

Г. М. Гарибян и И. И. Гольдман

Радиационное столкновение электронов и позитронов малых энергий

(Представлено А. И. Алиханяном 3 IV 1952)

В работе приводится квантово-механическое рассмотрение радиационного столкновения электронов и позитронов в нерелятивистском приближении.

1. Матричный элемент перехода двух частиц 1 и 2 из начального состояния o в конечное f с испусканием кванта $\vec{k}$ поляризации $\vec{e}$ имеет вид:

$$H'_{of} = - \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \frac{h}{mc} \left(e_1 (\vec{p}_1 \vec{e}) e^{\frac{i}{\hbar c} \vec{k} \cdot \vec{r}_1} + e_2 (\vec{p}_2 \vec{e}) e^{\frac{i}{\hbar c} \vec{k} \cdot \vec{r}_2} \right)_{of}, \quad (1)$$

где e_1 и e_2 — заряды, $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ — импульсы, измеряемые в энергетических единицах, $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ — радиус-векторы положения рассматриваемых частиц*.

2. Для столкновения электрон-позитрон в системе центра инерции будем иметь:

$$H'_{of} = \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \cdot \frac{he}{mc} 2 (\vec{p} \vec{e})_{of}. \quad (2)$$

Здесь $\vec{p}$ — импульс частицы в системе центра инерции. Если обозначить $t = \vec{p} \vec{e}$ и принять во внимание, что

$$(t)_{of} = - \frac{h}{ik} (\dot{t})_{of}, \quad \dot{t} = \frac{i}{\hbar} [H, t], \quad \text{где} \quad H = \frac{p^2}{m} - \frac{e^2}{r},$$

а r есть радиус-вектор относительного расстояния двух частиц, и выбрать ось z за направление вылета кванта, то после суммирования по обеим поляризациям фотона получим:

$$\sum_{x,y} |H'_{of}|^2 = \frac{8\pi h^4 e^6}{m^2 k^3} \left[\left(\frac{x}{r^3} \right)_{of} + \left(\frac{y}{r^3} \right)_{of} \right]. \quad (3)$$

* Под h мы понимаем постоянную Планка, деленную на 2π .

Учитывая, что

$$\int e^{\frac{i}{\hbar c} \vec{q} \cdot \vec{r}} \frac{x_k}{r^3} (d\vec{r}) = \frac{4\pi i \hbar c q_k}{q^2}, \quad (4)$$

мы окончательно будем иметь для дифференциального поперечника радиационного столкновения электрона с позитроном следующее выражение:

$$d\Phi = \frac{2\Phi_0}{\pi q^4} \frac{dk}{k} \frac{p}{p_0} (p_0^2 \sin^2 \vartheta_0 + p^2 \sin^2 \vartheta - 2pp_0 \sin \vartheta \sin \vartheta_0 \cos \varphi) \cdot \sin \vartheta_0 d\vartheta_0 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi, \quad (5)$$

где $\Phi_0 = \frac{r_0^2}{137}$, $\vec{q} = \vec{p}_0 - \vec{p}$, а ϑ_0 и ϑ есть углы между направлениями $\vec{k}$ и начального $\vec{p}_0$ и конечного $\vec{p}$ импульсов частицы, и через φ обозначен угол между плоскостями $(\vec{p}_0, \vec{k})$ и $(\vec{p}, \vec{k})$.

3. Для столкновения электрон-электрон в системе центра инерции имеем:

$$H'_{of} = \frac{i \sqrt{2\pi e}}{mc^2 \sqrt{k}} e_i \kappa_k T_{ik}, \quad (6)$$

где $T_{ik} = (t_{ik})_{of}$, а $t_{ik} = p_i r_k$.

Суммирование по обеим поляризациям фотона и усреднение по углам его вылета дает:

$$\sum_{x,y} |H'_{of}|^2 = \frac{2\pi e^2}{m^2 c^4} \frac{k}{15} (3T_{ik}^2 - T_{ii}^2). \quad (7)$$

Очевидно, что $T_{ik} = -\frac{\hbar^2}{k^2} (\ddot{t}_{ik})_{of}$. Для t_{ik} получаем после двух коммутаций с $H = \frac{p^2}{m} + \frac{e^2}{r}$ выражение:

$$\ddot{t}_{ik} = \frac{e^2}{m} \left\{ 4p_i \frac{x_k}{r^3} + 4\frac{x_i}{r^3} p_k - 3 \frac{x_i x_k x_e}{r^5} p_e - 3p_e \frac{x_i x_k x_e}{r^5} \right\}. \quad (8)$$

В качестве волновых функций мы должны теперь взять комбинации

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-\frac{i}{\hbar c} \vec{p} \cdot \vec{r}} \pm e^{-\frac{i}{\hbar c} \vec{p} \cdot \vec{r}} \right)$$

и учесть вес соответствующих состояний.

Кроме того, плотность числа конечных состояний необходимо разделить на два, так как в конечном состоянии имеются две одинаковые частицы.

Поперечник оказывается равным

$$d\Phi = \frac{e^2}{hc} \frac{k^3 p^2 dp d\Omega}{30h^6 c^8 m (2\pi)^3 p_0} \left\{ \frac{1}{4} (3T_{ik}^{(+)^2} - T_{ii}^{(+)^2}) + \frac{3}{4} (3T_{ik}^{(-)^2} - T_{ii}^{(-)^2}) \right\}, \quad (9)$$

причем

$$T_{ik}^{(\pm)} = S_{ik}(\vec{p}_0, \vec{p}) \pm S_{ik}(\vec{p}_0, -\vec{p}), \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} S_{ik}(\vec{p}_0, \vec{p}) &= \int e^{-\frac{i}{hc} \vec{p} \cdot \vec{r}} t_{ik} e^{\frac{i}{hc} \vec{p}_0 \cdot \vec{r}} (d\vec{r}) = \\ &= -\frac{4\pi i h^3 c e^2}{q^2 k^2 m} \left(q'_i q_k + q'_k q_i + \frac{2k}{q^2} q_i q_k - k \delta_{ik} \right); \\ &(\vec{q}' = \vec{p}_0 + \vec{p}). \end{aligned} \quad (11)$$

Отметим, что при вычислении S_{ik} мы кроме (4) пользовались также вычисленным значением следующего интеграла:

$$\begin{aligned} \int e^{\frac{i}{hc} \vec{q} \cdot \vec{r}} \frac{x_i x_k x_e}{r^5} (d\vec{r}) &= -\frac{8\pi i hc}{3q^4} q_i q_k q_e + \frac{4\pi i hc}{3q^2} (q_i \delta_{ke} + \\ &+ q_k \delta_{ei} + q_e \delta_{ik}). \end{aligned} \quad (12)$$

Ввиду особого вида $3T_{ik}^{(\pm)^2} - T_{ii}^{(\pm)^2}$, можно при вычислении поперечника не принимать во внимание в выражении (11) для S_{ik} члена $k\delta_{ik}$, так как слагаемые, вызванные им, взаимно уничтожаются. Расчет дает:

$$\begin{aligned} 3T_{ik}^{(\pm)^2} - T_{ii}^{(\pm)^2} &= \frac{32\pi^2 h^6 c^2 e^4}{k^4 m^2} \left\{ 3 \left(\frac{q'^2}{q^2} + \frac{q^2}{q'^2} \right) + 13 m^2 c^4 k^2 \left(\frac{1}{q^4} + \frac{1}{q'^4} \right) \pm \right. \\ &\left. \pm \left(6 + 4 \frac{m^2 c^4 k^2}{q^2 q'^2} + 12 \frac{m^4 c^8 k^4}{q^4 q'^4} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Окончательно получаем:

$$\begin{aligned} d\Phi &= \frac{16}{15} \Phi_0 \frac{p^2 dp \sin \Phi d\Phi}{p_0 (p_0^2 - p^2)} \left\{ \left(4(p_0^2 - p^2) + 3p^2 p_0^2 \sin^2 \Phi \right) \cdot \right. \\ &\cdot \left(\frac{1}{q^4} + \frac{1}{q'^4} - \frac{1}{q^2 q'^2} \right) + \frac{6p^2 p_0^2 (p_0^2 - p^2)^2 \sin^2 \Phi}{q^4 q'^4} \Bigg\}, \end{aligned} \quad (14)$$

где Φ — угол между векторами $\vec{p}_0$ и $\vec{p}$.

Отметим, что формулы (5) и (14) совпадают с соответствующими формулами, полученными в (1).

**Փոքր էնեյդիա ունեցող էլեկտրոնների եվ պոզիտրոնների
ռադիացիոն բախումը**

Ներկա աշխատանքում կատարված է էլեկտրոնների և պոզիտրոնների ռադիացիոն
բախման կվանտո-մեխանիկական դիտարկումը ոչ ռելյատիվիստական մոտավորությամբ,
հաշվի առնելով փոխարկումը:

էլեկտրոն-պոզիտրոն բախման դեպքում փոխարկումը դեր չի խաղում և մենք ստա-
նում ենք դիպոլային ճառագայթման ֆորմուլան:

էլեկտրոն-էլեկտրոն բախման դեպքում փոխարկումը էական դեր է խաղում և
ստացվում է կվատրուբոլ ճառագայթման ֆորմուլան:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Դ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

1. Г. М. Гарибян. ЖЭТФ (в печати).