

## ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

А. М. Гаспарян и А. А. Заминян

## О вертикальном движении полидисперсной суспензии

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. В. Егиазаряном 23. IV 1960)

Уравнение, описывающее вертикальное движение монодисперсной суспензии, было выведено ранее (<sup>1</sup>)

$$\varphi = \frac{V\varepsilon}{V-C} \quad (1)$$

Здесь  $\varphi$ —объемная концентрация (доля) твердой фазы во взвеси в колонке или пространственная объемная концентрация;  $\varepsilon$ —объемная концентрация (доля) твердой фазы в расходе, или расходная объемная концентрация;  $V$ —скорость движения суспензии в колонке, а  $C$ —скорость стесненного падения (ССП) взвеси, имеющей данную концентрацию  $\varphi$ .

Уравнение (1) написано для случая, когда суспензия вертикально двигается снизу вверх. При обратном направлении движения знак перед  $C$  становится положительным.

Изучению ССП  $C$  посвящено множество исследований и уже имеющиеся уравнения позволяют рассчитывать ее для большинства случаев (<sup>2, 3</sup>).

Однако цель исследований в области стесненного движения заключается в нахождении уравнений, описывающих движение полидисперсных суспензий, состоящих из бесформенных частиц. Нами сделана попытка найти такие уравнения для несколько упрощенной системы: когда полидисперсная твердая фаза суспензии состоит из отдельных монодисперсных компонентов или частей.

Сначала рассмотрим случай, когда суспензия является бидисперсной, т. е. твердая фаза ее состоит из сферических частиц двух диаметров:  $d_1$  и  $d_2$ .

Возникающая общая концентрация твердых частиц в движущейся суспензии должна зависеть от следующих факторов:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = f(V, \varepsilon_1, \varepsilon_2, C_1 \text{ и } C_2). \quad (2)$$

Понятие скорости стесненного падения компонента в немонадисперсной суспензии нуждается в точной формулировке.

Если монодисперсные частицы потоком жидкости подняты во взвесь, то скорость стесненного падения  $C$  такой взвеси равняется той скорости, которую жидкость имеет в сечении  $1-1$ , свободном от взвеси (фиг. 1, А). В сечении  $2-2$  скорость жидкости будет иная,  $C'$ .

Пусть по трубке, снизу вверх, течет монодисперсная суспензия (фиг. 1, Б). Пусть некоторые частицы и их окружающая жидкость в начале секунды находятся в сечении  $1-1$ . Через секунду жидкость из сечения  $1-1$  придет в сечение  $2-2$ , а частицы, отставая, придут в сечение  $3-3$ . Расстояние  $h = C'$ . Скорость стесненного падения взвеси будет определяться:

$$C = h(1 - \varphi) = hm. \quad (3)$$

В данном случае через рассматриваемые частицы прошла жидкость объема  $h \cdot F \cdot (1 - \varphi)$ , где  $F$  сечение трубки. Скорость этого опережающего объема жидкости, отнесенная к полному сечению трубки, и есть скорость стесненного падения данной взвеси:

$$C = h \cdot F \cdot (1 - \varphi) : F = h(1 - \varphi). \quad (4)$$

На основании изложенного принимаем следующее, более обобщенное определение: Скорость стесненного падения  $C$  любых частиц или взвесей может быть определена делением опережающих их объемов (за секунду) на полное сечение колонки (трубки),

Теперь допустим, что по трубке, снизу вверх, движется дудисперсная суспензия (фиг. 1, В). Крупные частицы твердой фазы пусть имеют диаметр  $d_1$ , а мелкие частицы  $d_2$ . Движение стационарное. Пусть в начале секунды некоторые твердые частицы и окружающая их жидкость находятся в сечении  $1-1$ . Через секунду частицы  $d_1$  приходят в  $2-2$ , мелкие частицы в  $3-3$ , а жидкость в  $4-4$ . Прошедшие через сечение  $1-1$  объемы будут:

жидкости  $Q = h(1 - \varphi_1 - \varphi_2), \quad (5)$

крупных частиц  $W_1 = H_1 \varphi_1 F, \quad (6)$

мелких частиц  $W_2 = H_2 \varphi_2 F. \quad (7)$

Очевидно, общая скорость потока  $V$  будет:

$$V = (Q + W_1 + W_2) : F = h(1 - \varphi_1 - \varphi_2) + U_1 \varphi_1 + U_2 \varphi_2. \quad (8)$$

Сквозь крупные частицы прошли секундные объемы:

жидкости  $(h - U_1)(1 - \varphi_1 - \varphi_2) F, \quad (9)$

мелких частиц  $(U_2 - U_1) \varphi_2 F, \quad (10)$

значит, скорость стесненного падения крупных частиц равняется:

$$C_1 = (h - U_1)(1 - \varphi_1 - \varphi_2) + (U_2 - U_1) \varphi_2 = V - U_1. \quad (11)$$

Сквозь мелкие частицы прошли объемы:

$$\text{жидкости} \quad (h - U_2) (1 - \varphi_1 - \varphi_2) \cdot F \quad (12)$$

$$\text{крупных частиц: минус} \quad (U_2 - U_1) \varphi_1 F \quad (13)$$

алгебраическая сумма скоростей этих объемов есть скорость падения мелких частиц:

$$C_2 = (h - U_2) (1 - \varphi_1 - \varphi_2) - (U_2 - U_1) \varphi_1 = V - U_2. \quad (14)$$

Учтя, что  $\varepsilon = W : (Q + \Sigma W)$ , и используя уравнения (6), (7), (11), (14), получим:

$$\varphi_1 = \frac{V\varepsilon_1}{V - C_1}, \quad \varphi_2 = \frac{V\varepsilon_2}{V - C_2}, \quad (15)$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{V\varepsilon_1}{V - C_1} + \frac{V\varepsilon_2}{V - C_2}. \quad (16)$$

Уравнение (16) описывает движение бидисперсной суспензии, однако для решения конкретной задачи необходимы дополнительные уравнения для определения ССП  $C_1$  и  $C_2$  входящих в (16). Возникает необходимость построения рабочей гипотезы с ее последующей экспериментальной проверкой и уточнением.

Известно, что внутренние силы трения в движущейся суспензии больше, чем это соответствовало бы истинной вязкости самой жидкости. Наличие твердых частиц увеличивает эффективную вязкость. Известно также, что А. Эйнштейн показал, что увеличение эффективной вязкости только зависит от объемной концентрации твердых частиц, но не от их размеров. Это положение было экспериментально проверено для суспензий небольших концентраций и подтверждено Банселеном (4) и Эйрихом (5). Гут и Симха (5) пришли к выводу, что положение А. Эйнштейна верно также для суспензий больших концентраций и предложили количественные эмпирические формулы, согласно которым приращение сил внутреннего трения зависит только от объемной концентрации  $\varphi$  твердых частиц.

Если эти утверждения об эффективной вязкости в некоторой, приемлемой, степени соответствуют действительности, то тогда, нам кажется логичным сделать предположение: тормозящее влияние объемной концентрации  $\varphi$  на скорость падения данной частицы не зависит от крупности частиц, из которых складывается эта концентрация. Это и есть суть принятой нами рабочей гипотезы. Говоря иначе, принимаем, что ССП  $C$  каждого из компонентов бидисперсной (также полидисперсной) суспензии может быть определена уравнением:

$$C = KC_0 m^n = KC_0 (1 - \varphi)^n, \quad (17)$$

где  $K$ ,  $C_0$  и  $n$  относятся к данному компоненту (2), а  $\varphi$  представляет собой суммарную объемную концентрацию всех компонентов, входящих в суспензию.

Таким образом допускается, что ССП любого компонента является функцией от общей концентрации, так, как будто эта общая концентрация образована только из частиц рассматриваемого компонента.

Аналогично выводу (16), нетрудно вывести уравнение, описывающее движение трехдисперсной суспензии:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \frac{V\varepsilon_1}{V - C_1} + \frac{V\varepsilon_2}{V - C_2} + \frac{V\varepsilon_3}{V - C_3}. \quad (18)$$

Нетрудно убедиться, что для суспензии, содержащей твердую фазу, состоящей из  $N$  компонентов, справедливо уравнение:

$$\varphi = \varphi_1 + \dots + \varphi_x + \dots + \varphi_N = \frac{V\varepsilon_1}{V - C_1} + \dots + \frac{V\varepsilon_x}{V - C_x} + \dots + \frac{V\varepsilon_N}{V - C_N}. \quad (19)$$

Согласно принятой гипотезе, любая из ССП должна быть определена уравнением:

$$C_x = K_x C_{ox} [1 - (\varphi_1 + \dots + \varphi_x + \dots + \varphi_N)]^{n_x}. \quad (20)$$

По специально разработанной методике была проверена степень достоверности вышеизложенной гипотезы для бидисперсной и трехдисперсной суспензии.

Например, для бидисперсной суспензии поступали так. Сначала находились экспериментальные кривые  $C = f(\varphi)$  <sup>(2)</sup> монодисперсных суспензий, содержащих чистые компоненты в отдельности. Эти кривые представляют собой уравнение (17). Затем составлялись бидисперсные суспензии с различным содержанием и соотношением компонентов и опытным путем определялись все величины, входящие в (16), за исключением  $C_1$  и  $C_2$ . Затем по общей фактической концентрации ( $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ ) из вышеупомянутых индивидуальных кривых снимались гипотетические значения скоростей  $C'_1$  и  $C'_2$ . Если принятая гипотеза верна, то последние скорости должны быть равны фактическим скоростям  $C_1$  и  $C_2$  и рассчитанные по ним концентрации  $\varphi'_1$  и  $\varphi'_2$ , а также их сумма  $\varphi'$  должны совпадать с найденными из опыта значениями  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и  $\varphi$ . Расчет ведется, например, для первого компонента, по формуле:

$$\varphi'_1 = \frac{V\varepsilon_1}{V - C'_1}. \quad (21)$$

По бидисперсным суспензиям были проведены 3 серии опытов. Во всех опытах средой служила вода. В табл. 1 приведены количества опытов и характеристики компонентов твердой фазы. Частицы с диаметром в 1 мкм представляли собой правильные алюмосиликатные

сферы. Все остальные компоненты представляли весьма узкие фракции, полученные в результате многократных гидросепараций, из кварцевого и речного песка.

Таблица 1

Серии	Число опытов в серии	Частицы крупного компонента			Частицы мелкого компонента		
		Эквив. диам. мм	Плотн. г/см <sup>3</sup>	Число Рейнольдса	Эквив. диам. мм	Плотн. г/см <sup>3</sup>	Число Рейнольдса $Re = C_0 d/v$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	16	1,00	1,65	80,0	0,13	2,64	1,30
2	16	0,45	2,82	31,5	0,18	2,64	3,60
3	11	0,38	2,64	20,0	0,18	2,64	3,60

В качестве иллюстрации приводим данные по опыту 6 из серии 3.

$V$ см/сек	$\epsilon_1$	$\epsilon_2$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$C_1$ см/сек	$C_2$ см/сек	$\varphi_1'$	$\varphi_2'$	$\varphi_1'/\varphi_1$	$\varphi_2'/\varphi_2$	$\varphi'/\varphi$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2,75	0,050	0,036	0,171	0,041	1,93	0,55	0,168	0,045	0,98	1,09	1,005

В графах 1—5 приведены значения величин, непосредственно полученные из опыта. В графах 6—7 приведены ССП, найденные из индивидуальных экспериментальных кривых для суммарной концентрации  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ . В графах 8—9 приведены гипотетические значения концентраций, а в графах 10—11—отношение гипотетических концентраций к опытным.

В табл. 2 сведены данные о диапазоне измерений основных факторов в опытах и основные результаты опытов упомянутых трех серий.

Таблица 2

Серии	Диапазоны изменений			Общая концентрация		Легкий компонент.	
	Скорость суспензии $V$ сек/сек	Общая конц. $\varphi$	Соотношение компонентов $\varphi_1/\varphi_2$	$(\varphi'/\varphi)_{ср.}$	Степень колебаний %	$(\varphi_2'/\varphi_2)_{ср.}$	Степень колебаний
1	2	3	4	5	6	7	8
1	2,4 ÷ 5,0	0,08 ÷ 0,29	0,78 ÷ 8,5	1,00	± 9,0	1,04	± 4,0
2	0,93 ÷ 4,2	0,11 ÷ 0,39	0,35 ÷ 1,4	0,92	± 8,0	1,05	± 10,0
3	1,65 ÷ 5,1	0,09 ÷ 0,34	0,7 ÷ 13,0	1,02	± 3,0	1,06	± 5,0

В графах 6 и 8 табл. 2 приведены максимальные пределы колебаний величин в отдельных опытах данной серии. Колебания отсчитаны от значений средних величин, приведенных в графах 5 и 7.

Эти средние величины достаточно близки к единице, а колебания от средних величин также нельзя считать большими. Однако следует отметить следующее: отклонения отношения  $\varphi'_2/\varphi_2$  одностороннее. Из табл. 2 видно, что исключение имеется только в опытах второй серии. Согласно журнальным данным, из 43 опытов только в 5 случаях это отношение было единицей или меньше единицы. Эта односторонность показывает на то, что фактическая ССП легкой фракции меньше той, которая соответствовала бы принятой гипотезе. В отношении крупной фракции получается обратное.

Были поставлены 11 аналогичных опытов с трехдисперсной суспензией, компоненты твердой фазы которой состояли из весьма узких фракций кварцевого песка. Средние значения эквивалентных диаметров были 0,46, 0,28 и 0,18 м.м.

Обработка опытного материала дала следующие средние значения соотношений расчетных и фактически найденных концентраций:

1. Общая концентрация  $\varphi'/\varphi — 1,01$ , колебания  $\pm 4\%$ ;
2. Крупная фракция  $\varphi'_1/\varphi_1 — 0,95$ , колебания  $\pm 10\%$ ;
3. Средняя фракция  $\varphi'_2/\varphi_2 — 1,08$ , колебания  $\pm 8\%$ ;
4. Мелкая фракция  $\varphi'_3/\varphi_3 — 1,10$ , колебания  $\pm 10\%$ .

Из всего вышеизложенного можно прийти к заключению, что гипотеза, выраженная уравнением (20), являясь приближенной и упрощенной, одновременно дает результаты, приемлемо близкие к опытным, в пределах числа Рейнольдса от 1 до 80.

Институт органической химии  
Академии наук Армянской ССР

#### Ա. Մ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ Ի Ա. Շ. ԶԱՄԻՆՅԱՆ

#### Պոլիդիսպերս սուսպենզիայի ուղղահայաց ճաբման մասին

Նախորդ հաղորդման մեջ<sup>(1)</sup> դուրս էր բերված հավասարում (1), որը բնութագրում է մոնոդիսպերս սուսպենզիայի ուղղահայաց շարժումը: Կազմակերպված անկման քննարկում հետազոտությունների նպատակն է տալ այնպիսի հավասարումներ, որոնք արտահայտեն պոլիդիսպերս սուսպենզիայի ուղղահայաց շարժման օրինաչափությունները:

Սույն հաղորդման մեջ փորձ է արված գտնել այդպիսի հավասարումներ, ընդունելով, որ պոլիդիսպերս սուսպենզիան բաղկացած է մի շարք մոնոդիսպերս կոմպոնենտներից:

Այստեղ կաշկանդված անկման  $C$  արագության հասկացության մեջ մտցվում է ճշտում այն հաշվով, որ ստացվի մի ընդհանուր սահմանում պոլիդիսպերս սուսպենզիայի յուրաքանչյուր կոմպոնենտի համար՝ տվյալ մեծության մասնիկների կաշկանդված անկման արագությունը որոշվում է այդ մասնիկներից միավոր ժամանակում առաջ ընկնող ծավալների հանրահաշվական գումարը բաժանելով խողովակի ազատ կտրվածքի վրա:

Օգտագործելով կաշկանդված անկման արագության այս ճշտված սահմանումը դուրս է բերված (16) հավասարումը, որը բնութագրում է երկդիսպերս սուսպենզիայի շարժումը, եթե հայտնի են  $C_1$  և  $C_2$ :

Մի շարք պիտանկետազոտական աշխատանքների հիման վրա (4,5) կարելի է ընդունել հետևյալ հիպոթեզը՝ կախվածքի մեջ մասնիկի կաշկանդված անկումը պայմանա-

վորված է միայն կախվածքի ֆ ծավալային խտությամբ և պայմանավորված չէ կախվածք առաջացնող մասնիկների չափերով:

Այս հիպոթեզի համաձայն  $C_1$  և  $C_2$  արագությունները որոշվում են (17) հավասարումով:

Նոսադիսպերս և պոլիդիսպերս սուսպենզիաների դեպքում վերոհիշյալ մեթոդով հեշտությամբ կարելի է ստանալ (18) և (19) հավասարումները, որոնց մեջ մասնիկների կաշկանդված անկման արագությունները որոշվում են (20) հավասարումով:

Հատուկ մշակված մեթոդիկայով ստուգված է վերոհիշյալ հիպոթեզի ճշտությունը ևրկդիսպերս և նոսադիսպերս սուսպենզիաների համար: Նրկդիսպերս սուսպենզիայի վերաբերյալ կատարված են երեք սերիա փորձեր (ընդհանուր թվով 43 փորձ): Օդտազործված մասնիկների վերաբերյալ տվյալները բերված են 1 աղյուսակում, իսկ փորձի անփոփ տվյալները 2 աղյուսակում: Փորձնական տվյալների շեղումը հաշվայիններից եղել է  $10^{\circ}/_{\circ}$ -ի սահմաններում:

Նոսադիսպերս սուսպենզիայի հետ կատարված է 11 փորձ: Փորձարկված մասնիկների էկվիվալենտ տրամագծերը եղել են 0,46, 0,28 և 0,18 մմ:

Այս դեպքում ևս շեղումները եղել են  $10^{\circ}/_{\circ}$ -ի սահմաններում:

Վերոհիշյալ հիպոթեզը, լինելով մոտավոր և պարզեցված, տալիս է փորձնականին մոտիկ, ընդունելի արդյունքներ  $Re$  1—80 սահմաններում:

## Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Վ Ս Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- <sup>1</sup> А. М. Гаспарян и А. А. Заминян, ДАН АрмССР, XXVIII, № 3 (1959).
- <sup>2</sup> А. М. Гаспарян и А. А. Заминян, Известия АН АрмССР (серия технических наук), XII, 5 (1959).
- <sup>3</sup> А. М. Гаспарян и Н. С. Икарян, ДАН АрмССР, XXVI, № 2 (1958).
- <sup>4</sup> Э. Гатчек, Вязкость жидкостей, стр. 180, 1932.
- <sup>5</sup> И. Н. Жуков, Коллоидная химия, 1949.