

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Э. Е. Хачиян

Учет высших форм колебаний и рассеяния энергии
при определении сейсмической нагрузки

(Представлено А. Г. Назаровым 12.IX.1958)

Определение сейсмических сил и их подробный анализ встречается на своем пути большие трудности из-за необходимости точного учета закона движения почвы во время землетрясения.

Наиболее значительным движением вперед в анализе сейсмических сил было введение понятия о сейсмическом спектре, который дает зависимость коэффициента динамичности β от периода свободных колебаний сооружений T . На основе анализа фактических данных найдено целесообразным представление спектральной кривой $\beta(T)$ в виде прямого отрезка, параллельного оси T на участке малых T , а далее в виде гиперболы. По спектру данного землетрясения возможно довольно точно определить максимальные силы, которые будут вызваны в какой-либо системе с одной степенью свободы. Следовательно, сейсмический спектр является прямым средством для анализа простых сооружений, которые могут быть представлены как системы с одной степенью свободы.

Однако многоэтажные здания с густым расположением внутренних капитальных стен нельзя принимать как системы с одной степенью свободы. Для динамического анализа такие сооружения в первом приближении представляют как консольный брус постоянного или переменного сечения с равномерно распределенными массами. Следовательно, имеем систему с бесконечным числом степеней свободы.

Наинишшая или основная форма колебаний обычно считается главной при учете сейсмического воздействия. Тем не менее возникает вопрос о роли высших форм колебаний, которые обычно пренебрегаются.

Известно, что колебания точек системы, вызванные начальными смещениями и скоростями, довольно быстро затухают. Следовательно, относительная роль форм колебаний зависит частично от величины затухания, присущей данной форме колебания. При учете затухания колебаний принимаем гипотезу Е. С. Сорокина ⁽¹⁾. Логарифмический

декремент затухания принимаем независимым от формы колебаний, хотя в действительности он может быть различным для отдельных форм колебаний, ибо отдельные формы колебаний характеризуются разными отношениями между деформациями изгиба и сдвига, а коэффициент внутреннего трения в принципе должен быть различным при изгибных и сдвиговых колебаниях. Но для качественного анализа предположение о постоянстве декремента затухания для всех форм колебаний не приводит к большим погрешностям.

Уравнение свободных колебаний при этом при учете или только изгиба, или сдвига соответственно будет:

$$\begin{aligned} e^{ia} EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{q}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= 0, \\ e^{ia} kFG \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{q}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Нормальные координаты q_j , характеризующие колебания рассматриваемого бруса при колебаниях почвы в направлении оси y по закону $y_0(t)$, при нулевых начальных условиях имеют вид:

$$q_j(t) = -\frac{\beta_j}{p_j} \int_0^t e^{-\frac{a}{2} p_j(t-\xi)} y_0'(\xi) \sin p_j(t-\xi) d\xi. \quad (2)$$

Приводим анализ влияния 2-й и 3-й форм при изгибных колебаниях и 2-й, 3-й, 4-й и 5-й форм при сдвиговых колебаниях бруса на величину изгибающих моментов и поперечных сил под действием сейсмического удара и толчка.

Из выражения (2) для сейсмического толчка и удара соответственно получим (2):

$$\begin{aligned} q_j(t) &= -\frac{\beta_j}{p_j^2} \frac{4y_0'}{4+a^2} \left[1 - e^{-\frac{a}{2} p_j t} \left(\frac{a}{2} \sin p_j t + \cos p_j t \right) \right] \\ q_j(t) &= -\frac{\beta_j}{p_j} v e^{-p_j \frac{a}{2} t} \sin p_j t. \end{aligned} \quad (3)$$

Значения изгибающих моментов и поперечных сил, отвечающих деформированному состоянию $\Sigma Y_j(x) q_j(t)$, где $Y_j(x)$ фундаментальные функции, соответственно будут: при сейсмическом толчке

$$\begin{aligned} M &= -\frac{ql^2}{g} y_0' a_1(x, t), \\ Q &= -\frac{ql}{g} y_0' \beta_1(x, t), \end{aligned} \quad (4)$$

при сейсмическом ударе

$$M = -\frac{ql^2}{g} v \frac{2\pi}{T_1} \alpha_2(x, t),$$

$$Q = -\frac{ql}{g} v \frac{2\pi}{T_1} \beta_2(x, t),$$
(5)

где коэффициенты $\alpha_1(x, t)$, $\alpha_2(x, t)$, $\beta_1(x, t)$ и $\beta_2(x, t)$ безразмерные величины, зависящие от коэффициента внутреннего трения α и фундаментальных функций при свободных колебаниях, T_1 — период основного тона свободных колебаний. Как видно из формул (4) и (5), изгибающие моменты и поперечные силы при сейсмическом толчке не зависят от периода свободных колебаний бруса, а при сейсмическом ударе обратно пропорциональны периоду свободных колебаний. Следовательно, сейсмический толчок соответствует участку кривой $\beta(T) = \beta_0 = \text{const}$, а сейсмический удар — гиперболическому участку кривой $\beta(T)$.

Для определения максимальных напряжений при сейсмическом ударе, ввиду затухания колебаний, исследуется малый промежуток времени в окрестности первой четверти основного периода колебаний, а при сейсмическом толчке — в окрестности первой половины основного периода колебаний (2).

Результаты численных вычислений значений изгибающих моментов и поперечных сил по формулам (4) и (5) показывают, что при наложении трех или пяти форм колебаний максимальные значения изгибающих моментов и поперечных сил для различных сечений бруса, при разных затуханиях, получаются в различное время.

Сравнительный анализ влияния высших форм при различной оценке сейсмической нагрузки показывает, что оценка по невыгоднейшим сочетаниям, предложенная А. Г. Назаровым (3), применима при малых затуханиях; чем сильнее затухание, тем к большему запасу приводит эта оценка. Оценка по наипасной форме, предложенная И. Л. Корчинским (4), применима только при больших затуханиях; при малых затуханиях эта оценка приводит к уменьшению действительных сейсмических нагрузок.

Таким образом, расчетная схема А. Г. Назарова, как отмечено им самим (5), дает верхнюю границу сейсмической нагрузки, а схема И. Л. Корчинского — нижнюю границу сейсмической нагрузки. Истинное значение сейсмической нагрузки по наложению трех или более форм колебаний находится где-то в промежутке. Результаты исследований показали, что верхняя и нижняя границы сейсмических нагрузок отличаются от истинной примерно на 40—50 %.

При учете только основного тона колебаний расчет с достаточной точностью можно провести статически. При сейсмическом толчке и при средних затуханиях расчет можно вести при удвоенной статической нагрузке.

Влияние высших форм колебаний при сдвиговых колебаниях бруса постоянного сечения меньше, нежели при изгибных колебаниях,

что следует объяснить более медленным возрастанием фундаментальных функций по высоте бруса при сдвиговых колебаниях. При сдвиговых колебаниях бруса постоянного сечения наипасной формой колебаний по высоте является только первая.

Наивыгоднейшие сочетания при сдвиге приводят к большим погрешностям, чем при изгибе, что можно объяснить более медленной сходимостью ряда из фундаментальных функций при деформациях сдвига по сравнению с аналогичным рядом при деформациях изгиба.

Влияние высших форм возрастает в сооружениях переменной жесткости. В частности анализ исследований (6) сдвиговых колебаний бруса, имеющего две ступени по высоте, отличающиеся своими жесткостями и погонными массами (к такой схеме можно привести здания с легкой надстройкой, с жестким цоколем и с некоторой точностью здания на гибких опорах), показывает, что, если в брус постоянного сечения в нижних частях влияние первой формы, при определении сейсмической нагрузки, всегда больше, чем остальных форм колебаний, а влияние высших форм больше в верхних частях, то в ступенчатом брус значение второй и даже третьей форм колебаний в нижних и верхних частях бруса намного больше, чем значение первой формы колебания, которое существенно только в средних частях бруса. Исследования показывают, что при уменьшении жесткости по высоте влияние высших форм возрастает, а при увеличении—убывает.

Естественно предполагать, что при изгибных колебаниях ступенчатого бруса влияние высших форм должно быть еще сильнее, чем при сдвиговых колебаниях. Поэтому расчет таких сооружений на сейсмостойкость (дымовые трубы, массивные памятники, конусообразные колонны, здания и сооружения башенного типа) необходимо вести с учетом трех или более форм колебаний.

Таким образом, в результате исследовано влияние высших форм колебаний и рассеяния энергии на величину изгибающих моментов и поперечных сил при колебаниях консольного бруса, претерпевающего либо деформации изгиба, либо деформации сдвига под действием сейсмического удара и толчка. Конечно, для получения полного представления о напряженном состоянии бруса необходимо также исследовать распределение изгибающих моментов и поперечных сил при их совместном учете. Однако деформации гибких сооружений определяются, главным образом, изгибающими моментами, а деформации жестких сооружений — поперечными силами. Поэтому полученные результаты служат основанием для некоторых общих выводов.

1. Влияние рассеяния энергии и высших форм колебаний достаточно велики и их неучет при расчетах может привести к большим погрешностям.

2. Влияние высших форм колебаний при сейсмическом ударе более существенно, нежели при сейсмическом толчке.

3. Во всех случаях при увеличении коэффициента внутреннего трения в два раза расчетные величины в среднем уменьшаются на 10—15 %. Таким образом, при ударных воздействиях не следует особенно добиваться большого затухания.

4. Непосредственное указание на важность высших форм колебаний получается из сравнения значения изгибающих моментов и поперечных сил, развиваемых в первой форме колебаний с их полным значением при учете трех или более форм колебаний.

В нижних частях бруса постоянного сечения вторая и третья формы колебаний в среднем увеличивают на 30—40 % изгибающий момент, развиваемый в брусе от первой формы колебаний. Влияние высших форм возрастает в верхних частях бруса, где неучет второй и третьей формы колебаний приводит к существенным погрешностям.

В нижних частях бруса 2—5-я формы в среднем уменьшают на 5—10% поперечную силу, развиваемую в брусе от первой формы колебания. В верхних частях поперечная сила, развиваемая в первой форме колебаний, в два и более раза меньше его истинного значения. Приведенные расчетные данные намного возрастают в сооружениях ступенчатого очертания по высоте.

5. В начале сейсмического возмущения максимальные напряжения имеют место в верхних частях бруса при изгибных колебаниях, обусловленных высшими формами, и в нижних частях бруса при сдвиговых колебаниях, обусловленных низшими формами. Поэтому в гибких сооружениях, где преобладают деформации изгиба, высшие формы в верхних частях в начале сейсмического возмущения могут оказать вредное действие тогда, когда в основании сооружения имеют место еще слабые напряжения. Поэтому разрушение гибких сооружений наиболее вероятно в верхних частях, а жестких сооружений — в нижних частях, что в общем соответствует разрушениям при землетрясениях.

6. С увеличением затухания влияние высших форм убывает, так как коэффициент затухания обратно пропорционален периоду колебаний. Например, при изгибных колебаниях коэффициент затухания третьего тона выразится $\alpha_3 = \left(\frac{7,855}{1,875}\right)^2 \alpha_1 = 17,6 \alpha_1$, т. е. в 17,6 раза больше, чем коэффициент затухания первого тона.

7. Максимальные значения изгибающих моментов и поперечных сил в различных сечениях по высоте бруса получаются в разное время, которое практически не зависит от коэффициента внутреннего трения.

8. Распределение изгибающих моментов и поперечных сил по высоте бруса и их максимальные значения при сейсмическом ударе не зависят от высоты бруса. Этот вывод имеет существенное значение в вопросе о влиянии высоты здания на его сейсмостойкость.

9. В верхних частях бруса получаются большие величины изгибающих моментов и поперечных сил (в сравнении с основанием бруса), что может иметь решающее значение для разрушения сооружений из материалов, плохо сопротивляющихся растяжению и срезу. Этим можно объяснить непропорционально большие повреждения верхних частей сооружений, наблюдаемые при землетрясениях. Поэтому возникает вопрос о необходимости ввода дополнительных мероприятий, обеспечивающих прочность верхних частей зданий и сооружений.

Институт строительных материалов и сооружений
Министерства строительства Армянской ССР

Է. Ե. ԽԱԶԻՅԱՆ

Սեյսմիկ ուժերի հաշվումը տատանման բարձր ձևերի և էներգիայի ցրման հաշվառումով

Աշխատանքը նվիրված է սեյսմիկ ուժերի հաշվառման ժամանակ տատանման բարձր ձևերի և էներգիայի ցրման ազդեցությունը:

Աշխատանքից բխում են հետևյալ եզրակացությունները.

1. Տատանման բարձր ձևերի և էներգիայի ցրման ազդեցությունը բավականաչափ մեծ է և հաշվումների ժամանակ դրանց արհամարհումը կարող է բերել մեծ սխալների:

2. Ներքին փման գործակիցը երկու անգամ մեծացնելիս հաշվային մեծությունները փոքրանում են 10—15%:

3. Ծուման տատանումների դեպքում ձողի ներքևի մասերում 2-րդ և 3-րդ ձևերը ազնվացնում են տատանման առաջին ձևից առաջացած ծող մոմենտի մեծությունը 30—40%: Բարձր ձևերի ազդեցությունը մեծանում է ձողի վերևի մասերում, որտեղ նրանց արհամարհումը բերում է էական սխալների:

4. Սահի տատանումների դեպքում 2—5 ձևերը ձողի ներքևի մասերում փոքրացնում են տատանման առաջին ձևից առաջացած կտրող ուժի արժեքը 5—10%: Ձողի վերևի մասերում 2—5 ձևերի արհամարհումը երկու և ավելի անգամ փոքրացնում է կտրող ուժի արժեքը:

5. Սեյսմիկ հատվածի ժամանակ ծող մոմենտի և կտրող ուժի բաշխումի բստ ձողի բարձրություն և նրանց մաքսիմալ արժեքների կախված չեն ձողի բարձրությունից:

6. Ձողի վերևի մասերում ստացվում են կտրող ուժերի և ծող մոմենտների համեմատաբար մեծ արժեքներ, որը կարող է մեծ ազդեցություն ունենալ ձգման և կտրման վատ դիմադրող նյութերից կառուցված շենքերի քայքայման գործում: Հետևաբար հարկ է ծագում շենքերի վերևի մասերում լրացուցիչ հակասեյսմիկ միջոցառում կիրառելու մասին:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Е. С. Сорокин, Сб. Исследование по динамике сооружений, Стройиздат, 1951.
² Э. Е. Хачиян, „Изв. АН АрмССР“, (серия техн. наук) № 6, 1957. ³ А. Г. Назаров, Метод инженерного анализа сейсмических сил, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1956. ⁴ И. Л. Корчинский, Расчет сооружений на сейсмическое воздействие, Гос. изд. лит. по строит. и архитек., М., 1954. ⁵ А. Г. Назаров, „Изв. АН АрмССР“ (серия физ.-мат. естеств. и техн. наук), т. IX, № 10 (1956). ⁶ Э. Е. Хачиян, ДАН АрмССР, т. XXVI, № 5 (1958).