ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XXVIII 1959 3

ФИЗИКА

Г. С. Саакян

Индуцированное черенковское излучение

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. Кочаряном 27.II.1959)

Хорошо известно, что если скорость заряженной частицы, равномерно движущейся в среде, превышает фазовую скорость света, то она в определенном диапазоне частот излучает электромагнитные волны, известные под названием черенковского излучения [1-3]. При тех же физических условиях, когда в среде имеется поле излучения, появляется дополнительное черенковское излучение, а также поглощение, вероятности которых пропорциональны интенсивности внешнего поля. Однако вероятности индуцированного излучения и поглощения равны, поэтому в конечном счете в потерях энергии частицы вклад дает лишь обычное черенковское излучение.

Пусть релятивистская частица движется в однородной диспергирующей среде, в которой имеется поле электромагнитных волн. При таких физических условиях матричный элемент черенковского излучения (ниже все время используется система единиц, в которой $h = c = 1$; $\frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$) равен [1-5],

$$S_i = i\frac{(2\pi)^4}{V^{3/2}}\, e \sqrt{\frac{\mu (N_k + 1)}{2n^2 \alpha \omega}}\, (\bar{u}_f \gamma_\nu u_i)\, \delta(\tilde{p} - \tilde{p}' - \tilde{k}), \tag{1}$$

где V — объем, в котором происходит процесс, $u_f(\vec{p}')$ и $u_i(\vec{p})$ — амплитуды Дирака для конечного и начального состояний частицы. γ_ν — проекция матрицы $\vec{\gamma}$ на направление поляризации испущенного кванта; последний множитель представляет собою четырехмерную δ-функцию, $\tilde{k}$ — четырехмерный импульс фотона, $n^2 = \varepsilon\mu$, где $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ и $\mu = \mu(\omega)$ являются соответственно диэлектрической постоянной и магнитной проницаемости среды. Далее

$$\alpha = 1 + \frac{\omega}{n}\frac{dn}{d\omega}, \tag{2}$$

и наконец N_k — число квантов заданного импульса и поляризации в рассматриваемом объеме. Мы можем N_k представить через плотность энергии излучения

$$N_k = (2\pi)^3 \cdot \frac{\rho(\omega, \vartheta, \varphi)}{\omega \cdot k^2} \frac{d\omega}{dk}, \tag{3}$$

где $k = n\omega$ и $\frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{n\alpha}$, $\rho(\omega, \vartheta, \varphi)\, d\omega\, d\Omega$ — плотность энергии излучения, имеющего направление распространения внутри элемента телесного угла $d\Omega$ и частоту, лежащую в интервале ω, $\omega + d\omega$. Ради простоты предполагается, что излучение неполяризовано.

Число квантовых состояний с определенной проекцией спина равно

$$V \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} \cdot V \frac{d^3k}{(2\pi)^3}. \tag{4}$$

Из законов сохранений энергии и импульса

$$E = E' + \omega; \quad \vec{p} = \vec{p'} + \vec{k}$$

получаем

$$\cos\vartheta = \frac{E}{np} + \frac{k}{2p}\, \frac{n^2 - 1}{n^2}, \tag{5}$$

где ϑ — угол между направлениями движения частицы и фотона.

Далее, общеизвестными методами находим вероятность в единицу времени для испускания кванта любой поляризации,

$$dw = \frac{e^2}{4\pi^2} \cdot \frac{\mu}{2n^2\alpha\omega} (N_k + 1)\beta^2 \left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right) \delta\,(\vec{p} - \vec{p'} - \vec{k})\, d^3p'\, d^3k, \tag{6}$$

где $\beta = \frac{p}{E}$ — скорость частицы.

Интегрируя по d^3p' и, далее учитывая (3), снова интегрируя по фотонной переменной φ, получаем

$$dW = \frac{e^2}{4\pi} \cdot \frac{\mu}{n^2\alpha\omega} \left[8\pi^3 \frac{\rho(\omega, \vartheta)}{\alpha k^3} + 1\right] \beta^2 \left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right) \delta \left(E - E' - \frac{k}{n}\right) k^2 dk \sin\vartheta\, d\vartheta, \tag{7}$$

где

$$\rho(\omega, \vartheta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \rho(\omega, \vartheta, \varphi)\, d\varphi. \tag{8}$$

Для интегрирования по k вспомним, что энергия конечного состояния равна

$$E_f = E' + E = \sqrt{E^2 + k^2 - 2pk\cos\vartheta} + \frac{k}{n}$$

и что, согласно (5),

$$\begin{aligned} \frac{d}{dk}\cos\vartheta &\approx \frac{1}{2p}\frac{n^2-1}{n^2}\left[1 + \frac{1-\alpha}{\alpha(n^2-1)}\cdot\frac{2E}{\omega}\right] \\ \frac{dE_f}{dk} &\approx \frac{k}{2E}\frac{n^2-1}{n^2}\left[1 + \frac{1-\alpha}{\alpha(n^2-1)}\cdot\frac{2E}{\omega}\right]. \end{aligned} \tag{9}$$

При получении (9) использована $k \ll p$. Интегрируя (7) по k, получим

$$dW = \mu\cdot\frac{e^2}{4\pi}\left[8\pi^3\frac{\rho(\omega,\vartheta)}{\alpha k^3} + 1\right]\beta\left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right)d\omega, \tag{10}$$

где в аргументе функции ρ угол ϑ определяется формулой (5).

Если (10) умножить на $\frac{\omega}{\beta}$ и интегрировать по разрешенным областям частот черенковского излучения $\beta\cdot n(\omega) > 1$, то мы получим полные потери энергии заряженной частицы на черенковское излучение при наличии внешнего поля излучения. При $\rho(\omega,\vartheta) = 0$ формула (10) совпадает с формулой обычного черенковского излучения в отсутствии поля.

Теперь перейдем к черенковскому поглощению квантов поля. Матричный элемент поглощения кванта определяется формулой

$$S'_{if} = i\frac{(2\pi)^4}{V^{\frac{3}{2}}}e\sqrt{\frac{\mu N_k}{2n^2\alpha\omega}}(\bar{u}_f\gamma_\nu u_i)\,\delta(\vec{p} + \vec{k} - \vec{p}\,'). \tag{11}$$

Из законов сохранения $E = E' + \omega$ и $\vec{p} = \vec{p}\,' + \vec{k}$ следует

$$\cos\vartheta = \frac{E}{np} - \frac{k}{2p}\frac{n^2-1}{n^2}, \tag{12}$$

так как $k \ll p$, то (12) практически совпадает с (5), т. е. фотоны поглощаются под тем же углом, под которым они испускаются.

Число конечных состояний в этом случае равно $(2\pi)^{-3}Vd^3p'$. Для вероятности поглощения кванта любой поляризации в единицу времени получаем

$$W' = \mu\pi e^2\frac{\beta^2}{n^2\alpha\omega}\frac{N_k}{V}\left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right)\delta(E + \omega - E'). \tag{13}$$

(13) дает вероятность для строго определенного импульса фотонов $\vec{k}$. Чтобы получить соответствующую формулу для фотонов с импульсами в интервале $\vec{k}, \vec{k} + d\vec{k}$, мы должны в (13) произвести замену

$$\frac{N_k}{V} \to N_k\frac{d^3k}{(2\pi)^3} = \frac{\rho(\omega,\vartheta,\varphi)}{\omega}\,d\omega d\Omega. \tag{14}$$

Если после этой замены проинтегрировать по азимутальному углу φ, то получим

$$dW' = \mu 2\pi^2 e^2 \frac{\rho(\omega, \vartheta)}{\omega^2 \alpha n^2} \beta^2 \left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right) \delta(E + \omega - E')\, d\omega \sin\vartheta d\vartheta.$$

Интегрируя это выражение по ω, получаем

$$dW' = \mu 2\pi^2 e^2 \frac{\rho(\omega, \vartheta)}{\alpha k^2} \beta^2 \left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right) \left|\frac{\partial\omega}{\partial u}\right| \sin\vartheta d\vartheta,$$

где $u = E' - \omega = \sqrt{E^2 + k^2 + 2kp\cos\vartheta} - \omega$. Далее, учитывая соотношения

$$\frac{\partial\omega}{\partial u} \approx \frac{1}{\alpha(n^2-1)} \cdot \frac{2E}{\omega}\left(1 + \frac{\alpha - 1}{\alpha(n^2-1)} \cdot \frac{2E}{\omega}\right)^{-1}$$

и $$\frac{d}{d\omega}\cos\vartheta \approx \frac{\alpha(n^2-1)}{n} \cdot \frac{1}{2p}\left(1 + \frac{\alpha - 1}{\alpha(n^2-1)} \cdot \frac{2E}{\omega}\right), \tag{9'}$$

наконец получаем

$$dW' = \mu 2\pi^2 e^2 \frac{\rho(\omega, \vartheta)}{\alpha k^3} \beta\left(1 - \frac{1}{n^2\beta^2}\right) d\omega, \tag{15}$$

где ϑ определена соотношением (12).

Сравнивая (15) с (10) мы приходим к заключению, что вероятности индуцированного испускания и поглощения черенковского излучения равны. Следовательно, присутствие внешнего поля излучения не вносит никаких систематических изменений в потерях энергии частицы. Однако наличие поля вызывает флуктуации в интенсивности черенковского излучения, а также в значение энергии частицы.

В заключение выражаю благодарность Н. М. Кочаряну, Г. М. Гарибяну, М. Л. Тер-Микаеляну, А. Ц. Аматуни и В. А. Джрбашяну за обсуждение работы.

Ереванский Государственный
университет

Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

Ինդուկցված չերենկովյան ճառագայթում

Աշխատանքում ուսումնասիրված է Չերենկովի էֆեկտը, երբ միջավայրում գոյություն ունի ճառագայթման դաշտ: Ցույց է տրված, որ երբ բացի հայտնի ֆիզիկական պայմաններից որոնք անհրաժեշտ են չերենկովյան ճառագայթման առաջացման համար, միջավայրում կա նաև ճառագայթման դաշտ, ապա հանդես է գալիս ինդուկցված չերենկովյան առաքում, ինչպես նաև կլանում:

Ինդուկցված չերենկովյան կլանման և առաքման հավանականությունները իրար հավասար են և տրվում է (15) բանաձևով:

Այսպիսով լիցքավորված մասնիկի էներգիայի կորուստները հաշվելիս մնում է միայն սովորական չերենկովյան ճառագայթումը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *И. Е. Там* и *И. М. Франк*, ДАН СССР, 14, 107, 1937. [2] *И. Е. Там*, J. Phys., USSR, 1, 439, 1939. [3] *В. Л. Гинзбург*, ЖЭТФ, 10, 589, 1940. [4] *А. И. Ахиезер* и *В. Б. Берестецкий*, Квантовая электродинамика, ГИТТЛ, М., 1953. [5] *K. M. Watson* and *J. M. Jauch*, Phys. Rev., 75, 1249, 1949. [6] *М. М. Рязанов*, ЖЭТФ, 32, 1244, 1957.