

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. А. Баблоян

Изгиб призматических стержней с поперечным сечением в виде
кольцевого сектора с выточкой на криволинейной части

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 24. VI 1960)

Рассматривается задача об изгибе призматического стержня с поперечным сечением в виде кольцевого сектора с симметрично расположенной выточкой на криволинейной части. Точное решение рассматриваемой задачи получено методом приведения решения к бесконечным системам линейных уравнений ^(1,2). Доказано, что полученные системы вполне регулярны и имеют ограниченные сверху и стремящиеся к нулю (при $p \rightarrow \infty$) свободные члены. Приведены числовые примеры определения координаты центра изгиба для стержней с различными размерами.

§1. *Постановка задачи.* Пусть внешняя изгибающая сила Q приложена на свободном конце стержня параллельно оси y и проходит через центр изгиба, т. е. изгиб не сопровождается кручением. Функция напряжений при изгибе $F(x, y)$ внутри области поперечного сечения удовлетворяет следующему уравнению ⁽³⁾

$$\nabla^2 F(x, y) = \frac{Q\sigma(x - x_0)}{(1 + \sigma)J} - \frac{Q}{2J} f(x), \quad (1.1)$$

где x_0 —координата центра тяжести сечения, J —момент инерции поперечного сечения относительно оси x , $f(x)$ —произвольная функция, σ —коэффициент Пуассона.

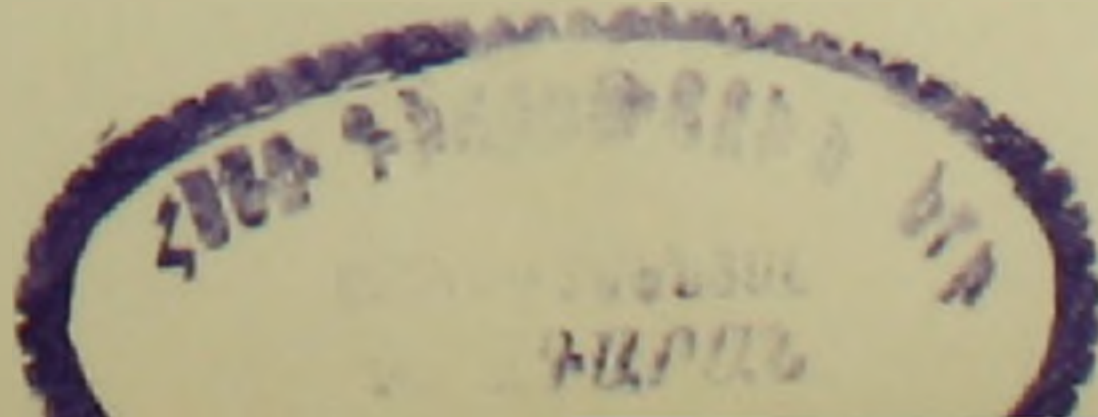
На контуре сечения функция $F(x, y)$ удовлетворяет условию

$$\frac{\partial F}{\partial s} = \frac{Q}{2J} [y^2 - f(x)] \frac{dx}{ds}. \quad (1.2)$$

В силу симметрии достаточно рассматривать только область $AB C D E F$ (фиг. 1). Чтобы решение, определенное в этой части области, распространилось на всю область сечения, требуется, чтобы вдоль горизонтальной оси симметрии на линии AB нормальная производная функции $F(x, y)$ равнялась нулю.

Положим

$$f(x) = b^2 - x^2 \quad (1.3)$$



и перейдем к новым координатам следующим образом ^(2,3)

$$x = be^t \cos \varphi, \quad y = be^t \sin \varphi. \quad (1.4)$$

Тогда уравнение (1.1) и условие (1.2) примут вид:

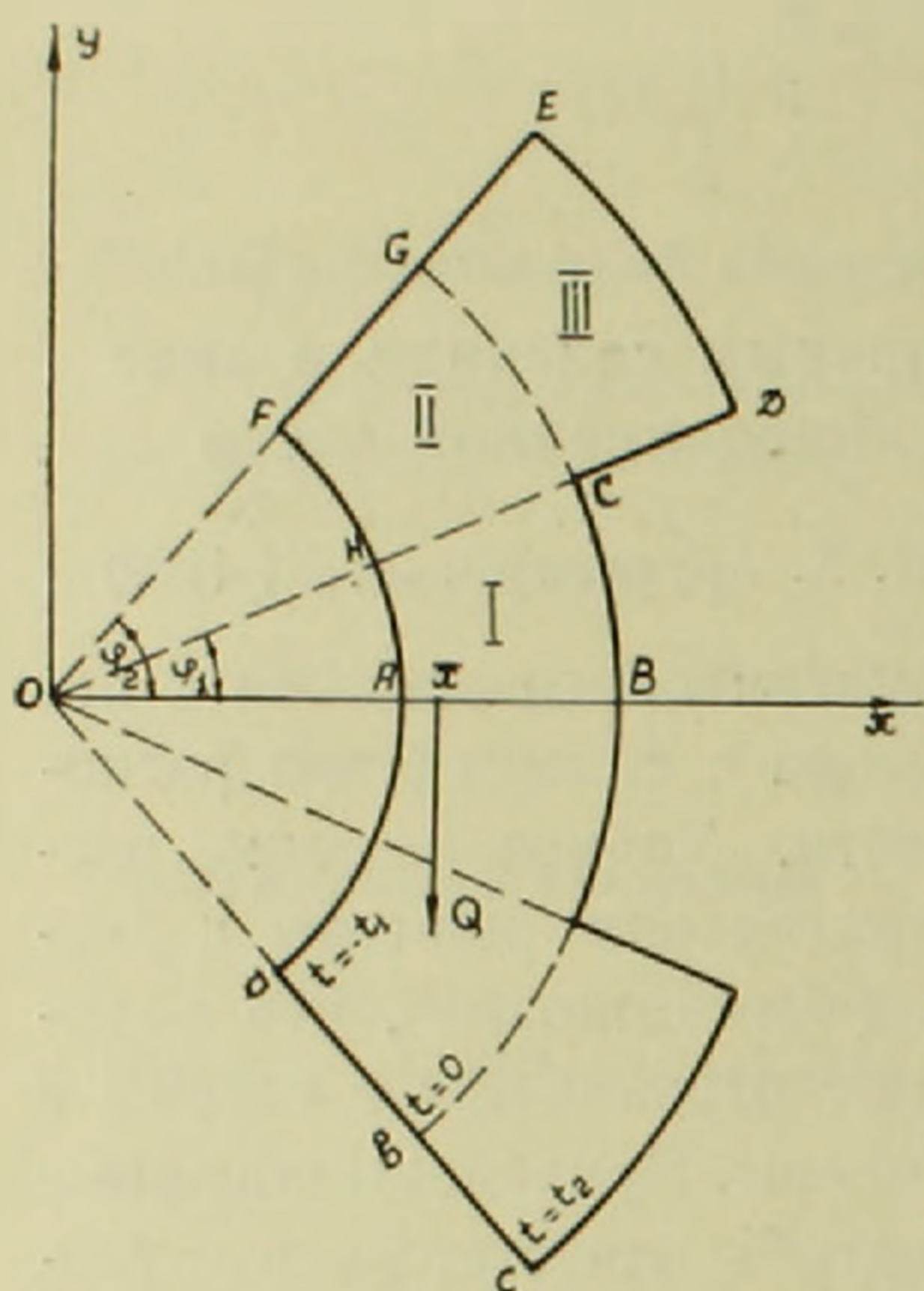
$$\nabla^2 F(t, \varphi) = \frac{(1+2\sigma)Qb^3}{(1+\sigma)J} e^{3t} \cos \varphi - \frac{\sigma x_0 Qb^2}{(1+\sigma)J} e^{2t}, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial s} = -\frac{Qb^3}{2J} (1 - e^{2t}) \frac{d(e^t \cos \varphi)}{ds}. \quad (1.6)$$

Напряжения $\tau_{z\varphi}$ и τ_{rz} выражаются через функцию напряжений $F(t, \varphi)$ соотношениями

$$\begin{aligned} \tau_{z\varphi}(t, \varphi) = & -\frac{1}{be^t} \frac{\partial F}{\partial t} + \\ & + \frac{Qb^2}{2J} (e^{2t} - 1) \cos \varphi, \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} \tau_{rz}(t, \varphi) = & \frac{1}{be^t} \frac{\partial F}{\partial \varphi} + \\ & + \frac{Qb^2}{2J} (e^{2t} - 1) \sin \varphi. \end{aligned}$$



Фиг. 1

В области $ABCDEF$ функцию $F(t, \varphi)$ ищем в виде ⁽¹⁾

$$F(t, \varphi) = \begin{cases} F_1(t, \varphi) & \text{в области I} \\ F_2(t, \varphi) & \text{в области II} \\ F_3(t, \varphi) & \text{в области III} \end{cases} \quad (1.8)$$

Пользуясь условием симметрии и граничными условиями (1.6), в силу (1.8) для $F_i(t, \varphi)$ ($i = 1, 2, 3$) получим следующие условия:

$$F_1(0, \varphi) = \left. \frac{\partial F_1}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} = 0,$$

$$F_3(t, \varphi_1) = -\frac{Qb \cos \varphi_1}{6J} (3e^t - e^{3t} - 2),$$

$$F_3(t_2, \varphi) = -\frac{Qb^3}{2J} (e^{t_2} - e^{3t_2}) \cos \varphi - \frac{Qb^3 \cos \varphi_1}{3J} (e^{3t_2} - 1),$$

$$\begin{aligned} F_3(t, \varphi_2) = F_2(t, \varphi_2) = & -\frac{Qb^3 \cos \varphi_2}{6J} (3e^t - e^{3t} - 2e^{3t_2}) - \\ & - \frac{Qb^3 \cos \varphi_1}{3J} (e^{3t_2} - 1), \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned}
F_2(-t_1, \varphi) = F_1(-t_1, \varphi) = -\frac{Qb^3}{2J} (e^{-t_1} - e^{-3t_1}) \cos \varphi + \\
+ \frac{Qb^3 \cos \varphi_2}{3J} (e^{3t_2} - e^{-3t_1}) - \frac{Qb^3 \cos \varphi_1}{3J} (e^{3t_2} - 1); \\
F_1(t, \varphi_1) = F_2(t, \varphi_1), \quad F_2(0, \varphi) = F_3(0, \varphi),
\end{aligned} \tag{1.10}$$

$$\left. \frac{\partial F_1}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi_1} = \left. \frac{\partial F_2}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi_1}, \quad \left. \frac{\partial F_2}{\partial t} \right|_{t=0} = \left. \frac{\partial F_3}{\partial t} \right|_{t=0};$$

где

$$t_1 = -\ln \frac{a}{b}, \quad t_2 = \ln \frac{c}{b}. \tag{1.11}$$

§2. *Определение функции напряжения.* Решая уравнение (1.5) методом разделения переменных и удовлетворив условиям (1.9) и (1.10), для функций $F_i(t, \varphi)$ ($i = 1, 2, 3$) получим выражения:

$$\begin{aligned}
F_1(t, \varphi) = C_1 \cos \varphi \left[e^{3t} - \frac{\text{sh}(t_1 + t)}{\text{sh} t_1} + e^{-3t_1} \frac{\text{sh} t}{\text{sh} t_1} \right] - C_2 \left[e^2 - \frac{t_1 + t}{t_1} + \right. \\
\left. + \frac{t}{t_1} e^{-2t_1} \right] + \frac{Qb^3}{J} e^{-2t_1} \text{sh} t \cdot \cos \varphi - \frac{Qb^3}{3J} [(e^{3t_2} - e^{-3t_1}) \cos \varphi_2 - \\
- (e^{3t_2} - 1) \cos \varphi_1] \frac{t}{t_1} + \frac{2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{X_k + A_k}{\beta} \frac{\text{ch} \beta_k \varphi}{\text{ch} \beta_k \varphi_1} \sin \beta_k t;
\end{aligned} \tag{2.1}$$

в области ($0 \leq \varphi \leq \varphi_1, -t_1 \leq t < 0$)

$$\begin{aligned}
F_2(t, \varphi) = C_1 e^{3t} \left[\cos \varphi - \frac{\cos \varphi_1 \sin 3(\varphi_2 - \varphi) + \cos \varphi_2 \sin 3(\varphi - \varphi_1)}{\sin 3(\varphi_2 - \varphi_1)} \right] - \\
- C_2 e^{3t} \left[1 - \frac{\sin 2(\varphi_2 - \varphi) + \sin 2(\varphi - \varphi_1)}{\sin 2(\varphi_2 - \varphi_1)} \right] + \\
+ \frac{Qb^3}{6J} e^3 \frac{\cos \varphi_1 \sin 3(\varphi_2 - \varphi) + \cos \varphi_2 \sin 3(\varphi - \varphi_1)}{\sin 3(\varphi_2 - \varphi_1)} - \frac{Qb^3}{2J} e^t \cos \varphi + \\
+ \frac{Qb^3}{3J} \left\{ (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1) \left[e^{3t_2} \frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} - \frac{t}{t_1} \frac{\varphi_2 - \varphi}{\varphi_2 - \varphi_1} (e^{3t_2} - e^{3t_1}) \right] + \right. \\
\left. + \cos \varphi_1 \right\} - \frac{2}{\varphi - \varphi_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m Y_k}{\delta_k} \frac{\text{sh} \delta_k (t_1 + t)}{\text{sh} \delta_k t_1} \sin \delta_k (\varphi - \varphi_1) + \\
+ \frac{2}{\varphi_2 - \varphi_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k}{\delta_k} \frac{\text{sh} \delta_k t}{\text{sh} \delta_k t_1} \sin \delta_k (\varphi - \varphi_1) + \\
+ \frac{2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{X_k}{\beta_k} \frac{\text{sh} \beta_k (\varphi_2 - \varphi)}{\text{sh} \beta_k (\varphi_2 - \varphi_1)} \sin \beta_k t;
\end{aligned} \tag{2.2}$$

в области ($\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2, -t_1 \leq t \leq 0$)

$$\begin{aligned}
F_3(t, \varphi) = & C_1 e^{3t} \left[\cos \varphi - \frac{\cos \varphi_1 \cdot \sin 3(\varphi_2 - \varphi) + \cos \varphi_2 \cdot \sin 3(\varphi - \varphi_1)}{\sin 3(\varphi_2 - \varphi_1)} \right] - \\
& - C_2 e^{2t} \left[1 - \frac{\sin 2(\varphi_2 - \varphi_1) + \sin 2(\varphi - \varphi_1)}{\sin 2(\varphi_2 - \varphi_1)} \right] - \frac{Qb^3}{6J} \left[3e^t \cos \varphi - \right. \\
& - 2 \cos \varphi_1 + 2e^{3t_2} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) \frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} - \\
& - e^{3t} \frac{\cos \varphi_1 \cdot \sin 3(\varphi_2 - \varphi) + \cos \varphi_2 \cdot \sin 3(\varphi - \varphi_1)}{\sin 3(\varphi_2 - \varphi_1)} \left. \right] - \\
& - \frac{2}{\varphi_2 - \varphi_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m Y_k}{\delta_k} \frac{\operatorname{sh} \delta_k (t_2 - t)}{\operatorname{sh} \delta_k t_2} \sin \delta_k (\varphi - \varphi_1) - \\
& - \frac{2}{\varphi_2 - \varphi_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_k}{\delta_k} \frac{\operatorname{sh} \delta_k t}{\operatorname{sh} \delta_k t_2} \sin \delta_k (\varphi - \varphi_1); \tag{2.3}
\end{aligned}$$

в области $(\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2, 0 \leq t < t_2)$,
где

$$\begin{aligned}
\beta_k &= \frac{k\pi}{t_1}, \quad \delta_k = \frac{k\pi}{\varphi_2 - \varphi_1}, \\
C_1 &= \frac{(1 + 2\sigma) Qb^3}{8(1 + \delta)J}, \quad C_2 = \frac{\sigma x_0 Qb_2}{4(1 + \sigma)J}; \tag{2.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_k = & -8C_1 \cos \varphi_1 \frac{\beta_k^2 [1 + (-1)^{k+1} e^{-3t_1}]}{(\beta_k^2 + 1)(\beta_k^2 + 9)} + 4C_2 \frac{1 + (-1)^{k+1} e^{-2t_1}}{\beta_k^2 + 4} + \\
& + \frac{Qb^3 \cos \varphi_1}{J} \cdot \frac{(\beta_k^2 - 3) [1 + (-1)^{k+1} e^{-3t_1}]}{(\beta_k^2 + 1)(\beta_k^2 + 9)}; \tag{2.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_k = & -8C_1 e^{-3t_1} \frac{\delta_k^2 [\cos \varphi_1 + (-1)^{k+1} \cos \varphi_2]}{(\delta_k^2 - 1)(\delta_k^2 - 9)} + 4C_2 e^{-2t_1} \frac{1 + (-1)^{k+1}}{\delta_k^2 - 4} + \\
& + \frac{Qb^2 e^{-3t_1}}{J} \cdot \frac{(\delta_k^2 + 3) [\cos \varphi_1 + (-1)^{k+1} \cos \varphi_2]}{(\delta_k^2 - 1)(\delta_k^2 - 9)}; \tag{2.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_k = & -8C_1 e^{3t_2} \frac{\delta_k^2 [\cos \varphi_1 + (-1)^{k+1} \cos \varphi_2]}{(\delta_k^2 - 1)(\delta_k^2 - 9)} + 4C_2 e^{2t_2} \frac{1 + (-1)^{k+1}}{\delta_k^2 - 4} + \\
& + \frac{Qb^3 e^{3t_2}}{J} \cdot \frac{(\delta_k^2 + 3) [\cos \varphi_1 + (-1)^{k+1} \cos \varphi_2]}{(\delta_k^2 - 1)(\delta_k^2 - 9)}; \tag{2.7}
\end{aligned}$$

$$x_0 = \frac{2b}{3} \frac{(1 - e^{-3t_1}) \sin \varphi_2 + (e^{3t_2} - 1) (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)}{(1 - e^{-2t_1}) \varphi_2 + (e^{2t_2} - 1) (\varphi_2 - \varphi_1)}; \tag{2.8}$$

$$J = \frac{b^4}{4} \left[\varphi_2 (1 - e^{4t_1}) \left(1 - \frac{\sin 2\varphi_2}{2\varphi_2} \right) + (\varphi_2 - \varphi_1) (e^{4t_2} - 1) \left(1 - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{\sin 2\varphi_2 - \sin 2\varphi_1}{2(\varphi_2 - \varphi_1)} \right) \Bigg]. \quad (2.9)$$

Для определения постоянных X_k и Y_k получаем совокупность из двух бесконечных систем линейных уравнений:

$$Y_p = \sum_{k=1}^{\infty} a_{kp} X_k + P_p \quad (p = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.10)$$

$$X_p = \sum_{k=1}^{\infty} b_{kp} Y_k + Q_p,$$

где

$$a_{kp} = \frac{2}{mt_1 [\operatorname{cth} \delta_p t_1 + \operatorname{cth} \delta_p t_2]} \cdot \frac{\delta_p}{\beta_k^2 + \delta_p^2}, \quad (2.11)$$

$$b_{kp} = \frac{2m}{(\varphi_2 - \varphi_1) [\operatorname{th} \beta_p \varphi_1 + \operatorname{cth} \beta_p (\varphi_2 - \varphi_1)]} \cdot \frac{\beta_p}{\delta_k^2 + \beta_p^2};$$

$$P_p = \frac{1}{m [\operatorname{cth} \delta_p t_1 + \operatorname{cth} \delta_p t_2]} \left[\frac{Qb^3 (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) (e^{3t_2} - e^{-3t_1})}{3J \delta t_1} + \right. \\ \left. + \frac{C_p}{\operatorname{sh} \delta_p t_2} + \frac{B_p}{\operatorname{sh} \delta_p t_1} \right],$$

$$Q_p = \frac{1}{t \varphi_1 + \operatorname{cth} \beta_p (\varphi_2 - \varphi_1)} \left\{ 8C_1 \frac{\beta_p^2 e^{-3t_1} (-1)^{p+1}}{(\beta_p^2 + 1)(\beta_p^2 + 9)} \left[\cos \varphi_1 \cdot \operatorname{cth} \beta_p (\varphi_2 - \right. \right. \\ \left. \left. - \varphi_1) - \frac{\cos \varphi_2}{\operatorname{sh} \beta_p (\varphi_2 - \varphi_1)} \right] - \frac{Qb^3 (\beta_p^2 - 3) e^{-3t_1} (-1)^{p+1}}{J (\beta_p^2 + 1)(\beta_p^2 + 9)} \left[\cos \varphi_1 \cdot \operatorname{cth} \beta_p (\varphi_2 - \right. \right. \\ \left. \left. - \varphi_1) - \frac{\cos \varphi_2}{\operatorname{sh} \beta_p (\varphi_2 - \varphi_1)} \right] - 4C_2 \frac{e^{-2t_1} (-1)^{p+1}}{\beta_p^2 + 4} \operatorname{th} \frac{\beta_p (\varphi_2 - \varphi_1)}{2} + \right. \\ \left. + C_1 \sin \varphi_1 \cdot \frac{\beta_p}{\beta_p^2 + 1} + \left(3C_1 - \frac{Qb^3}{2J} \right) \frac{\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1 \cdot \cos 3(\varphi_2 - \varphi_1)}{\sin 3(\varphi_2 - \varphi_1)} \times \right. \\ \left. \times \frac{\beta_p}{\beta_p^2 + 9} - A_p \operatorname{th} \beta_p \varphi_1 - 2C_2 \operatorname{tg} (\varphi_2 - \varphi_1) \frac{\beta_p}{\beta_p^2 + 4} - \frac{Qb^3}{2J} \sin \varphi_1 \times \right. \\ \left. \times \frac{\beta_p}{\beta_p^2 + 1} + \frac{Qb^3}{3J} \frac{\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2}{\beta_p (\varphi_2 - \varphi_1)} \right\}. \quad (2.12)$$

Покажем, что системы (2.10) вполне регулярны. Действительно, для суммы модулей коэффициентов систем (2.10) имеют место следующие неравенства:

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_{kp.} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\operatorname{cth} \delta_p t_1 - \frac{1}{\delta_p t_1}}{\operatorname{cth} \delta_p t_1 + \operatorname{cth} \delta_p t_2} \leq \frac{1}{2m}, \quad (2.13)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} b_{kp.} = m \frac{\operatorname{cth} \beta_p (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{1}{\beta_p (\varphi_2 - \varphi_1)}}{\operatorname{cth} \beta_p (\varphi_2 - \varphi_1) + \operatorname{th} \beta_p \varphi_1} \leq m;$$

Постоянное число m выбираем из равенства

$$\frac{1}{2m} = m, \quad \text{т. е. } m = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Тогда согласно (2.13) будем иметь

$$\sum_{k=1}^{\infty} |a_{kp.}| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} |b_{kp.}| \leq \frac{\sqrt{2}}{2},$$

т. е. системы (2.10) оказались вполне регулярными.

Легко видеть из (2.12), что свободные члены системы (2.10) ограничены сверху и при $p \rightarrow \infty$ стремятся к нулю.

§3. *Определение центра изгиба.* Координата центра изгиба определяется по выражению

$$\bar{x} = -\frac{M}{Q}, \quad \bar{y} = 0, \quad (3.1)$$

где M —момент от касательных напряжений, взятый относительно начала координат, т. е.

$$M = b^3 \iint \tau_{z\varphi} e^{3t} dt d\varphi. \quad (3.2)$$

Подставляя выражения $\tau_{z\varphi}$ из (1.7) в (3.2), произведя некоторое преобразование и пользуясь формулами (2.1)–(2.3), после интегрирования получим следующую формулу:

$$\begin{aligned} \frac{M}{2} = & -\frac{Qb^5}{15J} \sin \varphi_1 (1 + 10e^{-2t_1} - 10e^{-3t_1} - e^{-5t_1}) + \\ & + \frac{2}{5} \left(\frac{Qb^5}{J} - C_1 b^2 \right) (e^{5t_2} - e^{-5t_1}) \left[\frac{\cos \varphi_2 + \cos \varphi_1}{3} \operatorname{tg} \frac{3(\varphi_2 - \varphi_1)}{2} - \right. \\ & \left. - \sin \varphi_2 + \sin \varphi_1 \right] - \frac{4b^2}{3} C_1 \sin \varphi_1 \left(\frac{1 - e^{-5t_1}}{5} - e^{-2t_1} + e^{-3t_1} \right) + \\ & + C_2 b^2 \frac{e^{4t_2} - e^{-4t_1}}{2} [\operatorname{tg} (\varphi_2 - \varphi_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)] + \\ & + \frac{Qb^5}{3J} (\varphi_2 - \varphi_1) \left[\frac{e^{5t_2} - e^{-5t_1}}{2} (\cos \varphi_2 + \cos \varphi_1) + (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1) (e^{3t_2} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -e^{-3t_1}) \frac{1-e^{2t_1}}{4t_1} \Big] - \frac{\varphi_1 b^2}{2} C_2 \left[\frac{(1-e^{-2t_1})^2}{t_1} - 1 + e^{-4t_1} \right] + \\
& + \frac{Qb^5(1-e^{-2t_1})\varphi_1}{J 6t_1} [(e^{3t_2} - e^{-3t_1}) \cos \varphi_2 - (e^{3t_2} - 1) \cos \varphi_1] - \\
& - \frac{4b^2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^{k+1} e^{-2t_1}}{\beta_k (\beta_k^2 + 4)} \left[(X_k + A_k) \operatorname{th} \beta_k \varphi_1 + X_k \operatorname{th} \frac{\beta_k (\varphi_2 - \varphi_1)}{2} \right] - \\
& - \frac{8b^2}{\varphi_2 - \varphi_1} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{m Y_k}{\delta_k (\delta_k^2 - 4)} \left(\operatorname{cth} \delta_k t_1 + \operatorname{cth} \delta_k t_2 - \frac{e^{-2t_1}}{\operatorname{sh} \delta_k t_1} - \frac{e^{2t_2}}{\operatorname{sh} \delta_k t_2} \right) + \\
& + \frac{8b^2}{\varphi_2 - \varphi_1} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{\delta_k (\delta_k^2 - 4)} \left[B_k \left(e^{-2t_1} \operatorname{cth} \delta_k t_1 + \frac{1}{\operatorname{sh} \delta_k t_1} - \frac{2e^{-2t_1}}{\delta_k} \right) - \right. \\
& \left. - C_k \left(e^{2t_2} \operatorname{cth} \delta_k t_2 - \frac{1}{\operatorname{sh} \delta_k t_2} - \frac{2e^{2t_2}}{\delta_k} \right) \right]. \quad (3.3)
\end{aligned}$$

§3. *Числовой пример.* В качестве числового примера рассмотрен изгиб призматического стержня с поперечным сечением в виде кольцевого сектора с симметрично расположенными боковыми выступами, размеры которого следующие: $b = a + 1$, $c = a + 2$, $CG = FG = GE$, где a принимает значение 2, 3, 4, 5, ∞ .

В таблице для этих случаев приведены значения координаты центра изгиба $\bar{x} = \bar{x}_0 + \Delta \bar{x}$, где $\bar{x}_0$ — главная часть значения координаты центра изгиба, получающаяся из (3.3) путем отбрасывания последних трех рядов, а $\Delta \bar{x}$ — влияние этих же рядов на значение координаты центра изгиба.

a	$\frac{\bar{x}_0}{b}$	$\frac{\Delta \bar{x}_0}{b}$	$\frac{\bar{x}}{b}$	$\frac{\Delta \bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100 \%$
2	0.6761	0.0147	0.6908	2.17 %
3	0.9107	0.0106	0.9213	1.17 %
4	0.9787	0.0071	0.9858	0.72 %
5	1.0957	0.0032	1.0989	0.30 %
∞	1.2732	0	1.2732	0

Из таблицы видно, при вычислении значения координаты центра изгиба для тонких стержней ($a \geq 3$, 2) можно отбрасывать последние три ряда в формуле (3.3), т. е. не иметь дела с бесконечными уравнениями. При этом ошибка не превосходит 1 %.

В заключение выражаю благодарность Б. Л. Абрамяну за руководство настоящей работой.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Կորագիծ մասում ճեղքով օղակային սեկտորի հետ ունեցող բնդլայնական հասվածքով պրիզմատիկ ձողերի ծառայ

Հոդվածում տրվում է պրիզմատիկ ձողերի ծոման խնդրի ճշգրիտ լուծումը, երբ ձողի բնդլայնական հասվածքն ունի կորագիծ մասում սիմետրիկ ճեղքով օղակային սեկտորի տեսք, մեկ սիմետրիայի առանցք, իսկ ծոող ուժն ուղղահայաց է սիմետրիայի առանցքին և անցնում է ծոման կենտրոնով:

Քնդիրը բերվում է լիովին ռեգուլյար գծային անվերջ հավասարումների սխեմայի լուծման, որի ազատ անդամները սահմանափակ են և ձգտում են դերոյի $\frac{1}{k}$ կարգով: Մաս-

նավոր օրինակներում հաշված են ծոման կենտրոնի կոորդինատի արժեքները, որոնք բերված են աղյուսակում: Աղյուսակի հիման վրա առաջարկվում է բարակ սլաք ունեցող ձողերի ծոման կենտրոնի համար մոտավոր բանաձև:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Н. Х. Арутюнян, Решение задачи о кручении стержней полигонального поперечного сечения. ПММ, т. XIII, в. I, 1949. ² Б. Л. Абрамян, ДАН АрмССР, т. XXVIII, № 3 (1959).