաջինի վրա նշված է 5 կապույտ, իսկ երկրորդ վրա՝ 6 կարմիր կետ: Ուղիղների կետերը՝ որպես գագաթ դիտարկելով, քանի՞ եռանկյուն և քառանկյուն կարելի է կառուցել:

Լուծում: Եռանկյունը կարող է ունենալ.

ա) 1 կարմիր և 2 կապույտ գագաթ,

բ) 2 կարմիր և 1 կապույտ գագաթ:

Առաջին դեպքում կարմիր գագաթն ընտրելու 6 հնարավորություն ունենք, իսկ կապույտ գագաթը՝ $C_5^2 = 10$:

Երկրորդ դեպքում կապույտ գագաթն ընտրելու 5 հնարավորություն ունենք, իսկ կարմիր գագաթը՝ $C_6^2 = 15$:

Կիրառելով արտադրյալի և գումարման կանոնները՝ կստանանք, որ հնարավոր եռանկյունների քանակը կլինի՝ $10 \cdot 6 + 15 \cdot 5 = 135$:

Խնդիր: Քանի՞ ձևով է հնարավոր կազմել երկուշաբթի օրվա դասացուցակը՝ կազմված հինգ տարբեր ուսումնական առարկաներից՝ պատմություն, հանրահաշիվ, երկրաչափություն, ֆիզկուլտուրա, գրականություն: Ընդ որում, հանրահաշիվ և երկրաչափության ժամերը չպետք է հաջորդեն միմյանց:

Խնդիր: Քանի՞ «բառ» է հնարավոր կազմել «հայրենիք» բառի տառերի տեղափոխությունից:

Խնդիր: Գտնել n -անկյուն բազմանկյան անկյունագծերի քանակը:

Խնդիր: Արմենը մայրության և գեղեցկության տոնի կապակցությամբ որոշել է իր մայրիկին նվիրել հայ մեծ բանաստեղծ Դանիել Վարուժանի գրքերից: Գրախանութում առկա 6 գրքից որևէ երկուսը ընտրելու քանի՞ հնարավորություն ունի Արմենը:

Ավագ դպրոցում առավել մեծ հնարավորություն է ստեղծվում բացահայտելու կոմբինատորային բաղադրիչի գործնական նշանակությունը՝ կապված կիրառական բնույթի խնդիրների հետ: Անհրաժեշտ է ցույց տալ կոմբինատորային մեթոդների լայն կիրառությունները բժշկության, քիմիայի, կենսաբանության, աշխարհագրության, լեզվաբանության մեջ և այլ ոլորտներում:

Նյութոնի երկանդամի և դրա հետ կապված հասկացությունների դիտարկումը նպատակաուղղված է ցույց տալու մաթեմատիկայի միջառարկայական կապերը:

Նյութոնի երկանդամի բանաձևի միջոցով տրվում է C_n^m թվի նոր սահմանումը՝ $(a + b)^n$ վերլուծությունում $a^m b^{n-m}$ անդամի գործակից (Виленкин Н. Я. и др., 2006):

Կարելի է դիտարկել մի շարք առաջադրանքներ, որոնցում պահանջվում է գտնել երկանդամի վերլուծության որոշակի անդամներ, գործակիցներ և այլն: Անհրաժեշտ է ցույց տալ Պասկալի եռանկյան գործնական նշանակությունը: Օրինակ՝ խաղադրույքի բաժանման վերաբերյալ խնդիրներ լուծելիս:

Խնդիր: Դիցուք՝ A խաղացողին հաղթանակի հասնելու համար մնացել է շահել k , իսկ B խաղացողին՝ m թվով խաղերում: Ինչպե՞ս արդարացիորեն բաժանել խաղադրույքը:

Լուծում: Դիմենք Պասկալի եռանկյան $(k+m)$ -րդ տողին: Այն պարունակում է $k+m$ թիվ: Այնուհետև գտնենք այդ տողի առաջին m թվերի գումարը և մնացած k թվերի գումարը: Այդ

գումարների հարաբերությունն էլ կլինի պատասխանը: Օրինակ՝ եթե A խաղացողին մնացել է շահել 3 խաղում, իսկ B -ին՝ 2 խաղում, ապա դիտարկում ենք 5-րդ տողը: Այդ տողի առաջին 2 թվերի գումարը հավասար է 5-ի, իսկ մնացածներինը՝ 11-ի, հետևաբար խաղադրույքը կհսկում է 5:11 հարաբերակցությամբ (Шибасов Л. П., Шибасова З. Ф., 2008):

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Այսպիսով՝ հանրակրթական դպրոցում կոմբինատորիկայի տարրերի ուսուցման գործընթացում կիրառական միջավայրի ընդլայնման, միջառարկայական կապերի խորացման, կիրառական խնդիրների ներառման և մաթեմատիկական մոդելավորման միջոցով հնարավոր է հասնել կոմբինատորիայի տեսական նյութի և խնդիրների համակարգի գործնական նշանակության, դրանց նկատմամբ սովորողների հետաքրքրությունների մեծացմանը և հետևաբար, ուսուցման արդյունավետության բարձրացմանը:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

Հանրակրթության պետական առարկայական չափորոշիչների և օրինակելի ծրագրերի նախագիծ. Մաթեմատիկա. (2020).

<https://escs.am/files/e89eb82cb0b8f91d9f76f46e43133829.pdf>

Бродский Я. (2004). Об изучении элементов комбинаторики, вероятности, статистики в школе. *Математика*, 31, 2–8.

Варга Т. (1978). *Плоскость и пространство. Деревья и графы. Комбинаторика и вероятность*. Москва, Педагогика.

Виленкин Н. Я., Виленкин А. Н., Виленкин П. А. (2006). *Комбинаторика*. Москва ФИМА, МЦНМО.

Шибасов Л. П., Шибасова З. Ф. (2008). *За страницами учебника математики: мат. анализ. Теория вероятностей: пособие для учащихся 10-11 кл.* Москва, Просвещение.

REFERENCE LIST

Proekt gosudarstvennyh predmetnyh standartov i primernykh programm obshchego obrazovaniya. Matematika. (Project of state subject standards and exemplary programs of general education. Mathematics). (2020).

<https://escs.am/files/e89eb82cb0b8f91d9f76f46e43133829.pdf>

Brodskiy YA. (2004). Ob izuchenii elementov kombinatoriki, veroyatnosti, statistiki v shkole (On studying the elements of combinatorics, probability, statistics at school). *Matematika*, 31, 2–8.

Varga T. (1978). *Ploskost' i prostranstvo. Derev'ya i grafy. Kombinatorika i veroyatnost'* (Plane and space. Trees and graphs. Combinatorics and probability). Moskva, Pedagogika.

Vilenkin N. YA., Vilenkin A. N., Vilenkin P. A. (2006). *Kombinatorika (Kombinatorika)*.

Moskva FIMA, MCNMO.

SHibasov L. P., SHibasova Z. F. (2008). Za stranicami uchebnika matematiki: mat. analiz. Teoriya veroyatnostej: posobie dlya uchashchihsya 10-11 kl (*Behind the pages of a mathematics textbook: mother. analysis. Probability theory: a manual for students of grades 10-11*). Moskva, Prosveshchenie.

ABSTRACT
METHODOLOGY OF TEACHING ELEMENTS OF COMBINATORICS AT THE
COMPREHENSIVE SECONDARY SCHOOL
MINASYAN A.

The object of the study is the elements of combinatorics at the comprehensive secondary school. The aim of the article is to improve the methodological system of teaching elements of combinatorics at the comprehensive secondary school.

The article discusses methodological issues and problems of studying combinatorics elements in the process of teaching mathematics. The methodological features of studying combinatorics elements at the comprehensive secondary school are identified and characterized, their role in the course of mathematics from the point of view of improving the effectiveness of learning is considered.

The methods and methodical techniques of teaching combinatorial material, which were previously tested in our educational process, are presented. The possibilities and expediency of their application in connection with the age peculiarities of students are substantiated.

Methodological guidelines for teaching individual topics of combinatorics are given. Within the framework of teaching each topic, interesting tasks of applied significance are presented. Effective methods of their solution are given. The presented tasks have been tested for years in our teaching practice.

In the process of teaching the elements of combinatorics, methods of cooperative learning, mathematical modeling, graphical modeling, coding, methods that promoting inter- and intra-subject connections were used.

Key words: comprehensive school, combinatorics, methodology, teaching

РЕЗЮМЕ

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОМБИНАТОРИКИ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ *МИНАСЯН А.*

Объектом исследования являются элементы комбинаторики в общеобразовательной школе. Цель статьи - совершенствование методической системы преподавания элементов комбинаторики в общеобразовательной школе.

В работе обсуждаются методические вопросы и проблемы изучения элементов комбинаторики в процессе преподавания математики в общеобразовательной школе. Выделены и охарактеризованы методические особенности изучения элементов комбинаторики в общеобразовательной школе, рассмотрена их роль в курсе математики с точки зрения повышения эффективности обучения.

Представлены методы и методические приемы преподавания комбинаторного материала, которые ранее апробировались в нашем учебном процессе. Обоснованы возможности и целесообразность их применения в связи с возрастными особенностями учащихся.

Приводятся методические указания по преподаванию отдельных тем комбинаторики. В рамках преподавания каждой темы представлены интересные задачи прикладного значения, реализующие внутрипредметные и межпредметные связи, выбранные по определенному принципу. Приведены эффективные методы их решения. Представленные задачи проверены годами в нашей учебной практике.

В процессе преподавания элементов комбинаторики применялись методы кооперативного обучения, математического моделирования, графического моделирования, кодирования, методы, способствующие развитию межпредметных и внутрипредметных связей.

Преподавание элементов комбинаторики с помощью конкретных задач и методов в общеобразовательной школе способствует более глубокому осознанию и пониманию учебного материала.

Ключевые слова: общеобразовательная школа, комбинаторика, методика, преподавание.