ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

XXXI 1960 4

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

М. А. Задоян

О ползучести цилиндрической трубы при высоких температурах

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 1. V 1960)

1°. Рассматривается задача определения напряжения в длинной бетонной цилиндрической трубе при больших температурах. Корпусы современных ядерных реакторов строят из специальных бетонов, механические свойства и состав которых подробно изложены в монографии ([1]). Будем считать, что корпус реактора представляет длинную бетонную цилиндрическую трубу ($\sigma_z=0$), находящуюся под стационарным воздействием температуры

$$T = A - B\ln r, \tag{1}$$

где

$$A = T_1 + (T_1 - T_2)\frac{\ln a}{\ln\dfrac{b}{a}}, \qquad B = \frac{T_1 - T_2}{\ln\dfrac{b}{a}}.$$

T_1 и T_2—значения температуры соответственно на внутренней ($r=a$) и внешней ($r=b$) поверхностях. Влияние внутренних источников радиационного тепловыделения здесь не рассматривается.

2°. При расчете на ползучесть важное значение имеет учет влияния высоких температур, возникающих в активной зоне реактора, на механические свойства материала корпуса. Следуя работе ([2]), принимаем, что модуль упругости и мера ползучести бетона в зависимости от повышения температуры меняются по закону

$$E^*(T) = E_0 e^{-\gamma T(r)}, \qquad C^*(T, t, \tau) = C(t, \tau)\, e^{\mu T(r)}, \tag{2}$$

где E_0 и $C(t, \tau)$ модуль упругости и мера ползучести при нормальных температурах, а γ и μ заданные положительные параметры, определяемые из эксперимента. Экспериментальные кривые для модуля упругости бетона при высоких температурах приведены в работах В. И. Мурашева ([3]) и В. А. Харламова ([4]). Экспериментальное исследование ползучести бетона при высоких температурах произведено в указанной работе В. А. Харламова.

Зависимость между компонентами напряжений и деформаций ([3]) с учетом влияния высоких температур можно представить в виде

$$\sigma_r(r, t) = \frac{E^*(T)}{1-\nu^2}\left[\frac{\partial u}{\partial r} + \nu\frac{u}{r} - \alpha(1+\nu)T\right] +$$

$$+ \int_{\tau_0}^{t} \sigma_r(r, \tau) K^*(T, t, \tau)\, d\tau, \tag{3}$$

$$\sigma_\theta(r, t) = \frac{E^*(T)}{1-\nu^2}\left[\frac{u}{r} + \nu\frac{\partial u}{\partial r} - \alpha(1+\nu)T\right] +$$

$$+ \int_{\tau_0}^{t} \sigma_\theta(r, \tau) K^*(T, t, \tau)\, d\tau, \tag{4}$$

где

$$K^*(T, t, \tau) = E^*(T)\frac{\partial}{\partial\tau} C^*(T, t, \tau). \tag{5}$$

Подставляя (3) и (4) в уравнения равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \tag{6}$$

и учитывая соотношения (2), получим

$$\frac{E^*(T)}{1-\nu^2}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r} - \gamma T'\right)\frac{\partial u}{\partial r} - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\nu\gamma T'}{r}\right)u\right\} +$$

$$+ \int_{\tau_0}^{t} \sigma_r(r, \tau)\frac{\partial}{\partial r} K^*(T, t, \tau)\, d\tau = \frac{E^*(T)\alpha T'}{1-\nu}(1-\gamma T), \tag{7}$$

где штрих означает дифференцирование по r.

Из уравнений (3) и (7), исключая интеграл, приходим к дифференциальному уравнению относительно радиального перемещения с неизвестной правой частью:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1+\mu B}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1-\nu\mu B}{r^2} u = Q \tag{8}$$

$$Q = \frac{(1-\nu^2)\lambda B e^{\gamma A}}{E_0}\frac{\sigma_r(r, t)}{r^{1+\gamma B}} - \alpha(1+\nu)B\frac{1-\mu A + \mu B \ln r}{r}$$

$$\lambda = \mu - \gamma.$$

Решение уравнения (8) при граничных условиях

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \nu\frac{u}{r} = \begin{cases} \alpha(1+\nu)T_1 & \text{при} \quad r = a \\ \alpha(1+\nu)T_2 & \text{при} \quad r = b \end{cases}$$

имеет вид:

$$u(r,t)=C_1 r^{\omega_1}+C_2 r^{\omega_2}+\frac{1}{\omega_1-\omega_2}\int\limits_a^r\left[\left(\frac{r}{\xi}\right)^{\omega_1}-\left(\frac{r}{\xi}\right)^{\omega_2}\right]Q(\xi,t)\xi d\xi, \qquad (9)$$

где

$$C_1=\frac{1}{(\omega_1+\nu)\left(b^{\omega_1-1}-a^{\omega_1-\omega_2}b^{\omega_2-1}\right)}\left\{T_2-T_1\left(\frac{a}{b}\right)^{1-\omega_2}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\omega_1-\omega_2}\int\limits_a^b\left[(\omega_1+\nu)\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_1-1}-(\omega_2+\nu)\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_2-1}\right]Q(\xi,t)\,d\xi\right\},$$

$$(10)$$

$$C_2=\frac{1}{(\omega_2+\nu)\left(b^{\omega_2-1}-a^{\omega_2-\omega_1}b^{\omega_1-1}\right)}\left\{T_2-T_1\left(\frac{a}{b}\right)^{1-\omega_1}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\omega_1-\omega_2}\int\limits_a^b\left[(\omega_1+\nu)\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_1-1}-(\omega_2+\nu)\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_2-1}\right]Q(\xi,t)\,d\xi\right\};$$

$$\omega_{1,2}=-\frac{1}{2}\mu B\pm\sqrt{\frac{1}{4}\mu^2B^2+1-\nu\mu B}.$$

Подставляя выражение $u(r,t)$ из (9) в (3), получим

$$\sigma_r(r,t)=F_r(r)+\lambda\int\limits_a^b M_r(\xi,r)\,\sigma_r(\xi,t)\,d\xi+$$

$$+\lambda\int\limits_a^r H_r(\xi,r)\,\sigma_r(\xi,t)\,d\xi+\int\limits_{\tau_0}^t N(r,t,\tau)\,\sigma_r(r,\tau)\,d\tau, \qquad (11)$$

где введены следующие обозначения:

$$F_r(r)=\frac{E_0\alpha e^{-\gamma A}Br^{\gamma B}}{(1-\nu)(\omega_1-\omega_2)}\left\{\frac{\omega_1-\omega_2}{B}\left[\frac{T_2-T_1\left(\frac{a}{b}\right)^{1-\omega_2}}{1-\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_1-\omega_2}}\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_1-1}+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{T_2-T_1\left(\frac{a}{b}\right)^{1-\omega_1}}{1-\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_2-\omega_1}}\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_2-1}-A+B\ln r\right]-$$

$$-\int\limits_a^r\frac{1-\mu A+\mu B\ln\xi}{\xi}\left[(\omega_1+\nu)\left(\frac{r}{\xi}\right)^{\omega_1-1}-(\omega_2+\nu)\left(\frac{r}{\xi}\right)^{\omega_2-1}\right]d\xi-$$

$$-\int_a^b \frac{1-\mu A+\mu B\ln\xi}{\xi}\,\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_2-\omega_1}\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_1-1}-\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_2-1}}{1-\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_2-\omega_1}}\times$$

$$\times\left[(\omega_1+\nu)\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_1-1}-(\omega_2+\nu)\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_2-1}\right]d\xi\Bigg\} \qquad (12)$$

$$M_r(\xi, r)=\frac{B}{(\omega_1-\omega_2)\,r}\,\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_2-\omega_1}\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_1+\gamma B}-\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_2+\gamma B}}{1-\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_2-\omega_1}}\times$$

$$\times\left[(\omega_1+\nu)\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_1+\gamma B}-(\omega_2+\nu)\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_2+\gamma B}\right] \qquad (13)$$

$$H_r(\xi, r)=\frac{B}{(\omega_1-\omega_2)\,r}\left[(\omega_1+\nu)\left(\frac{r}{\xi}\right)^{\omega_1+\gamma B}-(\omega_2+\nu)\left(\frac{r}{\xi}\right)^{\omega_2+\gamma B}\right] \qquad (14)$$

$$N(r, t, \tau)=e^{\lambda A}\,\frac{K(t, \tau)}{r^{\lambda B}}, \qquad K(t, \tau)=E_0\frac{\partial}{\partial\tau}C(t, \tau). \qquad (15)$$

Подобным образом подставляя (9) в (4), исключая σ_r при помощи (6) и делая преобразования, приходим к аналогичному уравнению:

$$\sigma_\theta(r, t)=F_\theta(r)+\lambda\int_a^b M_\theta(\xi, r)\,\sigma_\theta(\xi, t)\,d\xi+$$

$$+\lambda\int_a^r H_\theta(\xi, r)\,\sigma_\theta(\xi, t)\,d\xi+\int_{\tau_0} N(r, t, \tau)\,\sigma_\theta(r, \tau)\,d\tau,$$

где

$$F_\theta(r)=\frac{E_0\alpha e^{-\gamma A}Br^{\gamma B}}{(1-\nu)(\omega_1-\omega_2)}\Bigg\{\frac{\omega_1-\omega_2}{B}\Bigg[\frac{1+\nu\omega_1}{\omega_1+\nu}\,\frac{T_2-T_1\left(\frac{a}{b}\right)^{1-\omega_2}}{1-\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_1-\omega_2}}\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_1-1}+$$

$$+\frac{1+\nu\omega_2}{\omega_2+\nu}\,\frac{T_2-T_1\left(\frac{a}{b}\right)^{1-\omega_1}}{1-\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_2-\omega_1}}\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_2-1}-A+B\ln r\Bigg]-$$

$$-\int_a^r\frac{1-\mu A+\mu B\ln\xi}{\xi}\left[(1+\nu\omega_1)\left(\frac{r}{\xi}\right)^{\omega_1-1}-(1+\nu\omega_2)\left(\frac{r}{\xi}\right)^{\omega_2-1}\right]d\xi-$$

$$-\int_a^b \frac{1-\mu A+\mu B\ln\xi}{\xi}\,\frac{\frac{1+\nu\omega_1}{\omega_1+\nu}\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_2-\omega_1}\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_1-1}-\frac{1+\nu\omega_2}{\omega_2+\nu}\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_2-1}}{1-\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_2-\omega_1}}\times$$

$$\times\left[(\omega_1+\nu)\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_1-1}-(\omega_2+\nu)\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_2-1}\right]d\xi\Bigg\}, \tag{17}$$

$$M_\theta(\xi, r)=-\frac{B}{(\omega_1-\omega_2)\,r}\,\frac{\frac{1+\nu\omega_1}{\omega_1+\nu}\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_2-\omega_1}\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_1+\gamma B}-\frac{1+\nu\omega_2}{\omega_2+\nu}\left(\frac{r}{b}\right)^{\omega_2+\gamma B}}{1-\left(\frac{a}{b}\right)^{\omega_2-\omega_1}}\times$$

$$\times\left\{\frac{\omega_1+\nu}{\omega_1+\gamma B}\left[1-\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_1+\gamma B}\right]-\frac{\omega_2+\nu}{\omega_2+\gamma B}\left[1-\left(\frac{b}{\xi}\right)^{\omega_2+\gamma B}\right]\right\}, \tag{18}$$

$$H_\theta(\xi, r)=-\frac{B}{(\omega_1-\omega_2)\,r}\left\{\frac{1+\nu\omega_1}{\omega_1+\nu}\left[1-\left(\frac{r}{\xi}\right)^{\omega_1+\gamma B}\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{1+\nu\omega_2}{\omega_2+\nu}\left[1-\left(\frac{r}{\xi}\right)^{\omega_2+\gamma B}\right]\right\}. \tag{19}$$

Отметим, что между ядрами M_r, H_r и M , H_θ имеются зависимости

$$M_\theta=\int_\xi^b\left[(1+\lambda B)\,M_r+r\,\frac{\partial M_r}{\partial r}\right]\frac{d\xi}{\xi},$$

$$H_\theta=\int_\xi^r\left[(1+\lambda B)\,H_r+r\,\frac{\partial H_r}{\partial r}\right]\frac{d\xi}{\xi}. \tag{20}$$

Свободные члены F_r и F_θ связаны соотношением

$$F_\theta=(1+\lambda B)\,F_r+r\,\frac{\partial F_r}{\partial r}\,. \tag{21}$$

Вводя обозначения

$$\Omega=\begin{cases}\sigma_r & \text{при}\quad F=F_r,\quad M=M_r,\quad H=H_r\\ \sigma_\theta & \text{при}\quad F=F_\theta,\quad M=M_\theta,\quad H=H_\theta\end{cases}$$

(11) и (12) можно объединять в одно уравнение:

$$\Omega(r, t)=F(r)+\lambda\int_a^b M(\xi, r)\,\Omega(\xi, t)\,d\xi+$$

$$+ \lambda \int_a^r H(\xi, r) \Omega(\xi, t)\, d\xi + \int_{\tau_0}^t N(r, t, \tau)\, \Omega(r, \tau)\, d\tau. \qquad (22)$$

Таким образом, задача определения напряжения в трубе с учетом влияния высоких температур на ползучесть и модуль упругости бетона свелась к решению интегрального уравнения (22), характеризуемого ядрами $M(\xi, r)$, $H(\xi, r)$ и $N(r, t, \tau)$.

3°. Решение интегрального уравнения (2) ищем в виде ряда по параметру λ

$$\Omega(r, t) = \Omega_0(r, t) + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n \Omega_n(r, t). \qquad (23)$$

Подставляя (23) в (22) и используя разложения $e^{\lambda T(r)}$, приходим к рекурентным интегральным уравнениям типа Вольтерра

$$\Omega_0(r, t) = F(r) + \int_{\tau_0}^t \Omega_0(r, \tau)\, K(t, \tau)\, d\tau, \qquad (24)$$

$$\Omega_n(r, t) = \int_a^b M(\xi, r)\, \Omega_{n-1}(\xi, t)\, d\xi + \int_a^r H(\xi, r)\, \Omega_{n-1}(\xi, t)\, d\xi +$$

$$+ \int_{\tau_0}^t \sum_{k=1}^{n-1} \Omega_k(r, \tau)\, \frac{T^{n-k}(r)}{(n-k)!}\, K(t, \tau)\, d\tau + \int_{\tau_0}^t \Omega_n(r, \tau)\, K(t, \tau)\, d\tau \qquad (25)$$

$$(n = 1, 2, \cdots).$$

Решения этих уравнений будут

$$\Omega_0(r, t) = F(r)\, \chi_0(t), \quad \chi_0(t) = 1 - E_0 \gamma_0 \varphi(\tau_0) \int_{\tau_0}^t e^{-\gamma \int_{\tau}^{\tau} [1 + E_0 \varphi(\tau)]\, d\tau}\, d\tau; \qquad (26)$$

$$\Omega_n(r, t) = \int_a^b M(\xi, r)\, L(\Omega_{n-1})\, d\xi + \int_a^r H(\xi, r)\, L(\Omega_{n-1})\, d\xi +$$

$$+ L\left[\int_{\tau_0}^t \sum_{k=0}^{n-1} \Omega_k(r, \tau)\, \frac{T^{n-k}(r)}{(n-k)!}\, K(t, \tau)\, d\tau\right], \qquad (27)$$

где

$$L(\chi) = \chi(\tau_0) + [\chi'(\tau_0) - E_0 \gamma_0 \varphi(\tau_0)\, \chi(\tau_0)] \int_{\tau_0}^{\tau} e^{-\gamma_0 \int_{\tau_0}^{\tau} [1 + E_0 \varphi(\tau)]\, d\tau}\, d\tau +$$

$$+\int_{\tau_0}^{t} e^{-\gamma_0\int_{\tau_0}^{\tau}[1+E_0\varphi(\tau_0)]d\tau} d\tau \int_{\tau_0}^{\tau} e^{\gamma_0\int_{\tau_0}^{z}[1+E_0\varphi(z)]\,dz} [\chi''(z)+\gamma_0\chi'(z)]\,dz. \qquad (28)$$

Вводя обозначения

$$F_1(r)=\int_a^b M(\xi, r)\,F(\xi)\,d\xi+\int_a^r H(\xi, r)\,F(\xi)\,d\xi+F(r)\,\frac{T(r)}{1!} \qquad (29)$$

$$\chi_1(t)=L\,[\chi_0] \qquad (30)$$

из (27) при $n=1$ будем иметь

$$\Omega_1(r, t)=\chi_1(t)\,F_1(r)-\Omega_0(t)\,\frac{T(r)}{1!} \qquad (31)$$

или

$$\Omega(r, t)=(1-\lambda T)\,\chi_0(t)\,F(r)+\lambda\chi_1(t)\,F_1(r)+O(\lambda^2). \qquad (32)$$

В случае стареющего бетона $\varphi(t)\approx C_0$ получаем простые формулы

$$\chi_0(t)=1-\frac{E_0C_0}{1+E_0C_0}\left[1-e^{-\gamma_0(1+E_0C_0)(t-\tau_0)}\right] \qquad (33)$$

$$\chi_1(t)=1-\frac{E_0C_0}{1+E_0C_0}\left(2-\frac{E_0C_0}{1+E_0C_0}\right)\left[1-e^{-\gamma_0(1+E_0C_0)(t-\tau_0)}\right]-$$
$$-\frac{\gamma_0E_0^2C_0^2}{1+E_0C_0}\,e^{-\gamma_0(1+E_0C_0)(t-\tau_0)}. \qquad (34)$$

Определенные интегралы, входящие в (29), вычисляются численным способом.

4°. Доказательство сходимости. Решение уравнения (24) и (25) представим в виде

$$\Omega_0(r, t)=F(r)\left[1+\int_{\tau_0}^{t} R(t, \tau)\,d\tau\right], \qquad (35)$$

$$\Omega_n(r, t)=\int_a^b M(\xi, r)\,\Omega_{n-1}(\xi, t)\,dt+\int_a^r H(\xi, r)\,\Omega_{n-1}(\xi, t)\,d\xi+$$

$$+\int_{\tau_0}^{t}\sum_{k=0}^{n-1}\Omega_k(r, \tau)\,\frac{T^{n-k}}{(n-k)!}\,K(t, \tau)\,d\tau+$$

$$+\int_{\tau_0}^{t}\left\{\int_a^b M(\xi, r)\,\Omega_{n-1}(\xi, \tau)\,d\xi+\int_a^r H(\xi, r)\,\Omega_{n-1}(\xi, \tau)\,d\xi+\right.$$

$$+\int_{\tau_0}^{\tau}\sum_{k=0}^{n-1}\Omega_k(r, z)\frac{T^{n-k}}{(n-k)!}K(\tau, z)\,dz\Big\}R(t, \tau)\,d\tau, \tag{36}$$

где $R(t, \tau)$ резольвента ([6]) ядра $K(t, \tau)$.

$$h_0 = \max\int_a^b\Big\{|M(\xi, r)| + |H(\xi, r)|\Big\}d\xi,$$

$$D_0 = \max\Big\{1 + \int_{\tau_0}^{t_0}|R(t_0, \tau)|\,d\tau\Big\},$$

$$F_0 = \max|F(r)|, \quad d_0 = \max\int_{\tau_0}^{t_0}|K(t_0, \tau)|\,d\tau, \quad T_0 = \max|T(r)|$$

$$h = h_0 D_0, \quad D = d_0 D_0, \quad \overline{\Omega}_n = \max_{\tau_0 \leqslant t_0 < \infty}|\Omega_n(r, t)|$$

Тогда из (35) и (36) следует

$$\overline{\Omega}_0 = F_0 D_0$$

$$\overline{\Omega}_1 = h\overline{\Omega}_0 + D\overline{\Omega}_0\frac{T_0}{1!}$$

$$\overline{\Omega}_2 = h\overline{\Omega}_1 + D\left(\overline{\Omega}_0\frac{T_0^2}{2!} + \overline{\Omega}_1\frac{T_0}{1!}\right)$$

. . . .

$$\overline{\Omega}_n = h\overline{\Omega}_{n-1} + D\left(\overline{\Omega}_0\frac{T_0^n}{n!} + \overline{\Omega}_1\frac{T_0^{n-1}}{(n-1)!} + \cdots + \overline{\Omega}_{n-1}\frac{T_0}{1!}\right).$$

Умножая эти равенства, начиная со второй строки на λ, $\lambda^2 \cdots$, λ^n, и сложив, получим

$$\overline{S}_n - \overline{\Omega}_0 < \lambda h\overline{S}_n + D\left(\frac{\lambda T_0}{1!} + \frac{\lambda^2 T_0^2}{2!} + \cdots + \frac{\lambda^n T_0^n}{n!}\right)\overline{S}_n,$$

где

$$\overline{S}_n = \overline{\Omega}_0 + \lambda\overline{\Omega}_1 + \cdots + \lambda^n\overline{\Omega}_n,$$

а λ, неограничивая общности, принято положительным.

Если $\lambda < \lambda_0$, где λ_0 определяется из трансцендентного уравнения

$$\lambda_0 h + De^{\lambda_0 T_0} = 1 + D,$$

можем писать

$$\overline{S}_n < \frac{F_0 D_0}{1 - \lambda h - D(e^{\lambda T_0} - 1)}, \qquad n = 1, 2, \cdots$$

Отсюда следует, что для значения $\lambda < \lambda_0$ ряд (23) сходится абсолютно и равномерно.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Մ. Ա. ԶԱԴՈՅԱՆ

Բարձր ջերմաստիճանների դեպքում գլանային խողովակի սողքի մասին

Ուսումնասիրվում է հաստ պատեր ունեցող բետոնե գլանային երկար խողովակի սողքի խնդիրը բարձր ջերմաստիճանների դեպքում: Քննարկվում է ջերմության բաշխման ստացիոնար դեպքը: Առաձգականության մոդուլը և սողքի չափն ընդունվում են կախված ջերմաստիճանից հետևյալ կերպ՝

$$E^* = E_0 e^{-\gamma T(r)}, \quad C^* = C(t,\tau)\, e^{\mu T(r)},$$

որտեղ E_0 *և* $C(t,\tau)$ *առաձգականության մոդուլն ու սողքի չափն են նորմալ ջերմաստիճանների դեպքում,* $T(r)$ *ջերմային ֆունկցիան է (1), իսկ* γ *և* μ *փորձից որոշվող պարամետրեր են: Լարումների և դեֆորմացիաների կապն արտահայտվում է (3) և (4) առնչություններով:*

Օգտագործելով հավասարակշռության դիֆերենցիալ հավասարումը (6) և վերոհիշյալ կապակցությունները, ստանում ենք շառավղային տեղափոխման (u) համար (8) դիֆերենցիալ հավասարումը, որի աջ մասում պարունակվում է σ_r *— անհայտ մեծությունը: Լուծելով այդ հավասարումը համապատասխան եզրային պայմանների դեպքում և ստացված արդյունքը տեղադրելով (3)—(4) կապակցությունների մեջ ու կատարելով մի շարք ձևափոխություններ ստանում ենք* σ_r*-ի և* σ_θ*-ի նկատմամբ*

$$\Omega(r,t) = F(r) + \lambda \int_a^b M(\xi,r)\,\Omega(\xi,t)\,d\xi + \lambda \int_a^r H(\xi,r)\,\Omega(\xi,t)\,d\xi + \int_{\tau_0}^t N(r,t,\tau)\,\Omega(r,\tau)\,d\tau$$

տիպի ինտեգրալ հավասարումներ, որտեղ $M(\xi,r)$, $H(\xi,r)$ *և* $N(r,t,\tau)$ *կորիզներն են, իսկ* $F(r)$ *ազատ անդամն է: Այդ ինտեգրալ հավասարման լուծումը փնտրվում է (23) շարքի տեսքով, որի գործակիցների համար ստացվում են ռեկուրենտ հավասարումներ:*

Ապացուցվում է շարքի բացարձակ և հավասարաչափ զուգամիտությունը: Որոշվում է զուգամիտության շառավիղը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *А. Н. Комаровский*, Строительные материалы для зашиты от излучений ядерных реакторов и ускорителей. Атомиздат, 1958. [2] *М. А. Задоян*, ДАН АрмССР, т. XXX, № 5 (1960). [3] *В. И. Муршаев*, Статья в сб. Исследования по жароупорным бетону и железобетону, ЦНИПС, 1954. [4] *В. А. Харламов*, Труды научно-исследов. института бетона и железобетона, вып. 6, М., 1959. [5] *Н. Х. Арутюнян*. Некоторые вопросы теории ползучести, Гостехиздат, 1952. [6] *М. А. Задоян*, „Известия АН АрмССР“, т. XI № 1 (1958).