

ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕТЕОРОЛОГИЯ

Х. Н. Зейтунян

К теории конвекции малого масштаба

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 9. XII 1959)

В настоящей работе, используя идею А. А. Дородницына, решается пространственная нелинейная, нестационарная задача о свободной термической конвекции малого масштаба над пересеченной, термически неоднородной местностью, в поле силы Кориолиса с учетом условия теплового баланса на поверхности почвы. Причем вместе с полями температуры и скоростей рассматривается и поле влажности, так как известно, что свободная конвекция представляет наибольший интерес благодаря связанным с ней изменениям температуры и особенно влажности.

Предполагая, что рельеф достаточно плавный, чтобы можно было применить теории пограничного слоя, и отталкиваясь от общей системы уравнений термогидродинамики атмосферы, произведем упрощения теории конвекции (1) и теории пограничного слоя.

Тогда придем к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -RT \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{P} \right) + \lambda \sin \alpha \vartheta + 2\omega \sin \varphi v + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial u}{\partial z}, \\ \frac{dv}{dt} &= -RT \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p}{P} \right) + \lambda \sin \beta \vartheta - 2\omega \sin \varphi u + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial v}{\partial z}, \\ 0 &= -RT \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{P} \right) + \lambda \cos \alpha \cos \beta \vartheta, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\vartheta}{dt} &= -\mu (u \sin \alpha + v \sin \beta + w \cos \alpha \cos \beta) + \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \vartheta}{\partial z}, \\ \frac{dq}{dt} &= +\varepsilon (u \sin \alpha + v \sin \beta + w \cos \alpha \cos \beta) + \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial q}{\partial z}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= \sigma w, \\ \frac{\partial \vartheta^*}{\partial t} &= \nu^* \frac{\partial^2 \vartheta^*}{\partial z^2} \quad (z < 0), \end{aligned}$$

где

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}; \quad \lambda = \frac{g}{T};$$

$$\mu = \gamma_a + \frac{dT}{dz}; \quad \varepsilon = -\frac{dQ}{dz}; \quad \sigma = \frac{g}{RT} + \frac{d \ln T}{dz}.$$

Здесь x, y, z — ортогональные криволинейные координаты; ось x направлена вдоль линии рельефа, z — вверх; t — время; u, v, w — составляющие скорости ветра вдоль осей x, y, z , соответственно; ϑ, p, q — отклонения температуры, давления и влажности от T, P и Q — значений этих элементов в покоящейся атмосфере; R — газовая постоянная для воздуха; g — ускорение силы тяжести; ω — угловая скорость вращения земли; φ — географическая широта места; γ_a — сухоадиабатический градиент; $\alpha(x), \beta(y)$ — углы между горизонтальной плоскостью и осями координат x, y , соответственно; ν, k, ν^* — коэффициенты турбулентной вязкости, турбулентной теплопроводности и температуропроводности почвы; ϑ^* — температура почвы.

В качестве граничных условий примем „прилипание“ и условие теплового баланса у земли

$$\text{при } z = 0 \quad u = v = w = 0; \quad \vartheta = \vartheta^*, \quad q = \bar{b} s \vartheta;$$

$$\lambda^* \frac{\partial \vartheta^*}{\partial z} + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial z} + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q}{\partial z} \right) + \bar{a} \vartheta^* = (1 - \Gamma) r(t), \quad (2)$$

а также затухание свободной конвекции с высотой

$$\text{при } z = +\infty \quad u = v = \vartheta = p = q = 0,$$

$$\text{при } z = -\infty \quad \vartheta^* = 0. \quad (3)$$

В качестве начального условия положим, что в начальный момент свободная конвекция отсутствует, т. е.

$$\text{при } t = 0 \quad u = v = \vartheta = q = \vartheta^* = 0. \quad (4)$$

Здесь \bar{a} и \bar{b} — постоянные величины; $s = s(x, y)$ — будет равно единице над водной поверхностью и будет правильной дробью над поверхностью почвы (²); λ^* и $\bar{\lambda}$ — коэффициенты теплопроводности почвы и воздуха; L — скрытая теплота парообразования; c_p — коэффициент теплоемкости воздуха; Γ — альbedo подстилающей поверхности; $r(t)$ — приходящая к земле длинноволновая и солнечная радиация.

Перейдем теперь к решению задачи, предварительно положив

$$\nu = k = \text{const}, \quad \lambda = \text{const}, \quad \mu = \text{const}^{(x)}, \quad \varepsilon = \text{const}, \quad \sigma = 0;$$

кроме того, пренебрегаем в четвертом и пятом уравнениях системы (1) членом $w \cos \alpha \cos \beta$ по сравнению с членами $u \sin \alpha$ и $v \sin \beta$.

Введем теперь, основываясь, в частности, на условиях (3) и (4), вместо z новую независимую переменную

(^x) Стратификация атмосферы в состоянии равновесия, учитываемая в нашей задаче параметром $\mu = \gamma_a + dT/dz$, существенно влияет на характер явления. Этот параметр равновесного состояния будем считать заданной величиной.

$$\zeta = \frac{z}{2\sqrt{vt}}, \quad \left(\zeta^* = \frac{z}{2\sqrt{v^*t}} \right) \quad (5)$$

и заменим

$$\begin{aligned} \vartheta &= \tau^2 \cdot \Theta(x, y, \zeta, \tau), & q &= \tau^2 \cdot \omega(x, y, \zeta, \tau), \\ \vartheta^* &= \tau^2 \cdot \Theta^*(x, y, \zeta^*, \tau), & u &= \tau^4 \cdot \varphi(x, y, \zeta, \tau), \\ v &= \tau^4 \cdot \psi(x, y, \zeta, \tau) & w &= 2v^{1/2}\tau^5 \cdot \sigma(x, y, \zeta, \tau), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\tau = \sqrt{t}.$$

После соответствующих преобразований уравнения (1) можно записать в виде (давление исключено^(х))

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} + 2\zeta \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} - 8\varphi - 2\tau \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} - 8\lambda v^{1/2} \cos \beta \frac{\partial}{\partial x} \left(\cos \alpha \int_{\infty}^{\zeta} \Theta d\zeta \right) \tau + \\ &+ 4\lambda \sin \alpha \Theta + 8\omega \sin \varphi \tau^2 \psi = -4\tau^6 \left(\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \psi \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \right), \\ &\frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} + 2\zeta \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} - 8\psi - 2\tau \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - 8\lambda v^{1/2} \cos \alpha \frac{\partial}{\partial y} \left(\cos \beta \int_{\infty}^{\zeta} \Theta d\zeta \right) \tau + \\ &+ 4\lambda \sin \beta \Theta - 8\omega \sin \varphi \tau^2 \cdot \varphi = -4\tau^6 \left(\varphi \frac{\partial \psi}{\partial x} + \psi \frac{\partial \psi}{\partial y} + \sigma \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right), \quad (7) \\ &\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \zeta^2} + 2\zeta \frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} - 4\Theta - 2\Theta \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} - 4\mu \tau^4 (\sin \alpha \varphi + \sin \beta \psi) = \\ &= -4\tau^6 \left(\varphi \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \psi \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} \right), \\ &\frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} + 2\zeta \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} - 4\omega - 2\tau \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + 4\varepsilon \tau^4 (\sin \alpha \varphi + \sin \beta \psi) = \\ &= -4\tau^6 \left(\varphi \frac{\partial \omega}{\partial x} + \psi \frac{\partial \omega}{\partial y} + \sigma \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} \right), \\ &\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \sigma}{\partial \zeta} = 0, \\ &\frac{\partial^2 \Theta^*}{\partial \zeta^{*2}} + 2\zeta^* \frac{\partial \Theta^*}{\partial \zeta^*} - 4\Theta^* - 2\tau \frac{\partial \Theta^*}{\partial \tau} = 0, \quad (\zeta^* < 0). \end{aligned}$$

На основании полученных уравнений (7) можно заключить, что весьма удобно отыскивать решение в виде рядов по восходящим сте-

(х) После отыскания ϑ возмущение давления p можно вычислить путем квадратуры. В дальнейшем уравнение для p не рассматривается.

нениям τ . Действительно, при этом нелинейные члены, стоящие в правых частях уравнений, не скажутся на первых шести членах разложения, которые, следовательно, определяются из линейных уравнений. Кроме того, коэффициенты такого ряда последовательно определяются друг за другом.

Итак, зададим функцию $r(\tau)$ в виде

$$r(\tau) = \frac{\bar{\lambda}}{2\sqrt{z}} \sum_{n=0}^{\infty} r_n \tau^{n+1}, \quad (8)$$

и, соответственно, будем искать решение в форме

$$\begin{aligned} \Theta(x, y, \zeta, \tau) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x, y, \zeta) \tau^n, & \omega(x, y, \zeta, \tau) &= \sum_{n=0}^{\infty} \omega_n(x, y, \zeta) \tau^n, \\ \Theta^*(x, y, \zeta, \tau) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n^*(x, y, \zeta) \tau^n, & \varphi(x, y, \zeta, \tau) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(x, y, \zeta) \tau^n, \\ \psi(x, y, \zeta, \tau) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n(x, y, \zeta) \tau^n, & \sigma(x, y, \zeta, \tau) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n(x, y, \zeta) \tau^n. \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда граничными условиями для $\Theta_n, \omega_n, \Theta_n^*, \varphi_n, \psi_n, \sigma_n$ будут при $\zeta=0$ $\varphi_n = \psi_n = \sigma_n = 0$; $\Theta_n = \Theta_n^*$; $\omega_n = b \cdot s \cdot \Theta_n$.

$$\frac{\lambda^*}{\bar{\lambda}} \sqrt{\frac{\nu}{\nu^*}} \frac{\partial \Theta_n^*}{\partial \zeta^*} - \left(\frac{\partial \Theta_n}{\partial \zeta} + \frac{L}{c_p} \frac{\partial \omega_n}{\partial \zeta} \right) + \frac{2\sqrt{z}}{\bar{\lambda}} \bar{a} \Theta_{n-1} = (1-\Gamma) r_n. \quad (10)$$

Подставляя ряды (9) в систему (7) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях τ , мы получим бесконечную систему дифференциальных уравнений с бесконечным числом неизвестных:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial \zeta^2} + 2\zeta \frac{\partial \varphi_n}{\partial \zeta} - 2(n+4) \varphi_n &= 8\lambda \nu^{1/2} \cos \beta \frac{\partial}{\partial x} \left(\cos \alpha \int_{\alpha}^{\zeta} \Theta_{n-1} d\zeta \right) - \\ &- 4\lambda \sin \alpha \Theta_n - 8\omega \sin \alpha \psi_{n-2} + 4 \sum_{k=0}^{n-6} \left(\varphi_k \frac{\partial \varphi_{n-6-k}}{\partial x} + \psi_k \frac{\partial \varphi_{n-6-k}}{\partial y} + \right. \\ &\left. + \sigma_k \frac{\partial \varphi_{n-6-k}}{\partial \zeta} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_n}{\partial \zeta^2} + 2\zeta \frac{\partial \psi_n}{\partial \zeta} - 2(n+4) \psi_n = 8\lambda \nu^{1/2} \cos \alpha \frac{\partial}{\partial y} \left(\cos \beta \int_{\alpha}^{\zeta} \Theta_{n-1} d\zeta \right) -$$

$$- 4\lambda \sin \beta \Theta_n + 8\omega \sin \varphi \varphi_{n-2} + 4 \sum_{k=0}^{n-6} \left(\varphi_k \frac{\partial \psi_{n-6-k}}{\partial x} + \psi_k \frac{\partial \varphi_{n-6-k}}{\partial y} + \sigma_k \frac{\partial \psi_{n-6-k}}{\partial \zeta} \right), \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta_n}{\partial \zeta^2} + 2\zeta \frac{\partial \Theta_n}{\partial \zeta} - 2(n+2) \Theta_n = 4\mu (\sin \alpha \varphi_{n-4} + \sin \beta \psi_{n-4}) + 4 \sum_{k=0}^{n-6} \left(\varphi_k \frac{\partial \Theta_{n-6-k}}{\partial x} + \psi_k \frac{\partial \Theta_{n-6-k}}{\partial y} + \sigma_k \frac{\partial \Theta_{n-6-k}}{\partial \zeta} \right), \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \omega_n}{\partial \zeta^2} + 2\zeta \frac{\partial \omega_n}{\partial \zeta} - 2(n+2) \omega_n = 4\varepsilon (\sin \alpha \varphi_{n-4} + \sin \beta \psi_{n-4}) + 4 \sum_{k=0}^{n-6} \left(\varphi_k \frac{\partial \omega_{n-6-k}}{\partial x} + \psi_k \frac{\partial \omega_{n-6-k}}{\partial y} + \sigma_k \frac{\partial \omega_{n-6-k}}{\partial \zeta} \right), \quad (14)$$

$$\frac{\partial \sigma_n}{\partial \zeta} = - \left(\frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + \frac{\partial \psi_n}{\partial y} \right), \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta_n^*}{\partial \zeta^{*2}} + 2\zeta^* \frac{\partial \Theta_n^*}{\partial \zeta^{*2}} - 2(n+2) \Theta_n^* = 0, \quad (\zeta^* < 0). \quad (16)$$

Для всех n из (16) найдется Θ_n^* ; аналогично этому для $n < 4$ из (13) и (14) найдутся Θ_n и ω_n , затем по значениям Θ_n из (11) и (12) найдутся φ_n и ψ_n , из (15) — σ_n .

Далее, пользуясь этими решениями, легко найдем неизвестные последующих номеров. Начиная с $n \geq 6$, появляются нелинейные члены, как произведения уже найденных ранее линейных членов в виде известной правой части уравнений.

Таким образом, решение системы (11)–(16) с краевыми условиями (10) мы начнем с уравнения

$$\frac{\partial^2 Z_n}{\partial \zeta^2} + 2\zeta \frac{\partial Z_n}{\partial \zeta} - 2(n+2j) Z_n = 0 \quad (j = 1, 2).$$

Общее решение ⁽³⁾ этого уравнения можно записать в виде

$$Z_n(x, y, \zeta) = c_1 L_{n+2j}(\zeta) + c_2 P_{n+2j}(\zeta), \quad (17)$$

где c_1 и c_2 — постоянные интегрирования, зависящие от x и y . Функции $L_n(\zeta)$ введены в работе ⁽⁴⁾ и имеют вид:

$$L_n(\zeta) = \frac{A_n}{n!} \int_{-\infty}^{\zeta} (\zeta - t)^n \exp(-t^2) dt, \quad (18)$$

$$(A_n = 2nA_{n-2}, \quad A_0 = -\frac{2}{\sqrt{\pi}}, \quad A_1 = 2).$$

$P_n(\zeta)$ — полиномы связаны с полиномами Чебышева-Эрмита следующим образом:

$$P_n(\zeta) = \frac{H_n(i\zeta)}{i^n 2^n n!}. \quad (19)$$

Используя решение (17) в последующих номерах, для тех же функций φ_n , ψ_n , Θ_n и ω_n будем иметь неоднородное уравнение следующего вида:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_n^2}{\partial \zeta^2} + 2\zeta \frac{\partial Z_n}{\partial \zeta} - 2(n+2j)Z_n = \sum_{i=0}^m \alpha_i(x, y) L_i(\zeta) + \\ + F_{n-6}^{(z_n)}(x, y, \zeta), \end{aligned} \quad (20)$$

где $F_{n-6}^{(z_n)}$ — известные функции.

Если обозначить через $f_n(x, y)$ температуру подстилающей поверхности, то решение уравнения (20) при краевых условиях:

$$\begin{aligned} Z_n = f_n(x, y) \quad \text{при } \zeta = 0; \\ Z_n = 0 \quad \text{при } \zeta = +\infty. \end{aligned}$$

будет иметь вид:

$$\begin{aligned} Z_n(x, y, \zeta) = f_n(x, y) L_{n+2j}(\zeta) + \sum_{i=0}^m \frac{\alpha_i(x, y)}{2(i-n-2j)} [L_i(\zeta) - L_{n+2j}(\zeta)] + \\ + \frac{A_{n+2j-1} 2^{n+2j} \left(\frac{n+2j}{2}\right)!}{A_{n+2j}} \left[P_{n+2j}(\zeta) \int_{\zeta}^{\infty} e^{\zeta^2} L_{n+2j}(\zeta) F_{n-6}^{(z_n)}(x, y, \zeta) d\zeta + \right. \\ \left. + L_{n+2j}(\zeta) \int_0^{\zeta} e^{\zeta^2} P_{n+2j}(\zeta) F_{n-6}^{(z_n)}(x, y, \zeta) d\zeta \right] - \frac{A_{n+2j-1}}{A_{n+2j}} L_{n+2j}(\zeta) \times \\ \times \int_0^{\infty} e^{\zeta^2} L_{n+2j}(\zeta) F_{n-6}^{(z_n)}(x, y, \zeta) d\zeta, \end{aligned} \quad (21)$$

(при четном n).

$$\begin{aligned} Z_n(x, y, \zeta) = f_n(x, y) L_{n+2j}(\zeta) + \sum_{i=0}^m \frac{\alpha_i(x, y)}{2(i-n-2j)} [L_i(\zeta) - L_{n+2j}(\zeta)] - \\ - 2^{n+2j-1} \left(\frac{n+2j-1}{2}\right)! \left[P_{n+2j}(\zeta) \int_{\zeta}^{\infty} e^{\zeta^2} L_{n+2j}(\zeta) F_{n-6}^{(z_n)}(x, y, \zeta) d\zeta + \right. \\ \left. + L_{n+2j}(\zeta) \int_0^{\zeta} e^{\zeta^2} P_{n+2j}(\zeta) F_{n-6}^{(z_n)}(x, y, \zeta) d\zeta \right], \end{aligned} \quad (22)$$

(при нечетном n).

Причем для φ_n и ψ_n имеем $f_n(x, y) = 0$, для Θ_n имеем $f_n(x, y) = \Theta_n(x, y, 0)$, а для $\omega_n - f_n(x, y) = \bar{b}s\Theta_n(x, y, 0)$.

Заметим, что $F_{n-6}^{(z_n)}(x, y, \zeta) \equiv 0$ для всех $n < 6$ и только начиная с $n = 6$ появляются $F_{n-6}^{(z_n)}$ — как известные функции,

Пользуясь решением для φ_n и ψ_n и краевым условием (10), находим из (15):

$$\tau_n(x, y, \zeta) = - \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\zeta \varphi_n d\tau + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\zeta \psi_n d\tau \right). \quad (23)$$

Остается теперь определить $f_n(x, y)$, $\alpha_i(x, y)$ и $F_{n-6}^{(z_n)}(x, y, \zeta)$ для всех случаев, тогда задача решается до конца. Для этого необходимо определить распределение температуры по поверхности почвы.

Например, исключая с помощью уравнения теплового баланса (10) из решения (22) неизвестную температуру подстилающей поверхности, получим:

$$f_n(x, y) = \frac{A_{n+1}}{\Lambda(x, y), A_{n+2}} \left\{ (1 - \Gamma) r_n - \frac{2v^{1/2}}{\bar{\lambda}} \bar{a} f_{n-1}(x, y) + \right. \\ \left. + \sum_{i=0}^m \frac{1}{2(i-n-2)} \left(\frac{A_{n+2}}{A_{n+1}} - \frac{A_i}{A_{i-1}} \right) \left[\alpha_i'(x, y) + \frac{L}{c_p} \alpha_i''(x, y) \right] + \right. \quad (24) \\ \left. + \int_0^\infty e^{\zeta^2} L_{n+2}(\zeta) \left[F_{n-6}'^{(z_n)}(x, y, \zeta) + \frac{L}{c_p} F_{n-6}''^{(z_n)}(x, y, \zeta) \right] d\zeta \right\} \quad (\text{при нечет-}$$

ном n), где

$$\Lambda(x, y) = \frac{\lambda^*(x, y)}{\bar{\lambda}} \sqrt{\frac{v}{v^*(x, y)}} - \left(1 + \frac{L}{c_p} \bar{b}s(x, y) \right);$$

$F_{n-6}'^{(z_n)}$, α_i' и $F_{n-6}''^{(z_n)}$, α_i'' — $F_{n-6}^{(z_n)}$, α_i для Θ_n и ω_n , соответственно.

Таким образом, формулы (21)—(24) дают полное решение поставленной задачи.

Мы надеемся отдельно дать результаты расчета примеров и сравнить эти результаты с наблюдениями (в особенности с наблюдениями над осадками).

В заключение искренне благодарю члена-корреспондента АН СССР И. А. Кибеля, под руководством которого выполнена настоящая работа.

Институт прикладной геофизики
Академии наук СССР

(х) Заметим, что в $F_{n-6}'^{(z_n)}$, α_i' и $F_{n-6}''^{(z_n)}$, α_i'' входят $f_{n-4}(x, y)$, $f_{n-6}(x, y)$, ... и т. л.

Փոքր մասշտաբի կոնվեկցիայի սեռաբյան մասին

Ներկա աշխատանքում լուծվում է փոքր մասշտաբի ազատ ջերմային կոնվեկցիայի ոչ զծային, տարածական և ոչ ստացիոնար խնդիրը, ոչ հարթ տեղի վրա: Հաշվի է առնվում կորիսիսի ուժի ազդեցությունը, ընդ որում ջերմաստիճանի և արագությունների գաղտերի հետ միատեղ դիտվում է և խոնավության գաղտը, քանի որ ազատ կոնվեկցիան ներկայացնում է մեծ հեռաբարձություն ջերմաստիճանի և հատկապես խոնավության փոփոխությունների դեպքում:

Պարզեցնելով մթնոլորտի թերմոհիդրոդինամիկայի ընդհանուր հավասարումների սխեմեմը սահմանային շերտի և կոնվեկցիայի տեսությունների հիման վրա, ստանում ենք (1) հավասարումների սխեմեմը (2) — (4) եզրային և նախնական պայմաններով: (5) — (6) ձևափոխություններից հետո այդ սխեմեմը բերվում է (7) տեսքին: Ելնելով (8)-ի տեսքից, լուծումը որոնվում է (9) — ր տեսքով: Վերջնական ձևով ստացվում է (11) — (16) հավասարումների սխեմեմը (10) պայմաններով: Այս սխեմեմի լուծումը բերվում է ոչ համասեռ, երկրորդ կարգի սովորական դիֆերենցիալ հավասարման լուծմանը:

(21) — (24) բանաձևերը տալիս են խնդրի լուծումը:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ Н. Е. Кочин, И. А. Кибель и Н. В. Розе, Теоретическая гидромеханика, т. I, ГИТТЛ, стр. 545, 1955. ² И. А. Кибель, Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды, ГИТТЛ, М., 1957. ³ А. М. Мхитарян, Изв. АН АрмССР (сер. физ.-мат. н.), 1 (1955). ⁴ Л. Н. Гутман, Инж. сб., т. 15 (1953).