

СТРОИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Л. Г. Седракян

Некоторые вопросы теории железобетона

(Представлено А. Г. Назаровым 6 XII 1951)

Напряженно-деформированное состояние железобетонного элемента изучается при всевозможных стадиях его работы—начиная от загрузения его лишь собственным весом до критической нагрузки. При этом под критической нагрузкой мы подразумеваем нагрузку, соответствующую началу разрушения, при котором появляются предельные напряжения в растянутой арматуре или в сжатой зоне бетона. Для растянутой арматуры предельным является напряжение, равное пределу текучести (σ_r). Предельным напряжением для сжатой зоны бетона, вследствие наличия в сечении собственных напряжений, является напряжение, равное призмочной прочности в волокнах Δ , находящихся на расстоянии X_Δ от менее сжатого края сечения (фиг. 1), или максимальное краевое напряжение ($m \cdot R_{пр}$) в крайних точках сжатой зоны сечения (¹).

Для бетона с данными свойствами и арматуры с определенным пределом текучести существует некоторый оптимальный процент армирования ($\mu_{оп}$), при котором предельные напряжения как в растянутой арматуре, так и в сжатой зоне бетона наступают одновременно. При этом критическая нагрузка равна разрушающей—наибольшей нагрузке, выдерживаемой сечением железобетонного элемента; обычно при процентах армирования меньших $\mu_{оп}$ критическая нагрузка меньше, и при процентах армирования больших чем $\mu_{оп}$ — равна разрушающей нагрузке.

В работах (^{1,2}), где нами рассматривались некоторые особенности сопротивления бетона, показано, что в инженерных расчетах следует пользоваться величиной среднего модуля деформации. Значение последнего зависит от степени нагрузки, и, при данной степени нагрузки, для всех точек работающей части сечения (как сжатой, так и растянутой) оно имеет примерно одно постоянное значение.

Изменение величины среднего модуля деформации в зависимости

от степени нагрузки выражается зависимостью (1)

$$E_{\text{ср}} = E_0 \left(1 - A \frac{P}{P_{\text{раз}}} \right). \quad (1)$$

E_0 — начальный модуль деформации,

A — эмпирический коэффициент,

$\frac{P}{P_{\text{раз}}}$ — степень нагрузки.

Учет работы растянутой зоны бетона осуществляется следующим образом. В расчет включается площадь растянутой зоны, в волокнах которой значения напряжений меньше или равны соответствующим предельным. Предельные напряжения в волокнах бетонного элемента, разно отстоящих от контура сечения, из-за наличия в сечении собственных напряжений, наступают при разных значениях напряжений от внешней нагрузки (²). Значения напряжений от внешней нагрузки, приводящие совместно с собственными напряжениями к наступлению предельных напряжений растяжения, для данного волокна сечения, а также значения m и X_A зависят от температурно-влажностных условий твердения и возраста бетона, а также от формы и геометрических размеров сечения.

В дальнейшем пользуемся также гипотезой плоских сечений.

На основе приведенных выше положений, здесь мы рассмотрим работу чисто изгибаемых железобетонных элементов.

Величины напряжений в растянутой и сжатой зонах связаны зависимостями:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= \sigma_6 n \frac{x}{h_0 - x} = \sigma_6^A \frac{x}{x_A - a - x}; \\ \sigma'_a &= \sigma_6 n \frac{h_0 - x - a'}{h_0 - x} = \sigma_6^A n \frac{h_0 - a - x}{x_A - a - x} = \sigma_a \frac{h_0 - a - x}{x}; \\ \sigma_6 &= \frac{\sigma_a}{n} \frac{h_0 - x}{x} = \sigma_6^A \frac{h_0 - x}{x_A - a - x}; \\ \sigma_6^A &= \frac{\sigma_a}{n} \cdot \frac{x_A - a - x}{x} = \sigma_6 \frac{x_A - a - x}{x}; \\ \sigma'_6 &= \sigma_6 \frac{(x + a)(1 - k)}{h_0 - x} = \frac{\sigma_a}{n} \frac{(x + a)(1 - k)}{x} = \sigma_6^A \frac{(x + a)(1 - k)}{x_A - a - x}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Кривизна оси элемента выражается формулой:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} &= \frac{\delta_a}{x} = \frac{\sigma_a}{E_a x} = - \frac{\delta_6}{h_0 - x} = - \frac{\sigma_6}{E_6 (h_0 - x)} = \\ &= - \frac{\delta_A}{E_6 - a - x} = - \frac{\sigma_6^A}{E_6 (x_A - a - x)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Положение нейтральной оси определяется из равенства нулю суммы проекций внутренних сил на ось балки. Для прямоугольных сечений с двойной арматурой

$$\frac{x}{h_0} = \frac{1}{k(2-k)} [C - \sqrt{C^2 - k(2-k)D}], \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} C &= \left[(p + p')n + \frac{a}{h_0} (1-k)^2 + 1 \right], \\ D &= \left[1 + 2p'n \left(1 - \frac{a'}{h_0} \right) - \left(\frac{a}{h_0} \right)^2 (1-k)^2 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4')$$

Из условия равновесия моментов, относительно точки приложения равнодействующей напряжений сжатой зоны бетона, получим:

$$M = W_a \sigma_a = \frac{I_a}{x} \sigma_a, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} I_a = & \left\{ F_a x \left(\frac{2h_0 + x}{3} \right) + \frac{(x+a)^2 (1-k)^2 [h_0 + a - (x+a)k]}{3n} + \right. \\ & \left. + F'_a (h_0 - x - a') \left(\frac{h_0 - x}{3} - a' \right) \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Написав условие равенства нулю моментов, относительно центра тяжести растянутой арматуры, получим:

$$M = W_6 \cdot \sigma_6 = \frac{I_6}{h_0 - x} \sigma_6 = W_6^A \sigma_6^A = \frac{I_6}{x_A - a - x} \sigma_6^A, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} I_6 = & bh_0^3 \left\{ np' \left(1 - \frac{a}{h_0} \right) \left(1 - \frac{a' + x}{h_0} \right) + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{x}{h_0} \right)^2 \left(2 + \frac{x}{h_0} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{x+a}{h_0} \right)^2 (1-k)^2 \left[\frac{x}{h_0} - \frac{2}{3} \left(\frac{x}{h_0} + \frac{a}{h_0} \right) (1-k) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставив в выражение (3) значения σ_a , σ_6 , σ_6^A из равенства (6) и (7), найдем:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E_a I_a} = \frac{M}{E_6 I_6}. \quad (9)$$

В выражениях (2) — (9) приняты следующие обозначения:

σ_a — напряжение в растянутой арматуре, от внешней нагрузки;

σ'_a — напряжение в сжатой арматуре, от внешней нагрузки;

σ_6 — напряжение от внешней нагрузки в крайнем волокне сжатой зоны бетона;

σ_6^A — напряжение от внешней нагрузки в волокне А сжатой зоны бетона (фиг. 1);

σ'_6 — напряжение от внешней нагрузки в крайнем волокне, участвующем в работе части растянутой зоны бетона;

$\eta = \frac{E_a}{E_6}$, E_a — модуль упругости арматуры;

E_6 — средний модуль деформации бетона;

$$E_6 = E_0 \left(1 - A_{из} \frac{M}{M_{кр}} \right); \quad (10)$$

k — коэффициент на который следует умножить высоту растянутой зоны $(x + a)$ для получения приведенной средней глубины, в которой сумма напряжений растяжения от внешней нагрузки и собственных напряжений, равна предельному (R') ;

ρ — радиус кривизны оси балки;

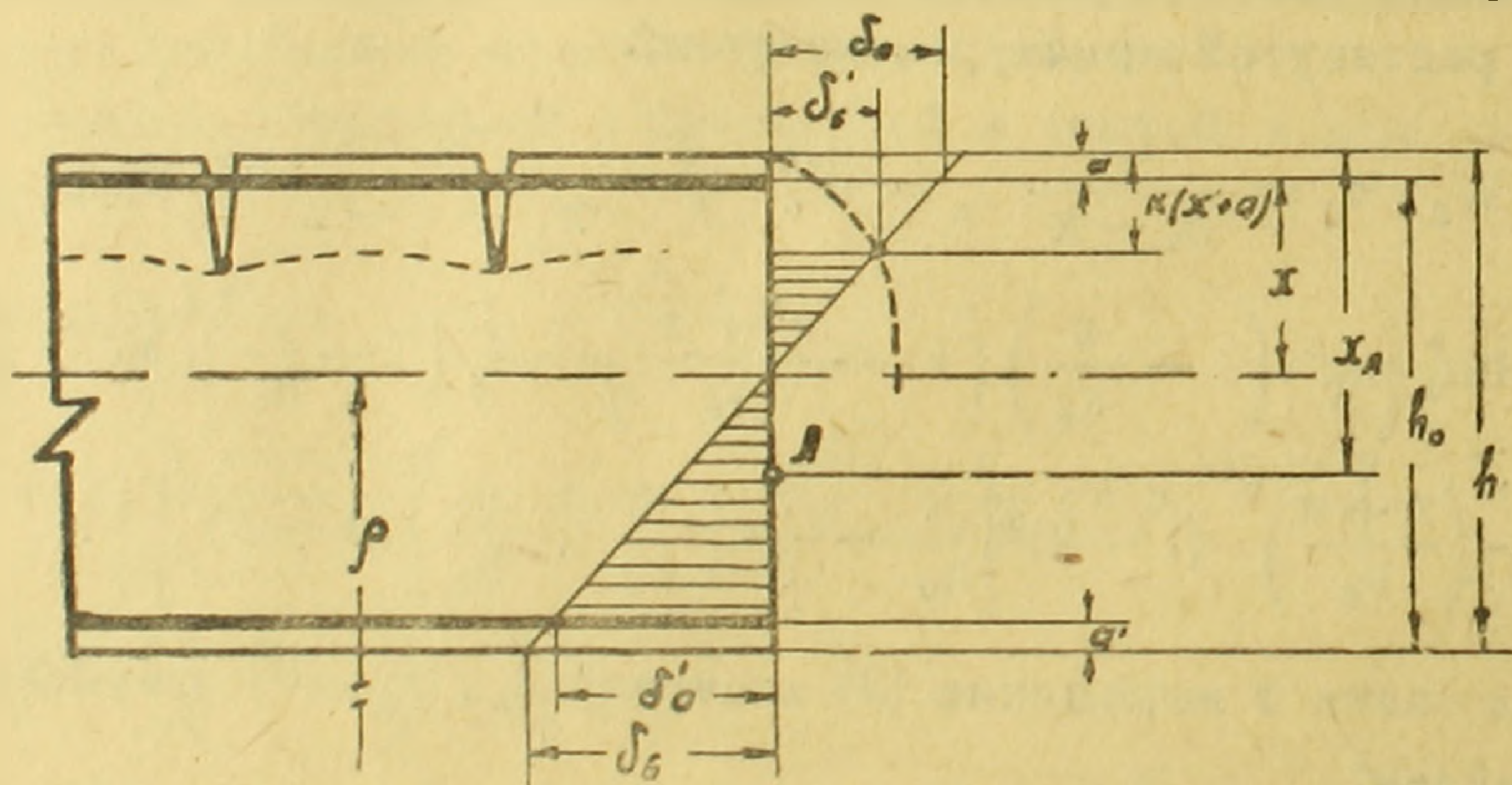
$\rho = \frac{F_a}{bh_0}$, $\rho' = \frac{F'_a}{bh_0}$, F_a и F'_a — площади растянутой и сжатой арматуры;

b — ширина поперечного сечения балки;

W_a и W_6 — моменты сопротивления сечения по растянутой и сжатой зонам;

I_a и I_6 — жесткости сечения по растянутой и сжатой зонам;

x — расстояние нейтральной оси от центра площади растянутой арматуры (остальные обозначения см. на фигуре 1).



Фиг. 1.

Величина коэффициента $A_{из}$ зависит от напряженности сжатой зоны бетона, соответствующей критическому состоянию элемента. Если критическое состояние элемента наступает с появлением предельных напряжений в сжатой зоне бетона ($\mu > \mu_{оп}$), то понятно, что при этом значение $A_{из}$ должно совпадать с его значением для сжатых бетонных элементов (A). Если же процент насыщенности сечения растянутой арматурой меньше оптимального, то в критическом состоянии элемента сжатая зона бетона не доходит до предельного состояния. Очевидно, что чем меньше в критическом состоянии элемента напряженность сжатой зоны бетона, тем меньше и уменьшение величины

среднего модуля деформации бетона по сравнению с его уменьшением, когда в сжатой зоне бетона в критическом состоянии элемента наступают предельные напряжения.

Однако оно не может быть меньше, чем уменьшение среднего модуля деформации чисто-изгибаемых бетонных элементов ⁽²⁾.

Будем считать, что при процентах армирования меньше, чем $\mu_{оп}$, значения $A_{из}$ меняются от A до $A_{из}$ для чисто бетонных элементов, а зависимости от процента армирования — по линейному закону,

$$\text{т. е.} \quad A_{из} = A_{из} (\mu = 0) + \left(A - A_{из} (\mu = 0) \right) \frac{\mu}{\mu_{оп}}. \quad (11)$$

Для удобства расчетов, без существенных погрешностей, можно $\frac{P}{P_{кр}} = \frac{M}{M_{кр}} = c$ заменить отношением $c = \frac{\sigma}{\sigma_T}$, когда $\mu \leq \mu_{оп}$ и

$$c = \frac{\sigma_6^A}{R_{пр}}, \text{ когда } \mu > \mu_{оп}, \text{ при этом}$$

$$E_6 = E_0 (1 - c A_{из}). \quad (12)$$

При оптимальном проценте содержания арматуры для бетона с данными свойствами существует арматура с вполне определенным пределом текучести ($\sigma_T^{пер}$), при котором в критическом состоянии элемента в сжатой зоне бетона одновременно появляются предельные напряжения как в крайних точках, так и в волокнах A . Понятно, что если $\sigma_T \leq \sigma_T^{пер}$ для данного бетона, то при оптимальном проценте содержания арматуры критическое состояние элемента наступает с появлением напряжений σ_T в растянутой арматуре и призмной прочности в волокнах A сжатой зоны бетона. Если же $\sigma_T > \sigma_T^{пер}$ для данного бетона, то критическое состояние элемента наступает с появлением предельных напряжений в растянутой арматуре и в крайних точках сжатой зоны бетона ($m R_{пр}$).

Написав соотношение

$$\frac{\delta_a}{x} = \frac{\delta_6^A}{x_A - a - x} = \frac{\delta_6}{h_0 - x}, \quad (13)$$

для критического состояния элемента с оптимальным содержанием арматуры с пределом текучести равным $\sigma_T^{пер}$, и произведя соответствующие преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_T^{пер} &= \frac{m R_{пр} \frac{x_{пер}}{h_0}}{1 - \frac{x_{пер}}{h_0}} \cdot n, \\ \frac{x_{пер}}{h_0} &= \frac{m \left(\frac{x_A - a}{h_0} \right) - 1}{m - 1}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Зная значение $\sigma_T^{\text{пер}}$, можно определить величины оптимальных процентов армирования $\left(\mu_{\text{оп}} = \frac{P_{\text{оп}}}{100} \right)$.

При $\sigma_T \geq \sigma_T^{\text{пер}}$ из соотношения (13) имеем

$$\frac{x}{h_0} = \frac{1}{1 + \frac{m R_{\text{пр}}}{\sigma_T} n}. \quad (15)$$

Приравнивая его выражению (4), соответствующему одиночно армированному элементу, получим:

$$P_{\text{оп}} = \frac{m R_{\text{пр}}}{2 \sigma_T \left(\frac{\sigma_T}{m \cdot n R_{\text{пр}}} + 1 \right)}. \quad (16)$$

При этом имеем в виду, что в критическом состоянии элемента высота части, участвующей в работе растянутой зоны бетона, незначительна и без какого-либо ущерба для точности расчета можно работой ее пренебречь, поэтому в уравнении (4) принято $k = 1$.

Поступая аналогичным образом для $\sigma_T \leq \sigma_T^{\text{пер}}$ получаем:

$$P_{\text{оп}} = \frac{\left[\frac{x_A - a}{h_0} - \left(1 + \frac{R_{\text{пр}} \cdot n}{\sigma_T} \right) \right]^2}{\frac{x_A - a}{h_0} \left(1 + \frac{R_{\text{пр}} \cdot n}{\sigma_T} \right)}. \quad (17)$$

Значение k должно быть таким, чтобы величина

$$\sigma'_6 = \sigma_6 \frac{(x + a)(1 - k)}{h_0 - x} = \frac{\sigma_a}{n} \frac{(x + a)(1 - k)}{x},$$

на расстоянии $(x + a)k$ от растянутого края примерно совпала с ее значением для бетонных изгибаемых элементов, с учетом также изменения величины собственных напряжений вследствие задержания усадки бетона продольной арматурой.

Как первое приближение, при обычных температурно-влажностных условиях твердения бетона для изгибаемых элементов прямоугольного сечения обычно применяемых размеров в возрасте первых двух-трех месяцев, в зависимости от ступени нагрузки (s), значение k можно определить по выражению:

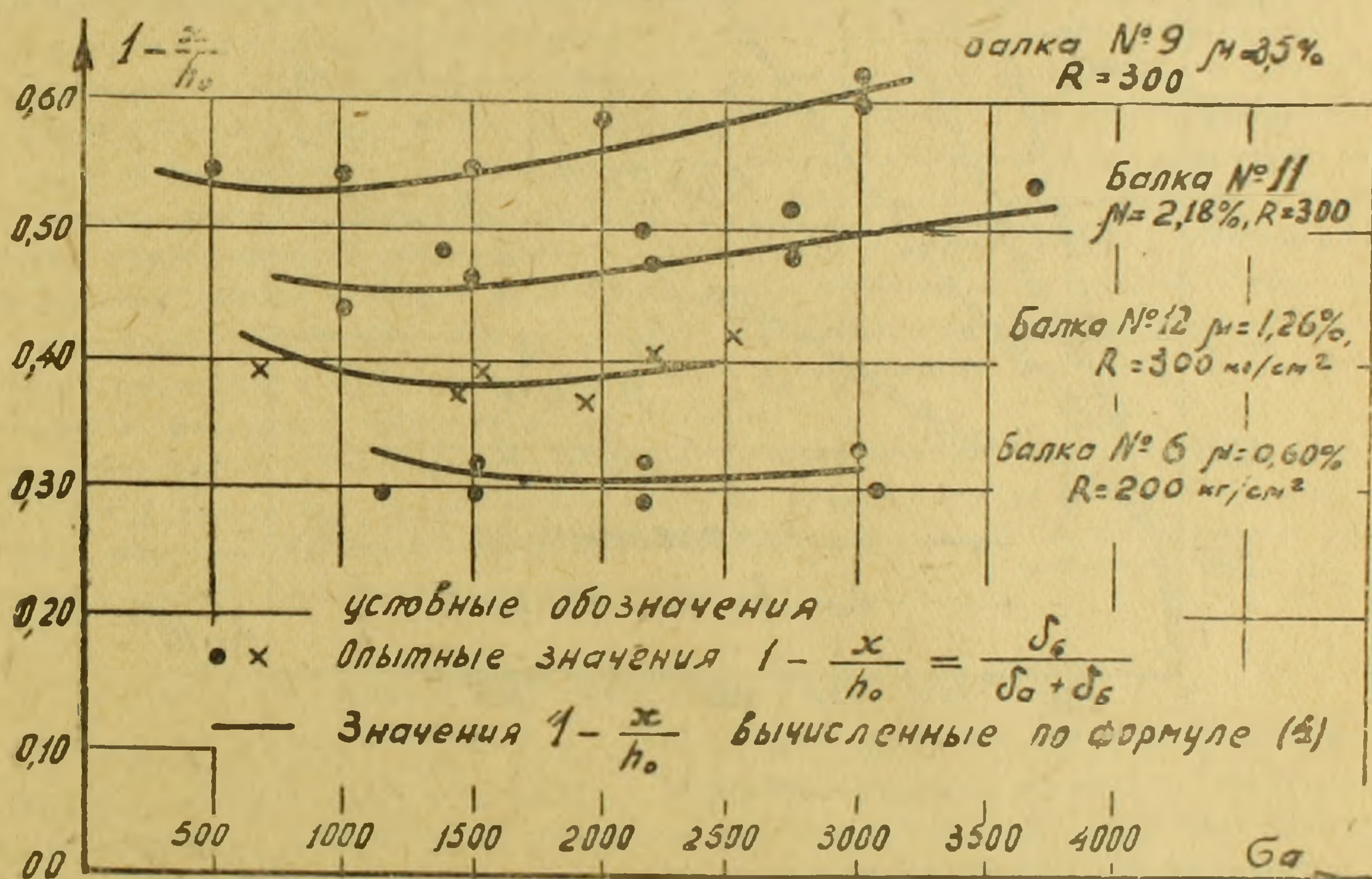
$$k = \frac{10 s \frac{\sigma_T}{2500}}{3,5 \frac{x_{\text{ср}}}{h_0} + 10 s \frac{\sigma_T}{2500}}, \quad (18)$$

$\frac{x_{\text{ср}}}{h_0}$ определяется из уравнения (4) с постановкой $k = 0,5$; $s = 0,5$.

При этом, как показывают оценочные расчеты, σ'_6 — меняется при минимальных процентах армирования от 0 на краю до $\approx 3R'_{oc}$ — на глубине $\approx 0,4 - 0,5 h_0$ и при максимальных процентах армирования от 0 на краю до $\approx R'_{oc}$ на глубине $\approx 0,3 h_0$ примерно линейно.

В качестве примера на фиг. 2, 3, 4 приведены некоторые экспериментальные и теоретические значения для балок с различными процентами армирования: расположения нейтральной оси соответствующего разным значениям напряжений в растянутой арматуре, средних деформаций растянутой арматуры в зависимости от нагрузки, кривизны при разных значениях напряжения в растянутой арматуре.

Экспериментальные данные, приведенные на фигурах 2, 3, 4, заимствованы из работы Я. М. Немировского ⁽³⁾. При расчетах приняты $A = 0,65$; $A_{из} (\mu = 0) = 0,25$; $m = 2$; $x_A = 0,65 d R_{np}$ и E_0 по нормам ⁽⁴⁾.

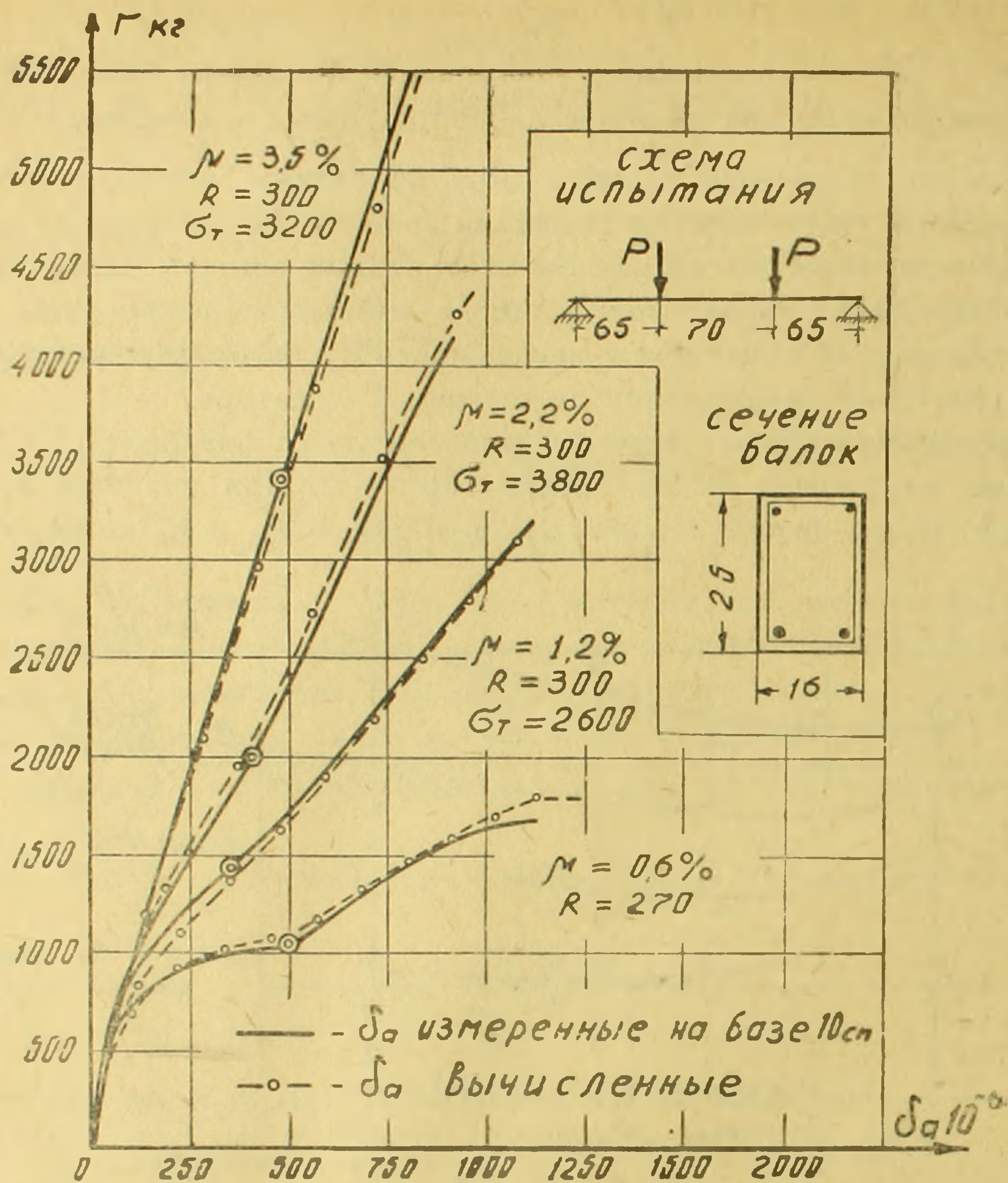


Фиг. 2.

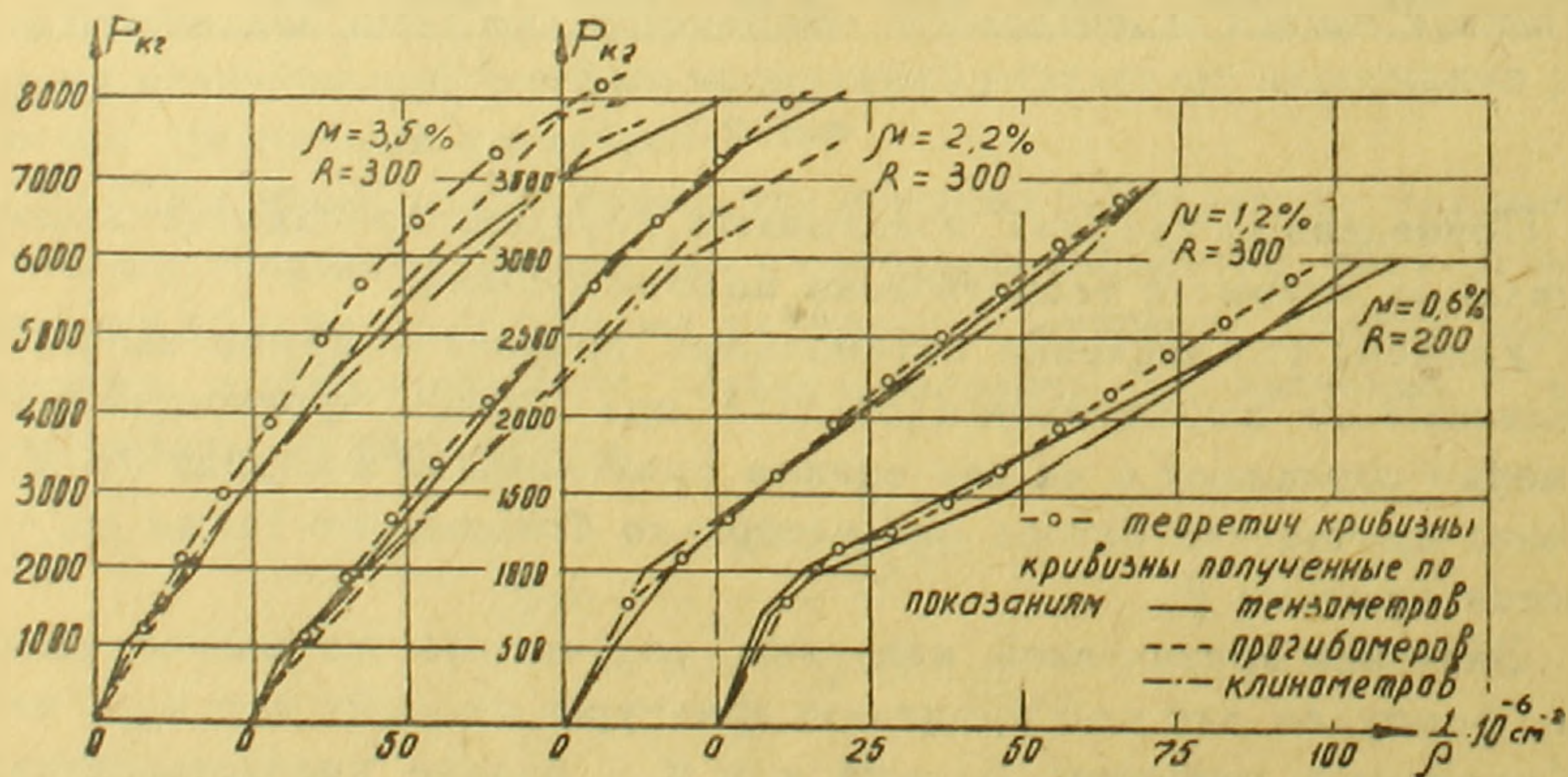
Приведенные графики показывают хорошее совпадение экспериментальных кривых с теоретически подсчитанными.

Укажем, что значения оптимальных процентов армирования, определенные по выражениям (16), (17), при низких прочностях бетона примерно совпадают с их значениями приводимыми в нормах ⁽⁴⁾, а при высоких прочностях бетона они несколько больше, что также подтверждается опытами ⁽⁵⁾.

Значения критической нагрузки, получаемые по вышеприведенным формулам как при процентах арматуры меньших чем $\mu_{оп}$, так и при процентах арматуры больше чем $\mu_{оп}$ вполне удовлетворительно



Фиг. 3.



Фиг. 4.

совпадают с их опытными значениями. Отклонение в среднем составляет $\pm 5\%$.

Укажем также, что такое хорошее совпадение с опытными данными для всех расчетных величин получается и для внецентренно сжатых железобетонных элементов, если расчет их вести по формулам, построенным на основе вышеприведенных положений.

Институт стройматериалов и
сооружений АН Армянской ССР

Լ. Գ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Երկաթ-բետոնի տեսության մի բանի հաղցեցր

Հենվելով ^(1,2) հողվածներում հեղինակի կողմից առաջադրած բետոնի զիմադր-
րության սկզբունքների վրա, տրված են երկաթ-բետոնի տեսության հիմնական դրույթ-
ները, որոնք կիրառելի են երկաթ-բետոնյա էլեմենտների դեֆորմացիայի ենթարկված և
լարվածային վիճակի բոլոր աստիճաններում: Հողվածում այդ դրույթների հիման վրա
դիտված է մաքուր ծուժան ենթարկված էլեմենտների աշխատանքը: 2, 3, 4 գծագրերում
տարբեր տոկոս արմատուր ունեցող հեծանների համար համեմատված են՝ արժածված բա-
նաձևերով ստացված՝ կտրվածքի սեղմված մասի մեծությունը կախված լարվածությունից
ձգված արմատուրայում, դեֆորմացիան ձգված արմատուրայում կախված բեռնավորվա-
ծությունից, հեծանի առանցքի կորություն շառավիղի մեծությունը կախված բեռից, հա-
մապատասխան փորձնական մեծությունների հետ: Նման բավարար համընկնում փորձ-
նական տվյալների հետ ստացվում է նաև տեսությամբ հաշված արմիրովկայի օպտիմալ
տոկոսի ու քայքայվող ուժի արժեքների համար:

Փորձերի հետ նույնպիսի համընկնում է ստացվում բոլոր հաշվարկային մեծու-
թյունների համար նաև արտակենտրոն սեղմված երկաթ-բետոնյա էլեմենտների համար,
եթե նրանց հաշվարկումը կատարվի բանաձևերով, որոնք ստացվում են հողվածում բեր-
ված դրույթների հիման վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Л. Г. Седракян, ДАН Арм. ССР, т. XIV, № 1, (1951). ² Л. Г. Седракян, ДАН Арм. ССР, т. XIV, № 3, (1951). ³ Я. М. Немировский, Жесткость изгибаемых железобетонных элементов и раскрытие трещин в них, „Исследование обычных и предварительно напряженных железобетонных конструкций“, Сборник исследовательских работ ЦНИПС, 1949. ⁴ Нормы и технические условия проектирования железобетонных конструкций (Н и ТУ—3—49). ⁵ К. Е. Таль, О границе между случаями разрушения изгибаемых элементов по растянутой арматуре и по сжатому бетону. Конференция по вопросам современного железобетонного строительства. тезисы докладов, 1951.