ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

XXII 1956 3

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

С. С. Дарбинян

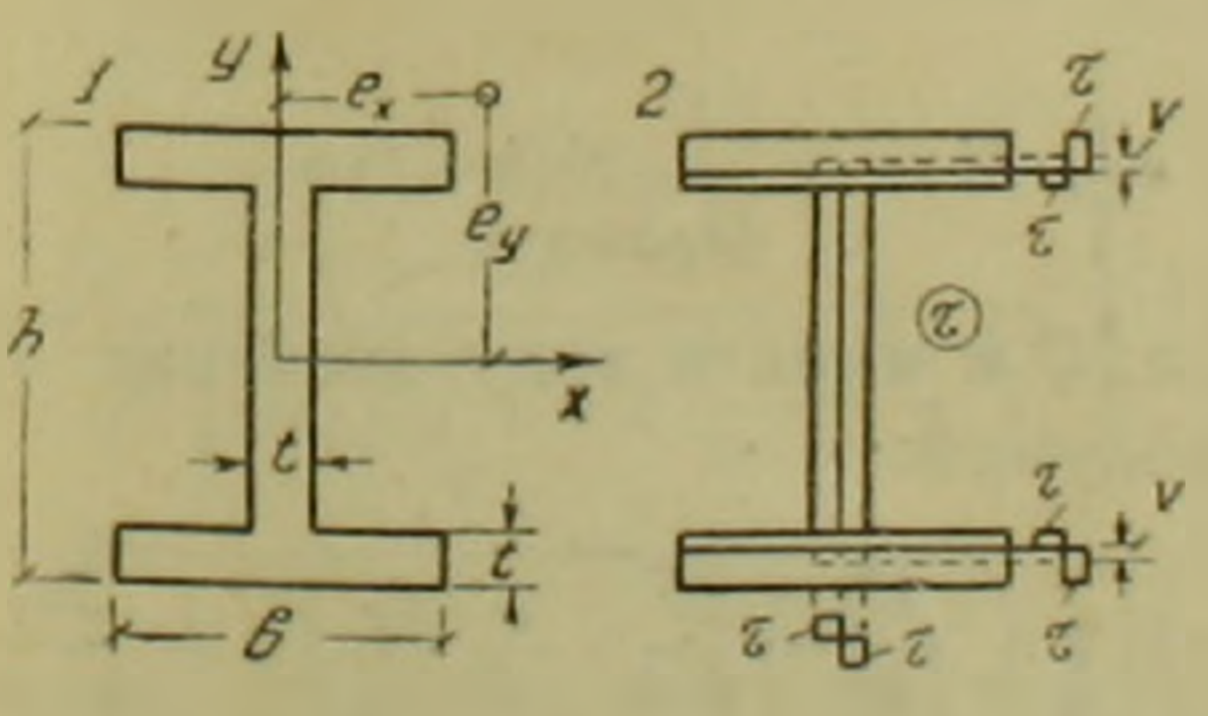
К вопросу о несущей способности внецентренно-сжатых коротких стальных стержней

(Представлено А. Г. Назаровым 31.X. 1955)

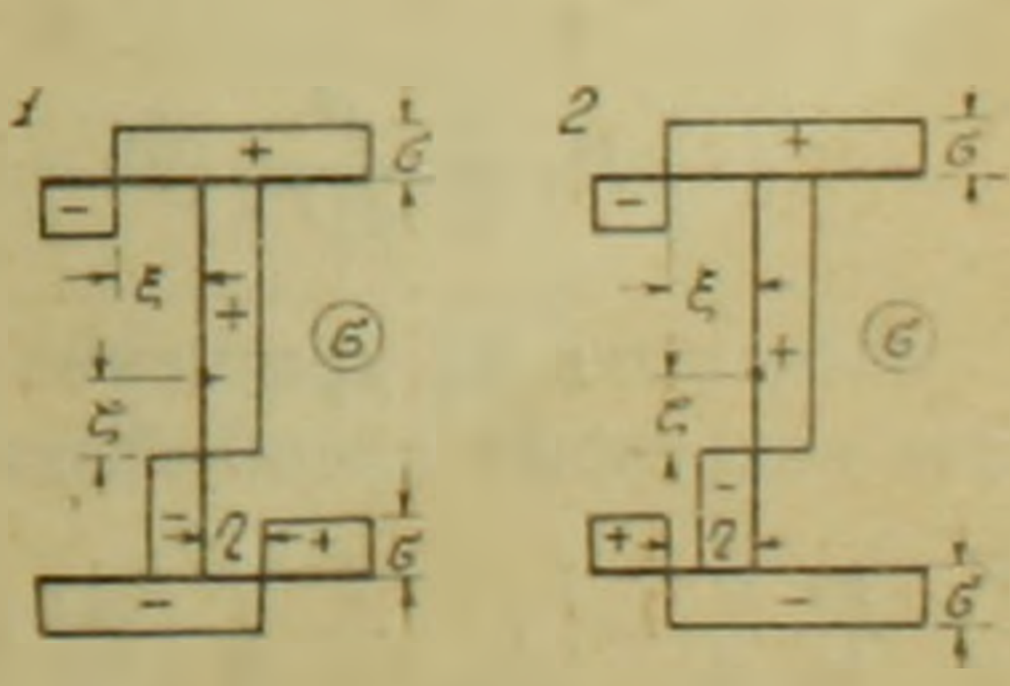
Рассматривается несущая способность короткого стержня двутаврового сечения под действием продольных сжимающих сил P, приложенных по концам стержня с эксцентриситетом e_x, e_y (фиг. 1,*1*).

Предполагается, что материал за пределами упругости обладает свойством идеальной пластичности; предельное состояние стержня наступает в момент распространения пластических деформаций по всему опасному сечению стержня, причем закон распределения нормальных и касательных напряжений в предельном состоянии сечения принимается прямолинейным; нормальные напряжения по толщине стенки и полок остаются постоянными, а касательные напряжения изменяются по схеме, показанной на фиг. 1,*2*. Принимается, что напряжения, возникающие в результате поперечного изгиба стержня, пренебрежимо малы.

В силу принятых предпосылок в опасном сечении внецентренно-сжатого стержня, находящегося в предельном состоянии, эпюры касательных и нормальных напряжений будут иметь вид, показанный на фиг. 1,*2* и 2.



Фиг. 1. *1*—сечение стержня; *2*—эпюра касательных напряжений.



Фиг. 2. Эпюры нормальных напряжений.

В стержне возникают нормальные напряжения σ под действием продольной силы P, изгибающих моментов $M_x = P \cdot e_y$, $M_y = P \cdot e_x$ и бимомента $B = P \cdot e_x \cdot e_y$ и касательные напряжения τ от изгибно-крутящего момента M_ω и крутящего момента H.

Для рассматриваемых эпюр нормальных напряжений получим следующие уравнения равновесия ([1]):

$$\frac{P}{2t\sigma} = \xi - \eta + \zeta$$

$$\frac{M_x}{t(h-t)\cdot\sigma} = \frac{h-t}{4} + \xi + \eta - \frac{\zeta^2}{h-t},$$

$$\frac{M_y}{t\cdot\sigma} = \varkappa_1 - \xi^2 \mp \eta^2, \tag{1}$$

$$\frac{2\cdot B}{t(h-t)\sigma} = \varkappa_2 - \xi^2 \pm \eta^2,$$

где постоянные $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ в зависимости от напряженного состояния равны $\frac{b^2}{4}$ или 0.

На основании эпюры касательных напряжений (фиг. 1,*2*) получим следующие условия равновесия ([2]):

$$H = 4\tau b\left(\frac{t^2}{4} - v^2\right) + \tau(h-t)\frac{t^2}{2},$$

$$M_\omega = 2\tau b(h-t)\cdot v. \tag{2}$$

В рассматриваемом случае условие пластичности Мизеса-Генки имеет вид ([3]):

$$\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_{\text{т}}^2 \tag{3}$$

На основании (2) и (3), принимая $\tau_{\text{т}} = \frac{\sigma_{\text{т}}}{\sqrt{3}}$, получим:

$$\sigma = A\cdot\sigma_{\text{т}}, \tag{4}$$

где

$$A^2 = 1 - \frac{H^2}{2H_{\text{т}}^2} - \frac{2\,b\,M_\omega^2}{M_{\omega\text{т}}^2(2b+h-t)} - \frac{H}{H_{\text{т}}}\sqrt{\frac{H^2}{4H_{\text{т}}^2} + \frac{2b\,M_\omega^2}{M_{\omega\text{т}}^2(2b+h-t)}},$$

$$H_{\text{т}} = \frac{t^2}{2\sqrt{3}}(2b+h-t)\cdot\sigma_{\text{т}},\quad M_{\omega\text{т}} = \frac{1}{\sqrt{3}}tb(h-t)\,\sigma_{\text{т}}. \tag{5}$$

Исключая из уравнений (1) ξ, η, ζ и имея в виду значения σ (4), после некоторых преобразований получим:

$$\frac{4\cdot F}{t\cdot h}\cdot\frac{e_y}{h}\frac{\varphi}{A} - \left(1-\frac{t}{h}\right)^2 - 2\left(1-\frac{t}{h}\right)\left[\sqrt{\frac{b^2}{h^2} - \frac{2F}{t\cdot h}\cdot\frac{\varphi}{A}\frac{e_x}{h}\left(1+\frac{2e_y}{h-t}\right)} +\right.$$

$$\left.+\sqrt{\frac{b^2}{h^2} \mp \frac{2F}{th}\frac{\varphi}{A}\frac{e_x}{h}\left(1-\frac{2e_y}{h-t}\right)}\right] + \left[\frac{F}{th}\frac{\varphi}{A} -\right.$$

$$-\sqrt{\frac{b^2}{h^2} - \frac{2F}{th}\frac{\varphi}{A}\frac{e_x}{h}\left(1+\frac{2e_y}{h-t}\right)} +$$

$$+\sqrt{\frac{b^2}{h^2}\mp\frac{2F}{th}\frac{\varphi}{A}\frac{e_x}{h}\left(1-\frac{2e_y}{h-t}\right)}\Bigg]^2=0, \qquad (6)$$

где верхний знак под радикалом соответствует напряженному состоянию *1* (фиг. 2,*1*), а нижний знак—напряженному состоянию *2* (фиг. 2,*2*), $\varphi=\frac{P}{F\sigma_T}$.

Формула (6) при A, определенном по формуле (5), позволяет установить величину несущей способности короткого внецентренно-сжатого стержня двутаврового сечения, при двухосном эксцентриситете приложения силы и с учетом касательных напряжений.

Значения M_ω и H при заданных e_x, e_y зависят от жесткости при чистом кручении $C_k=GJ_d$ и секторнальной жесткости $C_\omega=E\cdot J_\omega$. За пределами упругости C_k и C_ω являются переменными величинами.

Вычисления, проделанные на основании работ Р. А. Межлумяна [4], показывают, что без существенной погрешности можно допустить, что за пределами упругости в опасном сечении для рассматриваемого профиля отношение $k^2=\frac{C_k}{C_\omega}$ остается постоянной величиной.

Такого рода предположение в отношении крутящей и изгибной жесткостей сделано С. П. Тимошенко [5] при исследовании задачи бокового выпучивания двутавровой балки, испытывающей напряжения за пределами упругости.

В этом случае мы сможем воспользоваться следующими соотношениями, полученными В. З. Власовым [6] для упругих тонкостенных стержней

$$-M_\omega=H=k\cdot B\,\mathrm{th}\,\frac{kL}{2}, \qquad (7)$$

где L — длина стержня.

На основании (7) выражение (5) можно преобразовать в следующем виде:

$$A^2=1-\varkappa\varphi^2\left(\frac{e_x}{h}\right)^2\cdot\left(\frac{e_y}{h}\right)^2, \qquad (8)$$

где

$$\varkappa=\frac{6F^2\cdot k^2}{t^2\left(\frac{t}{h}\right)^2\left(1+2\frac{b}{h}-\frac{t}{h}\right)^2}\left[1+\frac{\left(\frac{t}{h}\right)^2\left(1+2\frac{b}{h}-\frac{t}{h}\right)}{\frac{b}{h}\left(1-\frac{t}{h}\right)^2}+\right.$$

$$\left.+\sqrt{1+\frac{2\left(\frac{t}{h}\right)^2\left(1+2\frac{b}{h}-\frac{t}{h}\right)}{\frac{b}{h}\left(1-\frac{t}{h}\right)^2}}\right]\cdot\mathrm{th}^2\frac{kL}{2}. \qquad (9)$$

В табл. 1 результаты теории сопоставлены с опытными данными. В графе 1—4 приведены характеристики испытанных стальных стержней двутаврового сечения (фиг. 1,*1*).

В графе 6 приведены величины коэффициента $\varphi = \varphi_*$ без учета касательных напряжений, а в графе 5 величины φ с учетом касательных напряжений.

Результаты опыта ([1]) приведены в графе 7 табл. 1.

Таблица 1

$\frac{h}{t} = \frac{b}{t}$	t в *см*	L в *см*	σ_T в *т./см*^{2}	φ	φ_*	$\varphi_{оп}$	$\frac{\varphi_{оп}}{\varphi}$
1	2	3	4	5	6	7	8
19,2	0,25	62,6	2,43	0,27	0,28	0,25	0,93
8,0	0,6	62,6	2,43	0,26	0,28	0,25	0,96
4,8	1,0	62,6	2,43	0,25	0,27	0,25	1,00

Данные табл. 1 показывают, что при учете касательных напряжений расхождение между теоретическими и опытными данными уменьшается по сравнению с тем случаем, когда касательные напряжения не учитываются.

Величины φ_* вычислены на основании (6) для случая, когда $A = 1$, а величины φ — на основании (6) и (8), при значении эксцентриситета

$$\frac{e_x}{h} = 0{,}25\left(1 + \frac{t}{h}\right), \quad \frac{e_y}{h} = 0{,}5\left(1 - \frac{t}{h}\right).$$

Приношу благодарность В. В. Пинаджяну за научное руководство.

Институт строительных
материалов и сооружений
Академии наук Армянской ССР

Ս. Ս. ԴԱՐԲԻՆՅԱՆ

Արտակենտրոն սեղմված, պողպատյա կարճ ձողերի կրող ունակության հարցի մասին

Հոդվածում դիտվում է երկտավրային ընդլայնական կտրվածքով, պողպատյա կարճ ձողերի կրող ունակության հարցը, e_x և e_y էքսցենտրիսիտետով կիրառված ընդլայնական ուժերի ազդեցության տակ, շոշափող լարումների հաշվառումով։

(1) և (2) հավասարակշռության հավասարումների և (3) պլաստիկության պայմանի հիման վրա ստացված է (5) և (6) հավասարումները ձողի կրող ունակությունը որոշելու համար։ Վերջում φ գործակցի արժեքները համեմատված են [1] փորձի արդյունքների հետ։ Ցույց է տրված, որ շոշափող լարումները նկատի ունենալու դեպքում տեսության և փորձի արդյունքների տարբերությունը փոքրանում է, համեմատած այն դեպքի հետ, երբ շոշափող լարումները հաշվի չի առնվում։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *В. В. Пинаджян*, К вопросу о предельном состоянии коротких внецентренно сжатых стержней при двухосном эксцентриситете приложения силы. ДАН АрмССР № 2, т. XXI, 1955. [2] *А. И. Стрельбицкая*, Предельное состояние тонкостенного двутаврового сечения при сложном сопротивлении. Сб. тр. Института строительной механики АН УССР, № 15, Киев, 1951. [3] *А. А. Ильюшин*, Пластичность. М., 1948. [4] *Р. А. Межлумян*, Пространственная устойчивость конструкций при упруго-пластических деформациях. Инженерный сборник, т. XIV, М., 1953. [5] *С. П. Тимошенко*, Устойчивость упругих систем. Гостехиздат, М—Л., 1946. [6] *В. З. Власов*, Тонкостенные упругие стержни. М., 1940