

ФИЗИКА

Г. М. Гарибян

Некоторые свойства излучения заряда в слоистой среде

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. И. Алиханяном 28/VI 1961)

Вопрос об излучении заряда в слоистой среде был рассмотрен в ряде работ (1-7). В настоящей работе мы дадим простой вывод формул для переходного излучения крайне-релятивистской частицы в слоистой среде для частот, значительно превышающих оптические, а также рассмотрим некоторые свойства этого излучения.

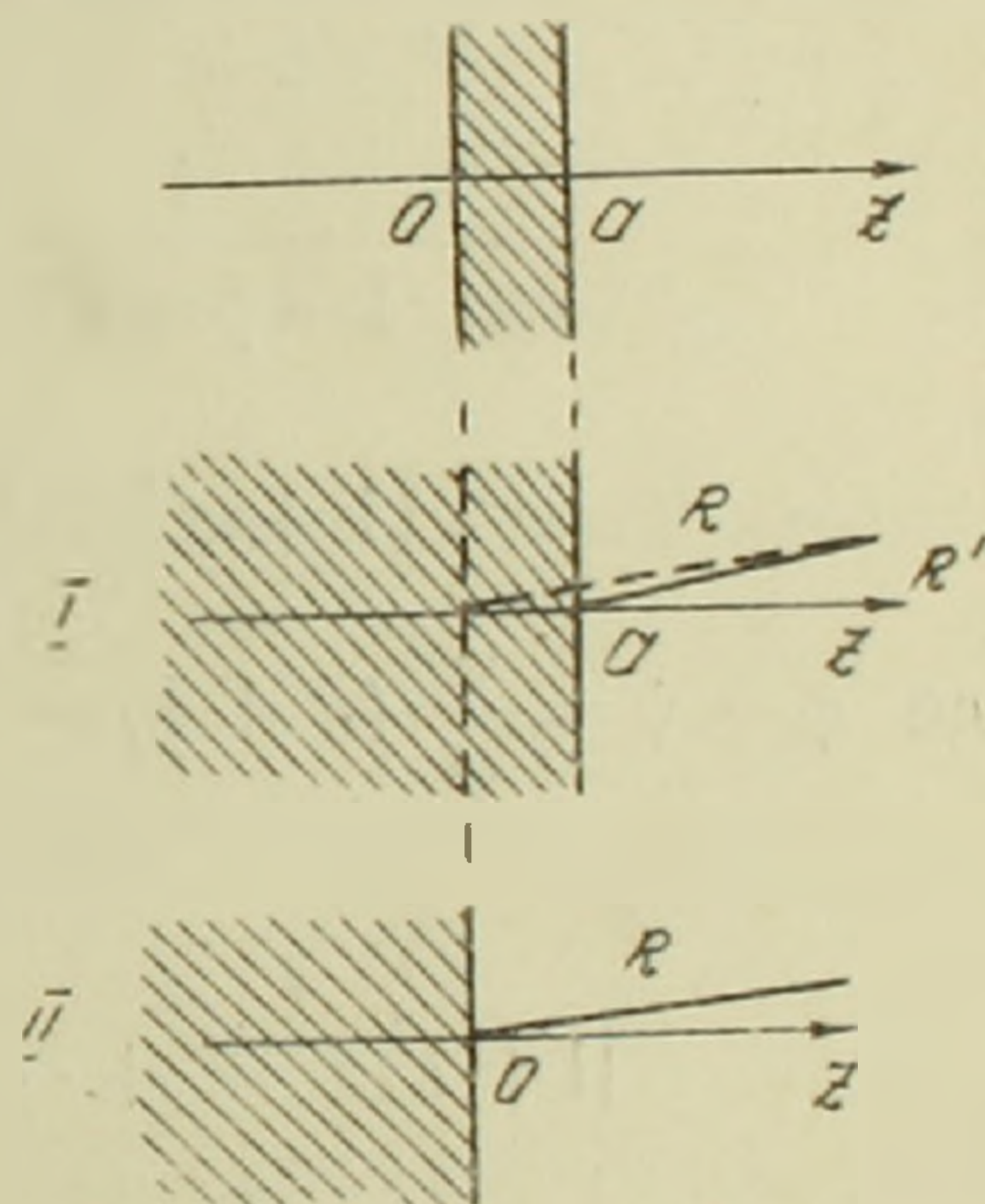
1. В работе (8) был предложен простой способ вывода формул для переходного излучения на одной границе раздела сред, использующий формулу для интенсивности излучения, возникающего при столкновении частиц. Мы покажем сейчас, как можно распространить этот метод на случай пластинки и слоистой среды.

Ограничимся рассмотрением переходного излучения, испускаемого вперед. Поля излучения, возникающие при пролете частицы через пластинку, можно представить как разности полей излучения вспомогательных задач I и II (фиг. 1). Тогда для первой вспомогательной задачи получим:

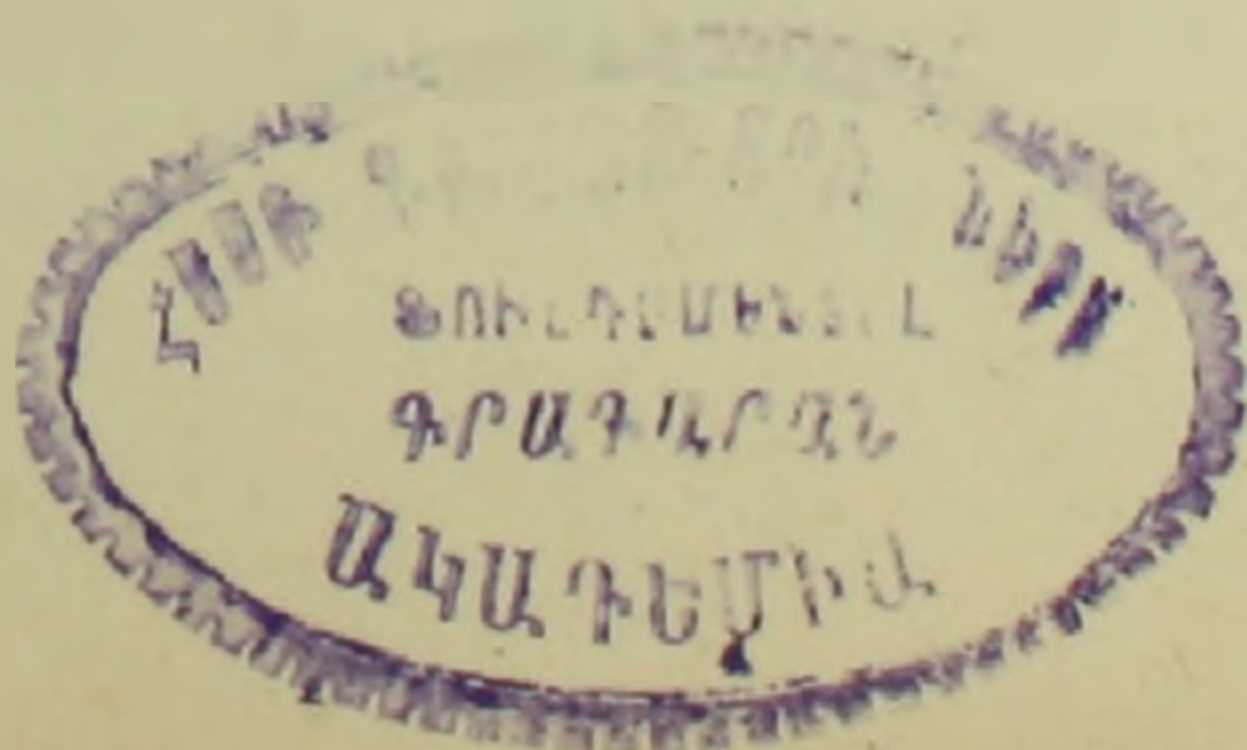
$$\vec{H}_\omega = e \frac{[\vec{n} \vec{v}]}{2\pi c^2 R} e^{i \frac{\omega}{c} R} \left(\frac{1}{1 - \beta \sqrt{\epsilon - \sin^2 \vartheta}} - \frac{1}{1 - \beta \cos \vartheta} \right) e^{i \frac{\omega}{v} a (1 - \beta \sqrt{\epsilon - \sin^2 \vartheta})} \quad (1)$$

Для второй задачи получим такое же выражение, но без последней экспоненты. В результате для поля излучения получим выражение:

$$\vec{H}_\omega = e \frac{[\vec{n} \vec{v}]}{2\pi^2 R} e^{i \frac{\omega}{c} R} \left(\frac{1}{1 - \beta \sqrt{\epsilon - \sin^2 \vartheta}} - \right.$$



Фиг. 1.



$$- \frac{1}{1 - \beta \cos \vartheta} \left(e^{i \frac{\omega}{v} a (1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta})} - 1 \right) \quad (2)$$

а поток энергии излучения будет равен:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{e^2 \sin^2 \vartheta}{\pi^2 c} \int \left(\frac{1}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}} - \frac{1}{1 - \beta \cos \vartheta} \right)^2 \sin^2 \left[\frac{\omega a}{2v} (1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}) \right] d\omega \quad (3)$$

в согласии с (6, 9).

Для слоистой среды, состоящей из m одинаковых пластинок толщины a , находящихся друг от друга на расстоянии b в вакууме, задача распадается на 2 m вспомогательных задач. В результате для поля излучения получаем выражение:

$$\vec{H}_\omega = e \frac{[\vec{n} \vec{v}]}{2\pi c^2 R} e^{i \frac{\omega}{c} R} \left(\frac{1}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}} - \frac{1}{1 - \beta \cos \vartheta} \right) \left(e^{i \frac{\omega}{v} a (1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta})} - 1 \right) \cdot \\ (1 + e^{i(\varphi - \psi)} + \dots + e^{i(\varphi - \psi)(m-1)}) \quad (4)$$

где $\varphi - \psi = \frac{\omega}{v} (a + b) - \frac{\omega}{c} (a \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta} + b \cos \vartheta)$. Имея в виду, что

$$|1 + e^{i(\varphi - \psi)} + \dots + e^{i(\varphi - \psi)(m-1)}|^2 = \frac{\sin^2 \frac{\varphi - \psi}{2} m}{\sin^2 \frac{\varphi - \psi}{2}}$$

для потока энергии получим выражение:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{e^2 \sin^2 \vartheta}{\pi^2 c} \int \left(\frac{1}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}} - \frac{1}{1 - \beta \cos \vartheta} \right)^2 \sin^2 \left[\frac{\omega a}{2v} (1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}) \right] \frac{\sin^2 \left(\frac{\varphi - \psi}{2} m \right)}{\sin^2 \left(\frac{\varphi - \psi}{2} \right)} d\omega \quad (5)$$

совпадающее с выражениями, приведенными в (5-7).

Такой вывод формулы для излучения в слоистой среде можно легко обобщить на случай, когда первая пластинка имеет толщину a_1 и состоит из вещества с диэлектрической постоянной ε_1 , вторая пластинка находится от нее на расстоянии b_1 и обладает толщиной a_2 и диэлектрической постоянной ε_2 и т. д. Тогда для поля излучения получим формулу:

$$\begin{aligned} \vec{H}_\omega = e \frac{[\vec{n} \vec{v}]}{2\pi c^2 R} e^{i \frac{\omega}{c} R} \left\{ \left(\frac{1}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2 \vartheta}} - \frac{1}{1 - \beta \cos \vartheta} \right) \left(e^{i(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2 \vartheta}) a_1 \frac{\omega}{v}} - 1 \right) + \left(\frac{1}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon_2 - \sin^2 \vartheta}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{1 - \beta \cos \vartheta} \right) \left(e^{i(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_2 - \sin^2 \vartheta}) \frac{\omega}{v} a_2} - 1 \right) e^{i \frac{\omega}{v} [(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2 \vartheta}) a_1 + (1 - \beta \cos \vartheta) b_1]} \dots + \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon_m - \sin^2 \vartheta}} - \frac{1}{1 - \beta \cos \vartheta} \right) \left(e^{i(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_m - \sin^2 \vartheta}) \frac{\omega}{v} a_m} - 1 \right) \times \right. \\ \left. \times e^{i \frac{\omega}{v} [(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2 \vartheta}) a_1 + \dots + (1 - \beta \cos \vartheta) b_{m-1}]} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

2. При $m \rightarrow \infty$ формула (5) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{d\omega} = \frac{4e^2}{c} m \sum_n \int \sin^3 \vartheta d\vartheta \left(\frac{1}{1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}} - \frac{1}{1 - \beta \cos \vartheta} \right)^2 \sin^2 \left[\frac{\omega a}{2v} (1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta}) \right] \delta(\varphi - \psi - 2\pi n), \quad (7) \end{aligned}$$

где n — любое целое число. Перейдя к приближению малых углов и проинтегрировав по ним от 0 до ∞ , получим:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{d\omega} = \frac{8me^2}{\pi c} \sum_n \left(2n - \frac{\omega_0}{\omega} - \gamma \frac{\omega}{\omega_0} \right) \left(\frac{1}{2n + \frac{\omega_0}{\omega} \frac{b}{a}} - \frac{1}{2n - \frac{\omega_0}{\omega}} \right)^2 \cdot \\ \cdot \sin^2 \left[\pi \frac{a}{p} \left(n + \frac{1}{2} \frac{\omega_0}{\omega} \frac{b}{a} \right) \right], \quad (8) \end{aligned}$$

где $\omega_0 = \frac{a\sigma}{2\pi v}$, $\gamma = \frac{ap\sigma}{(2\pi v)^2} (1 - \beta^2)$, $p = a + b$. Суммирование при данном

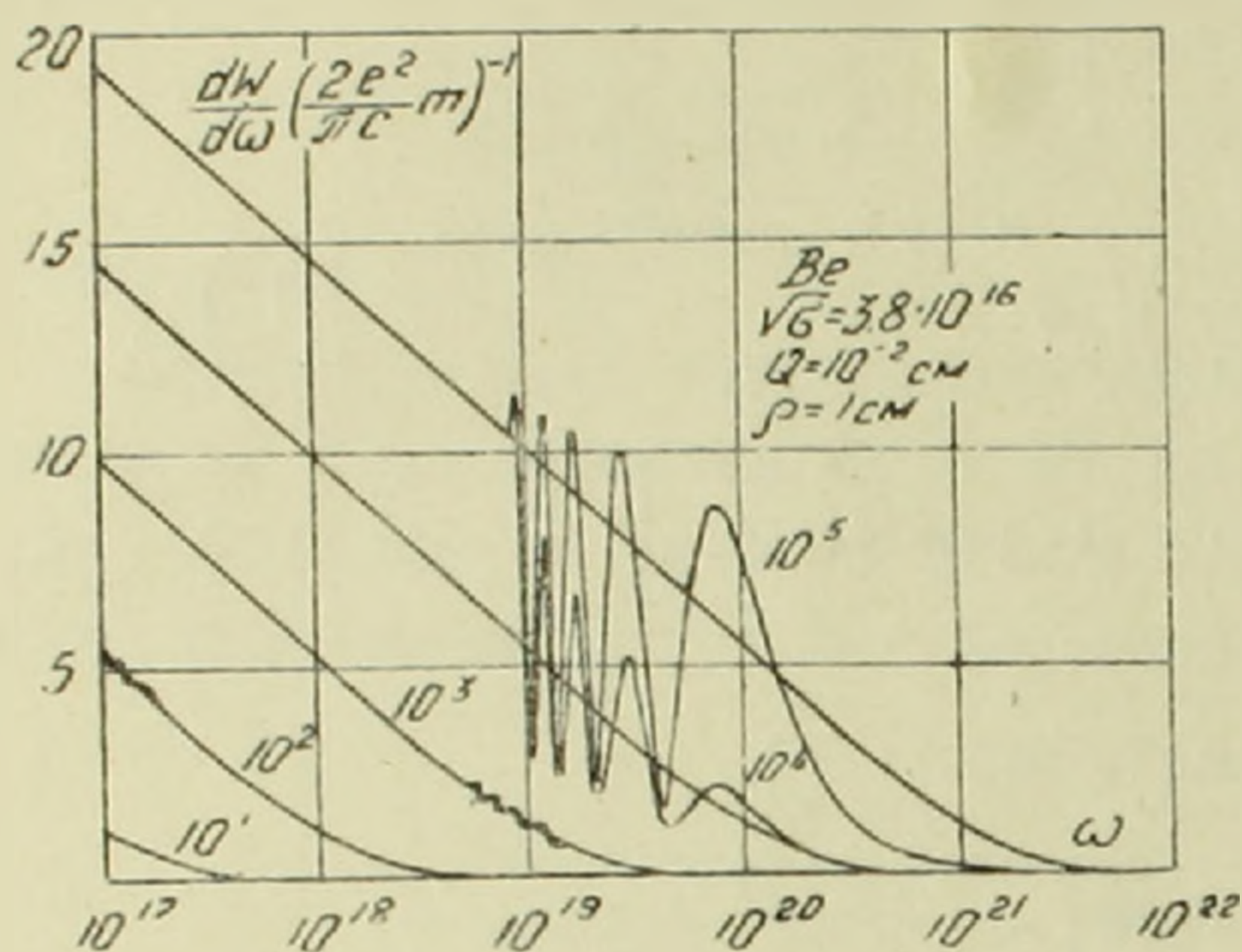
ω начинается с $n_{\min} = \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_0}{\omega} + \gamma \frac{\omega}{\omega_0} \right) \right\}$, причем фигурной скобкой мы обозначили целое большее числа, находящегося внутри скобки. Минимальное значение $n_{\min}$, которое достигается при $\omega = \sqrt{\frac{a}{p} \frac{V\sigma}{V1 - \beta^2}}$, равно $\{V\gamma\}$.

На фиг. 2—5 изображены кривые интенсивности переходного излучения в слоистой среде, рассчитанные согласно формуле (8).^{*} Величины интенсивности излучения на графиках даны приведенными к одной пластинке. Плавные кривые соответствуют независимому образованию переходного излучения на обеих границах пластинки. Вели-

^{*} Численные расчеты проведены в Вычислительном центре АН Армянской ССР.

чины $10^1 \div 10^5$, указанные на графиках, дают значение $\frac{E}{\mu c^2}$ частицы.

Из хода этих кривых видно, что значения частот, при которых имеют место максимумы интенсивности излучения, почти не зависят от расстояний между пластинками при заданной толщине пластинок и совпадают с соответствующими значениями для одной пластинки, помещенной в вакуум, графики интенсивности которой изображены на



Фиг. 2.

фиг. 2 работы (⁹). Сравнивая эти кривые, мы видим также, что если в случае одной пластинки с уменьшением толщины перестают сначала генерироваться кванты с частотами близкими к граничной и только после этого более мягкие кванты, то в случае слоистой среды имеет место обратное положение, когда менее „живучими“ оказываются более мягкие кванты. Такое поведение излучения обязано различной зависимости от частоты зон

формирования переходного излучения в вакууме и в веществе (см. фиг. 1 работы (¹⁰)).

Формула (8) упрощается в тех случаях, когда можно заменить суммирование по n интегрированием. Для этого, во-первых, необходимо, чтобы при изменении n на единицу мало менялся бы аргумент синуса, т. е. чтобы

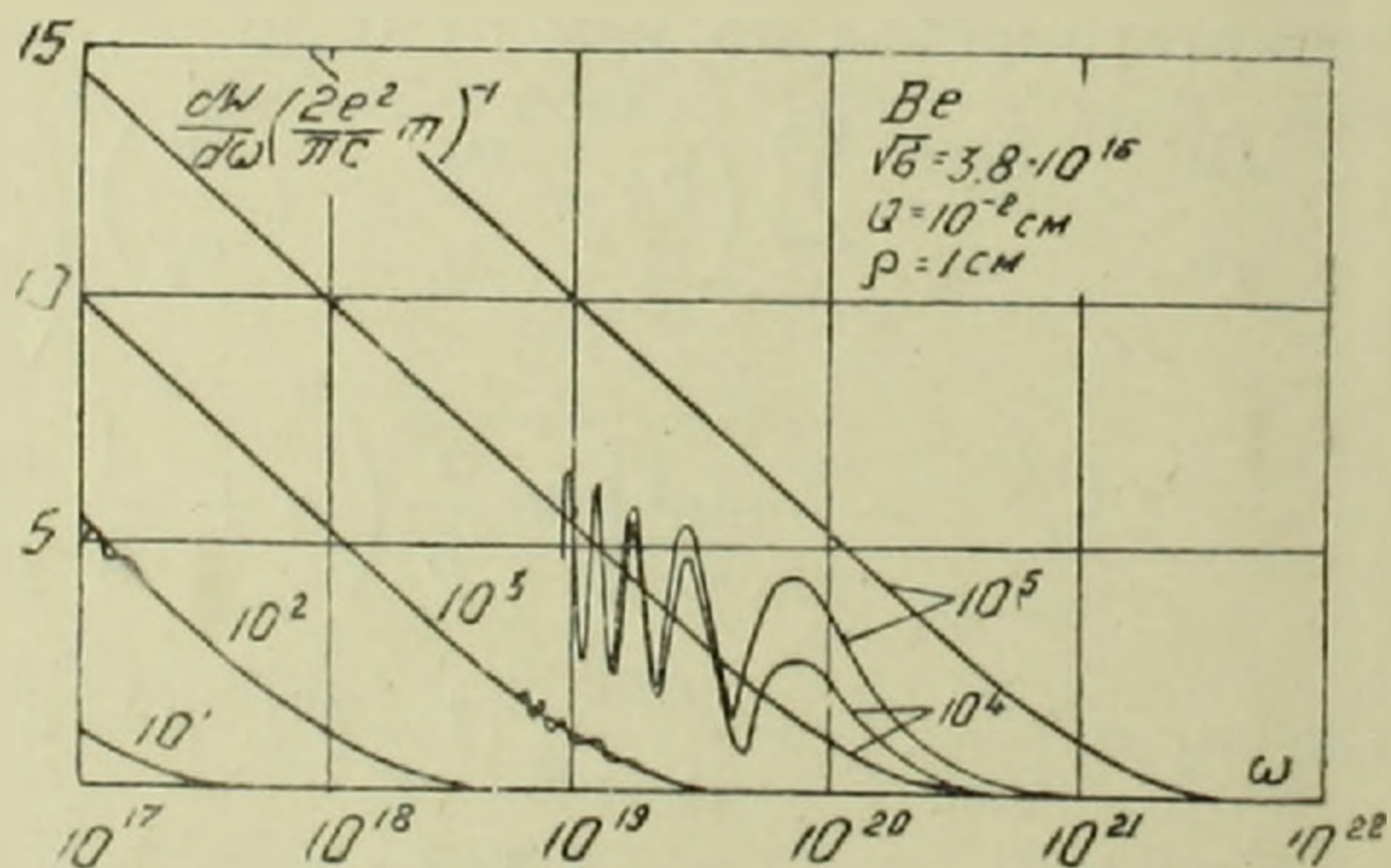
$$\pi \frac{a}{p} \ll 1. \quad (9)$$

Во-вторых, необходимо, чтобы приращение оставшегося выражения при изменении n на единицу было бы мало по сравнению с самим этим выражением. Последнее условие удовлетворится в том случае, если

$$\left(2n_1 - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \gg 1, \quad (10)$$

где n_1 — то значение n , начиная с которого суммирование заменяется на интегрирование. Из этого соотношения видно, что если мы хотим заменить суммирование на интегрирование начиная с $n = n_{\min.}$, то должно выполняться требование

$$\frac{p\omega (1 - \beta^2)}{2\pi c} \gg 1. \quad (11)$$

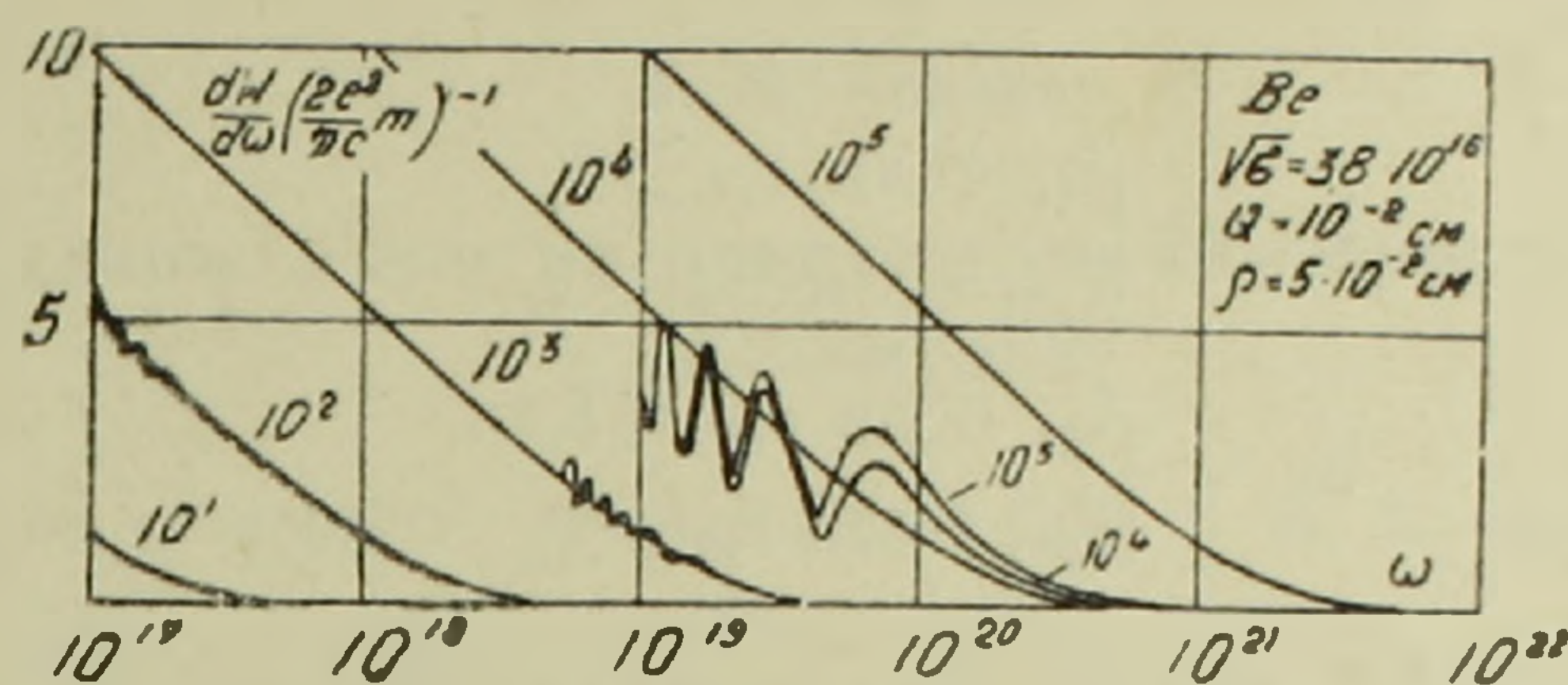


Фиг. 3.

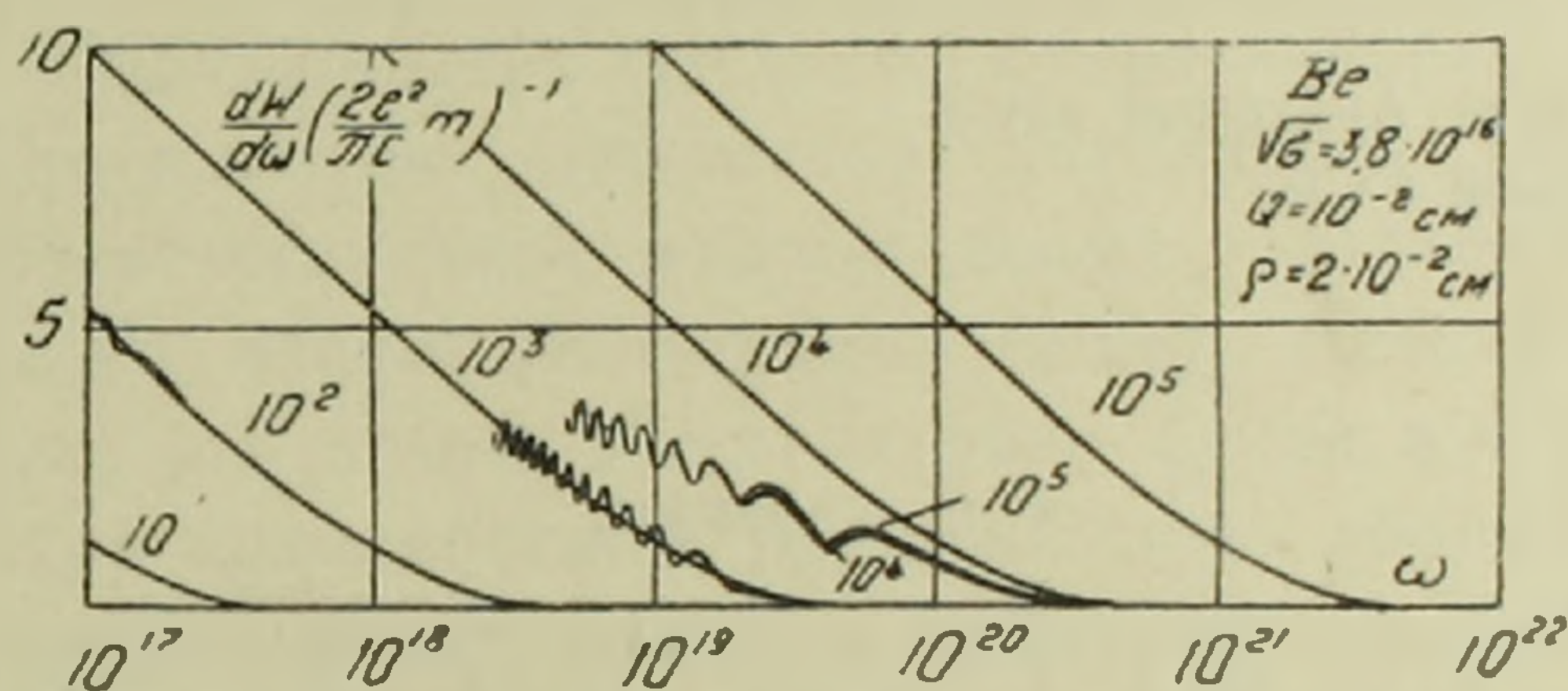
Если это требование выполнено, то в результате интегрирования по n получим:

$$\frac{dW}{d\omega} = m \left(\frac{dW}{d\omega} \right)_{\text{пласт.}}, \quad (12)$$

где $\left(\frac{dW}{d\omega} \right)_{\text{пласт.}}$ интенсивность переходного излучения, испущенного на пластинке, задаваемая формулой (2) работы (9).



Фиг. 4.



Фиг. 5.

Число переходных квантов можно получить, разделив (8) на $h\omega$. В интервале частот ω_1, ω_2 оно будет равно:

$$N_{1,2} = \frac{2m}{137\pi} \sum_{n > \{V\gamma\}} \left\{ \left[\frac{1}{n} - \frac{\gamma}{2n^3} \frac{b}{p} \right] \cdot \left[\ln \left(\frac{\xi'_{1n} + 2n \frac{a}{b}}{\xi'_{2n} + 2n \frac{a}{b}} \cdot \frac{2n - \xi'_{2n}}{2n - \xi'_{1n}} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \text{ci} \left(\pi \frac{b}{p} \left(2 \frac{a}{b} + \xi'_{2n} \right) \right) - \text{ci} \left(\pi \frac{b}{p} \left(2n \frac{a}{b} + \xi'_{1n} \right) \right) - \text{ci} \left(\pi \frac{b}{p} (2n - \xi'_{2n}) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \text{ci} \left(\pi \frac{b}{p} (2n - \xi'_{1n}) \right) \right] + \left(4 \frac{ap}{b^2} + \frac{\gamma}{n^2} \right) \left[\frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{b}{p} \left(2n \frac{a}{b} + \xi'_{1n} \right)}{2n \frac{a}{b} + \xi'_{1n}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{b}{p} (2n \frac{a}{b} + \xi'_{2n})}{2n \frac{a}{b} + \xi'_{2n}} + \frac{\pi}{2} \frac{b}{p} \left(\text{si} \left(\pi \frac{b}{p} \left(2n \frac{a}{b} + \xi'_{2n} \right) \right) - \right. \right. \right.$$

$$\left. - \operatorname{si} \left(\pi \frac{b}{p} \left(2n \frac{a}{b} + \xi'_{1n} \right) \right) \right] - \frac{\gamma}{n^2} \left[\frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{b}{p} (2n - \xi'_{1n})}{2n - \xi'_{1n}} - \right. \\ \left. - \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{b}{p} (2n - \xi'_{2n})}{2n - \xi'_{2n}} + \frac{\pi}{2} \frac{b}{p} \left(\operatorname{si} \left(\pi \frac{b}{p} (2n - \xi'_{2n}) \right) - \operatorname{si} \left(\pi \frac{b}{p} (2n - \xi'_{1n}) \right) \right) \right] \Bigg\}, \quad (13)$$

где

$$\xi'_{1n} = \begin{cases} \xi_1, & \text{если } \xi_{1n} > \xi_1 \\ \xi_{1n}, & \text{если } \xi_{1n} < \xi_1 \end{cases}$$

$$\xi'_{2n} = \begin{cases} \xi_2, & \text{если } \xi_{2n} < \xi_2 \\ \xi_{2n}, & \text{если } \xi_{2n} > \xi_2 \end{cases}$$

$$\xi_1 = \frac{\omega_0}{\omega_1}, \quad \xi_2 = \frac{\omega_0}{\omega_2}, \quad \xi_{1,2n} = n \pm \sqrt{n^2 - \gamma},$$

причем должно выполняться неравенство: $\xi'_{1n} \geq \xi'_{2n}$.

Физический институт Академии наук
Армянской ССР

Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ

Լիցքի ճառագայթման մի քանի հատկություններ ճերտավոր նյութում

Սկզբնապես քննարկվում է մի շերտի և ճերտավոր նյութի համար անցման ճառագայթման բանաձևերի պարզ դուրս բերումը:

Ուսումնասիրվում է ճերտավոր նյութում առաջացած ճառագայթման սպեկտրի հատկությունները և բերված են թվային հաշվումների արդյունքները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Я. Б. Файнберг, Н. А. Хижняк, ЖЭТФ, 32, 883, 1957. ² Г. М. Гарибян, ЖЭТФ, 35, 1435, 1958. ³ М. Л. Тер-Микаелян, ДАН СССР, 134, 318 (1960). ⁴ А. Ц. Амадуни, Н. А. Корхмазян, Изв. АН АрмССР, 13, № 5, (1960). ⁵ М. Л. Тер-Микаелян, А. Д. Газазян, ЖЭТФ, 39, 1693, 1960. ⁶ Г. М. Гарибян, Н. И. Гольдман, ДАН АрмССР, 31, 219 (1960). ⁷ М. Л. Тер-Микаелян, Изв. АН АрмССР, 14, № 2, (1961). ⁸ Г. М. Гарибян, ЖЭТФ 39, 332, 1960. ⁹ Г. М. Гарибян, ДАН АрмССР (в печати). ¹⁰ Г. М. Гарибян, ДАН АрмССР (в печати).