ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XXXV 1962 1

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

А. М. Гаспарян и Н. С. Икарян

Движение бесформенных частиц в вязкой среде

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. В. Егназаровым 29/III 1962)

В литературе имеется сравнительно мало работ, посвященных влиянию формы частицы на скорость ее падения в вязкой среде. Особенно немногочисленны работы по стесненному падению бесформенных (неправильной формы) частиц, т. е. частиц помолов, представляющих наибольший практический интерес. Многие авторы ([1-3]), затрагивая этот вопрос, подчеркивают трудность и важность решения задачи.

В настоящей работе сделана попытка выявить и количественно описать особенности свободного и стесненного падения бесформенных частиц.

Некоторые авторы ([4-8]) считают, что скорость свободного падения U_0 несферичной частицы выражается равенством:

$$U_0 : C_0 = \psi = \text{Const.}, \tag{1}$$

где C_0—скорость свободного падения эквивалентной по объему сферы, а ψ—соотношение поверхности этой сферы к поверхности частицы. $\psi < 1$ носит названия „сферичность частицы“, „симплекс формы“, „шаровое число“. Отсюда, как логическое следствие, для скорости стесненного падения (СС..) несферических частиц предлагается выражение:

$$U : C = \psi = \text{Const.} \quad U = \psi C = \psi K C_0 m^n, \tag{2}$$

где

$$C = K C_0 m^n \tag{3}$$

скорость стесненного падения сфер. Подробное рассмотрение этого уравнения изложено ранее ([9]).

Из (2) следует, что отношение $U:C$ не зависит от пористости m или концентрации φ падающей взвеси; между тем ранее было экспериментально доказано ([10]), для области небольших чисел Рейнольдса, что оно сильно меняется с изменением m.

Поиски объяснения влияния пористости m или концентрации φ на отношение $U:C$ нас привели к выводу, что в случае бесформенных частиц их эффективная концентрация $\varphi_э$ отлична от истинной концентрации φ, представляющей долю истинного объема твердых частиц во взвеси. Каждая бесформенная частица во взвеси занимает больше места, чем ее собственный объем. Иначе говоря, следует учесть следующее известное представление ([11,12]): частица при движении в вязкой среде обволакивается ею, углубления и неровности на поверхности частицы заполняются практически неподвижной относительно частицы средой, и частица вместе с приставшей средой образует одно целое.

При изыскании закономерностей стесненного падения бесформенных частиц нужно иметь в виду не „голую", свободную от приставшей среды частицу, а частицу с неподвижной „одеждой".

Такую частицу назовем псевдочастицей.

Псевдочастица отличается от данной бесформенной твердой частицы своим размером и плотностью. У этих частиц одинаковы только избыточные веса, то есть силы преодолевающие сопротивление среды при их падении.

Количество приставшей неподвижно к частице среды зависит: а) от формы частицы; чем бесформенней частица (чем больше неровностей, углублений и выступов на поверхности частицы), т. е. чем меньше „шаровое число" частицы, тем больше, при прочих равных условиях, количество приставшей к ней среды; б) от скорости (относительно среды) и размеров частицы, а также от вязкости и плотности среды, т. е. от числа Рейнольдса. С возрастанием числа Рейнольдса должно уменьшаться количество приставшей к частице среды.

Для частицы данной формы в данной среде (т. е. при данных „шаровом числе" и Re), количество приставшей к частице среды постоянно, независимо от того, частица падает (двигается) свободно или стесненно. Количество приставшей среды не зависит от степени стесненности движения (от m или от φ). При любом значении φ, начиная от $\varphi = 0$ (свободное падение) до $\varphi \approx \varphi_0$ (на грани образования осадка), градиент скорости между частицей и средой постоянен, и поэтому с изменением φ не должно иметь места смывание или обрастание приставшей к частице среды.

На фиг. 1, в горизонтальном ряду „*а*", изображены три одинаковые бесформенные частицы. В ряду „*б*" показаны три псевдочастицы, возникающие при различных значениях числа Рейнольдса. Наиболее округлая, близкая к сфере псевдочастица „*б—1*" возникает при небольших Re. При сравнительно большом числе Рейонольдса частица освобождается от части приставшей неподвижной жидкости и получает форму „*б—2*". В турбулентной области частица почти полностью оголяется, принимая форму „*б—3*". В ряде „*в*" изображены три псевдошара, которые по своему обьему и плотности идентичны соответствующим псевдочастицам ряда „*б*". В ряде „*г*" показаны три одинаковых шара, эквивалентных по объему и плотности бесформенным частицам ряда „*а*". Поскольку реально частицы в среде имеют формы псевдочастиц, изображенных в ряде „*б*", то задача заключается в определении скорости падения именно этих частиц. Для этого сначала определим связь между скоростями свободного падения эквивалентных шариков „*г*" и псевдошариков „*в*".

Сопротивление среды, оказываемое частице, падающей с равномерной скоростью, равно избыточному весу частицы и в общем случае для сферы определяется уравнением Ньютона:

$$P = \lambda \frac{\pi \partial^2}{4} \gamma \frac{C^2}{2g}, \tag{4}$$

где ∂—диаметр сферы, C—ее скорость и γ—удельный вес среды.

Псевдошар „*в*" с диаметром ∂_n и эквивалентный шарик с диаметром ∂ в среде имеют одинаковые избыточные веса P (веса, с вычетом Архимедовых сил), так как жидкая доля псевдошара не имеет избыточного веса. Если C_0 и U'_0 скорости свободного падения сфер „*г*" и „*в*", то, очевидно, согласно (4):

$$P = \lambda \frac{\pi \partial^2}{4} \gamma \frac{C_0^2}{2g} = \lambda \frac{\pi \partial_n^2}{4} \gamma \frac{(U'_0)^2}{2g};$$

$$\partial^2 C_0^2 = \partial_n^2 (U'_0)^2, \quad U'_0 = \frac{\partial}{\partial_n} C_0. \tag{5}$$

Обозначим отношение объемов псевдошара (или псевдочастицы) к эквивалентному шару через α (объемный коэффициент):

$$\alpha = \left(\frac{\partial_n}{\partial}\right)^3, \quad \text{тогда} \quad U'_0 = \frac{C_0}{\sqrt[3]{\alpha}}. \tag{6}$$

Выражения (5) и (6) определяют связь между скоростями свободного падения сфер „*в*" и „*г*".

Скорость стесненного падения U' псевдошаров выразится аналогично (3):

$$U' = K\, U'_0 (1 - \varphi_э)^n. \tag{7}$$

Объемная концентрация псевдошаров $\varphi_э$ будет больше истинной концентрации φ твердой фазы во взвеси и выразится:

$$\varphi_э = \alpha \varphi. \tag{8}$$

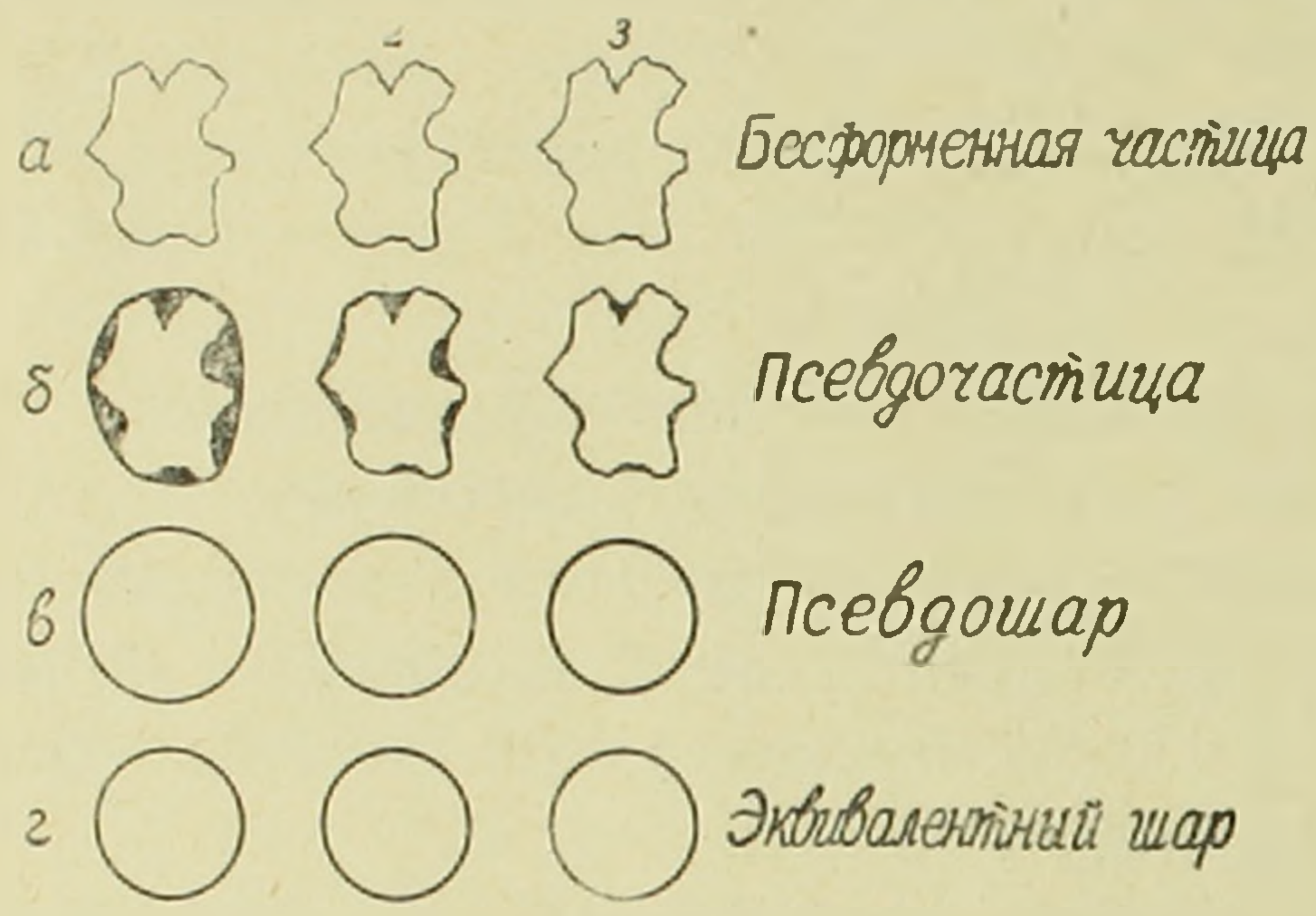
Из (6), (7) и (8) получается:

$$U' = \frac{K C_0}{\sqrt[3]{\alpha}} (1 - \alpha\varphi)^n. \tag{9}$$

Таким образом, скорость стесненного падения псевдошаров U' определяется уравнением (9).

При небольших числах Рейнольдса (ламинарная область и часть переходной области) частицы помола так сильно обволакиваются средой, что принимают форму, близкую шарообразной. Поэтому, как было показано ранее ([10]), мелкие помолы стекла, кварцита, известняка, базальта, нефелиновых сиенитов, буланжерита, галенита и кварцевого песка хорошо подчиняются уравнению (9).

При сравнительно больших числах Рейнольдса обволакивание частицы уменьшается, она теряет близкую к сфере форму и неизбежно появляется новый фактор, влияющий на скорость падения,—коэффициент формы β.



Фиг. 1.

В отличие от шарового числа (или „сферичности частицы“, „симплекса формы“) ψ, коэффициент формы β не является отношением поверхностей эквивалентного шара „г“ (фиг. 1) и частицы „а“. Он учитывает степень замедления падения частицы (или псевдочастицы) по сравнению со скоростью падения эквивалентной сферы (или псевдошара).

Чаудхури и Фритц ([13]) исследовали скорости свободного падения частиц, имеющих форму тетраэдра, куба, октаэдра и шара. Они нашли, что в ламинарной области для частиц этих форм отношение $\beta:\psi$ соответственно составляет 1,265, 1,14, 1,11 и 1,0. Для турбулентной же области эти отношения меньше единицы и составляют: 0,657, 0,683, 0,720 и 1,0 для шара. Они для переходной области не нашли каких-либо закономерностей, но очевидно, что где-то в этой области для изученных ими частиц отношение $\beta:\psi$ станет единицей. По-видимому, прямая связь между „шаровым числом“ ψ и скоростью падения частицы может существовать на очень небольшом диапазоне числа Рейнольдса.

Из сказанного следует, что скорость свободного падения псевдочастицы U_0 определяется:

$$U_0 = \beta U_0' = \frac{\beta}{\sqrt[3]{\alpha}} C_0, \tag{10}$$

а скорость стесненного падения этих частиц:

$$U = KU_0 (1 - \alpha\varphi)^n = \frac{\beta K C_0}{\sqrt[3]{\alpha}} (1 - \alpha\varphi)^n. \tag{11}$$

Это уравнение является количественным выражением предложенной здесь гипотезы о псевдочастице. U является ССП псевдочастиц и, следовательно, ССП самих бесформенных частиц.

Для данной узкой фракции бесформенных частиц, в данной среде, то есть для данного числа Рейнольдса, коэффициент формы β и объемный коэффициент α постоянны во всем диапазоне изменения концентрации взвеси. Как показано ниже, при условии $Re < 3$ и $Re > 1000$, эти коэффициенты для частиц данного вещества (минерала) вообще постоянны и не зависят также от числа Рейнольдса.

Отметим, что под числом Рейнольдса всегда подразумеваем:

$$\mathrm{Re} = \frac{\partial C_0 \rho}{\mu}, \tag{12}$$

где ∂ и C_0—диаметр и скорость свободного падения эквивалентного шара „$г$“.

Дополнительно к раннее опубликованным данным [10] было изучено 82 образца помолов барита, арагонита, стекла и базальта. Средний размер частиц испытанных фракций составлял от 60 до 4000 микронов, в диапазоне числа Рейнольдса от 0,14 до 1400. Скорости стесненного падения определялись путем взвешивания [14] в потоке воды, в диапазоне концентрации твердой фазы во взвеси от 0,06 до 0,4. Для каждого образца измерялось около 40 скоростей стесненного падения и составлялись кривые $U = f(\varphi)$. Каждый образец представлял собой тщательно выделенную из помола узкую фракцию, с достаточной степенью монодисперсности.

Обработка экспериментального материала привела к следующим результатам.

Коэффициенты α *и* β находились на основе кривых $U = f(\varphi)$. Если (11) написать для двух различных значений ССП U_1 и U_2 и делить друг на друга, получится:

$$\alpha = \frac{A - 1}{A\varphi - \varphi_1}, \tag{13}$$

где

$$A = (U_1 : U_2)^{\frac{1}{n}}.$$

Значение n находят по величине Re описанным ранее способом [9], для сфер, эквивалентных данной фракции помола. φ_1 и φ_2 берутся из экспериментальной кривой по U_1 и U_2.

Из каждой кривой $U = f(\varphi)$ бралось 6 пар значений φ:

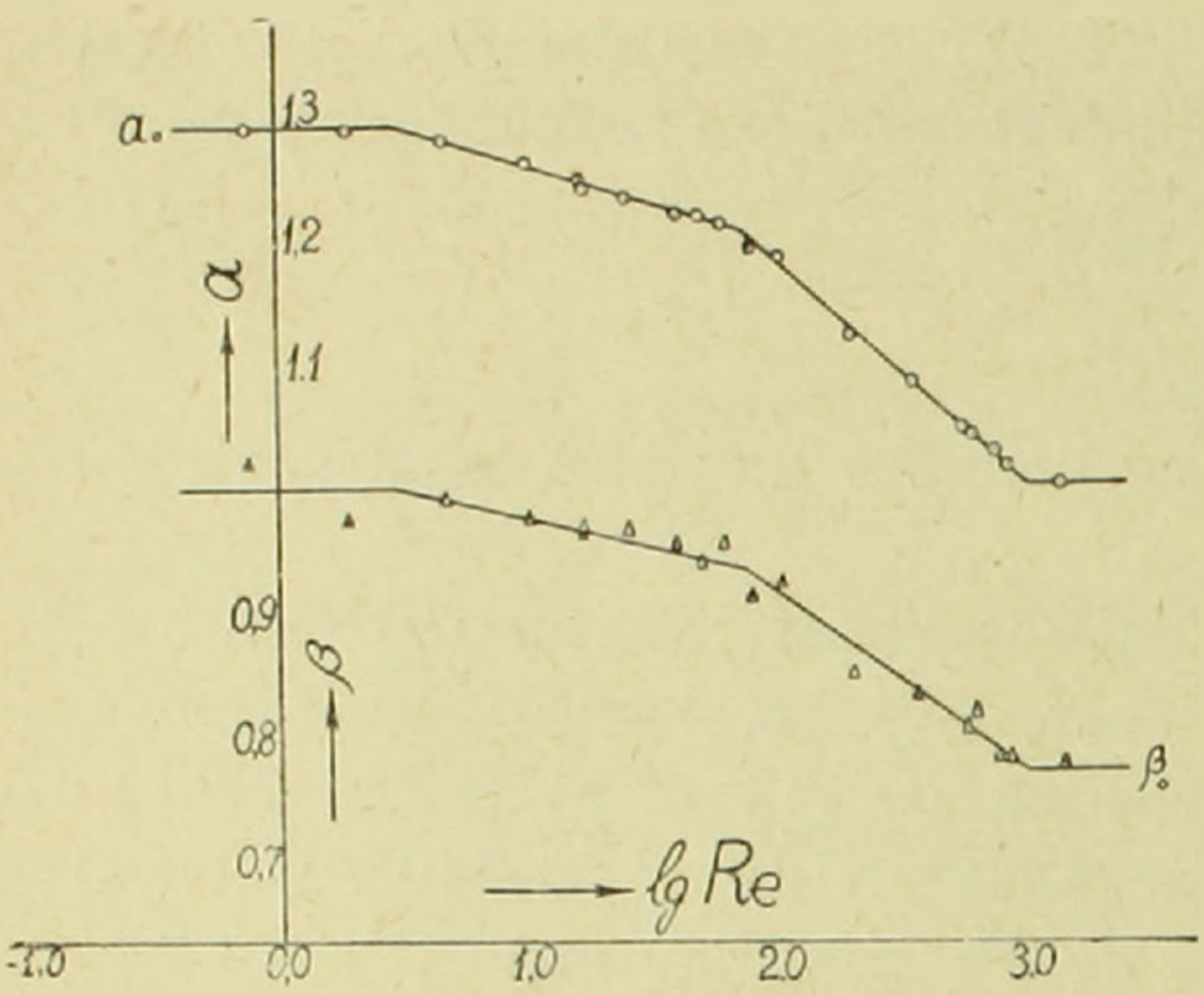
(0,1 — 0,2; 0,1 — 0,3; 0,1 — 0,4; 0,2 — 0,3; 0,2 — 0,4 и 0,3 — 0,4)

и находилось 6 значений α. Разброс полученных значений α в подавляющем большинстве случаев не превышает 1 – 2% от средней величины. Наибольший разброс в единичных случаях доходит до 6%.

Подставляя среднее значение (из 6 определений) α в (11), для 4-х значений φ (0,1: 0,2; 0,3 и 0,4) определяли значение β. Разброс получился такой же, как и при α.

Весьма удовлетворительное постоянство (для данного образца) значений α и β, определенных по опытным кривым $U = f(\varphi)$ подтверждает близость к истине уравнения (11).

На фиг. 2 приведена зависимость α и β от числа Рейнольдса для образцов барита. По точкам, рассчитанным вышеизложенным способом, проведены усредняющие линии. Аналогичные линии получены для арагонита, стекла и базальта.



Фиг. 2.

Из полученного экспериментального материала вытекают следующие выводы.

1. В области малых чисел Рейнольдса, т. е. до $Re = 2 \div 3$, коэффициент формы β становится единицей или почти единицей. В этой области Re, коэффициент объема α достигает своего максимума для данных бесформенных частиц, не зависит от Re и является постоянной величиной—α_0. Следовательно, для ССП бесформенных частиц в этой области можно писать:

$$U = \frac{KC_0}{\alpha_0^{\frac{1}{3}}} (1 - \alpha_0 \varphi)^n. \tag{14}$$

2. В области больших чисел Рейнольдса, то есть при $Re > 1000$, частица полностью, или почти полностью, освобождается от неподвижно приставшей среды и объемный коэффициент α становится единицей. Коэффициент формы β достигает своего минимума для данных частиц, перестает зависеть от Re, становится постоянной величиной—β_0. Следовательно, для ССП бесформенных частиц в этой области (11) переходит в:

$$U = \beta_0 KC_0 (1 - \varphi)^n, \tag{15}$$

или

$$U = \beta_0 C. \tag{16}$$

Уравнение (16) от (2) отличается тем, что коэффициентом служит не шаровое число ψ, а β_0.

3. Между числами Рейнольдса, примерно от 3 до 1000 (почти вся переходная область и часть турбулентной области), α и β для данных бесформенных частиц являются функцией от Re и с его ростом уменьшаются. α, уменьшаясь, приводит к увеличению скорости падения. β, уменьшаясь, приводит к уменьшению этой скорости.

Функции $\alpha = f_1(Re)$ и $\beta = f_2(Re)$, наподобие зависимостей $K = f_3(Re)$ и $n = f_4(Re)$, при $Re = 75$ дают перелом.

4. Коэффициенты α и β зависят, помимо Re, также от формы частиц. Ввиду того, что различные вещества и минералы при помоле дают различной формы частицы, то вывод общего уравнения описывающего изменение этих коэффициентов для всех случаев–невозможен. Однако для данного вещества, минерала, вывод соответствующих уравнений вполне возможен на основе эксперимента. Так, для барита с достаточной степенью точности можно писать:

$$\left.\begin{array}{c}
\text{а) для области } \mathrm{Re} < 3, \quad \alpha_0 = 1{,}286; \ \beta = 1. \\
\text{б) для области } 3 < \mathrm{Re} < 75, \\
\alpha = 1{,}315 - 0{,}0614 \ \lg \mathrm{Re}; \quad \beta = 1{,}022 - 0{,}0465 \ \lg \mathrm{Re} \\
\text{в) для области } 75 < \mathrm{Re} < 1000, \\
\alpha = 1{,}533 - 0{,}1777 \ \lg \mathrm{Re}; \quad \beta = 1{,}2 - 0{,}142 \ \lg \mathrm{Re} \\
\text{г) для области } \mathrm{Re} > 1000, \\
\alpha = 1, \quad \beta_0 = 0{,}775
\end{array}\right| \qquad (17)$$

19 узких фракций помола барита подвергались исследованию и были составлены 19 экспериментальных кривых $U = f(\varphi)$. Диапазон Re от 0,7 до 1400. Из этих кривых были сняты 76 опытных значений U для концентраций 0,1, 0,2, 0,3 и 0,4. Эти же значения U были подсчитаны по (17). Среднеквадратичное отклонение составило $2{,}64\%$. Максимальное расхождение между опытным и расчетным значениями составляет $\pm 6\%$.

Инстутут органической химии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Մ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ ԵՎ Ն. Ս. ԻԿԱՐՅԱՆ

Տձև մասնիկների շարժումը մածուցիկ միջավայրում

Մի շարք հեղինակներ պնդում են, որ տձև մասնիկների և նրանց էկվիվալենտ գնդերի անկման արագությունների հարաբերությունը հաստատուն է և պայմանավորված է միմիայն մասնիկների գնդաձևությամբ։ Այդ մոտեցման համաձայն, արագությունների $U:C$ հարաբերությունը կախում չունի մասնիկների կախվածքի խտությունից։ Սակայն, փորձերը հակառակն են ցույց տալիս, հատկապես լամինար ռեժիմի պայմաններում։ Այս հակադրության բացատրությունը որոնելիս մենք հանգեցինք «պսևդոմասնիկի» հիպոթեզին։

Պսևդոմասնիկի հիպոթեզի համաձայն, տձև մասնիկը մածուցիկ միջավայրում շարժվելիս «զգեստավորվում» է միջավայրի որոշ շերտով՝ կախված մասնիկի ձևից և արագությունից։ Նկար 1-ում ցույց է տրված մի տձև մասնիկի միջավայրով զգեստավորումը („б“), ըստ շարժման առանձին ռեժիմների։ Այս հիպոթեզի հիման վրա դուրս է բերված մոնոդիսպերս տձև մասնիկների կաշկանդված անկման արագության ընդհանուր տեսքի (11) հավասարումը։ (9) և (15) հավասարումները նրա մասնավոր դեպքերն են լամինար և տուրբուլենտ ռեժիմի պայմանների համար։ Այս հավասարումների մեջ α-ծավալային գործակիցն իրենից ներկայացնում է պսևդոմասնիկի և համապատասխան էկվիվալենտ գնդի ծավալների հարաբերությունը։ β-ձևի ֆակտորը հաշվի է առնում տձև մասնիկի անկման արագության դանդաղեցման աստիճանը, համեմատած էկվիվալենտ գնդի անկման արագության հետ։

Տարբեր նյութերի աղացվածքներից պատրաստված 82 մոնոդիսպերս նմուշների փորձարկման արդյունքները, որոնք ամփոփված են $U = f(\varphi)$ կորերի տեսքով, հնարավորություն են տալիս որոշելու յուրաքանչյուր սերիայի փորձերի համապատասխան α և β գործակիցները։ Յուրաքանչյուր նմուշի դեպքում $\varphi = 0{,}1 \div 0{,}4$ տիրույթում, α և β գործակիցների համար ստացված արժեքների հաստատունությունը վկայում է պսեդոմանիկի հիպոթեզի ընդունելի լինելու մասին։

Փորձերի արդյունքները ցույց են տալիս, որ α և գործակիցները կախված են Ռեյնոլդսի թվից և նրա մեծացման հետ փոքրանում են որոշակի օրինաչափությամբ։ Նկար 2-ում ցույց են տրված բարիտի նմուշների համար ստացված արդյունքները։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Гаррис*, Nature, 183. № 8, 530 (1959). [2] *М. Лева*, Псевдоожижение. Гостопиздат. М., 1961. [3] *Герхард* и *Гунтер*, Chem. Tech., 13, № 2, 64 (1961). [4] *Н. И. Смирнов*, *Ли Де Эп*, ЖПХ, т. 24, № 4, 384; 459 (1951). [5] *П. Ребу*, Кипящий слой, Изд-во ЦИИН Цветмет, М., 1959. [6] *Б. Ф. Степочкин*, Известия высш. учеб. завед. Химия и хим. технология, т. 3, № 1, 204 (1960). [7] *Л. Н. Еркова*, *Н. И. Смирнов*, ЖПХ, т. 29, № 9, 1175 (1956). [8] *Люис* и *Боверман*, Chem. Eng. Progr., 48, № 12, 603 (1952). [9] *А. М. Гаспарян*, *Н. С. Икарян*, Известия АН АрмССР (серия технич. наук), т. 15, № 2, (1962). [10] *А. М. Гаспарян*, *Н. С. Икарян*, ДАН АрмССР, т. XXVI, № 2, 95 (1958). [11] *Л. С. Лейбензон*. *Д. С. Вилкар*, *П. П. Шумилов* и *В. С. Яблонский*, Гидравлика, 1934. [12] *Стейнур*, Ind Eng. Chem., 36, 618; 840; 901 (1944). [13] *Чаудхури* и *Фритц*, Chem. Eng. Sci., 11, № 2 (1959). [14] *А. М. Гаспарян*, *А. А. Заминян*, ДАН АрмССР, т. XXV, № 4, 213 (1957).