ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

XXXI 1960 4

ФИЗИКА

Г. М. Гарибян и И. И. Гольдман

Излучение частицы в слоистой среде

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. И. Алиханяном 17. VI 1960)

В предыдущих работах [1,2] (см. также [3,4]) были определены поля излучения, возникающие при пролете заряженной частицы через одну или произвольное число пластин вещества, расположенных в вакууме, и была исследована оптическая часть спектра поля, как вносящая основной вклад в излучение. Однако, когда впоследствии было выяснено [5], что в спектре излучения, испускаемого крайнерелятивистской частицей по направлению своего движения, играют основную роль частоты большие оптических, стала ясной необходимость [5] провести заново в этих случаях анализ поля излучения, испускаемого вперед. В настоящей работе получены формулы для спектрального распределения интенсивности излучения, испускаемого заряженной частицей вперед при пролете через пластинку или слоистую среду для того случая, когда $\varepsilon(\omega) \sim 1$.

1. Если частица проходит m слоев вещества (толщина каждого слоя a), расположенных в вакууме и находящихся друг от друга на расстоянии b, то фурье-компонента поля излучения в пространстве после слоистой среды согласно [2] равна:

$$\vec{E}'_{m,t}(\vec{k}) = -\frac{ei\vec{\gamma}}{2\pi^2 G}\left\{(e^{i\lambda_0 b}C + e^{-ik_z b}D)\left(\frac{q_1^{m+1} - e^{i\varphi(m+1)}}{q_1 - e^{-i\varphi}} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{q_2^{m+1} - e^{-i\varphi(m+1)}}{q_2 - e^{-i\varphi}}\right) - e^{i\lambda_0 b}C\,(q_1^m - q_2^m)\right\} e^{-i(\lambda_0 - k_z)lm} \tag{1}$$

(мы используем обозначения, принятые в работах [1,2], $\varphi = \frac{\omega}{v}l$, $l = a + b$).

Вычислим теперь количество электромагнитной энергии, связанной с полем (1), которое пройдет за все время пролета частицы через плоскость $z = \text{const.}$:

$$S'_{mz} = -\frac{2\pi^2}{v}\int \frac{\omega}{\lambda_0} E'_{mt}(\vec{k})\, E'_{mt}(-\vec{k})\, d\vec{k}\,. \tag{2}$$

Величины $q_{1,2}$ удобно представить в виде

$$q_{1,2} = e^{\pm i\psi} \tag{3}$$

$$\cos\psi = \cos(\lambda a + \lambda_0 b) - 2\Lambda_1 \sin\lambda a \sin\lambda_0 b \quad (\omega > 0), \tag{4}$$

где $\Lambda_1 = (\varepsilon\lambda_0 - \lambda)^2/4\varepsilon\lambda\lambda_0$. Очевидно, что только в том случае, когда правая часть формулы (4) по модулю меньше или равна единице, угол ψ будет действительным, в противном случае ψ—чисто мнимо. Для $\omega < 0$ надо изменить знак перед ψ в равенстве (4).

Упростим теперь формулы, полагая $\varepsilon(\omega) \sim 1$ и $\frac{v}{c} = \beta \sim 1$. Тогда, отбрасывая члены, пропорциональные $(\varepsilon - 1)^4$, будем иметь:

$$S'_m = \frac{2e^2}{\pi c}\int \sin^3\vartheta d\vartheta \left(\frac{1}{1-\beta\cos\vartheta} - \frac{1}{1-\beta\sqrt{\varepsilon - \sin^2\vartheta}}\right)^2 \times$$

$$\times \sin\left[(k_z - \lambda)\frac{a}{2}\right] \frac{\sin^2\left[\frac{\varphi-\psi}{2} m\right]}{\sin^2\frac{\varphi-\psi}{2}} d\omega, \tag{5}$$

$= \lambda a + \lambda_0 b)$. Проанализируем полученную формулу.

2. Рассмотрим сначала случай одной пластинки ($m = 1$). При $\varepsilon(\omega) \lesseqgtr 1$ и

$$\frac{\omega}{2\pi v}\left(1-\beta\sqrt{\varepsilon - \sin^2\vartheta}\right)\frac{a}{2} \gg 1, \tag{6}$$

т. е. при толщине пластинки много большей зоны формирования переходного излучения, получим, усреднив по небольшому интервалу частот:

$$S'_{1z} = \frac{e^2}{\pi c}\int \sin^3\vartheta d\vartheta \left(\frac{1}{1-\beta\cos\vartheta} - \frac{1}{1-\beta\sqrt{\varepsilon - \sin^2\vartheta}}\right)^2 d\omega. \tag{7}$$

Мы видим, что в этом случае излучение просто равно удвоенному переходному излучению на одной границе раздела среда—вакуум.

Если выполняется условие, обратное (6), т. е.

$$(k_z - \lambda)\frac{a}{2} \ll 1, \tag{8}$$

то значение синуса в формуле (5) можно заменить на его аргумент* и в результате, проинтегрировав по углам, получим**:

$$S'_{1z} = \frac{e^2 a^2 \beta^2}{4\pi c^3}\int \frac{d\omega}{\omega^2} \ln \frac{1}{(1-\beta)\left(1+\frac{a}{\lambda'}\right)}. \tag{9}$$

---

* Откуда очевидно, что это излучение значительно меньше переходного излучения (7).

** Под λ' мы понимаем длину волны излучения, деленную на 2π.

Отметим, что формула (9) имеет место для частот, находящихся в интервале $\frac{a\varepsilon}{4c} < \omega < \frac{2c}{a(1-\beta)}$.

При $\varepsilon \gtrsim 1$ выделим черенковское излучение, как то излучение, при котором $1-\beta\sqrt{\varepsilon-\sin^2\vartheta}=0$. Угол ϑ, определяемый этим равенством, соответствует преломленному черенковскому углу ([6]). Тогда, отбрасывая в круглых скобках формулы (5) первый член как малый, заметим, что при $\frac{\omega}{v}a \gg 1$

$$\left(\frac{\sin(k_z-\lambda)\frac{a}{2}}{1-\beta\sqrt{\varepsilon-\sin^2\vartheta}}\right)^2 = \frac{\pi a\omega}{2v\sqrt{\beta^2\varepsilon-1}}\,\delta\left(\vartheta-\arcsin\sqrt{\varepsilon-\frac{1}{\beta^2}}\right). \quad (10)$$

Проинтегрировав по углу, получим при $\beta^2\varepsilon(\omega)>1$:

$$S'_{1z}(\text{чер.}) = a\frac{e^2}{c^2}\int\left(1-\frac{1}{\beta^2\varepsilon(\omega)}\right)\omega d\omega, \quad (11)$$

т. е. имеем обычное черенковское излучение, испущенное на длине пути a.

Если условие $\frac{\omega}{v}a \gg 1$ не выполняется, то излучение будет мало и пропорционально a^2.

3. Рассмотрим теперь случай большого числа пластин. Отметим, что при $m\to\infty$ формула (5) примет вид:

$$S'_{mz}=\frac{4e^2}{c}m\sum_n\int\sin^3\vartheta d\vartheta\left(\frac{1}{1-\beta\cos\vartheta}-\frac{1}{1-\beta\sqrt{\varepsilon-\sin^2\vartheta}}\right)^2\times$$

$$\times\sin^2\left[(k_z-\lambda)\frac{a}{2}\right]\delta(\varphi-\psi-2\pi n)\,d\omega, \quad (12)$$

где n — любое целое число.

При $\varepsilon \gtrsim 1$ выделим обычное черенковское излучение. Для этого, считая снова $a \gg \lambda'$, получим δ-функцию (10). Имея это в виду, нетрудно получить, что

$$\delta(\varphi-\psi-2\pi n) = \frac{v\delta\left(\omega_n-\frac{2\pi n v}{b(1-\sqrt{1+\beta^2(1-\varepsilon)})}\right)}{b(1-\sqrt{1+\beta^2(1-\varepsilon)})}.$$

Интегрируя по углу при $\beta^2\varepsilon(\omega)>1$, получим

$$S'_{mz}(\text{чер.}) = ma\sum_n\frac{e^2}{c^2}\left(1-\frac{1}{\beta^2\varepsilon(\omega)}\right)\omega_n\frac{2\pi v}{b(1-\sqrt{1+\beta^2(1-\varepsilon)})}, \quad (13)$$

где n — целое положительное число. Таким образом, черенковское излучение, испущенное в слоистой среде, состоит из ряда линий. В том случае, когда эти линии близко расположены друг относительно друга

$\left(\frac{2\pi v}{b(1-\sqrt{1+\beta^2(1-\varepsilon)})} \ll \sqrt{\sigma}\right)$, что имеет место при больших b, сумму в формуле (13) можно заменить на интеграл:

$$S'_{mz}(\text{чер.}) = ma \int\limits_{\beta^2\varepsilon(\omega)>1} \frac{e^2}{c^2}\left(1-\frac{1}{\beta^2\varepsilon(\omega)}\right)\omega d\omega. \tag{14}$$

При $b \to 0$ необходимо вернуться к формуле (12), из которой в этом случае получается формула (11) с a замененным на ma.

В случае слоистой среды, в отличие от одной пластинки, черенковское излучение может быть испущено и в том случае, когда условие $a \gg \lambda'$ не выполнено.

Для этого заметим, что

$$\delta(\varphi-\psi-2\pi n) = \frac{c}{\omega l}\,\delta\left[\cos\vartheta_n - \left(\left(\frac{1}{\beta}-\frac{2\pi nc}{\omega l}\right) + \frac{a}{2l}\frac{1-\varepsilon}{\frac{1}{\beta}-\frac{2\pi nc}{\omega l}}\right)\right], \tag{15}$$

причем $\left(\frac{1}{\beta}-\frac{2\pi nc}{\omega l}\right)^2 \gg \frac{2a}{l}(1-\varepsilon)$ и угол ϑ может быть мал только при $\left(\frac{1}{\beta}-\frac{2\pi nc}{\omega e}\right) > 0$.

При $n=0$ имеем $\cos\vartheta_0 = \frac{1}{\beta} - \frac{a}{2l}\beta(\varepsilon-1)$. При $\beta \sim 1$ последняя формула может быть записана как $\cos\vartheta_0 = \frac{1}{\beta\sqrt{\varepsilon_{\text{эф.}}}}$, где $\varepsilon_{\text{эф.}} = \frac{1}{l}(b + a\varepsilon(\omega))$. Проинтегрировав формулу (12) при $n=0$ и предполагая $\lambda' \gg l$, получим при $\beta^2\varepsilon_{\text{эф.}} > 1$:

$$S'_{mz}(\text{чер.}) = \frac{e^2}{c^2}\int\left(1-\frac{1}{\beta^2\varepsilon_{\text{эф.}}}\right)\cdot\omega d\omega\cdot ml, \tag{16}$$

т. е. в этом случае имеет место параметрический эффект Черенкова, впервые установленный Фейнбергом и Хижняком ([3]).

Пусть теперь $n \neq 0$. Из условия, что $\cos\vartheta_n = \frac{1}{\beta} - \frac{2\pi nc}{\omega l} + \frac{a}{2l}(1-\varepsilon) \lesssim 1$, следует, полагая $\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\sigma}{\omega^2}$, что $\cos\vartheta_n \sim 1$ в интервале частот:

$$\frac{a\sigma}{4\pi nc} < \omega < \frac{4\pi nc}{l(1-\beta^2)}, \tag{17}$$

причем положительное целое число $n > n_{\min.} = \frac{\sqrt{a/\sigma}\,(1-\beta^2)}{2\pi c}$ для обеих частей неравенства, тогда как для левой части кроме того $n < n_{\max.}\ \frac{a\sqrt{\sigma}}{4\pi c}$. Условия (17), записанные относительно a и l, имеют вид

$$a < \frac{4\pi\lambda' n}{\sigma/\omega^2}, \qquad l < \frac{4\pi\lambda' n}{1-\beta^2}. \tag{18}$$

Напишем также условия независимого образования переходных излучений на каждой границе для существенных частот переходного излучения $(\omega < \sqrt{\sigma}/\sqrt{1-\beta^2})$:

$$a \gg \frac{4\pi\lambda'}{\sigma/\omega^2}, \qquad l \gg \frac{4\pi\lambda'}{1-\beta^2}. \tag{19}$$

Если мы теперь потребуем кроме выполнения условий (18) также выполнения условий (19), то из (18) будет следовать, что суммирование в формуле (12) производится по большим n. Тогда мы можем заменить суммирование по n интегрированием по углу ϑ. Очевидно также, что мы можем считать $\cos\vartheta_n$ изменяющимся непрерывно, если при изменении n на единицу угол ϑ_n меняется на величину много меньшую существенного значения ϑ, т. е. если

$$\frac{2\pi\lambda'}{l} \ll \vartheta^2_{\text{сущ.}},$$

откуда

$$l \gg \frac{2\pi\lambda'}{\vartheta^2_{\text{сущ.}}}. \tag{20}$$

Таким образом, при этих условиях формула (12) примет вид:

$$S'_{mz} = m\,\frac{2e^2}{\pi c}\int \sin^3\vartheta\, d\vartheta \left(\frac{1}{1-\beta\cos\vartheta} - \frac{1}{1-\beta\sqrt{\varepsilon-\sin^2\vartheta}}\right)^2 \times$$

$$\times \sin^2\left|\frac{\omega}{c}\,\frac{a}{2}\,(1-\beta\sqrt{\varepsilon-\sin^2\vartheta})\right| d\omega.$$

Так как, согласно (19), аргумент под знаком квадрата синуса велик, то целесообразно произвести усреднение по небольшому интервалу частот и в результате получим

$$S'_{mz} = m\,\frac{e^2}{\pi c}\int \sin^3\vartheta\, d\vartheta \left(\frac{1}{1-\beta\cos\vartheta} - \frac{1}{1-\beta\sqrt{\varepsilon-\sin^2\vartheta}}\right)^2 d\omega, \tag{21}$$

т. е. имеем обычную формулу для переходного излучения на одной пластинке, помноженную на число пластин. Из последней формулы видно, что $\vartheta^2_{\text{сущ.}} \sim 1-\beta^2$, откуда видно, что условие (20) совпадает со вторым условием (19).

Пусть теперь условия (19) не удовлетворяются и, если $\frac{\sqrt{al\sigma(1-\beta^2)}}{2\pi c} < 1$, то суммирование по n в формуле (12) начинается с $n=1$. Тогда (12) примет вид:

$$S'_{mz} = m\frac{e^2\sigma^2 l^2}{4\pi^3 c^3}\int\frac{d\omega}{\omega^2}\sum_{n=1}\times$$

$$\times\frac{\left(1-\frac{a\sigma}{4\pi c\omega n}-\frac{(1-\beta^2)\,l\omega}{4\pi nc}\right)\sin^2\left[\pi\frac{na}{l}\left(1+\frac{\sigma(l-a)}{4\pi c\omega n}\right)\right]}{n^3\left(1-\frac{a\sigma}{4\pi c\omega n}\right)^2\left(1+\frac{(l-a)\sigma}{4\pi c\omega n}\right)^2}. \tag{22}$$

На краях частотного интервала, определяемого неравенством (17), излучение исчезает. Ввиду квадратично падающего характера спектра все излучение сосредоточено около нижней границы частотного интервала.

Для частот, удовлетворяющих (17), но с усиленными знаками неравенств формула (22) упрощается:

$$S'_{mz} = m\frac{e^2\sigma^2 l^2}{4\pi^3 c^3}\int\frac{d\omega}{\omega^2}\sum_{n=1}\frac{\sin^2\left(\pi\frac{na}{l}\right)}{n^3}. \tag{23}$$

Очевидно, что в обеих последних формулах основную роль играет гармоника $n=1$.

Представляет интерес сравнить формулу (22) или (23) с формулой (9) для излучения на одной пластинке. Обе формулы выведены в предположении, что толщины пластинок (и расстояния между ними) меньше зоны формирования переходного излучения. Как уже отмечалось при выводе формулы (9), выполнение таких условий приводит к значительному снижению интенсивности излучения. Из формул (22) и (23) видно, с другой стороны, что по порядку величины наличие большого числа пластин приводит к тому, что излучение с одной пластинки уменьшается в $\ln\frac{1}{(1-\beta)\left(1+\frac{a}{\lambda'}\right)}$ раз и спектр излучения находится в интервалах частот, задаваемых неравенством (17).

Формула типа (22), (23) была получена также Тер-Микаеляном [7], Аматуни и Корхмазяном [8] и рассмотревшими излучение заряженной частицы, пролетающей через бесконечную среду с периодическим распределением плотности.

Авторы благодарны А. Ц. Аматуни и Н. А. Корхмазяну за интересные дискуссии.

Физический институт
Академии наук Армянской ССР

Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ և Ի. Ի. ԳՈԼԴՄԱՆ

Մասնիկի ճառագայթումը շերտավոր միջավայրում

Հետազոտված է էլեկտրամագնիսական ճառագայթումը, որը առաքում է լիցքավորված մասնիկը, երբ նա անցնում է մեկ կամ ավելի նյութի զուգահեռ շերտերով, որոնք իրարից բաժանված են վակուումով: Ենթադրվում է, որ մասնիկը ռելյատիվիստիկական է, նյութի դիէլեկտրիկ հաստատունը մոտ է մեկի և ուսումնասիրված է միայն շարժման ուղղությամբ առաքված ճառագայթումը:

Մի շերտի դեպքում, ստացված են բանաձևեր մասնիկի չերենկովյան և անցման ճառագայթման համար: Գտնված են անցման ճառագայթման գոյացման լավագույն պայմանները: Շատ թվով շերտերի դեպքում ստացված են բանաձևեր սովորական չերենկովյան ճառագայթման, չերենկովյան պարամետրիկ էֆեկտի և անցման ճառագայթման համար: Համեմատված են այդ ճառագայթումների ինտենսիվությունները և նրանց բնորոշ գծերի զգայնության կախումը մասնիկի էներգիայից:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ.

[1] *Г. М. Гарибян, Г. М. Чаликян*, ЖЭТФ 35, 1282 (1958); Изв. АН АрмССР, 12, № 3 (1959). [2] *Г. М. Гарибян*, ЖЭТФ 35, 1435 (1958). [3] *Я. Б. Фейнберг, Н. А. Хижняк*, ЖЭТФ 33, 883, (1957). [4] *В. Е. Пафонов*, ЖЭТФ 33, 1074, (1957). [5] *Г. М. Гарибян*, ЖЭТФ 37, 527, (1959). [6] *Г. М. Гарибян*, ЖЭТФ 33, 1403, (1957). [7] *М. Л. Тер-Микаелян*, ДАН СССР, т. 134, 318, 1960. [8] *А. Ц. Аматуни, Н. А. Корхмазян*, Изв. АН АрмССР, **13**, № 5, (1960).