ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

XXII 1956 2

ГИДРОМЕХАНИКА

В. Г. Саноян

Гидродинамический расчет плоских каналов произвольного очертания

(Представлено И. В. Егиазаровым 30. V. 1955)

Почти всякая промышленная установка, связанная с использованием находящихся в движении жидкостей или газов, всегда имеет в своем составе в качестве основных элементов расширяющиеся и сужающиеся каналы*. Правильный расчет их совершенно необходим для обеспечения удовлетворительного коэффициента полезного действия установки.

Для решения прямой задачи об определении поля скоростей и давлений в плоском канале произвольного профиля рассмотрим сначала решение обратной задачи: профилирование плоских каналов по заданному распределению скорости в плоскости симметрии.

Пусть в плоскости симметрии канала распределение скоростей выражается функцией $u_0 = f(x)$, тогда сопряженная скорость в любой точке течения будет:

$$\bar{V}(z) = u - iv = f(z), \tag{1}$$

где $z = x + iy$—комплексная координата.

Зная сопряженную скорость, легко найти комплексный потенциал χ, а, следовательно, функцию тока ψ и потенциал скоростей φ; имеем

$$\chi = \varphi + i\psi = \int \bar{V} dz = \int f(z) dz. \tag{2}$$

В качестве $f(x)$ можно взять функцию

$$f(x) = \frac{\mu + 1}{2} - \frac{\mu - 1}{2} \operatorname{th} x. \tag{3}$$

Эта функция характерна тем, что имеет две асимптоты, параллельные оси x и находящиеся от нее соответственно на расстояниях 1 и μ. В случае применения такой функции получающиеся линии тока тоже должны иметь две асимптоты, при этом μ будет отношением выходного сечения канала к входному (фиг. 1).

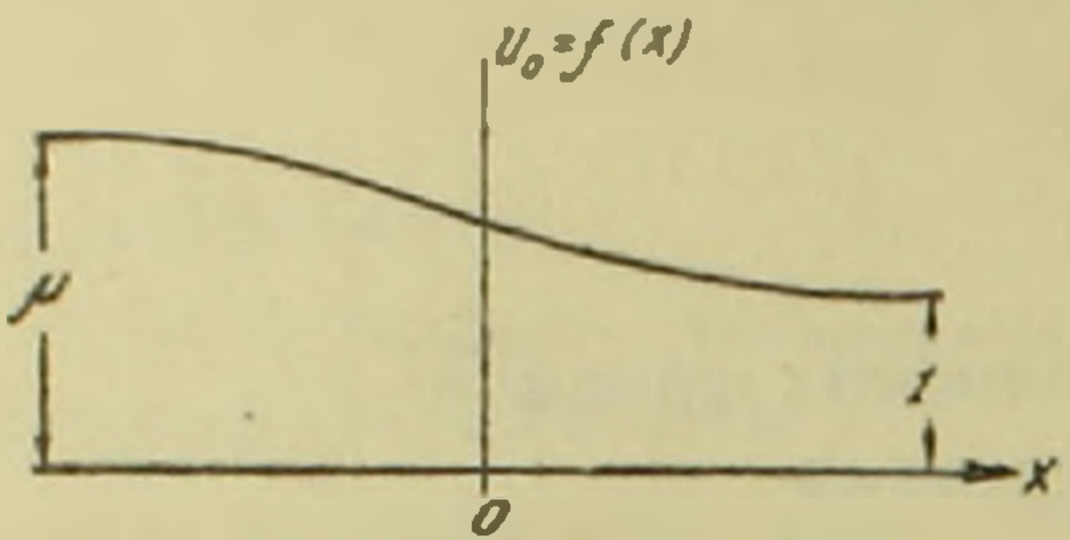
* Здесь и в дальнейшем подразумеваются напорные системы.

$$\mu = \frac{b_{вых}}{b_{вх}} .$$

Согласно (3), сопряженная скорость выразится формулой

$$V = \frac{\mu+1}{2} - \frac{\mu-1}{2}\,\mathrm{th} z. \tag{3'}$$

Тогда по формуле (2) найдем комплексный потенциал и функцию тока:



Фиг. 1.

$$\chi = \frac{\mu+1}{2} - \frac{\mu-1}{2}\,\ln \mathrm{ch} z, \tag{4}$$

$$\psi = \frac{\mu+1}{2}\,y - \frac{\mu-1}{2}\,\mathrm{arctg}\,(\mathrm{th} x \cdot \mathrm{tg} y). \tag{5}$$

Из выражения (5) можно найти связь между x и y через параметр ψ:

$$x = \mathrm{arth}\,\frac{\mathrm{tg}\left(\dfrac{\dfrac{\mu+1}{2}\,y - \psi}{\dfrac{\mu-1}{2}}\right)}{\mathrm{tg} y} . \tag{6}$$

Задавая различные значения ψ, по этой формуле можно построить криволинейные плоские диффузоры и конфузоры.

Составляющие скорости будут:

$$u = \frac{\mu+1}{2} - \frac{\mu-1}{2}\,\frac{\mathrm{sh} 2x}{\mathrm{ch} 2x + \cos 2y} , \tag{7}$$

$$v = \frac{\mu-1}{2}\,\frac{\sin 2y}{\mathrm{ch} 2x + \cos 2y} .$$

Квадрат полной скорости будет:

$$V^2 = \left(\frac{\mu+1}{2}\right)^2 + \frac{\left(\dfrac{\mu-1}{2}\right)^2 (\mathrm{ch} 2x - \cos 2y) - \dfrac{\mu^2-1}{2}\,\mathrm{sh} 2x}{\mathrm{ch} 2x + \cos 2y} . \tag{7'}$$

Очертания таким образом получающихся каналов будем называть теоретическими профилями.

Перейдем к решению прямой задачи об определении поля скоростей и давлений в канале заданного наперед очертания.

Метод основан на идее введения малых поправок в заранее известное теоретическое решение.

Сначала по формуле (6) для данных геометрических параметров ($b_{вх}$, $b_{вых}$, L) заданного канала строится его теоретическое очертание (на фиг. 2 пунктирная линия). Это теоретическое очертание в некотором интервале ($2l$) будет отличаться от очертания заданного канала (фиг. 2). Для устранения этого отличия прибавим такую дополнительную функцию распределения скорости в плоскости симметрии канала, которая практически отлична от нуля лишь в интервале, где имеется отклонение между заданной и теоретической кривыми.

Задаемся дополнительным распределением скорости в виде:

$$u_0^{(\text{д})} = \frac{a_1 + a_2 x}{\operatorname{ch}^2 \alpha x} \quad \text{или} \quad \overline{V}^{(\text{д})} = \frac{a_1 + a_2 z}{\operatorname{ch}^2 \alpha z}. \tag{7''}$$

Параметры a_1, a_2, α будут определены ниже.

Для удобства переместим начало координат в точку $0'$ (где имеется максимальное расхождение между заданной и теоретической кривыми).

Согласно (7) и (2) получим:

$$\chi^{(\text{д})} = \frac{1}{\alpha}(a_1 + a_2 z)\operatorname{th} z - \frac{a_2}{\alpha^2}\ln\operatorname{ch}\alpha z. \tag{8}$$

$$\psi^{(\text{д})} = \frac{1}{\alpha}\,\frac{(a_1 + a_2 x)\sin 2\alpha y + a_2 y \operatorname{sh} 2\alpha x}{\operatorname{ch} 2\alpha x + \cos 2\alpha y} - \frac{a_2}{\alpha^2}\operatorname{arctg}(\operatorname{th}\alpha x \cdot \operatorname{tg}\alpha y). \tag{9}$$

Связь между параметрами a_1 и a_2 определяется из условия, чтобы на концах интервала отношения дополнительных скоростей к теоретическим были одинаковыми, т. е.

$$\left[\frac{u_0^{(\text{д})}}{u_0^{(\text{т})}}\right]_{x=l} = \left|\frac{u_0^{(\text{д})}}{u_0^{(\text{т})}}\right|_{x=-l}. \tag{10}$$

Обозначая отношение теоретических скоростей на концах интервала через ε, получим:

$$\frac{[u_0^{(\text{д})}]_{x=l}}{[u_0^{(\text{д})}]_{x=-l}} = \frac{a_1 + a_2 l}{a_1 - a_2 l} = \varepsilon, \tag{11}$$

отсюда:

$$a_2 = \frac{a_1}{l}\,\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}. \tag{12}$$

Параметр a_1 определяется из условия, чтобы в сечении максимального отклонения после „исправления" обе кривые совпали.

Так как в бесконечности вниз и вверх по потоку обе кривые совпадают, то можно написать очевидное условие равенства расхода между соответствующими линиями тока и осью x:

$$\int_0^{y_2}\{u^{(\text{т})} + u^{(\text{д})}\}dy = \int_0^{y_1} u^{(\text{т})}dy = C. \tag{13}$$

Постоянная C представляет значение функции тока вдоль теоретической кривой.

Учитывая, что

$$\int_0^{y_2} u^{(\text{т})}dy = \psi^{(\text{т})}(x - x_0, y_2), \qquad \int_0^{y_1} u^{(\text{т})}dy = \psi^{(\text{т})}(x - x_0, y_1).$$

$$\int_0^{y_2} u^{(д)}dy = \psi^{(д)}(x, y_2), \tag{14}$$

будем иметь, согласно (13),

$$\psi^{(т)}(x - x_0, y_2) + \psi^{(д)}(x, y_2) = C. \tag{15}$$

Подставляя в (15) выражение для $\psi^{(д)}$ из (9), получим, после некоторых простых преобразований:

$$a_1 = \frac{\alpha}{\operatorname{tg}\alpha y_2}[C - \psi^{(т)}(0, y_2)]. \tag{16}$$

Последний параметр α определяется из условия, чтобы на концах интервала дополнительная скорость $u_0^{(д)}$ составила величину порядка 1—2% основной (теоретической) скорости, т. е.

$$\left[\frac{u_0^{(д)}}{u_0^{(т)}}\right]_{x=\pm l} = \delta \leqslant 0{,}02. \tag{17}$$

Такая точность практически вполне достаточна.

Подставляя из (7″) значение $u_0^{(g)}$ при $x = l$ в (17) и учитывая соотношения (12) и (16), получим уравнение для определения α:

$$\frac{2\alpha}{\operatorname{tg}\alpha y_2} \cdot \frac{C - \psi^{(т)}(0, y_2)}{(1+\varepsilon)\operatorname{ch}^2\alpha l} \cdot \frac{1}{[u_0^{(т)}]_{x=l}} = \delta. \tag{18}$$

Таким образом определены все неизвестные параметры a_1, a_2 и α. Имея эти параметры, легко рассчитать по формуле (9) значения дополнительной функции тока в различных точках течения и построить приближающуюся к заданной кривой исправленную кривую по формуле:

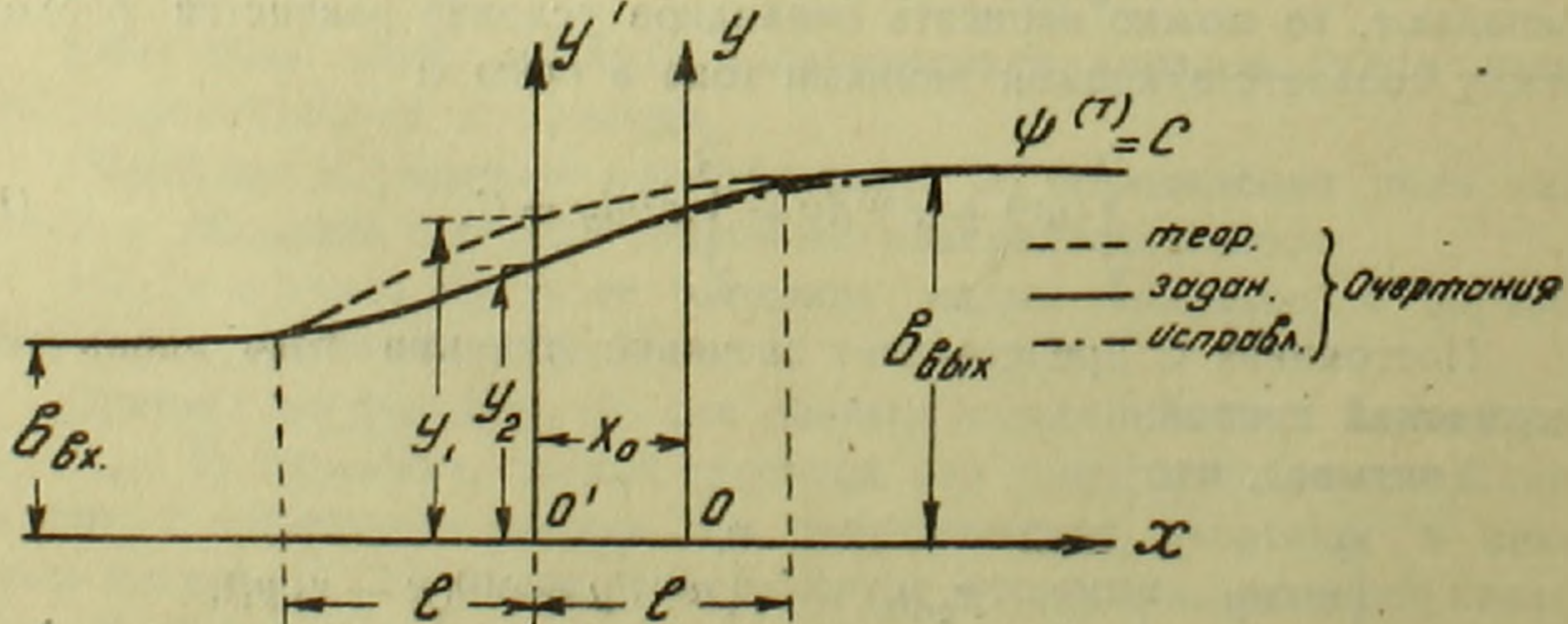
$$\psi^{(т)} + \psi^{(д)} = C. \tag{19}$$

А скорости определяются по формуле:

$$\bar{V} = \bar{V}^{(д)} + \bar{V}^{(т)}, \tag{20}$$

где значения $\bar{V}^{(т)}$ и $\bar{V}^{(д)}$ определяются соответственно из формул (3′) и (7″).

На графике фиг. 2 показана линия тока после первого „исправ-



Фиг 2.

ления"; как видно из этого графика, после первого „исправления" теоретический профиль приближается к заданному. Оставшееся на некотором малом участке расхождение можно устранить, введя повторное „исправление" в пределах этого участка.

Влияние пограничного слоя в настоящей статье не учитывается. При необходимости это влияние можно учитывать исходя из теории пограничного слоя.

Расчет вышеизложенным методом не представляет никаких трудностей с вычислительной стороны.

Водно-энергетический институт
Академии наук Армянской ССР

Վ. Գ. ՍԱՆՈՅԱՆ

Կամայական եզրագծեր ունեցող ջրանցքների հիդրոդինամիկական հաշվարկումը

Հոդվածում տրվում է հարթ ջրանցքների հիդրոդինամիկական հաշվարկման մեթոդը։ Նախ լուծվում է այսպես կոչված հակառակ խնդիրը՝ կառուցել հարթ դիֆուզորի կամ կոնֆուզորի եզրագիծը, երբ տրված է արագությունների բաշխման օրենքը նրանց սիմետրիայի հարթության վրա։

Վերջինս տրվում է (3) ֆունկցիայով, որը հատկանշական է այն բանով, որ ունի երկու ասիմպտոտներ զուգահեռ x առանցքին (հետևապես այդ ֆունկցիային համապատասխանող հոսքի գծերը նույնպես կունենան երկու ասիմպտոտներ), μ-ն ներկայացնում է ջրանցքի ելքի և մուտքի լայնությունների հարաբերությունը։ (3) ֆունկցիայի օգտագործման դեպքում ջրանցքի եզրագիծը արտահայտվում է (6) առնչությամբ, որտեղ ψ-ն հոսքի ֆունկցիան է։ Արագության բաղադրիչներն արտահայտվում են (7) բանաձևերով։ Այս ձևով ստացված ջրանցքների եզրագծերն հոդվածում անվանված են տեսական եզրագծեր։

Նախօրոք տված եզրագծեր ունեցող ջրանցքի հաշվարկման խնդիրը լուծվում է հետևյալ եղանակով։ Նախ տվյալ պարամետրեր ունեցող ջրանցքի համար կառուցվում է նրա տեսական պրոֆիլը, ապա այդ պրոֆիլը համեմատվում է տված ջրանցքի պրոֆիլի հետ (գծ-2), այդ երկու պրոֆիլներն համընկնում են ամենուրեք, բայց կարող է պատահել մի փոքր 2l ինտերվալում։ Այդ 2l ինտերվալում տեսական և տված եզրագծերի միջև տարբերությունը վերացնելու համար տեսական եզրագծին համապատասխանող առանցքային արագությունների բաշխմանը գումարվում է մի նոր, լրացուցիչ արագությունների բաշխում (7''), այնպիսին, որը պրակտիկորեն հավասար չի զերոյի միայն այն ինտերվալում 2l որտեղ գոյություն ունի շեղում վերոհիշյալ 2 եզրագծերի միջև։ a_1, a_2 և a պարամետրերն որոշվում են այն պայմանից, որպեսզի ինտերվալի ծայրերում լրացուցիչ արագությունների հարաբերությունը հիմնականին լինի նույնը և բավականին փոքր, բացի դրանից որպեսզի ամենամեծ շեղում ունեցող կտրվածքում «ուղղումից» հետո երկու կորերը համընկնեն։

Նկ. 2-ում հոծ գծով ցույց է տրված ջրանցքի տված եզրագիծը, որին համապատասխանում է մուտքի և ելքի լայնություններ՝ $b_{вх}$ և $b_{вых}$։ Այդ ջրանցքին համապատասխանող տեսական եզրագիծը կառուցված է (6) բանաձևի օգնությամբ և նկարում ցույց է տրված պունկտիրային գծով։ Այդ երկու եզրագծերը չեն համընկնում 2l ինտերվալում։ Ավելացնելով առանցքի վրա արագությունների լրացուցիչ բաշխում, տեսական եզրագիծը մոտենում է տված եզրագծին (ուղղումից հետո տեսական եզրագիծը ցույց է տրված առանցքային գծով)։

Հոդվածում հաշվի չի առնված սահմանային շերտի ազդեցությունը, անհրաժեշտության դեպքում այն կարելի է հաշվի առնել ելնելով սահմանային շերտի տեսությունից։