ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XXXIII 1961 1

МЕХАНИКА

А. Г. Багдоев

О возможности замены ударного перехода непрерывным

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 13/VI 1961)

Рассмотрим задачу проникания давления в жидкость. Пусть в сжимаемой жидкости распространяется ударная волна, несущая давление P, плотность ρ, нормальную скорость частиц жидкости v. Уравнение политропы для жидкости [1]

$$P = A\,(\rho^{\gamma} - \rho_0^{\gamma}), \tag{1}$$

где A—константа, γ—показатель политропы.

Нами была решена задача проникания давления в жидкость [1] для случая изэнтропической задачи. Мы пренебрегали влиянием ударной волны на течение за ней и рассматривали решение уравнений газодинамики без наличия ударной волны [2]. Законность замены ударного перехода безударным для одномерного неустановившегося и пространственного установившегося течений специально исследована в работе [3].

Здесь приводится доказательство для случая пространственного неустановившегося движения. В [3] доказано, что изменение давления для ударного перехода отличается от непрерывного случая на малые третьего порядка.

Пусть ударная волна движется по покоящейся жидкости. Параметры невозмущенной жидкости обозначим P_0, ρ_0, $v_2 = 0$. Предположим течение жидкости потенциальным. Тогда для безударного течения имеем интеграл Лагранжа

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}V^2 + \int\frac{dP}{\rho} = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)_1 + \left(\frac{1}{2}V^2\right)_1 + \left(\int\frac{dP}{\rho}\right)_1, \tag{2}$$

здесь φ—потенциал движения, $V = \sqrt{v^2 + u^2}$ — скорость течения, индекс 1 указывает некоторую точку жидкости.

В силу покоя жидкости перед фронтом имеем из непрерывности касательной составляющей скорости u, что $u = 0$ вдоль всей ударной волны. Тогда, очевидно, можно полагать, что и $\varphi = 0$ вдоль фронта.

Пусть D скорость ударного фронта. Из $\varphi = 0$ легко следует, что вдоль фронта

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + Dv = 0, \tag{3}$$

где v — нормальная скорость частиц. Из (3) имеем, подставляя в (2)

$$-Dv + \frac{1}{2} v^2 + \int \frac{dP}{\rho} = -(Dv)_1 + \left(\frac{1}{2} v^2\right)_1 + \left(\int \frac{dP}{\rho}\right)_1 \cdot \tag{4}$$

С другой стороны, при ударном переходе имеем соотношение [3]

$$\frac{1}{2}(v - D)^2 + \int \frac{dP}{\rho} = \frac{1}{2} D^2 + \left(\int \frac{dP}{\rho}\right)_0, \tag{5}$$

где индекс 0 означает состояние покоящейся жидкости

Очевидно, если перенести $\frac{1}{2} D^2$ в левую часть, то она совпадет с левой частью уравнения (4). Тогда в (4) в качестве индекса 1 можно взять индекс 0, и соотношения (4) и (5) станут тождественны. С другой стороны, для непрерывного течения, перед которым имеется невозмущенная жидкость, имеем [4]

$$(du)^2 + (dv)^2 = -dPd\tau, \tag{6}$$

где $\tau = \frac{1}{\rho}$ — удельный объем. Из условий на ударном фронте, выражающем закон сохранения импульсов,

$$(P - P_0)(\tau - \tau_0) = u^2 + v^2. \tag{7}$$

Дифференцируя (7) дважды и отбрасывая малые величины, имеем, как и в [3]

$$-dPd\tau = (du)^2 + (dv)^2, \tag{8}$$

т. е. соотношение, совпадающее с (7).

Уравнения (4) и (7) для непрерывного течения, таким образом, совпадают с условиями на ударной волне (5) и (8) с точностью до малых второго порядка включительно. Из них легко получить, как и в установившемся случае [3], равенство скоростей для обоих переходов с точностью до малых третьего порядка.

Предположение о потенциальности, которое нами было использовано, выполняется в силу постоянства энтропии в этом приближении.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈԵՎ

Հարվածային անցումը ոչ հարվածային անցմամբ փոխարինելու հնարավորության մասին

Դիտարկվում է հեղուկ կիսատարածությունում հարվածող ալիքի տարածման խնդիրը: Ապացուցվում է, որ երկրորդ կարգի անվերջ փոքրի ճշտությամբ շարժումը հարվածող ալիքի ճակատի հետևում կարելի է դիտարկել առանց հարվածող ալիքի հաշվառման:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *К. П. Станюкович*, Неустановившиеся движения сплошной среды, Гостехиздат, М., 1954. [2] *А. Г. Багдоев* и *Э. М. Нерсисян*, Известия АН СССР, серия ОТН, № 3 (1960). [3] *Т. Курант* и *К. Фридрикс*, Сверхзвуковое течение и ударные волны, Изд. иностр. лит-ры, М., 1950. [4] *В. И. Смирнов*, Курс высшей математики, т. IV, Гостеоретиздат, М., 1951.