

А. К. Товмасян

**Вопрос о многократном рассеивании света при
наличии флуоресценции**

I

(Представлено В. А. Амбарцумяном 13 VII 1948)

В настоящей статье мы приводим некоторые результаты нашей работы, в которой на основании идей созданной Амбарцумяном^(1,2,3) в 1942—1944 гг. теории рассеяния света в мутной среде удалось решить некоторые вопросы диффузного отражения света при наличии флуоресценции, когда на конечную границу полубесконечной среды падают пучки параллельных лучей с двумя различными частотами ν_1 и ν_2 .

Принимается, что среда является чисто рассеивающей, и кванты, имеющие частоты ν_1 и ν_2 , могут только лишь превращаться один в другой, или сохранить свою частоту. Иначе говоря, кванты, имеющие частоты ν_1 и ν_2 , не превращаются в кванты каких либо других частот. Процессы такого типа совершаются, например, в газовых туманностях по отношению к частотам L_α и L_c .

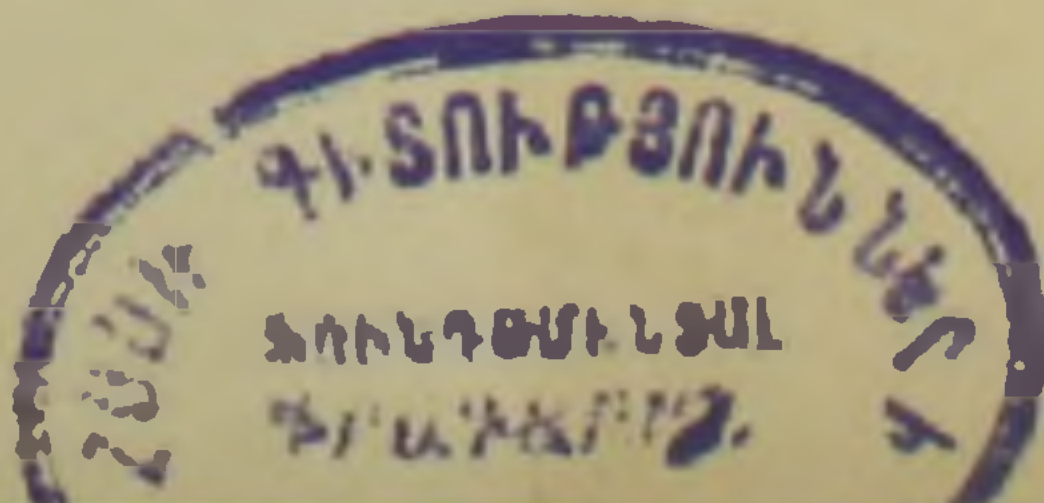
Принимая во внимание, что для рассматриваемых двух частот не сохраняются суммы энергии во время актов элементарного рассеивания, но сохраняется общее число квантов, принадлежащих этим двум частотам, целесообразно во время производства расчетов иметь дело не с интенсивностью лучей, а вводить новые величины, представляющие те же самые интенсивности, деленные на энергию соответствующих квантов.

В дальнейшем слово „интенсивность“ имеет именно это значение.

Рассмотрим в этой заметке случай одномерной среды.

Принимается, что среда однородна, ограничена с одной стороны некоторой границей А, а с другой—устремляется в бесконечность, и оптическая глубина ее бесконечно велика.

Мы будем считать, что при элементарном акте рассеяния вместо поглощенного в элементарном объеме кванта частоты ν_1 может с вероятностью λ_1 излучаться квант той же частоты и с вероятностью $1-\lambda_1$ квант ν_2 . Аналогично λ_2 есть вероятность того, что после поглощения кванта ν_2 излучается квант частоты ν_2 , а $1-\lambda_2$ есть вероятность



излучения кванта частоты ν_1 . Величины λ_1 и λ_2 будем принимать постоянными во всей среде.

Наконец, принимается, что на границу А падают пучки параллельных лучей I_e ($e=1,2$) с двумя различными частотами ν_e ($e=1,2$).

Вообще, в результате многократного рассеивания, лучи выходят из среды с некоторой интенсивностью I'_k ($k=1,2$) при чем, очевидно, I'_k выразится через I_e следующим образом:

$$I'_k = \sum_{e=1}^2 r_{ke} I_e \quad (k=1,2), \quad (1)$$

где функции r_{ke} характеризуют диффузное отражение света.

Наша задача заключается в том, чтобы определить r_{ke} в зависимости от λ_1 и λ_2 .

К границе среды А присоединим дополнительный „слой“ Δz малой линейной толщины, состоящий из материи с такими же оптическими свойствами. При этом пусть „слой“ Δz имеет для частоты ν_1 малую оптическую толщину $\Delta\tau_1$, а для частоты ν_2 толщину $\Delta\tau_2$.

Эта новая среда будет обладать диффузным отражением, характеризующимся теми-же функциями r_{ke} , так как присоединение к среде, имеющей бесконечно-большую оптическую глубину, „слоя“ линейной толщины Δz , как и вообще присоединение слоя любой конечной толщины, не может изменить диффузную отражательную способность среды.

Здесь необходимо отметить, что оптические толщины $\Delta\tau_1$ и $\Delta\tau_2$ определяются для обычной линейной толщины „слоя“ Δz через коэффициент ослабления (экстрикция) света σ_1 и σ_2

$$\Delta\tau_1 = \sigma_1 \Delta z \quad (2)$$

$$\Delta\tau_2 = \sigma_2 \Delta z. \quad (3)$$

Свойство инвариантности диффузного отражения в отношении дополнительного „слоя“ мы используем для вывода таких уравнений, которым должны удовлетворять искомые функции.

В дальнейших вычислениях мы примем Δz такой малой величины, при которой можно пренебрегать его квадратом.

В результате добавления „слоя“ Δz мы получим новую границу среды А'. Теперь на прежнюю границу А будут падать уже ослабленные потоки прямых лучей, т. е. не I_e , а $(1-\Delta\tau_e) I_e$. В соответствии с этим от границы А будут отражаться излучения с интенсивностями $\sum_{e=1}^2 I_e r_{ke} (1-\Delta\tau_e)$. Но при выходе из „слоя“ Δz эти излучения будут ослаблены в $1-\Delta\tau_k$ раза. Таким образом, из падающих на границу А прямых лучей будут отражаться лишь те, интенсивность которых составляет

$$\sum_{e=1}^2 r_{ke} I_e (1-\Delta\tau_e) (1-\Delta\tau_k) \quad (k=1,2).$$

В частности, если $I_2=0$, то в частоте ν_1 отражается излучение, обладающее интенсивностью $I_1\Gamma_{11}(1-\Delta\tau_1)(1-\Delta\tau_2)$, а в частоте ν_2 , $(1-\Gamma_{11}) I_1 (1-\Delta\tau_1)(1-\Delta\tau_2)$.

С другой стороны, в результате прибавления „слоя“ Δz возникают дополнительные излучения, состоящие из четырех слагаемых для каждой частоты. Вычислим сперва эти дополнительные излучения при частоте ν_1 .

1. „Слой“ Δz рассеивает часть проходящих через него прямых лучей с частотой ν_1 , при чем $\frac{1}{2} \lambda_1 I_1 \Delta\tau_1$ рассеивается с частотой ν_1 , а $\frac{1}{2} (1-\lambda_1) I_1 \Delta\tau_1$ с частотой ν_2 . Соответствующий прирост интенсивности отраженных лучей с частотой ν_1 равен

$$\frac{1}{2} \lambda_1 I_1 \Delta\tau_1.$$

2. Часть лучей с частотой ν_1 и ν_2 , рассеянных „слоем“ Δz , направляется в сторону границы А и частично отражается от нее. Прирост интенсивности отраженных лучей равен:

$$\frac{1}{2} \lambda_1 \Gamma_{11} I_1 \Delta\tau_1 + \frac{1}{2} (1-\lambda_1) I_1 \Gamma_{12} \Delta\tau_1.$$

3. „Слой“ Δz рассеивает наружу отраженные от границы А лучи. Соответствующий прирост интенсивности отраженных лучей частоты ν_1 равен

$$\frac{1}{2} \lambda_1 I_1 \Gamma_{11} \Delta\tau_1 + \frac{1}{2} (1-\lambda_2) I_1 \Gamma_{21} \Delta\tau_2.$$

4. Часть отраженных от границы А лучей рассеивается „слоем“ Δz обратно и снова отражается границей А. В результате этого, интенсивность в частоте ν_1 будет иметь следующий прирост:

$$\Gamma_{11} \left[\frac{1}{2} \lambda_1 I_1 \Gamma_{11} \Delta\tau_1 + \frac{1}{2} (1-\lambda_2) I_1 \Gamma_{21} \Delta\tau_2 \right] + \Gamma_{12} \left[\frac{1}{2} (1-\lambda_1) I_1 \Gamma_{11} \Delta\tau_1 + \frac{1}{2} \lambda_2 I_1 \Gamma_{21} \Delta\tau_2 \right].$$

Теперь запишем условие, при котором, в результате всех приращений и уменьшений, интенсивность выходящих из границы А' отраженных лучей остается равной $I_1 \Gamma_{11}$

$$I_1 \Gamma_{11} = I_1 \Gamma_{11} (1-\Delta\tau_1) (1-\Delta\tau_2) + \frac{1}{2} \lambda_1 I_1 \Delta\tau_1 + \frac{1}{2} \lambda_1 I_1 \Gamma_{11} \Delta\tau_1 + \frac{1}{2} (1-\lambda_1) \Gamma_{12} \Delta\tau_1 + \frac{1}{2} \lambda_1 I_1 \Gamma_{11} \Delta\tau_1 + \frac{1}{2} (1-\lambda_2) I_1 \Gamma_{21} \Delta\tau_2 + \Gamma_{11} \left[\frac{1}{2} \lambda_1 I_1 \Gamma_{11} \Delta\tau_1 + \frac{1}{2} (1-\lambda_2) I_1 \Gamma_{21} \Delta\tau_2 \right] + \Gamma_{12} \left[\frac{1}{2} (1-\lambda_1) \Gamma_{11} I_1 \Delta\tau_1 + \frac{1}{2} \lambda_2 I_1 \Gamma_{21} \Delta\tau_2 \right]. \quad (4)$$

Теперь, приняв, что $I_1=0$, а $I_2 \neq 0$, уравнение, выражающее инва-

риантность интенсивности $I_2 r_{22}$, отражающихся лучей, представится в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 I_2 r_{22} = & I_2 r_{22} (1 - \Delta \tau_2) (1 - \Delta \tau_2) + \frac{1}{2} \lambda_2 I_2 \Delta \tau_2 + \frac{1}{2} \lambda_2 I_2 r_{22} \tau \Delta_2 + \\
 & + \frac{1}{2} (1 - \lambda_2) I_2 r_{21} \Delta \tau_2 + \frac{1}{2} (1 - \lambda_1) I_2 r_{12} \Delta \tau_1 + \frac{1}{2} \lambda_2 I_2 r_{22} \Delta \tau_2 + \\
 & + r_{22} \left[\frac{1}{2} \lambda_2 I_2 r_{22} \Delta \tau_2 + \frac{1}{2} (1 - \lambda_1) I_2 r_{12} \Delta \tau_1 \right] + r_{21} \left[\frac{1}{2} (1 - \lambda_2) r_{22} I_2 \Delta \tau_2 + \right. \\
 & \left. \frac{1}{2} \lambda_1 I_2 r_{12} \Delta \tau_1 \right]. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Такие же уравнения получим, используя инвариантность $r_{12} I_1$ и $r_{21} I_1$.

Из уравнений (2) и (3) видно, что $\frac{\Delta \tau_2}{\Delta \tau_1} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$. Обозначим это отношение через γ и подставим в наши уравнения.

Производя все возможные сокращения, получим следующие четыре уравнения:

$$\begin{aligned}
 -2r_{11} + \frac{1}{2} \lambda_1 + \lambda_1 r_{11} + \frac{1}{2} \lambda_1 r_{11}^2 + \frac{1}{2} (1 - \lambda_1) r_{12} + \frac{1}{2} (1 - \lambda_2) \gamma r_{21} + \\
 + \frac{1}{2} (1 - \lambda_1) r_{11} r_{12} + \frac{1}{2} \lambda_2 \gamma r_{12} r_{21} + \frac{1}{2} (1 - \lambda_2) \gamma r_{11} r_{21} = 0 \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -2\gamma r_{22} + \frac{1}{2} \lambda_2 \gamma + \lambda_2 \gamma r_{22} + \frac{1}{2} \lambda_2 \gamma r_{22}^2 + \frac{1}{2} (1 - \lambda_2) \gamma r_{21} + \frac{1}{2} (1 - \lambda_1) r_{12} + \\
 + \frac{1}{2} (1 - \lambda_2) \gamma r_{22} r_{21} + \frac{1}{2} \lambda_1 r_{21} r_{12} + \frac{1}{2} (1 - \lambda_1) r_{12} r_{22} = 0 \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -(1 + \gamma) r_{12} + \frac{1}{2} (1 - \lambda_2) \gamma + \frac{1}{2} (1 - \lambda_2) \gamma r_{11} + \frac{1}{2} \lambda_1 r_{12} + \frac{1}{2} \lambda_2 \gamma r_{12} + \\
 + \frac{1}{2} (1 - \lambda_2) \gamma r_{22} + \frac{1}{2} \lambda_1 r_{11} r_{12} + \frac{1}{2} (1 - \lambda_1) r_{12}^2 + \frac{1}{2} (1 - \lambda_2) \gamma r_{11} r_{22} + \\
 + \frac{1}{2} \lambda_2 \gamma r_{22} r_{12} = 0 \quad (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -(1 + \gamma) r_{21} + \frac{1}{2} (1 - \lambda_1) + \frac{1}{2} (1 - \lambda_1) r_{22} + \frac{1}{2} \lambda_2 \gamma r_{21} + \frac{1}{2} \lambda_1 r_{21} + \\
 + \frac{1}{2} (1 - \lambda_1) r_{11} + \frac{1}{2} \lambda_2 \gamma r_{22} r_{21} + \frac{1}{2} (1 - \lambda_2) \gamma r_{21}^2 + \frac{1}{2} (1 - \lambda_1) r_{22} r_{11} + \\
 + \frac{1}{2} \lambda_1 r_{11} r_{21} = 0 \quad (9)
 \end{aligned}$$

С другой стороны, если $I_2 = 0$, то из (1) получим

$$I'_1 = I_1 r_{11}$$

$$I'_2 = I_1 r_{21}$$

Так как поглощения нет, то $I_1' + I_2' = I_1$. Поэтому

$$\Gamma_{11} + \Gamma_{21} = 1 \quad (10)$$

Точно так же

$$\Gamma_{22} + \Gamma_{21} = 1 \quad (11)$$

Уравнения (6), (7), (8) и (9) представляют те основные уравнения которым подчиняются функции Γ_{ke} , характеризующие диффузное отражение.

Если мы значения Γ_{12} и Γ_{21} из уравнений (10) и (11) подставим в уравнения (6), (7), (8) и (9), то окажется, что два из уравнений (6), (7), (8) и (9) являются следствием двух других.

Это означает, что уравнения (6), (7), (8), (9), (10) и (11) совместимы.

Из этих четырех уравнений в качестве независимых друг от друга можно взять следующие два уравнения:

$$(\lambda_1 + \lambda_2 \gamma - \gamma) \Gamma_{11}^2 + (\lambda_1 - \lambda_2 \gamma - 3) \Gamma_{11} + (\lambda_1 + \lambda_2 \gamma - 1) \Gamma_{11} \Gamma_{22} + (\lambda_1 - \lambda_2 \gamma - 1) \Gamma_{22} + 1 + \gamma = 0 \quad (12)$$

$$(\lambda_1 + \lambda_2 \gamma - 1) \Gamma_{11}^2 + (\lambda_2 \gamma - \lambda_1 - 3\gamma) \Gamma_{22} + (\lambda_1 + \lambda_2 \gamma - \gamma) \Gamma_{11} \Gamma_{22} + (\lambda_2 \gamma - \lambda_1 - \gamma) \Gamma_{11} + 1 + \gamma = 0 \quad (13)$$

На основании этих уравнений нами составлены соответствующие таблицы значений Γ_{11} и Γ_{22} для различных значений λ_1 , λ_2 и γ . За недостатком места мы их здесь не приводим.

Бюраканская Астрофизическая Обсерватория
Академии Наук Армянской ССР
Ереван, 1948, июнь.

Ա. Կ. ՅՈՎԱՍՏՅԱՆ

Լույսի բազմապատասխան ցրման խնդիրը Ֆլուորեսցենցիայի առկայության դեպքում

Պատրի միջավայրում լույսի ցրման վերաբերյալ Վ. Հ. Համբարձումյանի կողմից ստեղծված նոր թեորիայի հիման վրա մեզ հաջողվել է լուծել դիֆֆուզ անդրադարձման որոշ խնդիրներ ֆլուորեսցենցիայի առկայության դեպքում, երբ միակողմանի անվերջ միջավայրի վերջավոր սահմանի վրա ընկնում են երկու տարբեր γ_1 և γ_2 հաճախականություններ ունեցող զուգահեռ ճառագայթների փնջերը: Ընդունվում է, որ մեր ուսումնասիրության ենթակա միջավայրն ունի միայն ցրող հատկություն և γ_1 ու γ_2 հաճախականություններ ունեցող կվանտները կարող են միմյանի վերածվել մեկը մյուսին կամ պահպանել իրենց հաճախականությունները: Այլ խոսքով՝ γ_1 և γ_2 հաճախականություններ ունեցող կվանտները չեն վերածվում ուրիշ տեսակի կվանտների:

Բացի այդ, նկատի ունենալով, որ այդ երկու հաճախականությունների համար էներգիաների գումարը չի պահպանվում էլիմենտար ցրման ակտերի ժամանակ, առկայի պահանջովում է այդ երկու հաճախականությունների պատկանող կվանտների ընդհանուր թիվը, նպատակահարմար է հաշիվներ կատարելու ժամանակ գործ ունենալ ոչ թե ճառագայթների ինտենսիվության հետ, այլ ներմուծել ուրիշ մեծություններ, որոնք ներկայացնում են նույն ինտենսիվությունները՝ բաժանած համապատասխան կվանտի էներգիա-

յի վրա: Ներկա աշխատության մեջ «ինտենսիվություն» ասելով հասկանում ենք կվանտների այն քանակությունը, որն անցնում է նրանց ուղղությանն ուղղահայաց միավոր մակերեսի միջոցով, միավոր ժամանակում և միավոր մարմնային անկյան միջոցով:

Դիֆֆուզ անդրադարձման գործակիցները միջավայր բնութագրող գործակիցների միջոցով որոշելու խնդիրը բերում է (12) և (13) քառակուսի հավասարումների սխեմաի լուծմանը: Այդ հավասարումների լուծումը, այսինքն՝ անդրադարձման գործակիցների կախումը խնդրի պարամետրներից, տրված է հինգ տարբեր դեպքերի համար և ստացված արդյունքները ներկայացված են աղյուսակների ձևով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. В. А. Амбарцумян. Изв. АН Армянской ССР (сер. естеств. наук), № 1—2, 1944. 2. В. А. Амбарцумян. ДАН СССР, 38, № 8, 1943. 3. В. А. Амбарцумян. Жур. exper. и теор. физ., 13, в. 9--10, 1943. 4. L. G. Henyey. The Astrophysical Journal, 88, № 2, 1938.