ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
VIII 1948 5

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

С. А. Амбарцумян

Некоторые основные уравнения теории тонкой слоистой оболочки

(Представлено А. Г. Назаровым 19 II 1948)

Здесь мы даем общие уравнения теории упругих неоднородных анизотропных тонких и достаточно пологих оболочек, структура строения которых симметрична относительно срединной поверхности. Последняя отнесена к криволинейным ортогональным координатам α и β, совпадающим с линиями кривизны срединной поверхности.*

1. Будем считать, что: а) материал каждого слоя оболочки следует обобщенному закону Гука и в каждой точке имеет лишь одну плоскость упругой симметрии, параллельной срединной поверхности, б) скольжение слоев по поверхностям соприкосновения невозможно.**

В отношении такой оболочки принимаем:

а) Гипотезу Кирхгоффа—Лява ([3]), для всего пакета в целом,

б) допущение, что коэфициенты A и B первой квадратичной формы Гаусса при диференцировании можно рассматривать как постоянные ([4]).

2. Из обобщенного закона Гука при пренебрежении σ_γ по сравнению с σ_α^m, σ_β^m, $\tau_{\alpha\beta}^m$, получим: для m-го слоя:

$$\sigma_\alpha^m = B_{11}^m e_\alpha + B_{12}^m e_\beta + B_{16}^m e_{\alpha\beta}, \quad \sigma_\beta^m = B_{22}^m e_\beta + B_{12}^m e_\alpha + B_{26}^m e_{\alpha\beta},$$

$$\tau_{\alpha\beta}^m = B_{66}^m e_{\alpha\beta} + B_{16}^m e_\alpha + B_{26}^m e_\beta \tag{2.1}$$

$$B_{ik} = \frac{A_{ik}^m A_{33}^m - A_{i3}^m A_{k3}^m}{A_{33}^m}, \quad \begin{pmatrix} i=1,2,6 \\ k=1,2,6 \end{pmatrix}, \tag{2.2}$$

где $A_{ik} = A_{ki}$—упругие постоянные, общее число которых при одной плоскости упругой симметрии составляет 13 ([2]).

* Здесь и в дальнейшем придерживаемся обозначений В. З. Власова ([1])

** Аналогичная задача для плоской плиты решена С. Г. Лехницким ([5]).

Входящие в формулы (2.1) компоненты тензора деформации по толщине оболочки меняются по закону:

$$e_\alpha = \varepsilon_1 + \varkappa_1 \gamma, \quad e_\beta = \varepsilon_2 + \varkappa_2 \gamma, \quad e_{\alpha\beta} = \omega + \tau\gamma. \tag{2.3}$$

Для деформаций удлинения и изменений кривизны имеем:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{A}\,\partial_1 u + k_1 w, \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{B}\,\partial_2 v + k_2 w, \quad \omega = \frac{1}{B}\,\partial_2 u + \frac{1}{A}\partial_1 v,$$

$$\varkappa_1 = -\frac{1}{A^2}\,\partial_1^2 w, \quad \varkappa_2 = -\frac{1}{B^2}\,\partial_2^2 w, \quad \tau = -\frac{2}{AB}\,\partial_1 \partial_2 w. \tag{2.4}$$

Здесь и в дальнейшем будем пользоваться символами:

$$\frac{\partial^m}{\partial\alpha^m} = \partial_1^m, \quad \frac{\partial^m}{\partial\beta^m} = \partial_2^m, \quad \frac{\partial^m}{\partial\gamma^m} = \partial_3^m. \tag{2.5}$$

Вышеприведенными формулами возможно определить лишь три компонента напряжения, однако для нахождения внутренних усилий необходимы также остальные компоненты напряжений, которые определяются из уравнений равновесия. Последние при наличии наших упрощающих предпосылок имеют вид:

$$\frac{1}{h_1 h_2}\,\partial_1 \overset{m}{\sigma}_\alpha + \frac{1}{h_1^2}\,\partial_2 \overset{m}{\tau}_{\alpha\beta} + \partial_3 \frac{\overset{m}{\tau}_{\alpha\gamma}}{h_1^2 h_2} = 0$$

$$\frac{1}{h_1 h_2}\,\partial_2 \overset{m}{\sigma}_\beta + \frac{1}{h_2^2}\,\partial_1 \overset{m}{\tau}_{\alpha\beta} + \partial_3 \frac{\overset{m}{\tau}_{\beta\gamma}}{h_1 h_2^2} = 0 \tag{3.1}$$

$$-\frac{A}{h_2}\,k_1 \overset{m}{\sigma}_\alpha - \frac{B}{h_1}\,k_2 \overset{m}{\sigma}_\beta + \frac{1}{h_2}\,\partial_1 \overset{m}{\tau}_{\alpha\gamma} + \frac{1}{h_1}\,\partial_2 \overset{m}{\tau}_{\beta\gamma} + \partial_3 \frac{\overset{m}{\sigma}_\gamma}{h_1 h_2} = 0.$$

Внутренние усилия можно определить также несколько иным путем ([5]), не пользуясь последними тремя компонентами тензора напряжения, однако для слоистых оболочек знание этих компонентов $\overset{m}{\tau}_{\alpha\gamma}$, $\overset{m}{\tau}_{\beta\gamma}$ и $\overset{m}{\sigma}_\gamma$ необходимо.

Напряжения и перемещения должны удовлетворять также граничным условиям на внешних поверхностях, а также на поверхностях контакта смежных слоев. Ввиду того, что мы задались гипотезой Кирхгоффа—Лява, условия контакта, выраженные в перемещениях, автоматически выполняются, условия, которым должны удовлетворять напряжения, таковы:

1. На нижней поверхности при $\gamma = -\delta$, где δ—половина толщины оболочки

$$\overset{1}{\sigma}_\gamma = \overset{1}{\tau}_{\alpha\gamma} = \overset{1}{\tau}_{\beta\gamma} = 0. \tag{3.2}$$

2. На верхней поверхности при $\gamma=\delta$

$$\sigma_\gamma^{2n+1}=Z,\quad \tau_{\alpha\gamma}^{2n+1}=X,\quad \tau_{\beta\gamma}^{2n+1}=Y. \tag{3.3}$$

3. На поверхностях соприкосновения смежных слоев. При $\gamma=-\delta_m$ $(m=2,3\ldots n+1)$, $\gamma=\delta_m$ $(m=n+1,\ n+2,\ldots 2n)$

$$\sigma_\gamma^m=\sigma_\gamma^{m-1},\quad \tau_{\alpha\gamma}^m=\tau_{\alpha\gamma}^{m-1},\quad \tau_{\beta\gamma}^m=\tau_{\beta\gamma}^{m-1}. \tag{3.4}$$

В дальнейшем нам понадобятся некоторые линейные операторы, для сокращения записи которых введем следующие обозначения:

$$R_\alpha(a_{ik})=(a_{11}k_1+a_{12}k_2)\frac{1}{A}\partial_1+(a_{16}k_1+a_{26}k_2)\frac{1}{B}\partial_2,$$

$$R_\beta(a_{ik})=(a_{22}k_2+a_{12}k_1)\frac{1}{B}\partial_2+(a_{26}k_2+a_{16}k_1)\frac{1}{A}\partial_1,$$

$$S(a_{ik})=(a_{11}k_1+a_{12}k_2)\frac{1}{A^2}\partial_1^2+2(a_{16}k_1+a_{26}k_2)\frac{1}{AB}\partial_1\partial_2+$$
$$+(a_{22}k_2+a_{12}k_1)\frac{1}{B^2}\partial_2^2,$$

$$P_\alpha(a_{ik})=a_{11}\frac{1}{A^2}\partial_1^2+2a_{16}\frac{1}{AB}\partial_1\partial_2+a_{66}\frac{1}{B^2}\partial_2^2,$$

$$P_\beta(a_{ik})=a_{22}\frac{1}{B^2}\partial_2^2+2a_{26}\frac{1}{AB}\partial_1\partial_2+a_{66}\frac{1}{A^2}\partial_1^2,$$

$$Q(a_{ik})=a_{16}\frac{1}{A^2}\partial_1^2+(a_{12}+a_{66})\frac{1}{AB}\partial_1\partial_2+a_{26}\frac{1}{B^2}\partial_2^2,$$

$$E(a_{ik})=a_{11}\frac{1}{A^3}\partial_1^3+3a_{16}\frac{1}{A^2B}\partial_1^2\partial_2+(a_{12}+2a_{66})\frac{1}{AB^2}\partial_1\partial_2^2+a_{26}\frac{1}{B^3}\partial_2^3,$$

$$F(a_{ik})=a_{22}\frac{1}{B^3}\partial_2^3+3a_{26}\frac{1}{B^2A}\partial_2^2\partial_1+(a_{12}+2a_{66})\frac{1}{BA^2}\partial_2\partial_1^2+a_{16}\frac{1}{A^3}\partial_1^3,$$

$$L(a_{ik})=a_{11}\frac{1}{A^4}\partial_1^4+4a_{16}\frac{1}{A^3B}\partial_1^3\partial_2+$$
$$+2(a_{12}+2a_{66})\frac{1}{A^2B^2}\partial_1^2\partial_2^2+4a_{26}\frac{1}{AB^3}\partial_1\partial_2^3+a_{22}\frac{1}{B^4}\partial_2^4.$$

4. Переходим к определению напряжений $\tau_{\alpha\gamma}^m$ и $\tau_{\beta\gamma}^m$. Подставим в первые два уравнения равновесия (3.1) значения напряжений σ_α^m, σ_β^m и $\tau_{\alpha\beta}^m$, выраженные через перемещения u, v, w посредством формул (2.3) и (2.4). Далее, интегрируя и пренебрегая слагаемыми γk_1 и γk_2 по сравнению с единицей, получим:

$$\begin{aligned}\tau_{\alpha\gamma}^m&=\frac{\gamma^2}{2}E(B_{ik}^m)w-\gamma\left[P_\alpha(B_{ik}^m)u+Q(B_{ik}^m)v+R_\alpha(B_{ik}^m)w\right]+\varphi_m,\\ \tau_{\beta\gamma}^m&=\frac{\gamma^2}{2}F(B_{ik}^m)w-\gamma\left[P_\beta(B_{ik}^m)v+Q(B_{ik}^m)u+R_\beta(B_{ik}^m)w\right]+\psi_m.\end{aligned} \tag{4.1}$$

Функции $\varphi_m(\alpha,\beta)$ и $\psi_m(\alpha,\beta)$ определяем из условий (3.2), (3.3) и (3.4). Определение φ_m и ψ_m осуществляем от внешних слоев к среднему.

Производя вышеупомянутые вычисления для $\tau_{\alpha\gamma}^m$ и $\tau_{\beta\gamma}^m$, получаем:

От нижнего (1-го) до верхнего (n+1-го) слоев включительно ($m=1,2,3\ \dots\ n+1$)

$$\tau_{\alpha\gamma}^m=\frac{\gamma^2}{2}E\left(B_{ik}^m\right)w-\gamma\left[P_\alpha\left(B_{ik}^m\right)u+Q\left(B_{ik}^m\right)v+R_\alpha\left(B_{ik}^m\right)w\right]-$$

$$-\frac{\delta^2}{2}E\left(C_{ik}^m\right)w-\delta\left[P_\alpha\left(D_{ik}^m\right)u+Q\left(D_{ik}^m\right)v+R_\alpha\left(D_{ik}^m\right)w\right], \tag{4.2}$$

$$\tau_{\beta\gamma}^m=\frac{\gamma^2}{2}F\left(B_{ik}^m\right)w-\gamma\left[P_\beta\left(B_{ik}^m\right)v+Q\left(B_{ik}^m\right)u+R_\beta\left(B_{ik}^m\right)w\right]-$$

$$-\frac{\delta^2}{2}F\left(C_{ik}^m\right)w-\delta\left[P_\beta\left(D_{ik}^m\right)v+Q\left(D_{ik}^m\right)u+R_\beta\left(D_{ik}^m\right)w\right]. \tag{4.3}$$

От верхнего (2n+1-го) до среднего (n+1-го) слоев включительно ($m=n+1,\ n+2,\ \dots\ 2n+1$)

$$\tau_{\alpha\gamma}^m=\frac{\gamma^2}{2}E\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right)w-\gamma\left[P_\alpha\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right)u+Q\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right)v+\right.$$

$$\left.+R_\alpha\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right)w\right]-\frac{\delta^2}{2}E\left(C_{ik}^{2n+2-m}\right)w+\delta\left[P_\alpha\left(D_{ik}^{2n+2-m}\right)u+\right.$$

$$\left.+Q\left(D_{ik}^{2n+2-m}\right)v+R_\alpha\left(D_{ik}^{2n+2-m}\right)w\right]+X, \tag{4.4.}$$

$$\tau_{\beta\gamma}^m=\frac{\gamma^2}{2}F\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right)w-\gamma\left[P_\beta\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right)v+Q\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right)u+\right.$$

$$\left.+R_\beta\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right)w\right]-\frac{\delta^2}{2}F\left(C_{ik}^{2n+2-m}\right)w+\delta\left[P_\beta\left(D_{ik}^{2n+2-m}\right)v+\right.$$

$$\left.+Q\left(D_{ik}^{2n+2-m}\right)u+R_\beta\left(D_{ik}^{2n+2-m}\right)w\right]+У, \tag{4.5}$$

где

$$C_{ik}^m=\frac{1}{\delta^2}\left[\delta_m^2B_{ik}^m+\sum_{s=1}^{m-1}B_{ik}^s\left(\delta_s^2-\delta_{s+1}^2\right)\right],$$

$$(m=2,3\ \dots\ n+1)$$

$$D_{ik}^m=\frac{1}{\delta}\left[\delta_mB_{ik}^m+\sum_{s=1}^{m-1}B_{ik}^s\left(\delta_s-\delta_{s+1}\right)\right],$$

$$C_{ik}^1=B_{ik}^1,\quad D_{ik}^1=B_{ik}^1.$$

Подставляя значения $\tau_{\alpha\gamma}^m$ и $\tau_{\beta\gamma}^m$ из (4.2) или (4.3) в третье уравнение равновесия (3.1), а также учитывая условия на внешних и контактных поверхностях (3.2), (3.3) и (3.4), получим для напряжений σ_γ^m.

От нижнего (1 го) до верхнего ($n+1$-го) слоев включительно ($m=1, 2, 3 \ldots n+1$)

$$
\begin{aligned}
\sigma_\gamma^m = &-\frac{\gamma^3}{6} L\left(B_{ik}^m\right) w + \frac{\delta^2\gamma}{2} L\left(C_{ik}^m\right) w + \frac{\gamma^2}{2}\left[E\left(B_{ik}^m\right) u + F\left(B_{ik}^m\right) v\right] + \\
&+ \delta\gamma\left[E\left(D_{ik}^m\right) u + F\left(D_{ik}^m\right) v + S\left(D_{ik}^m\right) w\right] + \gamma\left[R_\alpha\left(B_{ik}^m\right) u + \right. \\
&\left. + R_\beta\left(B_{ik}^m\right) v\right] + \gamma\left(B_{11}^m k_1^2 + 2B_{12}^m k_1 k_2 + B_{22}^m k_2^2\right) w + \frac{\delta^3}{3} L\left(H_{ik}^m\right) w + \\
&+ \frac{\delta^2}{2}\left[E\left(C_{ik}^m\right) u + F\left(C_{ik}^m\right) v + 2S\left(C_{ik}^m\right) w\right] + \delta\left[R_\alpha\left(D_{ik}^m\right) u + \right. \\
&\left. + R_\beta\left(D_{ik}^m\right) v\right] + \delta\left(k_1^2 S_{11}^m + 2k_1 k_2 S_{12}^m + k_2^2 S_{22}^m\right) w. \qquad (4.6)
\end{aligned}
$$

От верхнего ($2n+1$-го) до среднего ($n+1$-го) слоев включительно ($m=n+1,\ n+2, \ldots 2n+1$).

$$
\begin{aligned}
\sigma_\gamma^m = &-\frac{\gamma^3}{6} L\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right) w + \frac{\delta^2\gamma}{2} L\left(C_{ik}^{2n+2-m}\right) w + \\
&+ \frac{\gamma^2}{2}\left[E\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right) u + F\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right) v\right] - \delta\gamma\left[E\left(D_{ik}^{2n+2-m}\right) u + \right. \\
&\left. + F\left(D_{ik}^{2n+2-m}\right) v + S\left(D_{ik}^{2n+2-m}\right) w\right] + \gamma\left[R_\alpha\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right) u + \right. \\
&\left. R_\beta\left(B_{ik}^{2n+2-m}\right) v\right] + \gamma\left(k_1^2 B_{11}^{2n+2-m} + 2k_1 k_2 B_{12}^{2n+2-m} + \right. \\
&\left. + k_2^2 B_{22}^{2n+2-m}\right) w - \frac{\delta^3}{3} L\left(H_{ik}^{2n+2-m}\right) w + \frac{\delta^2}{2}\left[E\left(C_{ik}^{2n+2-m}\right) u + \right. \\
&\left. + F\left(C_{ik}^{2n+2-m}\right) v + 2S\left(C_{ik}^{2n+2-m}\right) w\right] - \delta\left[R_\alpha\left(D_{ik}^{2n+2-m}\right) u + \right. \\
&\left. R_\beta\left(D_{ik}^{2n+2-m}\right) v\right] - \delta\left(k_1^2 S_{11}^{2n+2-m} + 2k_1 k_2 S_{12}^{2n+2-m} + \right. \\
&\left. + k_2^2 S_{22}^{2n+2-m}\right) w + Z. \qquad (4.7)
\end{aligned}
$$

В этих формулах

$$
H_{ik}^m = \frac{1}{\delta^3}\left[B_{ik}^m \delta_m^3 \sum_{s=1}^{m-1} B_{ik}^s\left(\delta_s^3 - \delta_{s+1}^3\right)\right], \qquad (4.8)
$$

$$
H_{ik}^1 = B_{ik}^1,
$$

$$
\begin{aligned}
S_{ik}^m &= \frac{1}{\delta}\left[B_{ik}^m \delta_m + \sum_{s=1}^{m-1} B_{ik}^s\left(\delta_s - \delta_{s+1}\right)\right], \\
S_{ik}^{2n+2-m} &= \frac{1}{\delta}\left[B_{ik}^{2n+2-m} \delta_{2n+2-m} + \sum_{s=1}^{2n+1-m} B_{ik}^s\left(\delta_s - \delta_{s+1}\right)\right].
\end{aligned} \qquad (4.9)
$$

$(i=1,2. \quad k=1,2)$.

5. Сопоставляя выражения (4.2) с (4.4), (4.3) с (4.5) и (4.6) с (4.7), написанные для среднего $n+1$-го слоя, мы получаем систему уравнений, которой удовлетворяют перемещения u, v, w срединной поверхности.

Обозначая:

$$H_{ik}^{n+1} = g_{ik} = \frac{1}{\delta^3}\left[B_{ik}^{n+1}\delta_{n+1}^3 + \sum_{s=1}^{n} B_{ik}^{s}\left(\delta_s^3 - \delta_{s+1}^3\right)\right],$$

$$D_{ik}^{n+1} = \dot{t}_{ik} = \frac{1}{\delta}\left[B_{ik}^{n+1}\delta_{n+1} + \sum_{s=1}^{n} B_{ik}^{s}\left(\delta_s - \delta_{s+1}\right)\right], \tag{5.11}$$

получим:

$$\begin{gathered} P_\alpha(t_{ik})\,u + Q(t_{ik})\,v + R_\alpha(t_{ik})\,w + \frac{X}{2\delta} = 0, \\ Q(t_{ik})\,u + P_\beta(t_{ik})\,v + R_\beta(t_{ik})\,w + \frac{Y}{2\delta} = 0, \\ R_\alpha(t_{ik})\,u + R_\beta(t_{ik})\,v + \frac{\delta^2}{3} L(g_{ik})\,w + \\ + \left(k_1^2 t_{11} + 2k_1k_2 t_{12} + k_2^2 t_{22}\right) w - \frac{Z}{2\delta} = 0. \end{gathered} \tag{5.2}$$

Как нетрудно заметить, эта система уравнений составляет диференциальную матрицу, элементы которой симметрично расположены относительно диагональных членов. Последнее обстоятельство является следствием обобщенной теоремы о взаимности работ.

Из системы уравнений (5.2) при $k_1 = k_2 = 0$ легко можем получить уравнения плоской задачи слоистой пластинки

$$\begin{gathered} P_\alpha(t_{ik})\,u + Q(t_{ik})\,v + \frac{X}{2\delta} = 0, \\ Q(t_{ik})\,u + P_\beta(t_{ik})\,v + \frac{Y}{2\delta} = 0, \end{gathered} \tag{5.3}$$

и известное уравнение изгиба слоистой пластинки:

$$L(g_{ik})\,w = \frac{3}{2\delta^3} Z. \tag{5.4}$$

Рассматривая уравнения (5.2), замечаем, что система основных уравнений пологой неоднородной оболочки, составленной из анизотропных слоев, совпадает с системой основных уравнений однородной анизотропной пологой оболочки ([5]) с иными симметрично построенными постоянными. Аналогичное явление для пластинок показано С. Г. Лехницким ([2]).

6. Компоненты напряжения σ_α^m, σ_β^m, $\tau_{\alpha\beta}^m$, $\tau_{\alpha\gamma}^m$ и $\tau_{\beta\gamma}^m$ по толщине оболочки вызывают внутренние силы и моменты. Связи между внутрен-

ними силами и моментами с компонентами напряжения на двух основных нормальных сечениях $\alpha=\mathrm{const}$ $\beta=\mathrm{const}$ таковы:

$$T_1=\frac{2}{B}\int\limits_0^{\delta_{n+1}}\frac{\sigma_\alpha^{n+1}}{h_2}\,d\gamma+\frac{2}{B}\sum_{m=1}^{n}\int\limits_{\delta_{m+1}}^{\delta_m}\frac{\sigma_\alpha^m}{h_2}\,d\gamma\ ,$$

. . . .

. . . .

$$G_1=-\frac{2}{B}\int\limits_0^{\delta_{n+1}}\frac{\sigma_\alpha^{n+1}}{h_2}\,\gamma d\gamma+\frac{2}{B}\sum_{m=1}^{n}\int\limits_{\delta_{m+1}}^{\delta_m}\frac{\sigma_\alpha^m}{h_2}\,\gamma d\gamma \qquad (6.1)$$

. . . .

. . . .

$$N_1=\frac{2}{B}\int\limits_0^{\delta_{n+1}}\frac{\tau_{\alpha\gamma}^{n+1}}{h_2}\,d\gamma+\sum_{m=1}^{n}\frac{2}{B}\int\limits_{\delta_{n+1}}^{\delta_m}\frac{\tau_{\alpha\gamma}^m}{h_2}\,d\gamma\ .$$

. . . .

Производя интегрирование с учетом симметричного строения оболочки, получаем формулы для определения внутренних усилий, при $X=У=0$

$$T_1=2\delta\left[\left(t_{11}\frac{1}{A}\partial_1+t_{16}\frac{1}{B}\partial_2\right)u+\left(t_{12}\frac{1}{B}\partial_2+t_{16}\frac{1}{A}\partial_1\right)v+\right.$$
$$\left.+\left(t_{11}k_1+t_{12}k_2\right)w\right],$$

$$T_2=2\delta\left[\left(t_{22}\frac{1}{B}\partial_2+t_{26}\frac{1}{A}\partial_1\right)v+\left(t_{12}\frac{1}{A}\partial_1+t_{26}\frac{1}{B}\partial_2\right)u+\right.$$
$$\left.+\left(t_{22}k_2+t_{12}k_1\right)w\right],$$

$$S=2\delta\left[\left(t_{16}\frac{1}{A}\partial_1+t_{66}\frac{1}{B}\partial_2\right)u+\left(t_{26}\frac{1}{B}\partial_2+t_{66}\frac{1}{A}\partial_1\right)v+\right.$$
$$\left.+\left(t_{16}k_1+t_{26}k_2\right)w\right],$$

$$G_1=\frac{2\delta^3}{3}\left(g_{11}\frac{1}{A^2}\partial_1^2w+g_{12}\frac{1}{B^2}\partial_2^2w+g_{16}\frac{2}{AB}\partial_1\partial_2w\right),$$

$$G_2=\frac{2\delta^3}{3}\left(g_{22}\frac{1}{B^2}\partial_2^2w+g_{12}\frac{1}{A^2}\partial_1^2w+g_{26}\frac{2}{AB}\partial_1\partial_2w\right),$$

$$H=-\frac{2\delta^3}{3}\left(g_{66}\frac{2}{AB}\partial_1\partial_2w+g_{16}\frac{1}{A^2}\partial_1^2w+g_{26}\frac{1}{B^2}\partial_2^2w\right),$$

$$N_1=-\frac{2\delta^3}{3}E\left(g_{ik}\right)w,\quad N_2=-\frac{2\delta^3}{3}F\left(g_{ik}\right)w.$$

При интегрировании мы пренебрегаем членами порядка (γk) по сравнению с единицей.

На основе полученных формул можно лего получить основные уравнения слоистых оболочек, составленных из ортотропных или изотропных слоев.

Для окончательного решения задачи необходимы также краевые условия, которые ничем не отличаются от таковых, написанных для изотропной оболочки.

Институт строительных
материалов и сооружений
Академии Наук Армянской ССР
Ереван, 1948, январь.

Ս. Ա. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ

Բարակ շերտավոր թաղանթների տեսության մի շարք հիմնական հավասարումներ

Օգտագործելով առաձգականության տեսության ընդհանուր հավասարումները և ընդունելով մի շարք պարզեցնող ենթադրություններ, դուրս է բերված բարակ անիզոտրոպ շերտերից կազմված թաղանթների հաշվման հիմնական բանաձևերը և հավասարումները, արտահայտված տեղափոխումների միջոցով։

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. З. Власов.* ПММ, 8, в. 2, 1944. 2. *С. Г. Лехницкий.* ПММ, 5, в. 1, 1941. 3. *А. Ляв.* Математическая теория упругости, 1935. 4. *С. А. Амбарцумян.* ПММ, 11, в. 5, 1947. 5. *С. А. Амбарцумян.* Изв. АН Армянской ССР (сер. естеств. наук), № 9, 1947.