ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XXVI 1958 3

ФИЗИКА

Р. Б. Бегжанов и В. М. Харитонов

О постановке опытов по определению пробегов взаимодействия и о статистических ошибках измерений

(Представлено А. И. Алиханяном 2. XII. 1957)

Обычно при измерении пробегов поглощения или взаимодействия средне-квадратичную ошибку измерений определяют по формуле $\delta=\sqrt{N}$, где N —число зарегистрированных частиц. Это соотношение соответствует распределению Пуассона.

В действительности имеет место биномальное распределение, при котором средне-квадратичная ошибка равна:

$$\delta=\sqrt{N_0 p(1-p)}\ . \tag{1}$$

где N_0—первичный поток, а p—вероятность прохождения частицы через фильтр без взаимодействия

$$p=e^{-\frac{t}{L}} \tag{2}$$

(t—толщина фильтра, L—пробег взаимодействия).

Обозначив через N число частиц, прошедших без взаимодействия, а ΔN—число частиц, испытавших взаимодействие, из (1) получаем:

$$\delta=\sqrt{N(1-p)}=\sqrt{\Delta N\cdot p}\ .$$

Распределение Пуассона и формула $\delta=\sqrt{N}$ будут иметь место: для частиц, прошедших фильтр без взаимодействия—в случае очень толстых фильтров, когда $p\ll 1$, $((1-p)\sim 1,\ N\ll N_0)$; для частиц, испытавших взаимодействие—в случае очень тонких фильтров, когда $p\sim 1$, $((1-p)\ll 1,\ \Delta N\ll N_0)$. Как видно будет ниже, оба эти варианта постановки опыта невыгодны с точки зрения статистической ошибки измерений при заданной общей статистике (N_0).

Из (1) для относительной средне-квадратичной ошибки в величине пробега взаимодействия σ_L/L получаем:

$$\frac{\sigma_L}{L} = \frac{1}{\sqrt{N_0}} \cdot \frac{L}{t} \left(e^{\frac{t}{L}} - 1 \right)^{1/2}. \qquad (3)$$

Зависимость (3) от толщины фильтра показана на рис. 1 (кривая *а*). Интересно заметить, что при заданном N_0 средне-квадратичная ошибка (3) имеет минимум при $\frac{t}{L} = 1{,}59$. Отсюда следует, что простое увеличение толщины фильтра свыше 1,6 ожидаемого значения L приве-

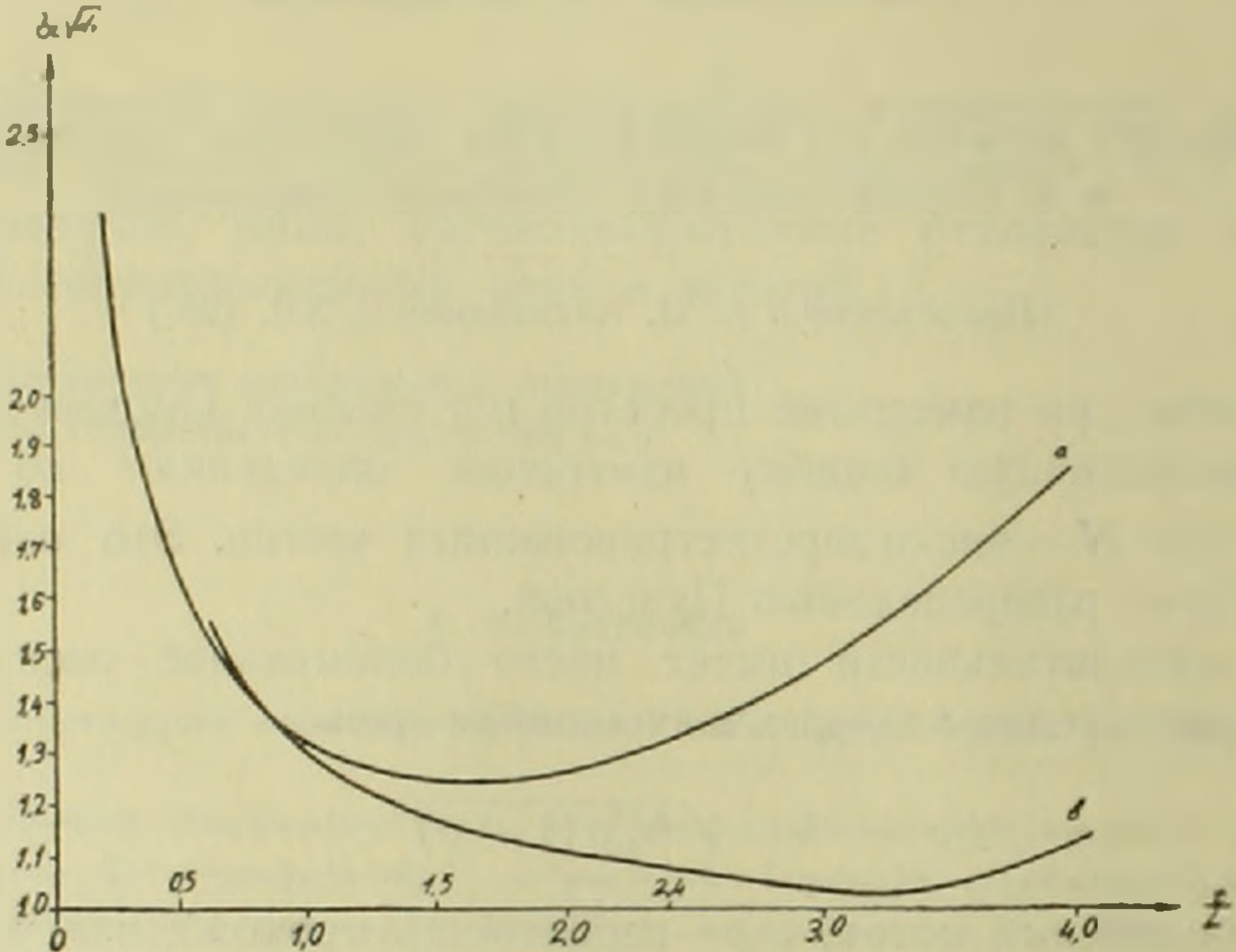

Рис. 1. *а*—зависимость относительной средне-квадратичной ошибки от толщины фильтра; *б*—минимальные ошибки, получающиеся при разделении фильтра на две части.

дет не к повышению, а к понижению точности результата. Минимальная ошибка при оптимальной толщине фильтра $\frac{t}{L} = 1{,}6$ составляет $\frac{124}{\sqrt{N_0}}\%$.

Рассмотрим следующую задачу: пусть мы имеем фильтр толщиной t. Разобьем его на две части толщиной

$$t_1 = xt, \qquad (4)$$
$$t_2 = (1 - x)\, t.$$

В этом случае ошибка в определении величины L будет равна

$$\frac{\sigma_L}{L} = \frac{1}{\sqrt{N_0}} \cdot \frac{L}{t} \cdot F_{(x)}^{-1/2}, \qquad (5)$$

где

$$F(x)=\frac{x^2}{e^{\frac{xt}{L}}-1}+\frac{(1-x)^2 e^{-\frac{xt}{L}}}{e^{(1-x)\frac{t}{L}}-1}. \tag{6}$$

Минимум относительной средне-квадратичной ошибки (5) достигается при максимальном значении функции $F(x)$. Значения x и $\frac{t}{L}$, при которых $F(x)$ достигает максимума, приведены на рис. 2. Кривая *б* на рис. 1 показывает получающиеся при этом ошибки. Как видно из рис. 1, разделение фильтра на две части имеет смысл только в том случае, если фильтр толще, чем 1,2—1,5 ожидаемого значения пробега взаимодействия. Минимум ошибки при разделенном фильтре, как и следовало ожидать, достигается при $t=3{,}2\,L$, причем минимальная ошибка составляет $\frac{102}{\sqrt{N_0}}\%$.

При той же толщине и не разделенном фильтре ошибка составит $\frac{150}{\sqrt{N_0}}\%$.

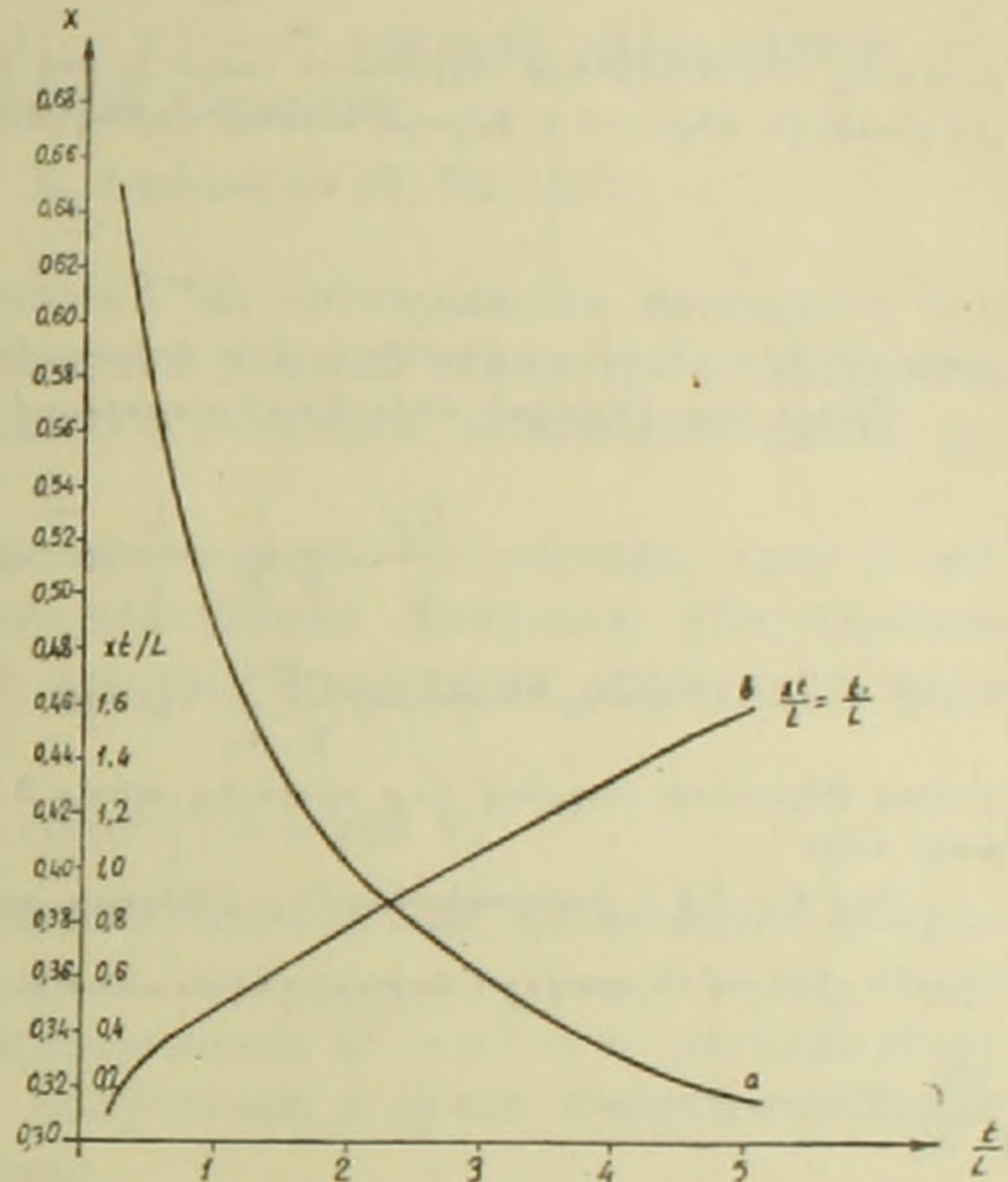

Рис. 2. *а*—зависимость величины x, при которой достигается минимальная ошибка при разделении фильтра на две части; *б*—зависимость оптимальной толщины одного из фильтров от суммарной толщины фильтров.

При больших толщинах можно разделить фильтр уже на 3 части. Однако сомнительно, чтобы получающееся при этом уточнение оправдывало усложнение установки. Само собою разумеется, что приведенные выше соображения о разделении фильтра на несколько частей не относятся к тому случаю, когда разделение проводится с целью идентификации тех или иных процессов определенного типа.

Физический институт
Академии наук Армянской ССР
Физико-технический институт
Академии наук Узбекской ССР

Ռ. Բ. ԲԵԳԺԱՆՈՎ ԵՎ Վ. Մ. ԽԱՐԻՏՈՆՈՎ

Փոխազդման վազքի երկարությունը որոշող փորձերի և չափման արդյունքների ստատիստիկական սխալների մասին

Ընդհանրապես փոխազդման կամ կլանման վազքի երկարությունները չափելիս, որպես չափման արդյունքի միջին քառակուսային սխալ ընդունվում է $\sqrt{N}$ մեծությունը, համապատասխան Պուասսոնի բաշխման։ Իրականում տեղի ունի բինոմական բաշխում և միջին քառակուսային սխալը հավասար է՝

$$\sqrt{N_0 p (1-p)},$$

որտեղ N_0-ն մասնիկների սկզբնական հոսքն է, իսկ p-ն հավանականությունն է այն բանի, երբ մասնիկն անցնում է ֆիլտրն առանց փոխազդելու և հավասար է՝

$$p = e^{-\frac{t}{L}},$$

որտեղ t-ն ֆիլտրի հաստությունն է, L-ը փոխազդման վազքի երկարությունը։

Սխալի հարաբերական մեծությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\frac{G_L}{L} = \frac{1}{\sqrt{N_0}} \frac{L}{t} \left(e^{\frac{t}{L}} - 1\right)^{1/2},$$

և ունի մինիմում արժեք՝ հավասար $\frac{124}{\sqrt{N_0}}\%$, երբ $\frac{t}{L} = 1{,}59$։ Փոքր և մեծ հաստություն ունեցող ֆիլտրերի դեպքում L-ը որոշելիս պետք է նկատի ունենալ L-ի հարաբերական սխալի աճը։

Երբ $t > 1{,}2\,L$ նպատակահարմար է ֆիլտրը բաժանել երկու մասի, ըստ որում, այդ միջոցին դիմելով հնարավոր է հարաբերական ստատիստիկական սխալը՝ $\frac{G_L}{L}$ որոշել մինչև $\frac{100}{\sqrt{N_0}}\%$ ճշտությամբ։