ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XIII 1951 1

ФИЗИКА

Г. И. Тер-Степанян

Об условии равновесия жидкости в капиллярной системе

(Представлено А. А. Акопяном 18 X 1950)

В статье рассматриваются условия равновесия жидкости, заполняющей капиллярную систему.

Характеристика капиллярной системы. Под капиллярной системой понимается пористое твердое вещество, обладающее достаточно узкими и незамкнутыми пустотами, представляющими собой систему сообщающихся капиллярных ходов произвольного сечения и очертания, с находящейся в ней жидкостью. Пустоты тела могут быть заполнены любой жидкостью, краевой угол смачивания которой с веществом твердого тела меньше, чем 90^0; помимо жидкости, в пустотах тела может находиться небольшое количество воздуха или паров данной жидкости, но эта газообразная фаза распределена в жидкой фазе в виде отдельных малых пузырьков или находится в защемленном состоянии в порах тела, не имея связи с внешней средой. Внешней средой может являться воздух или пар, или любая другая жидкость, несмешивающаяся с жидкостью, заполняющей пустоты данного тела.

Условия равновесия жидкости. Определим те условия, которым подчиняется кривизна поверхности жидкости. Выберем на поверхности жидкости произвольную точку M_1 (x_1, y_1, z_1); обозначим радиусы главной кривизны поверхности жидкости через R_1' и R_1''.

Тогда, согласно первой теории капиллярности, вследствие искривления поверхности жидкости, полное абсолютное давление под поверхностью жидкости составит:

$$p_1 = A + B_1 + \alpha\left(\frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_1''}\right) \tag{1}$$

где A—внутреннее (молекулярное) давление на плоской поверхности жидкости,

B_1—гидростатическое давление внешней среды на площадку, находящуюся на высоте z_1 и

α — поверхностное натяжение жидкости.

Аналогично (1) запишется выражение полного абсолютного давления под второй, также произвольно выбранной на поверхности жидкости точкой M_2 (x_2, y_2, z_2):

$$p_2 = A + B_2 + \alpha \left(\frac{1}{R_2'} + \frac{1}{R_2''} \right) \tag{2}$$

где B_2 — гидростатическое давление внешней среды на площадку, находящуюся на высоте z_2 и

R_2' и R_2'' — радиусы главной кривизны поверхности жидкости в точке M_2.

Определим абсолютное гидростатическое давление, имеющееся в произвольно-выбранной внутри жидкости точке M_3 (x_3, y_3, z_3); по отношению к давлению в точке M_1 оно составит:

$$p_3' = A + B_1 + \alpha \left(\frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_1''} \right) + \rho_1 g (z_1 - z_3) \tag{3}$$

где ρ_1 — плотность жидкости и

g — ускорение силы тяжести. Принимается, что ось z вертикальна и направлена вверх.

По отношению к давлению в точке M_2 давление в точке M_3 составит

$$p_3'' = A + B_2 + \alpha \left(\frac{1}{R_2'} + \frac{1}{R_2''} \right) + \rho_1 g (z_2 - z_3) \tag{4}$$

Между величинами гидростатического давления, оказываемого внешней средой на площадки, расположенные у точек M_1 и M_2, существует соотношение

$$B_2 = B_1 + \rho_2 g (z_1 - z_2) \tag{5}$$

где ρ_2 — плотность внешней среды (воздух, пар или другая жидкость).

Так как гидростатическое давление в любой точке внутри жидкости, независимо от того, как бы оно не определялось, должно быть одним и тем же, приравниваем (3) и (4); отсюда, учитывая (5), получим

$$\left(\frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_1''} \right) - \left(\frac{1}{R_2'} + \frac{1}{R_2''} \right) = - \frac{(\rho_1 - \rho_2) g}{\alpha} (z_1 - z_2) \tag{6}$$

Обозначив средние кривизны поверхности жидкости в точках M_1 и M_2 через K_1 и K_2, соответственно, перепишем (6):

$$K_1 = K_2 - \frac{\rho_1 - \rho_2}{2\alpha} g (z_1 - z_2). \tag{7}$$

Формула (7) представляет собой общее условие равновесия жидкости в капиллярной системе.

Кривизна поверхности жидкости. Если точка M_2 обладает тем свойством, что средняя кривизна поверхности жидкости в ней равна нулю, т. е. $K_2 = 0$, то выражение (7) примет вид:

$$K_1 = -\frac{\rho_1 - \rho_2}{2\alpha} g(z_1 - z_0) \tag{8}$$

где $g z_0$—потенциал такой точки в гравитационном поле.

Припишем нулевой потенциал силы тяжести точке, обладающей свойством равенства нулю средней кривизны поверхности жидкости, и будем отсчитывать от нее потенциалы всех остальных точек этой поверхности.

Ясно, что условие равенства нулю средней кривизны жидкости не должно всегда означать наличия плоской поверхности жидкости; для этого необходимо, чтобы $R_2' = -R_2''$, т. е. радиусы главной кривизны должны иметь равные по величине и противоположные по знаку значения. В частном случае оба радиуса главной кривизны могут равняться бесконечности, т. е. поверхность жидкости может быть плоской.

Нулевым потенциалом будет обладать ряд точек, геометрическое место которых определит собой некоторую изопотенциальную поверхность: этой изопотенциальной поверхности соответствует пьезометрический уровень жидкости. Такой пьезометрический уровень может быть определен, например, с помощью пьезометра, введенного в изучаемое тело.

Из формулы (8) следует, что средняя кривизна поверхности жидкости, заполняющей капиллярную систему, пропорциональна потенциалу гравитационного поля, отсчитанному от пьезометрического уровня жидкости. Этому пьезометрическому уровню соответствует горизонт плоских менисков, окаймляющих капиллярную систему по некоторой горизонтальной линии.

Коэфициент пропорциональности кривизны поверхности жидкости и высоты точки над пьезометрическим уровнем имеет простой физический смысл. Он представляет собой среднюю кривизну поверхности такого мениска, которому соответствует высота капиллярного поднятия, равная единице. Поэтому формула (8) может получить и такую интерпретацию:

Средняя кривизна поверхности жидкости в любой точке капиллярной системы, находящейся в гравитационном поле, равна высоте этой точки, отсчитанной от пьезометрического уровня жидкости, умноженной на среднюю кривизну поверхности такого мениска, которому соответствует высота капиллярного поднятия, равная единице. Средняя кривизна поверхности менисков имеет знак, обратный знаку потенциала силы тяжести.

Легко видеть, что коэфициент пропорциональности в формуле (8) представляет собой величину, обратную капиллярной постоянной a^2. Поэтому уравнение (8) может быть переписано так:

$$K_1 = -\frac{z_1 - z_0}{a^2}, \tag{9}$$

т. е. средняя кривизна поверхности жидкости в любой точке поверхности капиллярной системы, находящейся в гравитационном поле, равна отношению высоты этой точки, отсчитанной от пьезометрического уровня жидкости, к капиллярной постоянной жидкости.

Из уравнений (8) или (9) следует, что так как высоты точек гравитационного поля, расположенных выше пьезометрического уровня жидкости, положительны, то кривизны менисков, находящихся в этой области, будут отрицательны, т. е. мениски будут иметь вогнутую форму; наоборот, в области, расположенной ниже пьезометрического уровня жидкости, высоты точек отрицательны и поэтому кривизны менисков, согласно формуле (8) или (9), должны быть положительны, т. е. мениски должны иметь выпуклую форму.

О положении пьезометрического уровня в капиллярной системе. Рассмотрим этот последний случай, т. е. определим условия равновесия жидкости в той области капиллярной системы, которая расположена ниже пьезометрического уровня. В другом месте нами было показано, что при капиллярном опирании краевые углы смачивания стенок трубки жидкости в известных условиях могут переходить на торцовую поверхность трубки([1]).

Такими благоприятными для перехода краевых углов смачивания на торцовую или внешнюю поверхность капиллярной системы условиями являются малая величина угла смачивания, свойственная в частности влажным поверхностям, и малая толщина стенок капиллярных ходов. Если это не имеет места, то могут создаться условия для сохранения отдельных несливающихся менисков опирания. Однако такой случай не может отвечать условиям наиболее устойчивого равновесия. Поэтому для капиллярных систем следует считать более вероятным переход краевых углов смачивания на торцовую поверхность системы.

В капиллярной системе, при таком переходе, краевые углы смачивания соседних капиллярных ходов будут перекрывать друг друга, что приведет к слиянию соответствующих соседних менисков. В результате, создастся сплошная поверхность малой кривизны; добавочное давление, развиваемое такой поверхностью, следует считать равным нулю, что соответствует, таким образом, отсутствию капиллярного опирания. Поэтому нижней границей устойчивости жидкости в капиллярной системе является случай плоских менисков, что, как мы видели, отвечает пьезометрическому уровню жидкости; таким образом, пьезометрический уровень в капиллярной системе не может подниматься выше, чем самая нижняя точка рассматриваемого тела.

Положение пьезометрического уровня жидкости в капиллярной системе зависит от соотношения между количеством жидкости, заполняющей поры тела, объемом этих пор и высотой капиллярного поднятия. Если отложить высоту капиллярного поднятия в наиболее узком капилляре вверх от пьезометрического уровня, то получившийся таким образом уровень ограничит сверху зону капиллярного поднятия. При уменьшении количества жидкости положение пьезометрического уровня будет понижаться. При этом понижении пьезометрического уровня может оказаться, что верхняя часть тела выйдет из зоны капиллярного поднятия; тогда эта часть тела окажется освобожденной от жидкости, а мениски отступят в глубь тела.

При увеличении количества жидкости в системе пьезометрический уровень повышается; однако это поднятие имеет предел, установленный выше, а именно, пьезометрический уровень не должен подниматься выше самой нижней точки тела.

Положение пьезометрического уровня капиллярной системы может также однозначно характеризовать кривизну поверхности жидкости, заполняющей систему и оказываемое ею на твердую фазу капиллярное давление, как, например, температура газа определяет скорость движения молекул, или средний размер зерен дисперсного тела определяет его удельную поверхность.

Величина капиллярного давления p_c в какой-либо точке капиллярной системы, обладающей потенциалом силы тяжести $g(z_1 - z_0)$, может быть получена сравнением формулы Лапласа с уравнением (8). Она составит:

$$p_c = -(\rho_1 - \rho_2)\, g\, (z_1 - z_0)$$

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР
Ереван, 1950, октябрь.

ԳԵՈՐԳ ՏԵՐ-ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ

Կապիլյար սիստեմում գտնվող հեղուկի հավասարակշռության պայմանի մասին

Հեղինակը ցույց է տալիս, որ գրավիտացիոն դաշտում գտնվող կապիլյար սիստեմի հեղուկը հավասարակշռված է, եթե նրա մակերեսի K_1 *միջին կորությունը հավասար է այդ կետի,* $g(z_1 - z_0)$ *գրավիտացիոն դաշտի պոտենցիալը բաժանած* a^2 *հեղուկի կապիլյար հաստատունին, հաշված պիեզոմետրիկ մակարդակից։ Միջին կորության նշանը հակառակ է պոտենցիալի նշանին (բանաձև 9)։*

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *Г. И. Тер-Степанян*—1950, ДАН Арм. ССР, 12 (4) : 97—101. 2. *Е. А. Штрауф*—1949. Молекулярная физика, ГИТТЛ, Ленинград—Москва.