ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XXVIII 1959 3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Б. Л. Абрамян

Кручение круглых цилиндрических стержней с продольными пазами клиновидной формы

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 5.II.1959)

Для задачи о кручении круглого стержня с одним клиновидным продольным пазом приближенное решение получено методом конформного отображения в недавней работе Стэнеску и Думитреску [1].

Кручению круглых стержней с продольными пазами других форм посвящены работы [2–8].

В настоящей работе приводится точное решение задачи о кручении круглых призматических стержней с продольными пазами клиновидной формы, расположенными симметрично, или стержня с зубцами.

При решении задачи использован метод введения вспомогательных функций, предложенный Н. Х. Арутюняном [9] в 1948 году. Решение получено в виде рядов и интегралов Фурье.

1. *Постановка задачи.* Определение функции напряжения при кручении $U(r, \varphi)$, как известно, в полярных координатах сводится к интегрированию уравнения

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = -2 \tag{1.1}$$

при условии, что $U = 0$ на контуре поперечного сечения. Рассмотрим сплошной призматический стержень с поперечным сечением в виде круга с симметрично расположенными выемками клиновидной формы, или зубцами (фиг. 1).

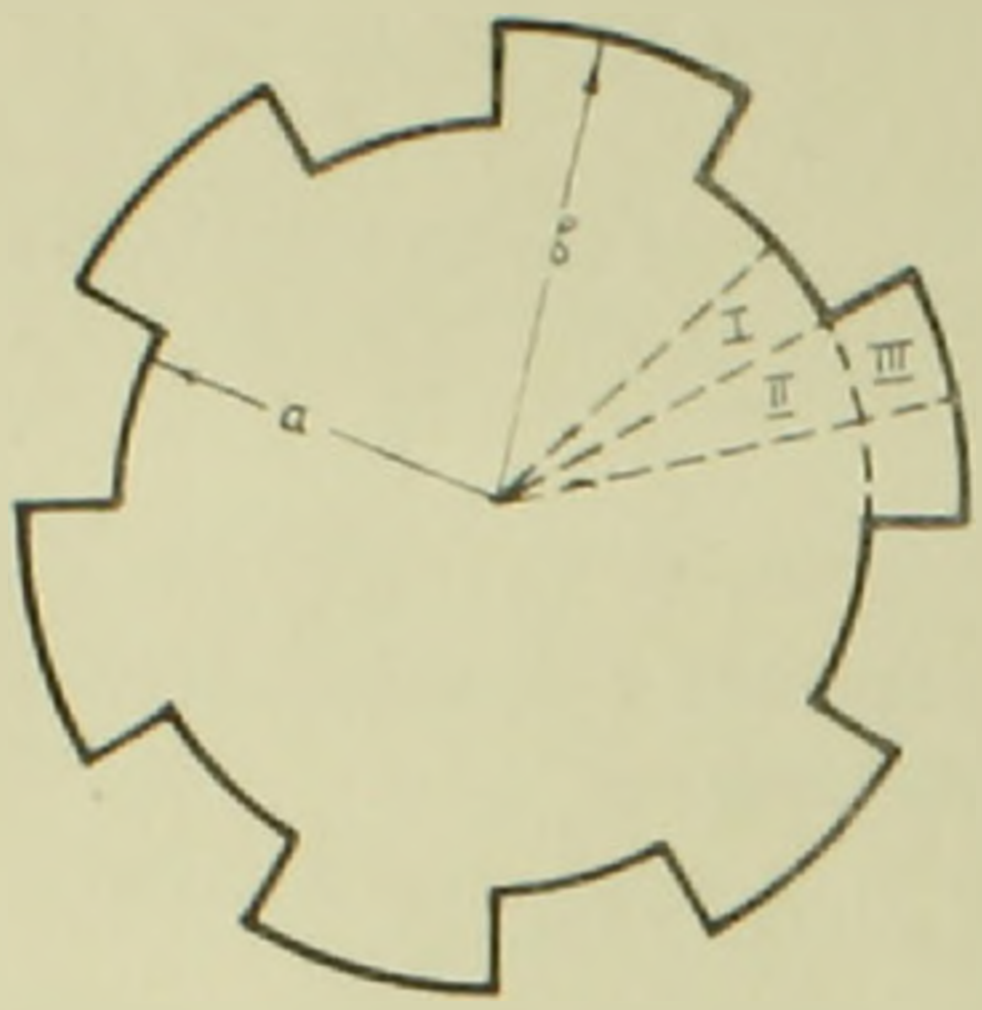
Ввиду симметрии области сечения достаточно рассмотреть ее $\frac{1}{2n}$-ую часть, где n — число выточек или зубцов (фиг. 2).

Введем обозначения

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{\pi}{\alpha n} \\ \varphi_2 &= \frac{\pi}{n}\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \end{aligned}\right| \tag{1.2}$$

где $1 \leqslant \alpha < \infty$.

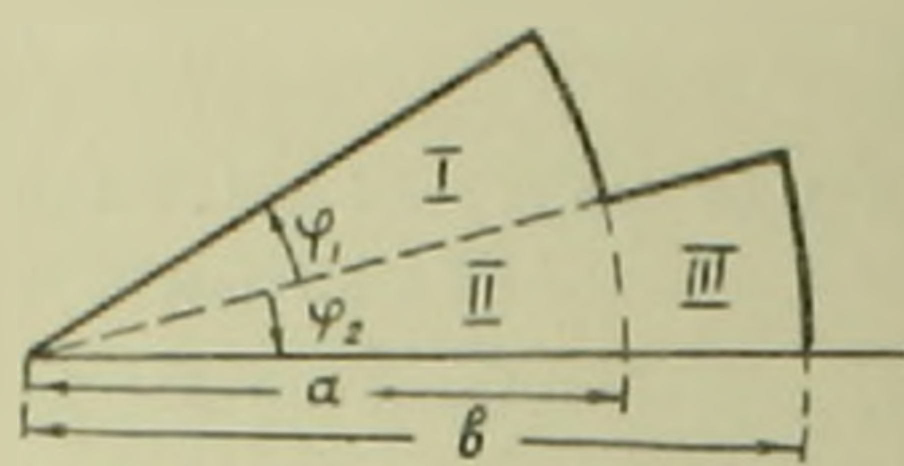
Полагаем, что в области I функция $U(r, \varphi)$ принимает значение $U_1(r, \varphi)$, в области II — значение $U_2(r, \varphi)$, а в области III — значение $U_3(r, \varphi)$.



Фиг. 1.

Чтобы определить функции $U_i(r, \varphi)$ удобно перейти к переменным t, φ, где

$$t = \ln \frac{r}{a}; \quad r = ae^{t}. \tag{1.3}$$



Фиг. 2.

Тогда дифференциальное уравнение (1.1) примет вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = -2a^2 e^{2t}. \tag{1.4}$$

Ищем функции U_i $(i = 1, 2, 3)$ в виде

$$U_i(t, \varphi) = -\frac{a^2 e^{2t}}{2} + \Phi_i(t, \varphi), \tag{1.5}$$

где гармонические функции $\Phi_i(t, \varphi)$ должны удовлетворять следующим условиям

$$\left.\begin{aligned}
&\left.\frac{\partial \Phi_1}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=\varphi_1} = \Phi_1(0, \varphi) - \frac{a^2}{2} = \left.\frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=-\varphi_2} = 0,\\
&\left.\frac{\partial \Phi_3}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=-\varphi_2} = \Phi_3(t, 0) - \frac{a^2 e^{2t}}{2} = \Phi_3(t_1, \varphi) - \frac{b^2}{2} = 0,\\
&\Phi_1(t, 0) = \Phi_2(t, 0), \quad \left.\frac{\partial \Phi_1}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=0} = \left.\frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi}\right)_{\varphi=0},\\
&\Phi_2(0, \varphi) = \Phi_3(0, \varphi), \quad \left.\frac{\partial \Phi_2}{\partial t}\right)_{t=0} = \left.\frac{\partial \Phi_3}{\partial t}\right)_{t=0}.
\end{aligned}\right| \tag{1.6}$$

Ищем функции $\Phi_i(t, \varphi)$ в виде рядов и интегралов Фурье.

$$\Phi_1(t, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(1)} e^{\alpha_k t} \sin \alpha_k \varphi +$$

$$+ \int_0^{\infty} [C^{(1)}(z) \operatorname{sh} z\varphi + D^{(1)}(z) \operatorname{ch} z\varphi] \sin zt\, dz \qquad (0 \leqslant \varphi < \varphi_1; \ -\infty < t \leqslant 0) \tag{1.7}$$

$$\Phi_2(t, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)} e^{\gamma_k t} \sin \gamma_k \varphi +$$

$$+ \int_0^{\infty} [C^{(2)}(z) \operatorname{sh} z\varphi + D^{(2)}(z) \operatorname{ch} z\varphi] \sin zt dz \quad (-\varphi_2 < \varphi < 0; \quad -\infty < t < 0) \tag{1.8}$$

$$\Phi_3(t, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} [A_k^{(3)} \operatorname{sh} \gamma_k t + B_k^{(3)} \operatorname{ch} \gamma_k t] \sin \gamma_k \varphi +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} [C_k^{(3)} \operatorname{sh} \beta_k \varphi + D_k^{(3)} \operatorname{ch} \beta_k \varphi] \sin \beta_k t \quad (-\varphi_2 < \varphi < 0; \quad 0 < t < t_1), \tag{1.9}$$

где

$$\alpha_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\varphi_1}; \quad \gamma_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\varphi_2}; \quad \beta_k = \frac{k\pi}{t_1}; \quad t_1 = \ln \frac{b}{a}. \tag{1.10}$$

Неопределенные коэффициенты $A_k^{(i)}$, $B_k^{(3)}$, $C_k^{(i)}$, $D_k^{(3)}$, $C^{(i)}(z)$ и $D^{(i)}(z)$ подлежат определению из условий (1.6).

2. *Определение коэффициентов интегрирования.* Пользуясь выражениями (1.7)—(1.9) и удовлетворив условиям (1.6), для определения коэффициентов интегрирования получим следующие соотношения

$$C^{(1)}(z) \operatorname{ch} z\varphi_1 + D^{(1)}(z) \operatorname{sh} z\varphi_1 = 0,$$

$$A_k^{(1)} = \frac{a^2}{\alpha_k \varphi_1},$$

$$C^{(2)}(z) \operatorname{ch} z\varphi_2 - D^{(2)}(z) \operatorname{sh} z\varphi_2 = 0,$$

$$C_k^{(3)} \operatorname{ch} \beta_k \varphi_2 - D_k^{(3)} \operatorname{sh} \beta_k \varphi_2 = 0,$$

$$D_k^{(3)} = \frac{a^2 \beta_k}{t_1 (4 + \beta_k^2)} [(-1)^{k+1} e^{2t_1} + 1],$$

$$A_k^{(3)} \operatorname{sh} \gamma_k t_1 + B_k^{(3)} \operatorname{ch} \gamma_k t_1 = -\frac{b^2}{\gamma_k \varphi_2},$$

$$D^{(1)}(z) = D^{(2)}(z), \tag{2.1}$$

$$C^{(2)}(z) - C^{(1)}(z) = -\frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k A_k^{(1)}}{\alpha_k^2 + z^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\gamma_k A_k^{(2)}}{\gamma_k^2 + z^2},$$

$$B_k^{(3)} = A_k^{(2)},$$

$$A_k^{(2)} - A_k^{(3)} = -\frac{2}{\varphi_2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\beta_p D_p^{(3)}}{\beta_p^2 + \gamma_k^2} + \frac{2}{\varphi_2} \int_0^{\infty} \frac{z D^{(2)}(z)}{z^2 + \gamma_k^2} dz.$$

При этом использованы также формулы синус-преобразования Фурье [10];

$$
\left.
\begin{aligned}
f(t) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} B(z) \sin zt \, dz \qquad (-\infty < t < 0) \\
B(z) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^{0} f(t) \sin zt \, dt = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(-t) \sin zt \, dt
\end{aligned}
\right\} \tag{2.2}
$$

Из соотношений (2.1) коэффициенты $A_k^{(1)}$, $D_k^{(3)}$ и $C_k^{(3)}$ определяются. Коэффициенты $B_k^{(3)}$ и $A_k^{(3)}$ выражаются через $A_k^{(2)}$, $D^{(1)}(z)$, $C^{(1)}(z)$ и $C^{(2)}(z)$ — через $D^{(2)}(z)$, а для определения $A_k^{(2)}$ и $D^{(2)}(z)$ получаем следующую систему уравнений

$$
D^{(2)}(z) = \frac{2}{\pi(\operatorname{th} z\varphi_2 + \operatorname{th} z\varphi_1)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\gamma_k A_k^{(2)}}{\gamma_k^2 + z^2} - \frac{a^2 \operatorname{th} \varphi_1 z}{\pi z(\operatorname{th} \varphi_1 z + \operatorname{th} \varphi_2 z)}, \tag{2.3}
$$

$$
(0 < z < \infty)
$$

$$
A_k^{(2)} = \frac{2}{\varphi_2(1 + \operatorname{cth} \gamma_k t_1)} \int_0^{\infty} \frac{z D^{(2)}(z)}{z^2 + \gamma_k^2} dz - \frac{b^2}{\gamma_k \varphi_2 (\operatorname{sh} \gamma_k t_1 + \operatorname{ch} \gamma_k t_1)} -
$$

$$
- \frac{a^2}{\varphi_2(\gamma_k^2 - 4)(1 + \operatorname{cth} \gamma_k t_1)} \left[e^{2t_1} \left(\frac{2}{\operatorname{sh} 2t_1} - \frac{\gamma_k}{\operatorname{sh} \gamma_k t_1} \right) + \right.
$$

$$
\left. + \gamma_k \operatorname{cth} \gamma_k t_1 - 2 \operatorname{cth} 2t_1 \right] \qquad (k = 1, 2, \cdots).
$$

При этом использованы значения сумм

$$
\left.
\begin{aligned}
\sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1}}{\beta_p^2 + a^2} &= \frac{1}{2a^2} \left(1 - \frac{a t_1}{\operatorname{sh} a t_1} \right), \\
\sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_p^2 + a^2} &= \frac{t_1}{2a} \left(\operatorname{cth} a t_1 - \frac{1}{a t_1} \right).
\end{aligned}
\right. \tag{2.4}
$$

Введя новые неизвестные

$$
\left.
\begin{aligned}
\pi z D^{(2)}(z) &= m Y(z), \\
\gamma_k \varphi_2 A_k^{(2)} &= X_k,
\end{aligned}
\right. \tag{2.5}
$$

где m — постоянное число, системы (2.3) приведем к виду

$$
X_k = \frac{2m\gamma_k}{\pi(1 + \operatorname{cth} \gamma_k t_1)} \int_0^{\infty} \frac{Y(z)\, dz}{z^2 + \gamma_k^2} + b_k \qquad (k = 1, 2, \cdots)
$$

$$Y(z) = \frac{2z}{m\varphi_2(\operatorname{th} z\varphi_2 + \operatorname{th} z\varphi_1)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{X_k}{\gamma_k^2 + z^2} + \beta(z) \qquad (0 < z < \infty) \tag{2.6}$$

Здесь введены обозначения

$$b_k = \frac{\gamma_k}{(\gamma_k^2 - 4)(1 + \operatorname{cth}\gamma_k t_1)} \left[4b^2 \left(\frac{1}{\gamma_k \operatorname{sh} \gamma_k t_1} - \frac{1}{2\operatorname{sh} 2t_1} \right) + \right.$$

$$\left. + a^2 (\gamma_k \operatorname{cth} \gamma_k t_1 - 2 \operatorname{cth} 2t_1) \right]. \tag{2.7}$$

$$\beta(z) = - \frac{a^2 \operatorname{th} \varphi_1 z}{m(\operatorname{th} \varphi_1 z + \operatorname{th} \varphi_2 z)}.$$

Чтобы из системы (2.6) можно было определить неизвестные величины методом последовательного приближения, необходимо, чтобы интеграл от модулей коэффициентов первой системы и сумма от модулей коэффициентов второй системы были бы меньше единицы. Это условие для систем (2.6) выполняется при соответствующем выборе произвольного постоянного числа m.

Действительно, для коэффициентов систем (2.6) имеем

$$\int_0^{\infty} \frac{2m\gamma_k dz}{\pi(1 + \operatorname{cth}\gamma_k t_1)(z^2 + \gamma_k^2)} = \frac{m}{1 + \operatorname{cth}\gamma_k t_1} < \frac{m}{2},$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2z}{m\varphi_2(\operatorname{th} z\varphi_2 + \operatorname{th} z\varphi_1)(\gamma_k^2 + z^2)} = \frac{\operatorname{th}\varphi_2 z}{m(\operatorname{th} z\varphi_2 + \operatorname{th} z\varphi_1)} < \frac{1}{m}. \tag{2.8}$$

При этом использованы значения

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_k^2 + z^2} = \frac{\varphi_2}{2z} \operatorname{th}\varphi_2 z,$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dz}{z^2 + \gamma_k^2} = \frac{\pi}{2\gamma_k}. \tag{2.9}$$

Постоянное число m выбираем равным $m = \sqrt{2}$.

Легко видеть, что свободные члены системы (2.6) ограничены сверху.

3. *Определение функции напряжения.* Подставляя значения определенных коэффициентов в выражения (1.7)—(1.9), получим

$$\Phi_1(t, \varphi) = \frac{a^2}{2\varphi_1} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \frac{\pi\varphi}{2\varphi_1}}{\operatorname{sh} \frac{\pi t}{2\varphi_1}} \right) + \int_0^{\infty} D^{(2)}(z) \frac{\operatorname{ch} z(\varphi_1 - \varphi)}{\operatorname{ch} z\varphi_1} \sin tz dz \tag{3.1}$$

$$(0 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_1; \quad -\infty < t \leqslant 0)$$

$$\Phi_2(t, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)} e^{\gamma_k t} \sin \gamma_k \varphi + \int_0^{\infty} D^{(2)}(z) \frac{\operatorname{ch} z(\varphi_2 + \varphi)}{\operatorname{ch} z\varphi_2} \sin zt\,dz \tag{3.2}$$

$$(-\varphi_2 < \varphi < 0; \quad -\infty < t < 0),$$

$$\Phi_3(t, \varphi) = -\frac{b^2}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \gamma_k t}{\operatorname{sh} \gamma_k t_1} \frac{\sin \gamma_k \varphi}{\gamma_k} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)} \frac{\operatorname{sh} \gamma_k (t_1 - t)}{\operatorname{sh} \gamma_k t_1} \sin \gamma_k \varphi +$$

$$+ \frac{a^2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k}{4 + \beta_k^2} [(-1)^{k+1} e^{2t_1} + 1] \frac{\operatorname{ch} \beta_k (\varphi_2 + \varphi)}{\operatorname{ch} \beta_k \varphi_2} \sin \beta_k t \tag{3.3}$$

$$(-\varphi_2 < \varphi < 0; \quad 0 < t < t_1),$$

где $t = \ln \frac{r}{a}$.

При этом использовано значение ряда

$$\sum_{k=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{e^{-kz} \sin kx}{k} = \frac{1}{2} \operatorname{arc\,tg} \left(\frac{\sin x}{\operatorname{sh} z} \right) \qquad z > 0. \tag{3.4}$$

В частном случае, когда $b = a$, сечение стержня принимает вид сплошного круга. Для этого случая из (2.3), переходя к пределу при $t_1 \to 0$, получим

$$\left. \begin{aligned} A_k^{(2)} &= -\frac{a^2}{\varphi_2 \gamma_k}, \\ D^{(2)}(z) &= -\frac{a^2}{\pi z}. \end{aligned} \right| \tag{3.5}$$

Подставляя эти значения в (3.1) – (3.3), будем иметь

$$\Phi_1(t, \varphi) = \Phi_2(t, \varphi) = \Phi_3(t, \varphi) = \frac{a^2}{2}. \tag{3.6}$$

При этом использованы значения суммы (3.4) и интеграла

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{ch} z(\varphi_1 - \varphi)}{\operatorname{ch} z\varphi_1} \cdot \frac{\sin zt}{z} dz =$$

$$= -\frac{\pi}{2} + \operatorname{arc\,tg} \left(\frac{\sin \frac{\pi\varphi}{2\varphi_1}}{\operatorname{sh} \frac{\pi t}{2\varphi_1}} \right) \qquad (0 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_1, \quad -\infty < t < 0). \tag{3.7}$$

4. *Определение жесткости и напряжений при кручении.* Жесткость при кручении и напряжения определяются по формулам

$$C = 4nG \iint_{\Omega} U(r, \varphi)\, r\,dr\,d\varphi =$$

$$= 4nG \left\{ -\frac{a^4\varphi_1}{8} - \frac{b^4\varphi_2}{8} + \frac{a^4}{\varphi_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_k^2(\alpha_k+2)} + \right.$$

$$+ \frac{2b^4}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_k^2(4-\gamma_k^2)} - \frac{b^4}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{cth} \gamma_k t_1}{\gamma_k(4-\gamma_k^2)} +$$

$$+ \frac{a^2b^2}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_k(4-\gamma_k^2)\operatorname{sh}\gamma_k t_1} + \frac{a^4}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k \operatorname{th} \beta_k \varphi_2}{(4+\beta_k^2)^2} [1 + (-1)^{k+1} e^{2t_1}]^2 -$$

$$- a^4 \int_0^{\infty} D^{(2)}(z) \frac{\operatorname{th} z\varphi_1 + \operatorname{th} z\varphi_2}{4+z^2} dz +$$

$$\left. + a^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k^{(2)}(1 + \operatorname{cth} \gamma_k t_1)}{4-\gamma_k^2} - b^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k^{(2)}}{(4-\gamma_k^2)\operatorname{sh}\gamma_k t_1} \right\}, \qquad (4.1)$$

где Ω — площадь $\frac{1}{2n}$-ой части сечения стержня,

$$\tau_{rz} = \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \varphi} G\tau = \frac{e^{-t}}{a}\frac{\partial U}{\partial \varphi} G\tau,$$

$$\tau_{z\varphi}' = -\frac{\partial U}{\partial r} G\tau = -\frac{e^{-t}}{a}\frac{\partial U}{\partial t} G\tau. \qquad (4.2)$$

Аналогичным методом могут быть получены решения задач о кручении и изгибе призматических стержней с сечениями в виде круга с симметрично расположенными выточками и отверстиями в форме кольцевого сектора.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Բ. Լ. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ

Սեպաձև ընդերկայնական ակոսներով կլոր գլանաձև ձողերի ոլորումը

Սեպաձև ընդերկայնական մեկ ակոսով կլոր գլանաձև ձողերի ոլորման համար կոնֆորմ արտապատկերման եղանակի օգտագործմամբ մոտավոր լուծում է տրված Սահնենկոյի և Դումիտրեսկուի աշխատանքում (¹)։

Այլ ձևի ընդերկայնական ակոսներով կլոր ձողերի ոլորման հարցին են նվիրված (2–8) աշխատանքները։

Ներկա հոդվածում բերվում է սիմետրիկ դասավորված, սեպաձև ընդերկայնական ակոսներով կլոր գլանաձև ձողերի ոլորման խնդրի ճշգրիտ լուծումը։

Խնդրի լուծման ընթացքում օգտագործված է 1948 թվին Ն. Խ. Հարությունյանի (9) կողմից առաջարկված օժանդակ ֆունկցիաների ներմուծման եղանակը։

Հայտնի է, որ ձողերի ոլորման խնդիրներում լարման ֆունկցիան ձողի ընդլայնական կտրվածքի տիրույթում բավարարում է (1.1) հավասարմանը, իսկ կտրվածքի տիրույթի եզրագծի վրա դառնում է զերո։

Ելնելով կտրվածքի տիրույթի սիմետրիկությունից (նկ. 1), $U(r,\varphi)$ լարման ֆունկցիան որոնում ենք միայն կտրվածքի տիրույթի $\frac{1}{2n}$-րդ մասում (գծ. 2), որտեղ n-ը ակոսների թիվն է։ Լուծումը կտրվածքի ամբողջ տիրույթի վրա տարածելու համար պահանջում ենք, որ լարման ֆունկցիայի նորմալ ածանցյալները սիմետրիկայի առանցքների վրա հավասար լինեն զերոյի (այդ բխում է ոլորման մեմբրանային անալոգիայից)։ $U(r,\varphi)$ ֆունկցիան կտրվածքի տիրույթի $\frac{1}{2n}$-րդ մասում որոշելիս այդ տիրույթը իր հերթին բաժանում ենք 3 պարզագույն տիրույթների։ Լարման ֆունկցիան որոշվում է այդ տիրույթներում օժանդակ ֆունկցիաներով, որոնք տիրույթների կցման գծերի վրա բավարարում են կցման պայմաններին։

Խնդրի լուծումը ստացված է Ֆուրյեի շարքերով և ինտեգրալներով։ Օգտագործված է նաև Ֆուրյեի ինտեգրալ ձևափոխությունը։

Առաջարկված եղանակով կարելի է ստանալ սիմետրիկ դասավորված օղակային սեկտորի տեսքի ընդերկայնական փորվածքներով սնամեջ ձողերի ոլորման և ծռման մի շարք խնդիրների լուծումները։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Стэнеску* и *Думитреску*, „Torsiunea barelor cilindrice prevăzute cu canal de pana". Comun. Acad. RPR, 8, № 6, 563–570, 1958. [2] *Гронвол*, Trans. American Mathematical Society, Vol. 20, 234–344, 1919. [3] *К. Вебер*, Forschungsarbeiten, Heft № 249, 1921. [4] *C. Weber, W. Günther*, Torsionstheorie, S. 30—31 und 75—76, Berlin, 1958. [5] *Шенферо*, Proceedings of the Royal Society of London, Ser. „A", Vol. 138, 607—634, 1932. [6] *X. Окубо*, Journal of Applied Mechanics, Vol. 17, № 4, 359—362, 1950. [7] *X. Окубо*, The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 3, part 2, 162–172, 1950. [8] *Паркус*, Österrech. Ing.-Arch. 3, 336—344, 1949. [9] *Н. X. Арутюнян*, ПММ, т. XIII, в. 1, 107–112 (1949); ДАН АрмССР, т. IX; № 2 (1948). [10] *Е. Титчмарш*, Введение в теорию интегралов Фурье, М.-Л., ОГИЗ, 1948.