

И. В. Егнязаров, действ. чл. АН Армянской ССР

Моделирование горных потоков, влекущих донные наносы

(Представлено 6 III 1948)

Определение критерий подобия обычно основано на соответствующих преобразованиях дифференциальных уравнений потока для природы и модели, без их интегрирования^(1,2).

Но для потока с донными наносами до сих пор не получено дифференциальных уравнений.

Поэтому приходится подходить к решению этой задачи исходя из подтвержденных опытом соотношений, полученных для силы трения и для касательного напряжения по смоченному периметру русла (сила влечения).

В дальнейшем использованы, по возможности полно, результаты теоретических исследований Прандтля и Кармана и зависимости, данные Никурадзе на основе его блестящих опытов над гладкими и шероховатыми трубами, подтвержденные для открытых потоков опытами Зегжда в Ленинградской Гидроэлектрической лаборатории⁽⁴⁾.

Выразим силу трения формулой

$$F = \lambda \rho \frac{u^2}{2} S, \tag{1}$$

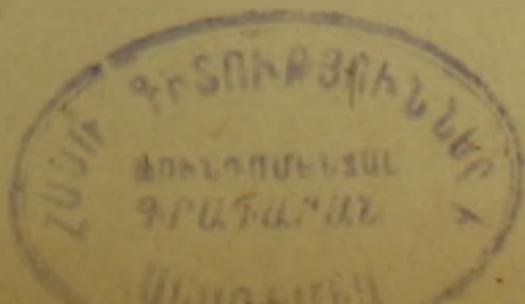
а также касательное напряжение и соответствующую скорость

$$\tau_0 = \frac{F}{S} = \lambda \rho \frac{u^2}{2} = \lambda \gamma \frac{u^2}{2g} = \lambda \gamma h_u = \lambda \rho u = \gamma Ri \tag{2}$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{g Ri}. \tag{2'}$$

Эти формулы „широко применяются ввиду простоты и удобства, даже, если сопротивление, как в большинстве случаев, и не следует точно квадратичному закону“⁽³⁾.

Влияние отклонения от квадратичного закона учитывается коэффициентом сопротивления λ , который для квадратичной зоны является функцией только относительной шероховатости, для неквадратичной



зоны функцией и относительной шероховатости и числа Рейнольдса, а для ламинарной зоны только числа Рейнольдса.

Следовательно можно написать, что:

$$F = \rho \frac{u^2}{2} S \cdot \varphi \left(Re_R, \frac{R}{k} \right), \quad (3)$$

где $\frac{R}{k}$ — относительная шероховатость для открытого потока.

При обтекании потоком твердого тела, зерна, сила гидродинамического воздействия потока на зерно, определяется приведенной силой трения.

В этом случае u — скорость атаки зерна потоком, S — определяющая поверхность зерна, $Re_k = \frac{u \cdot k}{\nu}$ число Рейнольдса, отнесенное к зерну, где k — определяющий линейный размер зерна, в отличие от числа Рейнольдса для всего открытого потока $Re_R = \frac{vR}{\nu}$, где v — средняя скорость потока и R — гидравлический радиус.

Вес зерна $G = \gamma V$.

Отношение весов для природы и модели зерна, для общего случая геометрического искажения зерна в β раз, при геометрически неискаженном линейном масштабе модели русла α_1 , равно:

$$\frac{G_n}{G_m} = \frac{\gamma_n}{\gamma_m} \frac{V_m \left(\frac{\alpha_1}{\beta} \right)^3}{V_m} = \frac{\gamma_n}{\gamma_m} \frac{\alpha_1^3}{\beta^3}. \quad (4)$$

Отношение сил гидродинамического воздействия, в предположении одной и той же рабочей жидкости для природы и модели и неискаженности модели русла потока, т. е. при $\alpha_v = \sqrt{\alpha_1}$

$$\frac{F_n}{F_m} = \beta \frac{\alpha_1^3}{\beta^3} \frac{\lambda_{Rn}}{\lambda_{Rm}}. \quad (5)$$

Подставляя значение $\frac{\alpha_1^3}{\beta^3}$ из ур. (5) в ур. (4), получим:

$$\frac{\gamma_m}{\gamma_n} = \frac{G_m}{G_n} \frac{F_n}{F_m} \frac{1}{\beta} \frac{\lambda_{Rm}}{\lambda_{Rn}} = 1 \cdot \frac{1}{\beta} \frac{\lambda_{Rm}}{\lambda_{Rn}}$$

или

$$\frac{\lambda_{Rm}}{\lambda_{Rn}} = \beta \frac{\gamma_m}{\gamma_n} \quad (6)$$

и если удельный вес наносов для модели и природы равны, т. е. $\gamma_m = \gamma_n$, то:

$$\frac{\lambda_{Rm}}{\lambda_{Rn}} = \beta. \quad (7)$$

Если условия движения потока и на модели и в природе относятся к квадратичной (автомодельной) области, то

$$\lambda_{Rm} = \lambda_{Rn} \quad (8)$$

и следовательно $\beta = 1$, (9)

т. е. не требуется искажения масштаба для моделирования крупности зерна.

Таким образом, ур. (7) определяет условие для общего случая искаженного, а ур. (8 и 9) для частного случая неискаженного моделирования крупности донных наносов.

Следовательно масштаб для d (крупности наносов) определяется выражением

$$\alpha_d = \frac{\alpha_1}{\beta}, \quad (10)$$

причем $\alpha_d \leq \alpha_1$

так как $\beta \geq 1$.

(11).

Таким образом, $d_m = \beta \frac{d_n}{\alpha_1}$, и, если на модели или в лотке была

исследована фракция не $\frac{d_n}{\alpha_1}$, а некоторая другая d , то

$$d_m = \beta d. \quad (12)$$

При этом β , иначе говоря λ_{Rm} должно быть определено для фракции d .

Определим условия, при которых явление донного влечения наносов остается в пределах области квадратичного сопротивления, области для которой $\lambda_{Rm} = \lambda_{Rn}$.

Область квадратичного сопротивления, отнесенная к числам Рейнольдса для самого потока, т. е. к числам Re_{Rn} и Re_{Rm} , должна удовлетворять следующим условиям:

$$(Re_R)_{\text{квадр.}} \geq 63,5 \frac{R}{k} \left(4 \lg \frac{R}{k} + 4,68 \right) = \varphi \left(\frac{R}{k} \right). \quad (13)$$

Условия получены из закона квадратичного сопротивления, для шероховатого потока, установленного Никурадзе

$$\lg \frac{u_* k}{\nu} = \lg Re_{*k} \geq 1,65 \quad (14)$$

$$\text{и } \frac{1}{\sqrt{\lambda_R}} = 4 \lg \frac{R}{k} + 4,68 \quad (15)$$

получается, что

$$\frac{u_* k}{\nu} = Re_{*k} \geq 45. \quad (16)$$

Это положение вытекает из „универсальной кривой сопротивления“ Никурадзе, дающей одну зависимость

$$\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_D}} - 2 \lg \frac{r}{k} \right) = f \left(\lg \frac{u_* k}{\nu} \right) \quad (17)$$

для всех условий.

Здесь u_* — скорость, соответствующая касательному напряжению τ_0 на стенке, причем

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \nu \sqrt{\frac{\lambda_R}{2}} \text{ и } \lambda_R = 2 \left(\frac{u_*}{\nu} \right)^2. \quad (18)$$

Из ур. (13) и ур. (15) вытекает, что:

$$Re_R \geq 63,5 \frac{R}{k} \frac{1}{\sqrt{\lambda_R}}. \quad (13)$$

Можно выразить β через λ_R , используя ур. (15) и (17). Следовательно:

$$\beta = 2g \frac{Ri}{\nu^2} \left(4 \lg \frac{R}{k} + 4,68 \right)^2. \quad (19)$$

Таким образом, согласно ур. (13) нахождение модели в автомодельной, квадратичной зоне диктуется с одной стороны скоростью и размерами потока, определяющими Re_R для модели, с другой стороны определяется отношением $\frac{R}{k}$.

Величина k определяется средней высотой выступов. А. А. Сабанеев⁽⁵⁾ считает, что „более конкретно за среднюю высоту выступов шероховатости принимать не диаметр зерна, а его радиус“.

А. П. Зегжда⁽⁴⁾ дает график зависимости $k = f(d)$, причем k получается несколько больше d .

Поэтому автор считает, что для свободных наносов, имеющих возможность передвигаться, можно применять для расчетов $k = d$ (в опытах Никурадзе и Зегжда песок наклеивался).

Следовательно уравнение (13) можно переписать так:

$$(Re_R)_{\text{квадр.}} \geq 63,5 \frac{R}{d} \left(4 \lg \frac{R}{d} + 4,68 \right) = \varphi \left(\frac{R}{d} \right). \quad (13')$$

Моделирование влеконых по дну наносов различной крупности сводится к следующему:

Определяется число Re_R , соответствующее потоку на модели; по этому числу Re_R по формуле (13') определяется минимальное $(d_{\min})_{\text{квадр.}}$ обеспечивающее нахождение в квадратичной, автомодельной зоне.

Если не требуется моделирование более мелких фракций, чем определенное $(d_{\min})_{\text{квадр.}}$, то вопрос разрешен и все фракции равные и большие $(d_{\min})_{\text{квадр.}}$ моделируются геометрически, без искажения крупности зерна.

Но большею частью получается, что большинство фракций лежит ниже определенной по ур. (13') крупности.

Следовательно необходимо определение λ_R для модели и природы, чтобы можно было использовать ур. (10 и 12).

Тогда, как для природы такое определение λ_{RH} можно сделать уверенно, пользуясь формулой (15), для модели этого сделать нельзя, так как для неквадратичной зоны нельзя достаточно точно теоретически рассчитать λ_{RM} .

Поэтому, рекомендуется, в лотке достаточно большой ширины, чтобы исключить влияние стенок, определить λ_R для нескольких крупностей, начиная с той, которая определена по ур. (13'), и меньше.

Это определение должно быть произведено при уклонах лотка равных уклонам модели (так как предполагается неискаженное геометрическое моделирование самого русла, то след. при уклонах природы) и обязательно при условии обеспечения нижнего предела влечения, т. е. при такой глубине, и таких скоростях потока, чтобы получилась только начальная фаза движения наносов (когда можно без труда сосчитать число передвигающихся зерен в поле зрения).

Только при начальном влечении, или при нижнем пределе влечения, можно считать, что сопротивление русла определяется крупностью наносов. При развитых фазах влечения образуются неровности дна, приводящие к увеличению абсолютной шероховатости вне соответствия с крупностью наносов.

В прилагаемой таблице опытов это обстоятельство ясно выражено и указывает на фиктивность значений β для таких опытов с развитым влечением.

По полученным в лотке опытными данными определяется λ_{RM} и для того же отношения $\frac{R}{d}$ определяется квадратичное λ_{RH} . Полученное значение $\beta = \frac{\lambda_{RM}}{\lambda_{RH}}$ позволит определить искаженный масштаб для крупности наносов модели по формуле (10—12).

Если в лотке была проверена некоторая фракция $d < (d_{\min})_{\text{квадр.}}$ и для этой фракции определено значение β , то крупность фракции на модели должна составить $d \cdot \beta$.

Внося искажение (β) в определение крупности наносов модели, тем самым приводим эту крупность к такой, которая лежит на грани квадратичной зоны.

Так как для квадратичной зоны согласно ур. (16.)

$$\frac{u_* k}{\nu} \cong \frac{u_* d}{\nu} \geq 45,$$

а с другой стороны, для гладкого дна, толщина придонного ламинарного слоя (3.6)

$$\delta = \frac{8\nu}{u_*}, \quad (20)$$

		Опыты автора в лотке Ленинградской Гидроэлектрической лаборатории 1945 г. (отчет № 57)					Опыты автора в лотке Ереванской Гидроэлек- трической лаборатории 1947 г.			Опыты автора на модели р. Гедар в Ер. ГЭЛ 1947 г.		
1	d или $d_{cp} = k$	мм	0,77	0,85	1,05	0,77	1,05	6	6	6	6 ср.	3 мин.
2	R/d		27,5	25	22,4	65	22	1,9	3,33	3,7	1,84	3,65
3	Соотв. $(Re_R)_{кв.}$ по ур. (13')		17,500	15,500	13,700	47,000	13,350	650	1340	1530	640	1500
4	Q	л/с	3	3,5	4	15	5	1,3	3,5	4,5		2
5	Характеристика влече- ния в опыте (по Крамеру)		нижний предел	нижний предел	нижний предел	верхний предел	нижний предел	нижний предел	верхний предел	сильное влечение	сильное влечение	
6	b	см	60 лот.	60 лот.	60 лот.	60 лот.	60 лот.	19 лот.	19 лот.	19 лот.	30 модель	
7	h	см	2,3	2,3	2,5	6	2,5	1,3	2,5	2,9	—	
8	R	см	2,1	2,15	2,3	5	2,3	1,15	2,0	2,2	1,1	
9	v	см/с	21,9	25,3	26,2	41,7	33,4	52	73	80,6	55	
10	i_0		0,002	0,002	0,002	0,002	0,003	0,041	0,041	0,041	0,057	
11	$C = \sqrt{Ri_0}$		33,7	39	38,2	41,7	40	24	25,5	26,7	21,5	
12	$\lambda_R = \frac{2g}{C^2}$		0,017	0,0129	0,0135	0,0113	0,0125	0,034	0,0315	0,028	0,042	

13	$\tau_0 = S = \gamma R i_0$	гр/м ²	42,4	42,8	47,0	100	69	470	820	900	630
14	$u_* = \sqrt{g R i_0} = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$	см/с	2,05	2,04	2,15	3,14	2,6	6,8	9	9,4	8
15	$Re_R = \frac{v R}{\nu}$ из опыта		4650	5400	6150	20800	7700	6000	14600	17900	6000
16	Зона опыта (модели)		не квадр.	не квадр.	не квадр.	не квадр.	не квадр.	квадр.	квадр.	квадр.	квадратичная
17	$(\lambda_R)_{\text{квадр.}}$ при дан- ном $\frac{R}{d}$ из ур. (15)		0,010	0,010	0,0108	0,0077	0,011	0,034	0,025	0,024	0,037 0,024
18	$\beta = \frac{\lambda_R}{(\lambda_R)_{\text{квадр.}}}$		1,7	1,29	1,25	фикция см. п. п. 24 и 25	1,11	1	фикция см. п. п. 24 и 25		фикция
19	$d_m = d \cdot \beta$	мм	1,3	1,1	1,3		1,17	6			
20		мм	0,4	0,32	0,37		0,31	0,12			
21	δ'	мм	1,5	1,45	1,4		1,15	0,45			
22	$\frac{d_m}{\delta}$		3,25	2,8	3,5		3,6				
23	$\frac{d_m}{\delta'}$		0,87	0,76	0,93		1,02				
24	$\frac{R}{k}$ соответствую- щее λ_R					20		1,9	2,3	2,8	
25	к как результат бур- ного влечения	мм				2,5		6	8,7	8	

а толщина ламинарного и переходного (к турбулентному) слоя^(3,6) равна

$$\delta' = \frac{30 \nu}{u_*}, \quad (21)$$

то получается возможность связать d с величинами δ и δ' , и тем самым вскрыть физическое значение коэффициента искажения крупности наносов для модели.

Из ур. (16)

$$(d_{\min})_{\text{квадр.}} = 45 \frac{\nu}{u_*}. \quad (22)$$

Следовательно:

$$(d_{\min})_{\text{квадр.}} \cong 6 \delta = 1,5 \delta'. \quad (23)$$

Приведенные в таблице опыты показывают, что $\beta=1$, достигается при значениях

$$d_m \cong \delta', \quad (24)$$

где δ' относится к гладкому руслу.

В 1945 году в Ленинградской Гидроэлектрической лаборатории для русловой модели Чирчикского головного сооружения экспериментально (эмпирически) была подобрана смесь наносов средней крупностью.

$d_g = 1,05$ мм при d_g природы $= 40$ мм, при уклонах $i_0 = 0,002$.

Настоящая работа подводит базу под это определение; первые три опыта прилагаемой таблицы согласно приводят к $d_m = 1,1 - 1,3$ мм, определяя масштаб зерна

$$d_g = \frac{40}{1,3 \text{ до } 1,1} \cong 30 - 36, \text{ тогда как } \alpha_1 = 100.$$

Четко выступает связь между d_m и толщиной ламинарного и приламинарного слоя δ' , приводящая к $d_m \cong \delta'$.

Сопоставление опытов с крупностями $d_g = 1,05, 0,85$ и $0,77$ мм показывает, что независимо от крупности исследованных фракций, законы моделирования приводят к значениям d_m , лежащим около 1 мм.

Это обстоятельство было экспериментально, эмпирически установлено еще при первых опытах с русловыми моделями в 1930--1934 г.г. и нашло отражение в графике зависимости⁽⁷⁾ $i=f(d)$ и $i=f(Q)$ при разных содержаниях наносов, и в отчете работы на моделях Дзорагэса и Ацгэса⁽⁸⁾.

Из приведенного анализа вытекает еще очень существенное следствие:

Все фракции, которые на модели приводят к $\beta > 1$, т. е. приводят к работе при числах Рейнольдса меньших, чем те, которые

обеспечивают квадратичный закон сопротивлений, должны моделироваться одной крупностью.

$$d_m \cong \delta'.$$

Все фракции более крупные, приводящие к $\beta=1$, должны моделироваться геометрически по масштабу α_1 .

В таблице приведены также данные опытов в Гидроэлектрической Лаборатории Академии Наук Армянской ССР (1947 год), с более крупными фракциями, приводящими к потоку на модели, лежащему в квадратичной зоне; для случая с нижним пределом влечения получилось $\beta=1$; для верхнего предела влечения, когда неравноности русла приводят к $k > d$, определение β теряет смысл.

Разумеется, такое моделирование не учитывает влияния тех мелких фракций, которые в натуре взвешиваются.

Эти фракции обычно не участвуют в экспериментах на пространственных моделях, что не существенно, так как они уносятся транзитом; вместе с тем эти фракции увеличивают удельный вес потока незначительно, и поэтому мало влияют на формирование русла.

Но обязательно исключение объема таких взвешенных в натуре фракций из общего объема фракций природы для правильного определения количества подаваемых на модель моделируемых наносов.

Разумеется, $(d_{\min})_{\text{квадр.}}$ зависит от режима потока. Поэтому приведенный анализ должен проводиться для всех основных режимов потока.

Гидроэлектрическая Лаборатория
Академии Наук Армянской ССР
Ереван, 1948 февраль.

Ի. Վ. ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ

Հաստակային ցրաբերուկներ օտնոզ լեռնային հեղեղների մոդելացումը

Հոդվածում տեսականորեն որոշված է ջրաբերուկների մասշտաբի աղավաղման β գործակիցը—հավ. (6—9), որը թույլ է տալիս որոշելու ջրաբերուկների մեծությունը մոդելի վրա՝ $d_m = \beta \cdot d$ —հավ. (10—12) և ստացված է $\beta = f \left(R, i, v, \frac{R}{d} \right)$ կախումը—հավ.

(19)։

Ցույց է տրված մոդելի ջրաբերուկների մինիմալ մեծության և մերձլամինար շերտի δ' հաստության կապը հարթ հունի համար—հավ. (16, 20—24)։

Հունով տարվող տարբեր մեծության ջրաբերուկների մոդելացումը հանդում է հետևյալին.

Այն բոլոր ֆրակցիաները, որոնք մոդելի վրա բերում են $\beta > 1$ -ին, այսինքն՝ հեղուկը հոսում է Ռեյնոլդսի ավելի փոքր թվերի դեպքում, քան նրանք, որոնք ապահովում են դիմադրության քառակուսային օրենքը, պետք է մոդելացվեն $d_m \cong \delta'$ մեծությամբ։

Առավել խոշոր բոլոր ֆրակցիաները, որոնք բերում են $\beta = 1$ -ին, պետք է մոդելացվեն առանց աղավաղման, երկրաչափորեն, մոդելի α_1 մասշտաբով։

Հոդվածին կցված աղյուսակում բերվում են այն փորձերի արդյունքները, որ կատարել է Հիդրոէլեկտրական լաբորատորիան Հենինգրադում 1935 թվին, այլև այն փորձերը, որոնք կատարվել են Երևանի Հիդրոէլեկտրական լաբորատորիայում 1947 թվին։

Այդ փորձերը լուսաբանում են հոդվածում շարադրված մեթոդի կիրառումը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *И. В. Егиазаров*. Изв. НИИГ, 21, 118—120, 1937.
2. *И. В. Егиазаров*. Изв. АН Армянской ССР (сер. естеств. наук), № 3, 3—29, 1947.
3. *Б. А. Бахметев*. Механика турбулентного потока, стр. 29 и стр. 72, фиг. 51, 1939.
4. *А. П. Зегжда*. Теория подобия и методы расчета моделей, 102, 1938.
5. *А. А. Сабанеев*. Изв. НИИГ, 34, 19, 1947.
6. *Б. А. Бахметев*. Тт. А.С.С.Е., 1067, 1946.
7. *И. В. Егиазаров*. Гидроэлектрические установки, 2, изд. II, стр. 94 и 96, рис. 46 и 48.
8. *И. В. Егиазаров*. Изв. НИИГ, 9, стр. 102, 105, рис. 21—23.