ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

XXXII 1961 2

МЕХАНИКА

А. Г. Багдоев

Об асимптотических законах для ударного давления

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 31/I 1961)

Рассмотрим плоскую задачу проникания давления в полупространство, занятое сжимаемой жидкостью. Уравнение состояния для жидкости

$$P = B\left[\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n - 1\right], \tag{1}$$

где P—давление, ρ—плотность жидкости, B, n, ρ_0—const. Для давлений порядка 1000 атмосфер $\frac{P}{Bn}$ мало и движение можно рассматривать с точностью до малых второго порядка. Выберем ось Ox по поверхности жидкости, ось Oy направим внутрь. На границе жидкости имеем условие

$$P(x, 0, t) = \begin{cases} \widetilde{P}_1(t) f\left[\frac{|x|}{R(t)}\right] & x < R(t) \\ 0 & x > R(t) \end{cases} \tag{2}$$

где $x = R(t)$—координата давления на поверхности $f(0) = 0$, $f(1) = 1$. В линейном приближении имеем для характеристических поверхностей, проходящих через точку $x = \chi R(t')$, $t = t'$, $t' = t_0 + t_0'$, $\chi < 1$, $t_0 > 0$

$$y_1 = a_0(t - t_0)\cos\alpha_1(t_0) - \chi' R(t_0) \times$$

$$\times \frac{a_0(t - t_0)\sin\alpha_1(t_0)\frac{\partial\alpha_1(t_0)}{\partial t_0} + a_0\cos\alpha_1(t_0)}{R'(t_0) + a_0(t - t_0)\cos\alpha_1(t_0)\frac{\partial\alpha_1(t_0)}{\partial t_0} + a_0\sin\alpha_1(t_0)}, \tag{3}$$

где $\chi' = 1 - \chi$, t_0—момент прохождения фронта через точку границы $x = R(t_0)$, t_0'—мало.

Давление на характеристике в линейном приближении запишется:

$$P_1 = \tilde{P}_1(t_0 + t_0') f\left[\frac{\chi R(t_0 + t_0')}{R(t_0 + t_0')}\right] \frac{\sqrt{\frac{r(t_0 + t_0')}{a_0}}}{\sqrt{t - t_0 + \frac{r(t_0 + t_0')}{a_0}}}. \quad (4)$$

В случае учета второго порядка имеем уравнение характеристик

$$y = y_1 + \frac{1}{Bn} y_2, \quad (5)$$

причем

$$y_2 = a_0 \frac{n+1}{2} \frac{\tilde{P}_1(t_0) f(\chi)}{\cos \alpha_1(t_0)} \cdot 2 \sqrt{\frac{r(t_0)}{a_0}} \times$$

$$\times \left[\sqrt{t - t_0 + \frac{r(t_0)}{a_0}} - \sqrt{\frac{r(t_0)}{a_0}}\right]. \quad (6)$$

Для $t \to \infty$ в силу наличия нелинейного затухания $\chi \to 0$. Пусть давление вблизи $\chi = 0$ аналитично. Уравнение для ударного фронта имеет вид ([2])

$$\frac{\frac{\partial y}{\partial t}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2}} = a_0\left(1 + \frac{n+1}{4} \frac{P_1}{Bn}\right). \quad (7)$$

Подставляя (5) в (7) с учетом (3) и (6), полагая $f(x) = A \cdot \chi$, имеем

$$-\frac{\partial \chi'}{\partial t} a_0 \operatorname{tg} \alpha_1(t_0) \frac{\partial \alpha_1(t_0)}{\partial t_0}\Big|_{t=0} + \frac{\partial \chi}{\partial t} a_0 \frac{n+1}{2} A \frac{\sqrt{\frac{r(t_0)}{a_0}}}{\cos \alpha_1(t_0)} \sqrt{t - t_0 + \frac{r(t_0)}{a_0}} \times$$

$$\times 2 \frac{1}{Bn} = -\chi a_0 \frac{n+1}{4} \frac{1}{Bn} \frac{\sqrt{\frac{r(t_0)}{a_0}}}{\cos \alpha_1(t_0)} A \frac{1}{\sqrt{t - t_0 + \frac{r(t_0)}{a_0}}}.$$

Для конечных t вторым слагаемым в левой части полученного уравнения можно пренебречь. Для больших t можно пренебречь первым слагаемым и получить

$$\chi = \frac{B}{\sqrt[4]{t - t_0 + \frac{r(t_0)}{a_0}}}, \quad (8)$$

где B найдется из граничных условий в точке $t = t_0$.

Подставляя полученное значение χ в (3), найдем для больших t

$$P_1 = \tilde{P}_1(t_0) AB \frac{\sqrt{\frac{r(t_0)}{a_0}}}{\sqrt[3]{t}}.$$

Полученный закон по форме совпадает с результатом ([1]). Из (7) можно найти уравнение движения фронта ударной волны. Для осесимметричного случая аналогично найдем $P_1 \sim \frac{1}{t\sqrt{\ln t}}$.

В случае, если $f(\chi) = A\chi^a$, можно получить закон затухания с измененным показателем.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Ս. Գ. ԲԱԳԴՈԵՎ

Հարվածով ալիքների ասիմպտոտիկ օրենքների մասին

Լուծված է իդեալական հեղուկում ճնշման տարածման խնդիրը, երբ ձայնի արագությունը կախված է ճնշումից։

Փամանակի մեծ ինտերվալների համար՝ t հաշվված է ճնշումը հարվածող ալիքի վրա և ստացված է ճնշման օրենքը $\frac{1}{t^{\frac{3}{4}}}$ տեսքով։ Ստացված օրենքը ճիշտ է հարթ խնդրի դեպքում, իսկ առանցքասիմետրիկ խնդրի դեպքում ճնշման օրենքը ստացված է $\frac{1}{t\sqrt{\ln t}}$ տեսքով։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Л. Д. Ландау*, ПММ, т. IX, в. 4, 1945. [2] *Л. И. Седов*, Методы подобия и размерности в механике, Гостехиздат, М., 1957. [3] *А. Г. Багдоев*, ДАН АрмССР, т. XXVIII, № 2 (1959).