

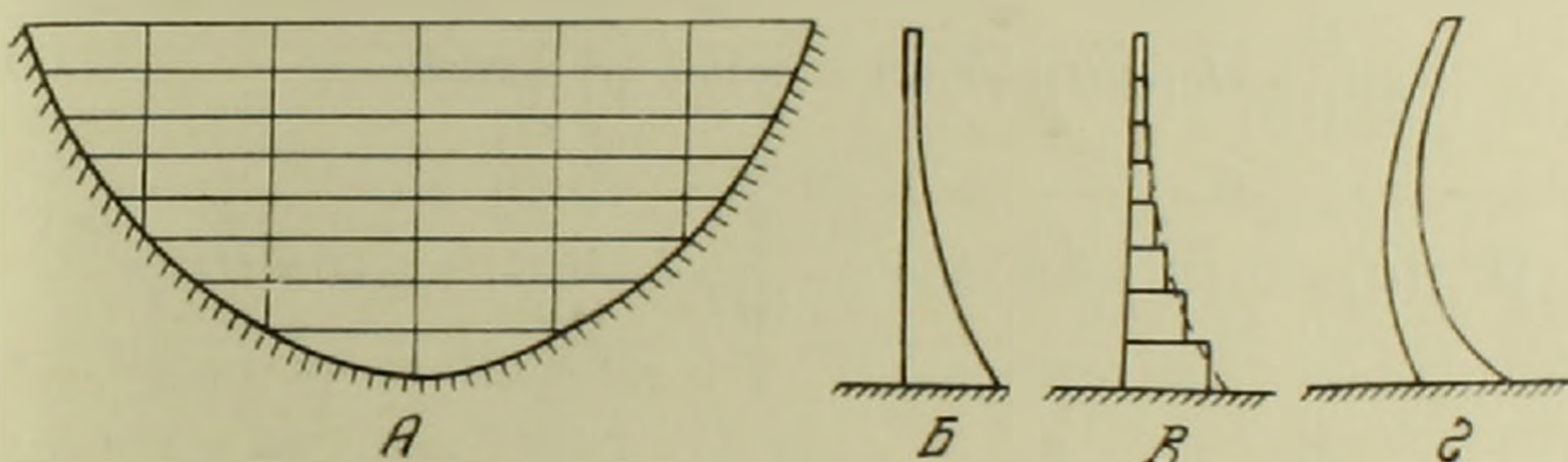
ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

У Жуй-фын

Расчет арочных плотин с учетом ползучести

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 19. III 1960)

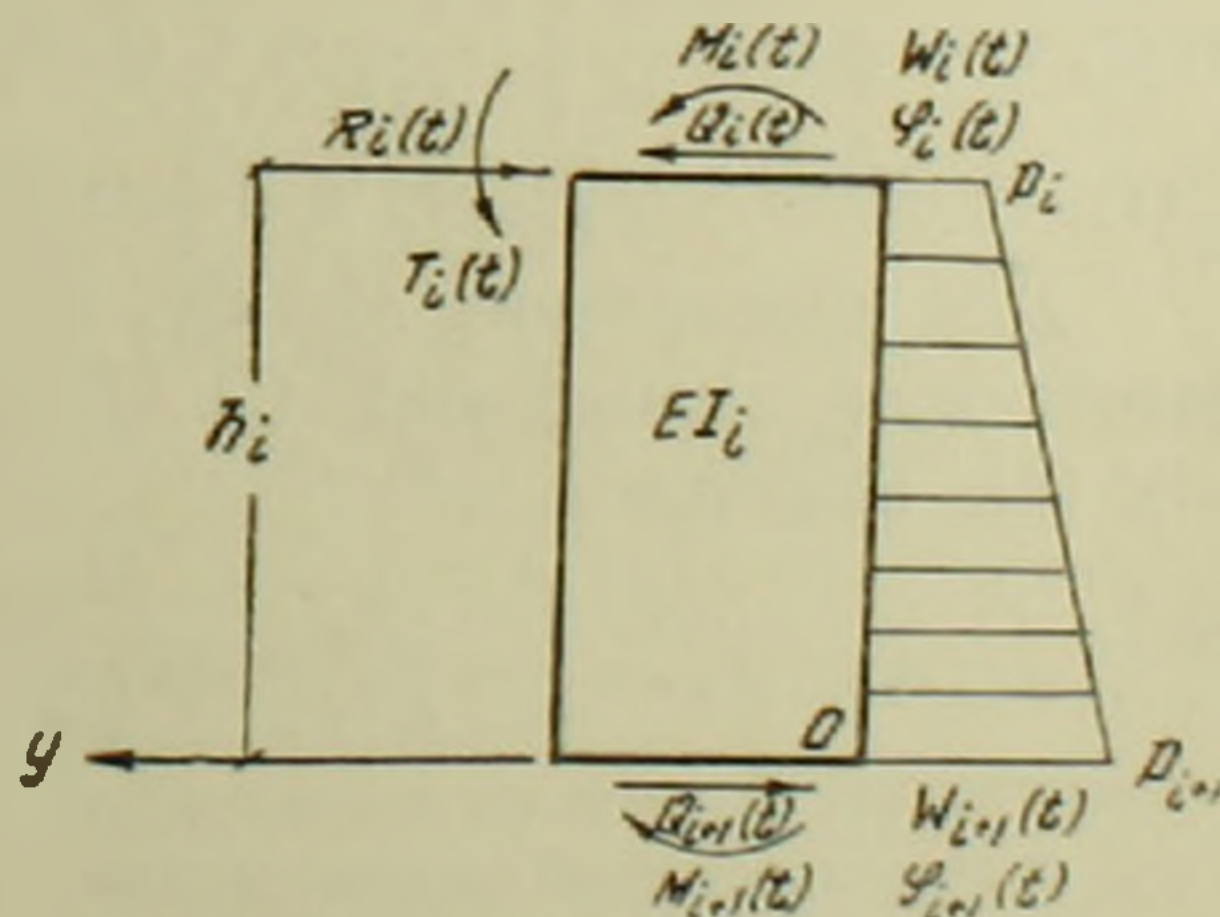
§ 1. Арочная плотина рассматривается как система взаимноподдерживающих горизонтальных арок у вертикальных консолей. В точках пересечения арок и консолей обеспечиваются условия совместности радиальных деформаций и углов поворота (¹⁻³) (фиг. 1).



Фиг. 1.

Разобьем консоли на n участков (число участков равно числу арок) и рассмотрим каждый участок как балку постоянного сечения с высотой h_i (фиг. 1 Б). В каждом сечении имеем 4 неизвестных: изгибающий момент $M_i(t)$, перерезывающая сила $Q_i(t)$, радиальный прогиб $W_i(t)$ и угол поворота $\varphi_i(t)$.

Вдоль консоли действуют гидростатическое давление, распределенные радиальные силы и крутящие моменты, вызванные сопротивлением арок. Для простоты заменим распределенные силы сопротивления сосредоточенными силами $R_i(t)$ и $T_i(t)$ (фиг. 2).



Фиг. 2.

$$R_i(t) = r_i(t) W_i(t),$$

$$T_i(t) = s_i(t) \varphi_i(t),$$

(1)

где $r_i(t)$ — интенсивность равномерно распределенной радиальной нагрузки, вызывающей единичное радиальное перемещение в рассматриваемой точке i -ой арки, $s_i(t)$ — интенсивность равномерно распределенного крутящего момента, вызывающего вокруг оси арки единичный угол поворота рассматриваемого сечения i -ой арки. Пользуясь уравнениями теории ползучести ⁽⁴⁾ и гипотезой плоских сечений, получаем следующие соотношения:

$$Q_{i+1}(t) = Q_i(t) - r_i(t) W_i(t) + \int_0^{h_i} p dz, \quad (2)$$

$$M_{i+1}(t) = M_i(t) + s_i(t) \varphi_i(t) + [Q_i(t) - r_i(t) W_i(t)] h_i + \int_0^{h_i} \int_0^z p dz^2, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{i+1}(t) = & \varphi_i(t) + \frac{h_i}{E(t) I_i} L [M_i(t) + s_i(t) \varphi_i(t)] + \\ & + \frac{h_i^2}{2E(t) I_i} L [Q_i(t) - r_i(t) W_i(t)] + \int_0^{h_i} \int_0^z \int_0^z p dz^3, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} W_{i+1}(t) = & W_i(t) + \varphi_i(t) h_i + \frac{h_i^2}{2E(t) I_i} L [M_i(t) + s_i(t) \varphi_i(t)] + \\ & + \frac{h_i^3}{6E(t) I_i} L [Q_i(t) - r_i(t) W_i(t)] + \int_0^{h_i} \int_0^z \int_0^z \int_0^z p dz^4, \end{aligned} \quad (5)$$

где L — интегральный оператор $Lx(t) = x(t) - \int_{\tau_1}^t x(\tau) K(t, \tau) d\tau$,

$K(t, \tau) = E(t) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \right]$, $C(t, \tau)$ — мера ползучести,

$E(t)$ — модуль упругости и I — момент инерции.

Для определения M_i , Q_i , φ_i и W_i пользуемся методом преобразованных параметров* ⁽⁵⁾. Подставляя $W_i(t)$, $\varphi_i(t)$ из (2), (3) в (4), (5), получим:

$$\varphi_{i+1}(t) = \left[-\frac{h_i}{s_i(t)} - \frac{h_i^2}{2E(t) I_i} L \right] Q_{i+1}(t) - \frac{M_i(t)}{s_i(t)} +$$

* Метод преобразованных параметров имеет преимущество перед методом начальных параметров Н. М. Крылова в том, что он устраняет недостаток накопления погрешности в процессе вычисления, как это обычно неизбежно существует в методе начальных параметров.

$$+ \left[\frac{1}{s_i(t)} + \frac{h_i}{E(t) I_i} L \right] M_{i+1}(t) + \left[\frac{h_i^2}{6s_i(t)} + \frac{h_i^3}{24E(t) I_i} L \right] p_i +$$

$$+ \left[\frac{h_i^2}{3s_i(t)} + \frac{h_i^3}{8E(t) I_i} L \right] p_{i+1}, \quad (6)$$

$$W_{i+1}(t) = \frac{Q_i(t)}{r_i(t)} - \left[\frac{1}{r_i(t)} + \frac{h_i^2}{s_i(t)} + \frac{h_i^3}{3E(t) I_i} L \right] Q_{i+1}(t) -$$

$$- \frac{h_i}{s_i(t)} M_i(t) + \left[\frac{h_i}{s_i(t)} + \frac{h_i^2}{2E(t) I_i} L \right] M_{i+1}(t) +$$

$$+ \left[\frac{h_i}{2r_i(t)} + \frac{h_i^3}{6s_i(t)} + \frac{h_i^4}{30E(t) I_i} L \right] p_i +$$

$$+ \left[\frac{h_i}{2r_i(t)} + \frac{h_i^3}{3s_i(t)} + \frac{11 h_i^4}{120E(t) I_i} L \right] p_{i+1}. \quad (7)$$

В (6) и (7), заменяя индексы $i+1$ на i , а i на $i-1$ и приравнивая их $W_i(t)$ и $\varphi_i(t)$ в силу (2), (3), получим:

$$\frac{-Q_{i-1}(t)}{r_{i-1}(t)} + \left[\frac{1}{r_{i-1}(t)} + \frac{1}{r_i(t)} + \frac{h_{i-1}^2}{s_{i-1}(t)} + \right.$$

$$+ \left. \frac{h_{i-1}^3}{3E(t) I_{i-1}} L \right] Q_i(t) - \frac{Q_{i+1}(t)}{r_i(t)} + \frac{h_{i-1}}{s_{i-1}(t)} M_{i-1}(t) -$$

$$- \left[\frac{h_{i-1}}{s_{i-1}(t)} + \frac{h_{i-1}^2}{2E(t) I_{i-1}} L \right] M_i(t) = \left[\frac{h_{i-1}}{2r_{i-1}(t)} + \frac{h_{i-1}^3}{6s_{i-1}(t)} + \right.$$

$$+ \left. \frac{h_{i-1}^4}{30E(t) I_{i-1}} L \right] p_{i-1} + \left[\frac{h_{i-1}}{2r_{i-1}(t)} - \frac{h_i}{2r_i(t)} + \frac{h_{i-1}^3}{3s_{i-1}(t)} + \right.$$

$$+ \left. \frac{11 h_{i-1}^4}{120E(t) I_{i-1}} L \right] p_i - \frac{h_i}{2r_i(t)} p_{i+1}, \quad (8)$$

$$\left[\frac{h_{i-1}}{s_{i-1}(t)} + \frac{h_{i-1}^2}{2E(t) I_{i-1}} L \right] Q_i(t) - \frac{h_i}{s_i(t)} Q_{i+1}(t) + \frac{1}{s_{i-1}(t)} M_{i-1}(t) -$$

$$- \left[\frac{1}{s_{i-1}(t)} + \frac{1}{s_i(t)} + \frac{h_{i-1}}{E(t) I_{i-1}} L \right] M_i(t) + \frac{1}{s_i(t)} M_{i+1}(t) =$$

$$= \left[\frac{h_{i-1}^2}{6s_{i-1}(t)} + \frac{h_{i-1}^3}{24E(t) I_{i-1}} L \right] p_{i-1} + \left[\frac{h_{i-1}^2}{3s_{i-1}(t)} - \frac{h_i^2}{6s_i(t)} + \right.$$

$$+ \left. \frac{h_{i-1}^3}{8E(t) I_{i-1}} L \right] p_i - \frac{h_i^2}{3s_i(t)} p_{i+1}. \quad (9)$$

Уравнения (8) и (9) без учета ползучести впервые были получены Чен Лен-си (2). Пользуясь уравнениями (8), (9) для каждого участка консоли (сверху вниз), напомним следующие соотношения:

$$\text{при } i = 1 \quad Q_1(t), M_1(t) = f[Q_0(t), M_0(t), Q_2(t), M_2(t)] \quad (10)$$

$$\text{при } i = 2 \quad Q_2(t), M_2(t) = f[Q_3(t), M_3(t)], \quad (11)$$

$$\text{при } i = n - 1 \quad Q_{n-1}(t), M_{n-1}(t) = f[Q_n(t), M_n(t)]. \quad (12)$$

Таким образом, получаем систему $2n - 1$ рекуррентных интегральных уравнений. Параметры, входящие в эти уравнения, определяются из граничных условий консолей:

на гребне плотины

$$Q_0(t) = M_0(t) = 0, \quad (13)$$

у основания плотины для жестко-защемленного контура

$$\varphi_n(t) = W_n(t) = 0. \quad (14)$$

Подставляя (6), (7) в (14), получим

$$\varphi_n(t) = f[Q_{n-1}(t), Q_n(t), M_{n-1}(t), M_n(t)] = 0,$$

$$W_n(t) = f[Q_{n-1}(t), Q_n(t), M_{n-1}(t), M_n(t)] = 0. \quad (15)$$

Совместно решая (12), (15), определим $Q_{n-1}(t)$, $Q_n(t)$, $M_{n-1}(t)$ и $M_n(t)$. Определив $Q_{n-1}(t)$, $Q_n(t)$, $M_{n-1}(t)$ и $M_n(t)$, в обратной последовательности находим все $Q_i(t)$ и $M_i(t)$. Значения $\varphi_i(t)$, $W_i(t)$, $R_i(t)$ и $T_i(t)$ можно определить из уравнений (6), (7), подставив известные $Q_i(t)$ и $M_i(t)$.

Нагрузки определяются следующими формулами:

$$\text{от арок} \quad p_a(t) = \frac{2W_i(t)r_i(t)}{h_{i-1} + h_i}. \quad (16)$$

$$\text{от действия кручения} \quad m_{кр}(t) = \frac{2s_i(t)\varphi_i(t)}{h_{i-1} + h_i}, \quad (17)$$

$$p_{кр}(t) = \frac{dm_{кр}}{dz} = \frac{m_{кр(i-1)}(t) - m_{кр(i+1)}(t)}{2(h_{i-1} + h_i)}, \quad (18)$$

$$\text{от консолей} \quad p_k(t) = p_i - p_a(t) - p_{кр}(t). \quad (19)$$

Для учета влияния податливости основания плотины, следуя Фогту, вместо (14) примем

$$W_n(t) = W_{осн} = -\frac{k_1 M_n(t)}{E_{осн} \cdot d} + \frac{k_3 Q_n(t)}{E_{осн}},$$

$$\varphi_n(t) = \varphi_{осн} = -\frac{k_1 M_n(t)}{E_{осн} \cdot d^2} - \frac{k_3 Q_n(t)}{E_{осн} \cdot d}, \quad (20)$$

где k_1 , k_3 , k_5 — коэффициенты перемещений, $E_{осн}$ — модуль упругости основания и d — толщина основания. Из (20), (6), (7), (12) определим $Q_{n-1}(t)$, $Q_n(t)$, $M_{n-1}(t)$ и $M_n(t)$.

Следует отметить, что в инженерной практике верхний бьеф арочной плотины наклонен к нижнему бьефу (фиг. 1 г). В настоящей работе этим обстоятельством пренебрегаем, что идет в запас прочности.

§ 2. *Решение основной системы интегральных уравнений.* При помощи метода Н. М. Крылова—Н. Н. Боголюбова разобьем промежутки времени $t_k - \tau_1$ на множество малых промежутков $t_1 - \tau_1$, $t_2 - t_1, \dots, t_k - t_{k-1}$ и приведем (8), (9) к системе алгебраических уравнений (21). Последовательно решая эти системы, получим решение для соответствующего t_k .

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{r_{i-1}(t_k)} Q_{i-1}(t_k) + \left[\frac{1}{r_{i-1}(t_k)} + \frac{1}{r_i(t_k)} + \frac{h_{i-1}^2}{s_{i-1}(t_k)} \right] Q_i(t_k) + \\
 & \frac{h_{i-1}^3}{3I_{i-1}} [Q_i(t_k) \psi_k + A_k] - \frac{1}{r_i(t_k)} Q_{i+1}(t_k) + \frac{h_{i-1}}{s_{i-1}(t_k)} M_{i-1}(t_k) - \\
 & - \frac{h_{i-1}}{s_{i-1}(t_k)} M_i(t_k) - \frac{h_{i-1}^2}{2I_{i-1}} [M_i(t_k) \psi_k + B_k] = \left[\frac{h_{i-1}}{2r_{i-1}(t_k)} + \right. \\
 & \left. + \frac{h_{i-1}^3}{6s_{i-1}(t_k)} \right] p_{i-1} + \frac{h_{i-1}^4}{30I_{i-1}} [1 + E(t_k) C(t_k, \tau_1)] p_{i-1} + \\
 & + \left[\frac{h_{i-1}}{2r_{i-1}(t_k)} - \frac{h_i}{2r_i(t_k)} + \frac{h_{i-1}^3}{3s_{i-1}(t_k)} \right] p_i + \\
 & + \frac{11h_{i-1}^4}{120I_{i-1}} [1 + E(t_k) C(t_k, \tau_1)] p_i - \frac{h_i}{2r_i(t_k)} p_{i+1}, \quad (21) \\
 & \frac{h_{i-1}}{s_{i-1}(t_k)} Q_i(t_k) + \frac{h_{i-1}^2}{2I_{i-1}} [Q_i(t_k) \psi_k + A_k] - \frac{h_i}{s_i(t_k)} Q_{i+1}(t_k) + \\
 & + \frac{1}{s_{i-1}(t_k)} M_{i-1}(t_k) - \left[\frac{1}{s_{i-1}(t_k)} + \frac{1}{s_i(t_k)} \right] M_i(t_k) - \\
 & - \frac{h_{i-1}}{I_{i-1}} [M_i(t_k) \psi_k + B_k] + \frac{1}{s_i(t_k)} M_{i+1}(t_k) = \frac{h_{i-1}^2}{6s_{i-1}(t_k)} p_{i-1} + \\
 & + \frac{h_{i-1}^2}{24I_{i-1}} [1 + E(t_k) C(t_k, \tau_1)] p_{i-1} + \left[\frac{h_{i-1}^2}{3s_{i-1}(t_k)} - \frac{h_i^2}{6s_i(t_k)} \right] p_i + \\
 & + \frac{h_{i-1}^3}{8I_{i-1}} [1 + E(t_k) C(t_k, \tau_1)] p_i - \frac{h_i^2}{3s_i(t_k)} p_{i+1},
 \end{aligned}$$

где

$$\psi_k = -\frac{1}{E\left(\frac{t_k + t_{k-1}}{2}\right)} + C\left(t_k, \frac{t_k + t_{k-1}}{2}\right),$$

$$\begin{aligned}
 A_k &= \sum_{j=0}^k \frac{Q(t_j)}{M(t_j)} \left[\frac{1}{E\left(\frac{t_{j-1} + t_{j-2}}{2}\right)} - \frac{1}{E\left(\frac{t_j + t_{j-1}}{2}\right)} + \right. \\
 B_k &= \left. \frac{1}{E\left(\frac{t_j + t_{j-1}}{2}\right)} - \frac{1}{E\left(\frac{t_{j+1} + t_j}{2}\right)} \right]
 \end{aligned}$$

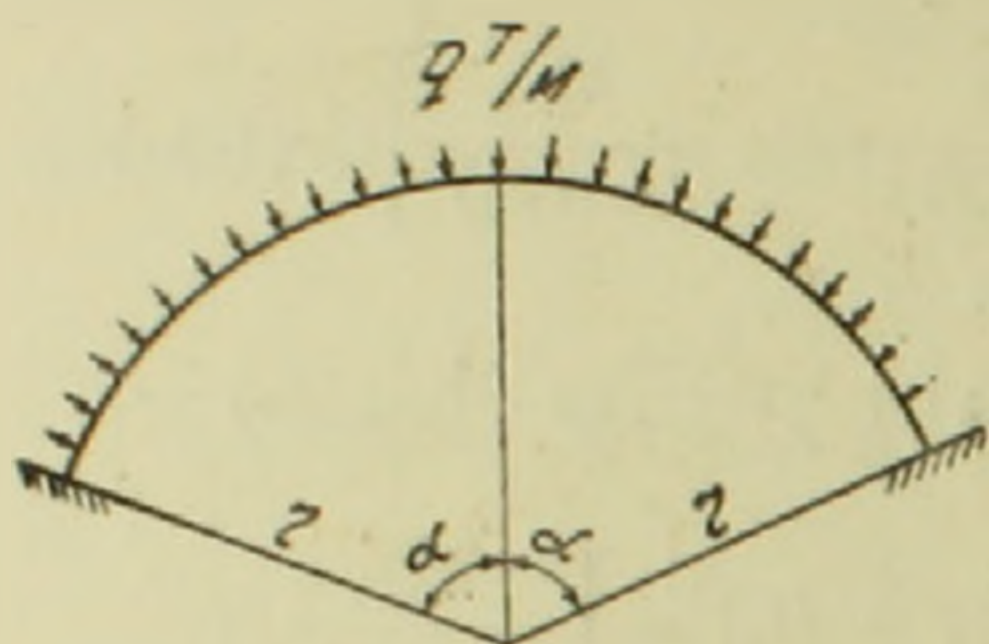


$$+ C\left(t_j, \frac{t_{j-1} + t_{j-2}}{2}\right) - C\left(t_j, \frac{t_j + t_{j-1}}{2}\right) \Bigg],$$

$$(t_{-1} = t_{-2} = t_0 = \tau_1, j = 0, 1, 2, \dots, k).$$

$$\phi_0 = \frac{1}{E(\tau_1)}, A_0 = 0.$$

§ 3. Расчет $r_i(t)$ и $s_i(t)$. 1°. Расчет радиального прогиба симметричной круглой арки с постоянной толщиной, с учетом податливости основания пят и ползучести бетона арки, под действием равномерно распределенной радиальной нагрузки (фиг. 3).



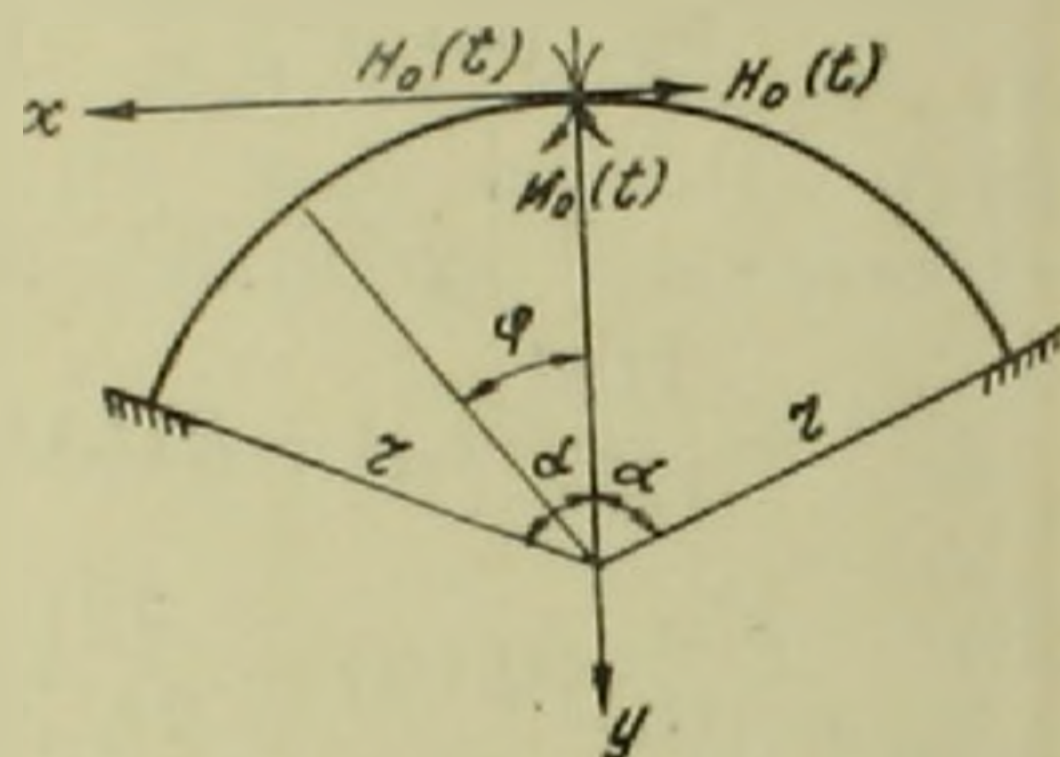
Фиг. 3.

Рассмотрим основную статически определимую систему (фиг. 4). Напишем канонические уравнения

$$\delta_{11} L H_0(t) + \delta_{12} L M_0(t) + L \Delta_p + \\ + a H_0(t) + B M_0(t) \Delta_{\Phi p} = 0,$$

$$\delta_{12} L H_0(t) + \delta_{22} L M_0(t) + L \theta_p + \\ + B H_0(t) + c M_0(t) + \theta_{\Phi p} = 0. \quad (22)$$

Здесь через δ_{11} , δ_{12} , δ_{22} , Δ_p , θ_p , как обычно принято в строительной механике, обозначим деформации под действием единичной нагрузки, а через a , B , c , $\Delta_{\Phi p}$, $\theta_{\Phi p}$ — соответствующие деформации от податливости основания.



Фиг. 4.

Система интегральных уравнений (22) в общем случае в замкнутой форме не интегрируется, поэтому ниже приводим решение этих уравнений, пользуясь методом Ю. А. Соколова⁽⁶⁾, который здесь обобщен нами для случая системы интегральных уравнений. При принятии $C(t, \tau) = \varphi(\tau) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}]$ для первого приближения получаем

$$H_0(t) = \frac{1}{A_1} \left\{ c_1 f_1 - B_1 f_2 + (A_2 \beta_1 + A_3 \beta_2) \int_{\tau_1}^t K(t, \tau) d\tau \right\}, \quad (23)$$

$$M_0(t) = \frac{-1}{A_1} \left\{ B_1 f_1 - a_1 f_2 + (A_4 \beta_1 + A_5 \beta_2) \int_{\tau_1}^t K(t, \tau) d\tau \right\},$$

где

$$\beta_1 = \frac{\left[t - \tau_1 - \int_{\tau_1}^t \frac{A_5}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right] \int_{\tau_1}^t \frac{c_1 f_1 - B_1 f_2}{A_1} d\tau -}{\left[t - \tau_1 - \int_{\tau_1}^t \frac{A_2}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right] \left[t - \tau_1 + \int_{\tau_1}^t \frac{A_5}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right] +} \\
- \frac{\left[\int_{\tau_1}^t \frac{A_3}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right] \int_{\tau_1}^t \frac{B_1 f_1 - c_1 f_2}{A_1} d\tau}{+ \left[\int_{\tau_1}^t \frac{A_3}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right] \left[\int_{\tau_1}^t \frac{A_4}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right]} , \\
\beta_2 = \frac{\left[t - \tau_1 - \int_{\tau_1}^t \frac{A_2}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right] \int_{\tau_1}^t \frac{a_1 f_2 - B_1 f_1}{A_1} d\tau +}{\left[t - \tau_1 + \int_{\tau_1}^t \frac{A_5}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right] \left[t - \tau_1 - \int_{\tau_1}^t \frac{A_2}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right] +} \\
+ \frac{\left[\int_{\tau_1}^t \frac{A_4}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right] \int_{\tau_1}^t \frac{B_1 f_2 - c_1 f_1}{A_1} d\tau}{+ \left[\int_{\tau_1}^t \frac{A_3}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right] \left[\int_{\tau_1}^t \frac{A_4}{A_1} d\tau \int_{\tau_1}^{\tau} K(\tau, \xi) d\xi \right]} .$$

$$A_1 = [\delta_{11}(t) + a] [\delta_{22}(t) + c] - [\delta_{12}(t) + B]^2,$$

$$A_2 = \delta_{11}(t) [\delta_{22}(t) + c] - \delta_{12}(t) [\delta_{12}(t) + B],$$

$$A_3 = \delta_{12}(t) [\delta_{22}(t) + c] - \delta_{22}(t) [\delta_{12}(t) + B],$$

$$A_4 = \delta_{11}(t) [\delta_{12}(t) + B] - \delta_{12}(t) [\delta_{11}(t) + a],$$

$$A_5 = \delta_{12}(t) [\delta_{12}(t) + B] - \delta_{22}(t) [\delta_{11}(t) + a],$$

$$f_1 = -\Delta_p^{(r)} [1 + E(t) c(t, \tau_1)] - \Delta_{\phi p}, \quad f_2 = -\theta_p^{(r)} [1 + E(t) C(t, \tau_1)] - \theta_{\phi p},$$

$$a_1 = \delta_{11}(t) + a, \quad B_1 = \delta_{12}(t) + B, \quad c_1 = \delta_{22}(t) + c.$$

Обозначим через $f_\theta(t)$ радиальный прогиб в сечении θ от единичной равномерно распределенной нагрузки (фиг. 5), по формуле Максвелла-Мора имеем:

$$f_\theta = \int_0^s \frac{M_\theta M_1}{EI} ds + \int_0^s \frac{N_\theta N_1}{EF} ds + f_{\theta, \text{осн}} ,$$

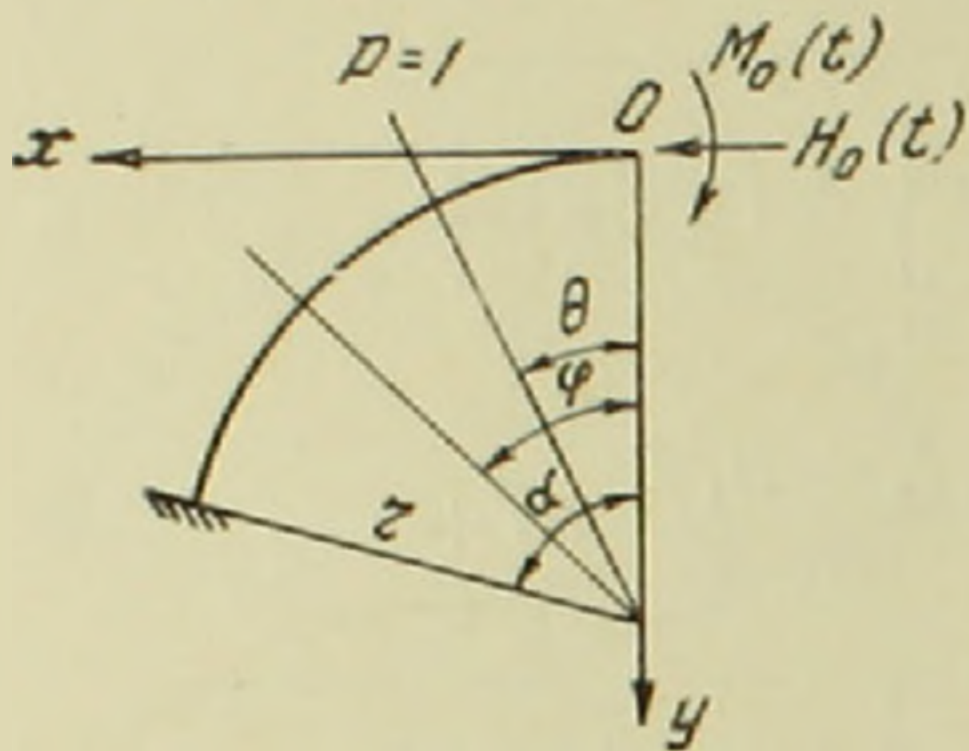
(24)

$$M_1 = -r \sin(\varphi - \theta), \quad N_1 = \sin(\varphi - \theta).$$

Отсюда определяем $f_0(t)$ и

$$r_i(t) = \frac{h_{i-1} - h_i}{2} \cdot \frac{1}{f_0^{(i)}}. \quad (25)$$

Следует отметить, что в случае старого бетона (при $\varphi(\tau) = c_0 = \text{const}$ и $E = \text{const.}$), путем превращения системы интегральных уравнений в систему дифференциальных уравнений, можно получить решение системы (22) в замкнутой форме, которое имеет следующий вид



Фиг. 5.

$$\begin{aligned} M_0(t) = & \frac{s_1}{r_1 r_2} + \frac{e^{-r_1(t-\tau_1)}}{(r_2 - r_1) r_1} [-s_1 + \\ & + r_1 r_2 M_0(\tau_1) + r_1 M'_0(\tau_1)] - \\ & - \frac{e^{-r_2(t-\tau_1)}}{(r_2 - r_1) r_2} [-s_1 + \\ & + r_1 r_2 M_0(\tau_1) + r_2 M'_0(\tau_1)], \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} H_0(t) = & \frac{s_2}{r_1 r_2} + \frac{e^{-r_1(t-\tau_1)}}{(r_2 - r_1) r_1} [-s_2 + r_1 r_2 H_0(\tau_1) + r_1 H'_0(\tau_1)] - \\ & - \frac{e^{-r_2(t-\tau_1)}}{(r_2 - r_1) r_2} [-s_2 + r_1 r_2 H_0(\tau_1) + r_2 H'_0(\tau_1)], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} s_1 = \gamma^2 \Omega \{ & [\theta_p(1 + Ec_0) + \theta_{\Phi p}] [\delta_{11}(1 + Ec_0) + a] - [\Delta_p(1 + \\ & + Ec_0) + \Delta_{\Phi p}] [\delta_{12}(1 + Ec_0) + B] \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_2 = \gamma^2 \Omega \{ & [\Delta_p(1 + Ec_0) + \Delta_{\Phi p}] [\delta_{22}(1 + Ec_0) + c] - [\theta_p(1 + Ec_0) + \\ & + \theta_{\Phi p}] [\delta_{12}(1 + Ec_0) + B] \}, \end{aligned}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{U \pm \sqrt{U^2 - 4V}}{2},$$

$$\begin{aligned} U = \gamma \Omega \{ & 2(\delta_{12} + B) [\delta_{12}(1 + Ec_0) + B] - 2(\delta_{11} + a)(\delta_{22} + c) - \\ & - Ec_0 [(\delta_{11} + a)\delta_{22} + (\delta_{22} + c)\delta_{11}] \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V = \gamma^2 \Omega \{ & [\delta_{12}(1 + Ec_0) + B]^2 - [\delta_{11}(1 + Ec_0) + a] [\delta_{22}(1 + \\ & + Ec_0) + c] \}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_0(\tau_1) = & [(\theta_p + \theta_{\Phi p})(\delta_{11} + a) - (\Delta_p + \Delta_{\Phi p})(\delta_{12} + B)] \cdot \Omega, \\ H_0(\tau_1) = & [(\Delta_p + \Delta_{\Phi p})(\delta_{22} + c) - (\theta_p + \theta_{\Phi p})(\delta_{12} + B)] \cdot \Omega, \end{aligned} \quad (27)$$

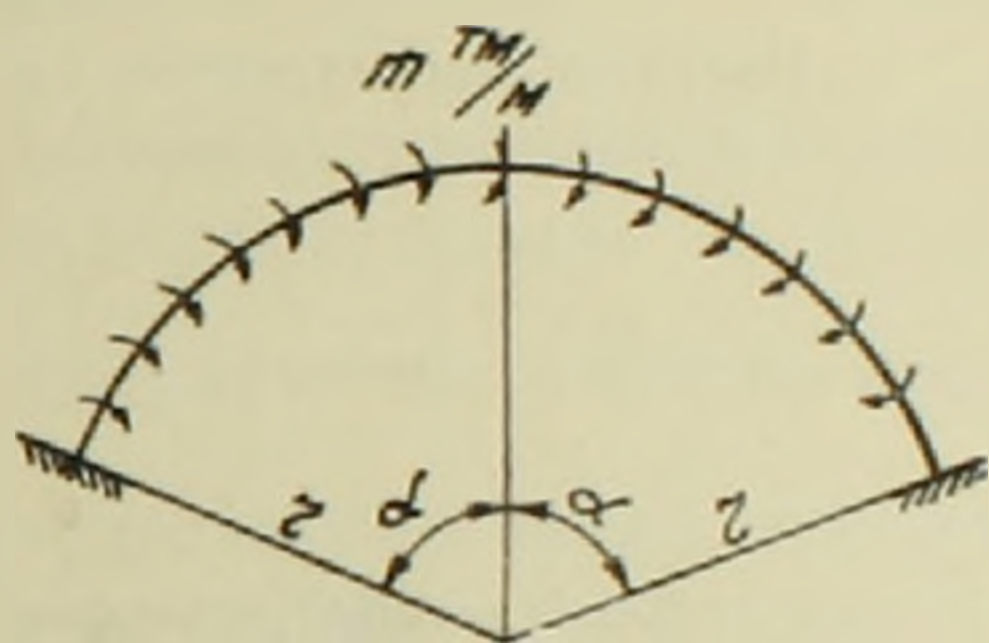
$$\Omega = [(\delta_{12} + b)^2 - (\delta_{11} + a)(\delta_{22} + c)]^{-1}$$

при $t = \infty$ имеем:

$$\left. \begin{aligned} M_0(\infty) &= \frac{[\theta_p(1 + Ec_0) + \theta_{\Phi p}] [\delta_{11}(1 + Ec_0) + a] -}{[\delta_{12}(1 + Ec_0) + B]^2 - [\delta_{11}(1 + Ec_0) + a][\delta_{22}(1 + Ec_0) + C]} \\ &\quad - \frac{[\Delta_p(1 + Ec_0) + \Delta_{\Phi p}] [\delta_{12}(1 + Ec_0) + B]}{+ a][\delta_{22}(1 + Ec_0) + C]}, \\ H_0(\infty) &= \frac{[\Delta_p(1 + Ec_0) + \Delta_{\Phi p}] [(\delta_{22}(1 + Ec_0) + c) -}{[\delta_{12}(1 + Ec_0) + B]^2 - [\delta_{11}(1 + Ec_0) + a][\delta_{22}(1 + Ec_0) + c]} \\ &\quad - \frac{[\theta_p(1 + Ec_0) + \theta_{\Phi p}] [\delta_{12}(1 + Ec_0) + B]}{+ a][\delta_{22}(1 + Ec_0) + c]} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Из (27), (28) видно, что при $t = \infty$ решение с учетом ползучести отличается от упругого решения только тем, что в (27) вместо E нужно поставить $\frac{E}{1 + Ec_0}$.

2°. Расчет угла поворота $g_0(t)$ вокруг оси арки под действием единичного равномерно распределенного крутящего момента (фиг. 6).



Фиг. 6.

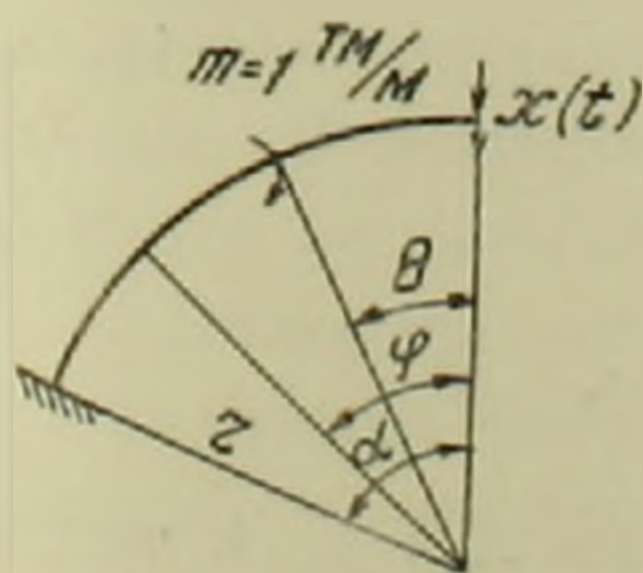
В силу симметрии отсутствует искомый статически неопределимый крутящий момент в ключе и только существует изгибающий момент $x(t)$. Поэтому в любом сечении имеем:

крутящий момент:

$$\begin{aligned} M_k(t) &= \int_0^\varphi mr \cos(\varphi - \theta) d\theta - X(t) \sin \varphi = \\ &= [mr - X(t)] \sin \varphi, \end{aligned}$$

изгибающий момент:

$$\begin{aligned} M_u(t) &= \int_0^\varphi mr \sin(\varphi - \theta) d\theta + X(t) \cos \varphi = \\ &= mr(1 - \cos \varphi) + X(t) \cos \varphi. \end{aligned}$$



Фиг. 7

Пренебрегая $X(t)$ и $M_u(t)$, как это обычно принято в теории оболочек и арочных плотин, получим только крутящий момент:

$$M_k(t) = r \sin \varphi.$$

По формуле Максвелла-Мора имеем:

$$g_0(t) = \int_0^\varphi \frac{r \cos(\varphi - \theta)}{G I_0} \cdot r \sin \varphi d\varphi [1 + E(t) C(t, \tau_1)] + \theta_\varphi =$$

$$= \frac{r^2 [1 + E(t) C(t, \tau_1)]}{2G I_0} [(a - \theta) \sin \theta + \sin a \sin (a - \theta)] + k_3 r \sin a \quad (29)$$

II

$$s_i(t) = \frac{h_{i-1} + h_i}{2} \cdot \frac{1}{g_0(t)}.$$

Из (21) видно, что в случае старого бетона и при $t = \infty$ расчет напряженного состояния арочных плотин с учетом ползучести старого бетона при $t = \infty$ отличается от упругого решения только тем, что вместо E в последнем нужно поставить $\frac{E}{1 + EC_0}$, и если приблизительно считаем, что $EC_0 = 1$, то вместо E — $\frac{E}{2}$, как это обычно и принято в действующих нормах.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

ՈՒ ԺՈՒՅՖԻՆ

Կամարային պատվարների հաշվումը սողի հաշվառումով

Կամարային պատվարը դիտվում է փոխադարձ կապված հորիզոնական կամարներից և ուղղաձիգ կոնսոլներից կազմված սխեմով: Կամարների և կոնսոլների հատման կետերում ապահովվում է շառավիղային դեֆորմացիաների և պտտման անկյունների համապատասխանությունը:

Կոնսոլը բաժանվում է ռ հատվածների (որտեղ n -ը կամարների թիվն է) և ամեն մի հատվածը դիտվում է որպես հաստատուն կտրվածքով հեծան:

Խնդրի լուծումը բաժանվում է երկու մասի: Առաջին մասում տրվում է կոնսոլային հեծանի հաշվումը, որի համար շառավիղային ճկվածքի և պտտման անկյան նկատմամբ ստացվում է Վոլտերի տիպի ինտեգրալ հավասարումների սխեմով, որի լուծումը տրվում է Ն. Մ. Կոնյուկի Ն. Ն. Բոգոլյուբովի մեթոդի օգնությամբ: Այս սխեմի լուծումը արտահայտվում է միավոր ճկվածքի և պտտման անկյան միջոցով, որոնք դեռ անհայտներ են: Այդ անհայտները որոշվում են երկրորդ մասում՝ կամարները հաշվելիս: Այդ դեպքում ավելորդ անհայտների նկատմամբ ստացվում է դարձյալ ինտեգրալ հավասարումների սխեմով, որի լուծումը տրվում է օգտագործելով Յ. Ա. Սոկոլովի մոտավոր եղանակը: Ծերացող բետոնի դեպքում այդ հավասարումները լուծվում են ճշգրիտ:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ J. Lombardi, Les Barrages en Voute Mince, 1955. ² Чен Лин-си, К расчету арочных плотин—метод арок-консоль с учетом влияния кручения, Труды Дальнинского политехнического института, № 5, 1959. ³ А. Г. Ганев, К расчету арочных плотин как пространственных систем, Сб. МИСИ, №29, Гидротехнические сооружения. ⁴ Н. Х. Арутюнян, Некоторые вопросы теории ползучести, 1952. ⁵ Чен Лин-си, О методе решения линейного обыкновенного дифференциального уравнения—метод преобразованных параметров, Труды Дальнинского политехнического института, № 5, 1959. ⁶ Ю. Д. Соколов, О приближенном решении линейных интегральных уравнений типа Вольтерра, Украинский математический журнал, №2, 1958.