ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XXI 1955 2

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

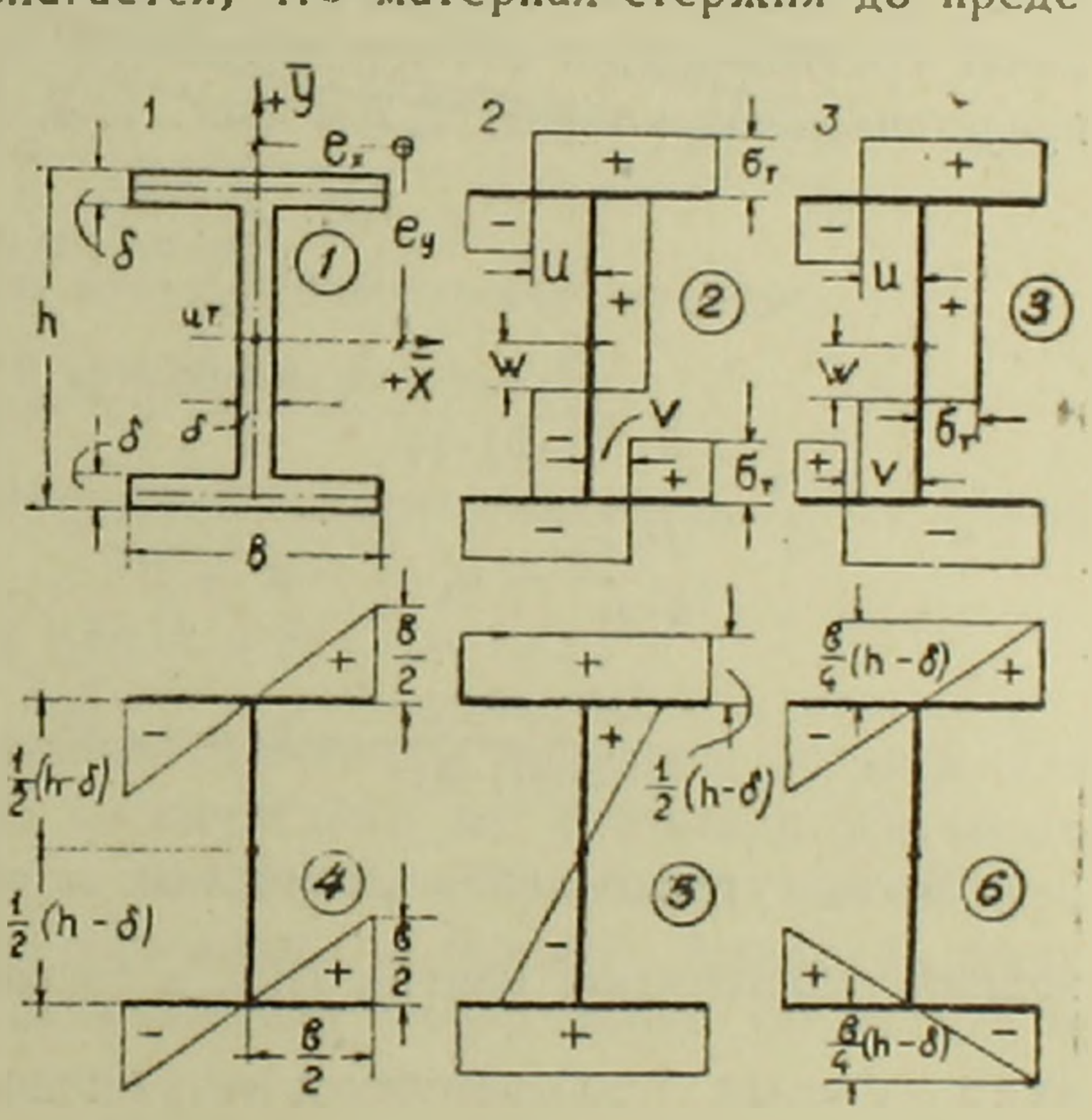
В. В. Пинаджян

К вопросу о предельном состоянии коротких внецентренно сжатых стержней Н-образного сечения при двухосном эксцентриситете приложения силы*

(Представлено А. Г. Назаровым 14. III. 1955)

В статье рассматривается несущая способность стержней Н-образного сечения под действием продольных сжимающих сил P, приложенных по концам стержня с эксцентриситетом e_x и e_y (фиг. 1, *1*).

В исследовании предполагается, что материал стержня до предела текучести $\sigma_т$ совершенно упруг, а при напряжении, равном пределу текучести—совершенно пластичен; по толщине стенок сечения напряжения распределяются равномерно; предельное состояние стержня наступает в момент распространения текучести по всему опасному сечению стержня, причем распределение напряжений прямоугольное (фиг. 1); напряжения, возникающие в результате деформации стержня, а также касательные напряжения пренебрежимо малы; в стадии пластических деформаций депланация сечений происходит по закону секторнальных площадей**.



Фиг. 1. Эпюры координат и напряженных состояний.

1—сечение стержня; *2*—эпюра напряженного состояния I; *3*—эпюра напряженного состояния II: *4*—эпюра x; *5*—эпюра y; *6*—эпюра ω;

* Под короткими стержнями нами подразумеваются стержни, для которых напряжения, возникающие в результате деформации оси стержня, пренебрежимо малы по сравнению с напряжениями, возникающими от действия осевой силы P и изгибающих моментов $P\,e_x$ и $P\,e_y$.

** Эта гипотеза находится в согласии с произведенными нами опытами над тонкостенными стержнями, находящимися под действием чистого бимомента, вызывающего пластические деформации.

В предельном состоянии, в силу принятых расчетных предпосылок, в опасном сечении внецентренно-сжатого стержня, при наличии изгибно-крутильных деформаций, могут возникнуть напряженные состояния, показанные на фиг. 1, *2* (напряженное состояние I) и на фиг. 1, *3* (напряженное состояние II).

На основании теории тонкостенных стержней В. З. Власова (1), можем написать следующие уравнения равновесия, связывающие внутренние усилия с внешними силами при наличии изгибно-крутильных деформаций в стержне

$$\int_F \sigma \cdot dF = P, \qquad \int_F \sigma \cdot x \cdot dF = P e_x,$$

$$\int_F \sigma \cdot y \cdot dF = P \cdot e_y, \qquad \int_F \sigma \cdot \omega \cdot dF = P \cdot e_x \cdot e_y. \tag{1}$$

Следуя А. Р. Ржаницыну (2) и А. И. Стрельбицкой (3) на основании (1), эпюры x (фиг. 1, *4*) и эпюры y (фиг. 1, *5*) — расстояний до точек средней линии сечения, а также эпюры ω секториальных координат средней линии сечения (фиг. 1, *6*) для напряженных состояний, представленных на фиг. 1, *2* и фиг. 1, *3*, получим:

$$\left.\begin{aligned} \frac{P}{2 \cdot \delta \cdot \sigma_T} &= u - v + w \\ \frac{P \cdot e_y}{\delta \cdot (h-\delta) \cdot \sigma_T} - \frac{h-\delta}{4} &= u + v - \frac{w^2}{h-\delta} \\ \frac{P \cdot e_x}{\delta \cdot \sigma_T} - k_1 &= -u^2 \mp v^2 \\ \frac{2P \cdot e_x \cdot e_y}{\delta (h-\delta) \cdot \sigma_T} - k_2 &= -u^2 \pm v^2 \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

В этих уравнениях верхний знак перед v^2 соответствует напряженному состоянию I (фиг. 1, *2*); для состояния I $k_1 = \frac{b^2}{2}$, $k_2 = 0$. Нижний знак перед v^2 соответствует напряженному состоянию II (фиг. 1, *3*) для этого состояния $k_1 = 0$, $k_2 = \frac{b^2}{2}$.

Исключив из системы уравнений (2) u, v и w и обозначив

$$\alpha = \left(\frac{b}{h}\right)^2, \quad \beta = 2 \cdot \eta \cdot \frac{e_x}{h}\left(1 - \frac{2e_y}{h-\delta}\right),$$

$$\gamma = 2 \cdot \eta \cdot \frac{e_x}{h} \cdot \left(1 + \frac{2e_y}{h}\right), \quad \xi = 2 \cdot \eta \cdot \left[\frac{e_x}{h}\left(1 + \frac{2e_y}{h-\delta}\right) - \frac{2e_y}{h}\right],$$

$$\eta = \frac{F}{\delta \cdot h}, \quad \varphi = \frac{P}{\sigma_T \cdot F},$$

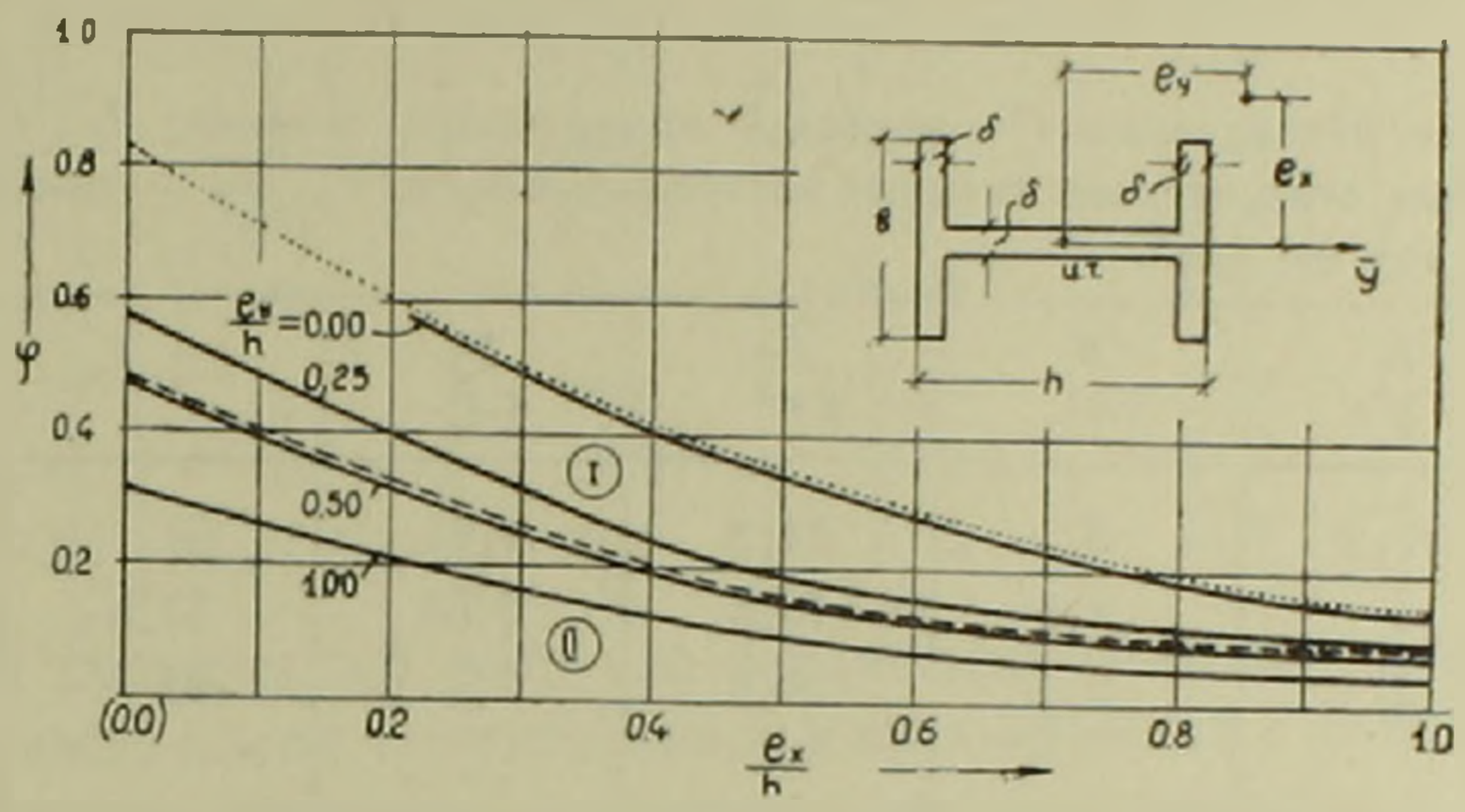
получим:

$$U=\left[\left(1-\frac{\delta}{h}\right)^2-\alpha+\xi\varphi+2\cdot\left(1-\frac{\delta}{h}\right)\cdot\sqrt{\alpha\mp\beta\varphi}-\left(\eta\varphi+\sqrt{\alpha\mp\beta\cdot\varphi}\right)^2\right]^2-$$

$$-4\cdot(\alpha-\gamma\cdot\varphi)\cdot\left(1-\frac{\delta}{h}+\eta\varphi+\sqrt{\alpha\mp\beta\varphi}\right)^2=0. \qquad (3)$$

В этом выражении верхний знак под радикалом (минус) соответствует напряженному состоянию I (фиг. 1, *2*), нижний знак, напряженному состоянию II (фиг. 1, *3*).

На фиг. 2* сплошными кривыми показана зависимость между



Фиг. 2. Зависимость между относительными эксцентриситетами и коэффициентом $\varphi=\frac{P}{F\cdot\sigma_T}$.

коэффициентом φ и относительными эксцентриситетами $\frac{e_x}{h}$ и $\frac{e_y}{h}$, вычисленная на основании (3) при $h=b$; $\frac{h}{\delta}=19{,}2$.

Пунктирная линия, являющаяся верхней границей области напряженного состояния I (фиг. 1), вычислена на основании (2), исходя из условия $v=0$. Штрих-линия на фиг. 2, являющаяся нижней границей области напряженного состояния I и верхней границей напряженного состояния II (фиг. 1), вычислена на основании (2), исходя из условия $v=\frac{b}{2}$.

Критическая нагрузка, при заданных эксцентриситетах e_x и e_y, площади поперечного сечения F и пределе текучести σ_T определится по следующей формуле

$$P=\varphi\cdot F\cdot\sigma_T, \qquad (4)$$

где значение φ берется из графика (фиг. 2).

С целью проверки полученных формул нами были испытаны на двухосное внецентренное сжатие семь стальных стержней Н-образного сечения со следующими габаритными размерами: высота сечения $h=48$ *мм*; ширина полки сечения $b=48$ *мм*, длина $L=625$ *мм*.

---

* Таблицы и графики статьи вычислены С. С. Дарбиняном, которому автор выражает благодарность.

Толщина стенки и полок сечения была одинаковой и изменялась в пределах $\delta = 2{,}5 \div 10$ *мм*. Образцы были изготовлены фрезерованием из стальных брусьев квадратного сечения, с точностью в поперечных размерах $\pm 0{,}01$ *мм*.

Основные геометрические характеристики образцов приведены в табл. 1.

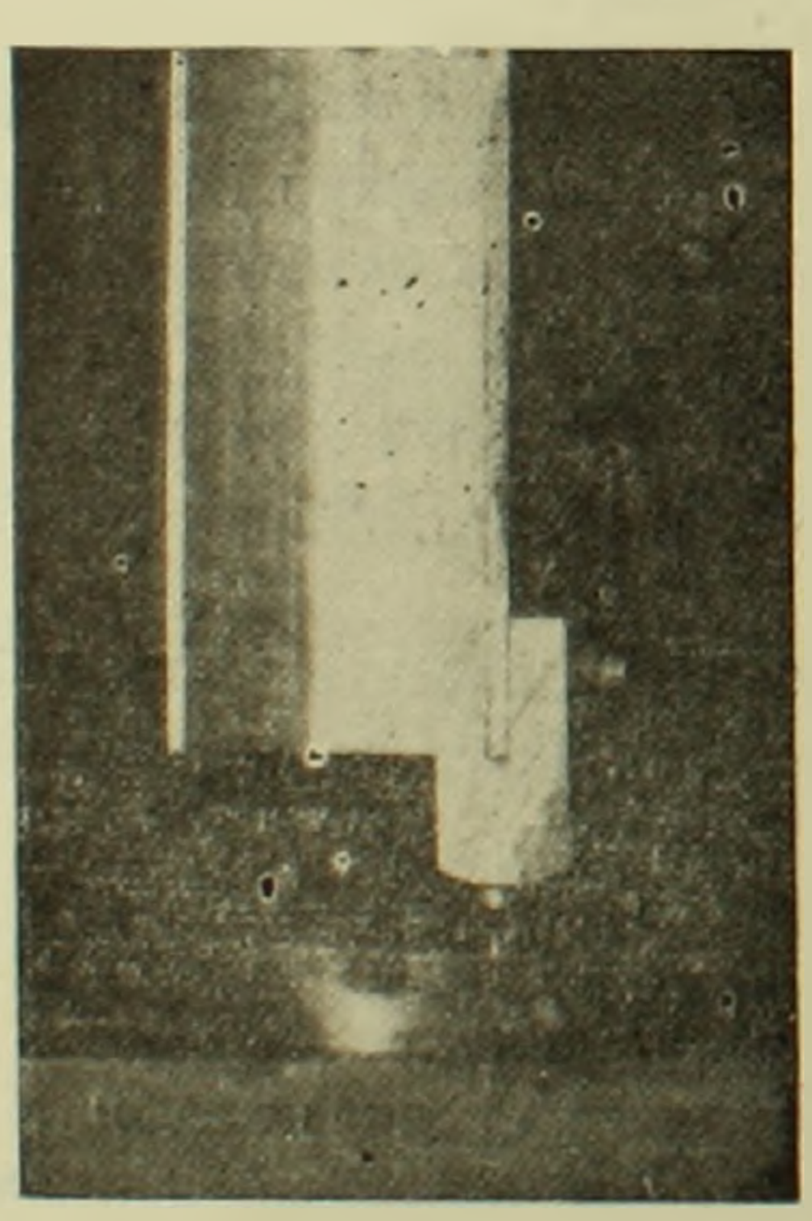
Испытанием партии стандартных образцов круглого сечения было установлено, что сталь имела следующие прочностные характеристики: предел текучести и прочности при растяжении $\sigma_т = 2{,}43$ *т/см*^{2}, $\sigma_{вр} = 4{,}31$ *т/см*^{2}, модуль упругости при растяжении $E = 2150$ *т/см*^{2}.

Таблица 1

Условные обозначения: F — площадь поперечного сечения; I_x, I_y — моменты инерции сечения относительно главных центральных осей; λ_x, λ_y — гибкость стержня, относительно тех же осей.

№№ образцов	$\frac{h}{\delta}$	F *см*^{2}	I_x *см*^{4}	I_y *см*^{4}	λ_x	λ_y
I— 3	19,2	3,5	14,2	4,61	31	55
I— 6	16	4,1	16,5	5,54	31,5	54
I— 8	12	5,4	20,8	7,4	32	53,5
I—11 и I—12	8	7,9	27,9	11,1	33,3	52,5
I—14	6	10,2	33,3	14,9	34,6	52
I—17	4,8	12,4	37,3	18,7	36,2	51

Испытание на внецентренное сжатие производилось на универсальном десятитонном прессе Шоппера. Образцы опирались на шарнирные подушки пресса. Помимо этого, с целью обеспечения свободной депланации опорных сечений, к полкам двутавра прикреплялись стальные обоймы с небольшими шариками, которые передавали нагрузку от подушек пресса к образцу (фиг. 3) и одновременно фиксировали эксцентриситет приложения продольной силы, равный вдоль оси абсцисс $e_x = 0{,}25\ (h+\delta)$ и вдоль оси ординат $e_y = 0{,}5\ (h-\delta)$.



Фиг. 3. Опорный узел внецентренно сжатого стержня.

В процессе испытания измерялись прогибы стержня в двух плоскостях симметрии сечения и в трех сечениях по высоте стержня — у опор и по середине.

Прямыми измерениями и последующими подсчетами было установлено, что нормальные напряжения, возникающие в результате деформации оси стержня, составляли менее

5% по сравнению с нормальными напряжениями от действия продольной силы P, и изгибающих моментов $P \cdot e_x$ и $P \cdot e_y$.

Опытные величины критических нагрузок для испытанных стержней приведены в четвертом столбце табл. 2.

Таблица 2

№№ образцов	$\frac{h}{\delta}$	Опытные величины: Критическая нагрузка P_0 кг	$\varphi_0 = \frac{P_0}{F \cdot \sigma_T}$	φ_T	$\frac{\varphi_0}{\varphi_T}$
1—3	19,2	2130	0,25	0.28	0,89
1—6	16	2540	0,255	0,28	0,91
1—8	12	3280	0,25	0,28	0,89
1—11	8	4610	0,24	0,28	ср. 0,9
1—12	8	4990	0,26	0,28	
1—14	6	6320	0,255	0,27	0,94
1—17	4,8	7530	0,25	0,27	0,92

При критической нагрузке наблюдался одновременный изгиб и закручивание полок в месте приложения нагрузки. В табл. 2 приведены опытные значения φ_0 — коэффициента уменьшения предела текучести при внецентренном сжатии стержня. Там же приведены соответствующие теоретические значения $\varphi = \varphi_T$, вычисленные по формуле (3).

По данным этой таблицы нетрудно видеть, что формула (3) дает несколько преувеличенный результат, при этом отношение $\varphi_0 : \varphi_T$ колеблется в пределах 0,89—0,94.

С целью упрощения решения задачи нами не учитывалось, что несущая способность стержней исчерпывается при наличии в опасном сечении элемента упругого ядра. При учете этого обстоятельства, а также влияния касательных напряжений, расхождение между теоретическими и опытными данными, естественно, уменьшится.

Институт строительных материалов и сооружений
Академии наук Армянской ССР

Վ. Վ. ՓԻՆՋՅԱՆ

H-տիպի ընդլայնական կտրվածքով, արտակենտրոն սեղմված կարճ ձողերի առնմանային վիճակի հարցի մասին

Հոդվածում դիտված է H-տիպի ընդլայնական կտրվածքով ձողերի տանող ունակության խնդիրը, e_x և e_y էքսցենտրիսիտետներով կիրառված, երկայնական ուժի ազդեցության տակ։

Հավասարակշռության (1) հավասարումների հիման վրա ստացված է (3) բանաձևը, որի միջոցով որոշվում է P կրիտիկական ուժը։

(3) բանաձևի ստուգման նպատակով արտակենտրոն սեղմման են փորձարկվել 7 պողպատյա ձողեր։ Փորձերը ցույց են տվել, որ (3) բանաձևը տալիս է որոշ չափով մեծացրած, բայց ընդհանուր առմամբ գործնական կիրառելի արդյունքներ։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *В. З. Власов*, Тонкостенные упругие стержни, М., 1940. [2] *А. Р. Ржаницын*, Сложное сопротивление тонкостенных профилей с недеформируемым контуром в пределах и за пределами упругости, Тр. лаборатории строительной механики ЦНИПС, М., 1941. [3] *А. И. Стрельбицкая*, Предельное состояние тонкостенного двутаврового сечения при сложном сопротивлении, Сб. тр. Института строительной механики Академии наук Украинской ССР, № 15, Киев, 1951.