ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
VIII 1948 4

ФИЗИКА

В. А. Амбарцумян, действ. чл. АН Армянской ССР

Мутная среда с равномерным распределением источников

(Представлено 3 III 1948)

Новые методы теории рассеяния света в мутной среде, развитые нами([1,2,3]), позволяют, между прочим, представить в изящной форме точное решение задачи о мутной среде, заполняющей полупространство и состоящей из плоско-параллельных слоев с равномерным распределением источников света.

Пусть σ есть коэфициент чистого рассеяния, а $\varkappa$ коэфициент истинного поглощения, и пусть количество энергии излучаемой источниками в единице объема будет $4\pi\varepsilon(\sigma+\varkappa)$, где ε постоянная в данной среде. Примем, что индикатриса рассеяния сферическая. Наконец, как обычно, ограничимся случаем, когда отношение

$$\lambda = \frac{\sigma}{\sigma+\varkappa}$$

является постоянным.

Ищется интенсивность выходящего с границы среды света. Эта интенсивность $I_0(\eta)$ будет зависеть от η, т. е. от косинуса угла с внешней нормалью.

Воспользуемся принципом инвариантности $I_0(\eta)$ по отношению к добавлению некоторого слоя с линейной толщиной dz и оптической толщиной $d\tau=(\sigma+\varkappa)\,dz$ поверх границы среды.

Согласно этому принципу инвариантности полная интенсивность излучения, доходящего до наблюдателя, будет в данном случае равна сумме пяти величин: 1) излучение бесконечного слоя, лежащего под $d\tau$, ослабленное при прохождении через $d\tau$, 2) прямое излучение источников, находящихся в $d\tau$, 3) та часть излучения источников, расположенных в $d\tau$, которая диффузно отражается от находящейся под $d\tau$ бесконечной среды, 4) та часть излучения находящейся под $d\tau$ бесконечной среды, которая рассеивается слоем $d\tau$ в сторону наблюдателя и 5) та часть излучения находящейся под $d\tau$ бесконечной среды, которая сначала рассеивается слоем $d\tau$ в сторону той же бесконечной среды и затем диффузно отражается от нее. Все другие члены будут порядка $d\tau^2$ и в пределе должны быть отброшены. Итак:

$$I_0(\eta)=I_0(\eta)\left(1-\frac{d\tau}{\eta}\right)+\frac{\varepsilon d\tau}{\eta}+2\varepsilon d\tau\int_0^1 r(\eta,\xi)\frac{d\xi}{\xi}$$

$$+\frac{\lambda}{2}\frac{d\tau}{\eta}\int_0^1 I_0(\xi)d\xi+\lambda d\tau\int_0^1 I_0(\varsigma)\,d\varsigma\int_0^1 r(\eta,\xi)\frac{d\xi}{\xi}, \tag{1}$$

где, как показано было в упомянутых работах, функция отражения $r(\eta,\xi)$ имеет вид

$$r(\eta,\xi)=\frac{\lambda}{4}\,\xi\,\frac{\varphi(\eta)\varphi(\xi)}{\eta+\xi}, \tag{2}$$

причем функция $\varphi(\eta)$ удовлетворяет функциональному уравнению:

$$\varphi(\eta)=1+\frac{\lambda}{2}\eta\varphi(\eta)\int_0^1\frac{\varphi(\xi)\,d\xi}{\eta+\xi}. \tag{3}$$

После сокращения получаем из (1)

$$\frac{1}{\eta}I_0(\eta)=\frac{\varepsilon}{\eta}+\frac{\lambda}{2\eta}\int_0^1 I_0(\xi)\,d\xi+2\varepsilon\int_0^1 r(\eta,\xi)\frac{d\xi}{\xi}+\lambda\int_0^1 I_0(\varsigma)\,d\varsigma\int_0^1 r(\eta,\xi)\frac{d\xi}{\xi}.$$

Решение этого, неоднородного по отношению к $I_0(\eta)$ уравнения, очевидно, пропорционально ε. Поэтому представим его в виде

$$I_0(\eta)=\varepsilon\,u(\eta), \tag{4}$$

где $u(\eta)$ зависит лишь от η и λ и не зависит от ε.
Получаем

$$u(\eta)=\left(1+\frac{\lambda}{2}\int_0^1 u(\xi)\,d\xi\right)\left\{1+2\eta\int_0^1 r(\eta,\xi)\frac{d\xi}{\xi}\right\}. \tag{5}$$

Подставляя (2) в (5), имеем:

$$u(\eta)=\left(1+\frac{\lambda}{2}\int_0^1 u(\xi)\,d\xi\right)\left\{1+\frac{\lambda}{2}\eta\varphi(\eta)\int_0^1\frac{\varphi(\xi)\,d\xi}{\eta+\xi}\right\}. \tag{6}$$

Первый множитель правой части постоянен. Обозначим его

$$B=1+\frac{\lambda}{2}\int_0^1 u(\xi)\,d\xi. \tag{7}$$

Деля (6) на (3), получаем тогда

$$u(\eta)=B\,\varphi(\eta). \tag{8}$$

Из (7) и (8) находим также значение B.

$$B=\frac{1}{1-\frac{\lambda}{2}\int\limits_0^1\varphi(\eta)\,d\eta}=\frac{1}{\sqrt{1-\lambda}}. \tag{9}$$

Как это следует из оценки $\int\limits_0^1\varphi(\eta)\,d\eta$, данной прежде (4). Формула (7) показывает, что в рассматриваемой задаче относительное распределение интенсивностей по направлениям определяется функцией $\varphi(\eta)$. Однако, при $\lambda=1$ множитель B обращается в бесконечность, и задача не имеет решения, так как при отсутствии поглощения не может быть стационарного режима с повсюду положительными источниками, распределенными равномерно.

Бюраканская Астрофизическая Обсерватория
Академии Наук Армянской ССР
Ереван, 1948, март.

Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ

Պղտոր միջավայր՝ հավասարաչափ բաշխված աղբյուրներով

Պղտոր միջավայրում լույսի ցրման նոր տեսությունը (1,2,3) թույլ է տալիս գտնել կիսատարածություն զբաղեցնող և հարթ զուգահեռ շերտերից բաղկացած, հավասարաչափ բաշխված աղբյուրներ ունեցող միջավայրի խնդրի գեղեցիկ և ճշգրիտ լուծում։

Լուծման ելակետ ենք ընդունում խնդրի ինվարիանտությունը՝ միջավայրի սահմանին $d\tau$ օպտիկական հաստություն ունեցող լրացուցիչ շերտի ավելացման նկատմամբ։ Այդ ինվարիանտության սկզբունքը տալիս է մեզ (5) հավասարումը $u(\eta)$ ֆունկցիայի համար։ Այդ ֆունկցիան միջավայրից դուրս եկող $I_0(\eta)$ ինտենսիվության հետ կապված է (4) բանաձևով, ըստ որում $4\pi\varepsilon(\sigma+x)$ ներկայացնում է իրենից աղբյուրների խտությունը, եթե σ-ն մաքուր ցրման, իսկ x-ն իսկական կլանման գործակիցներն են։ Հավասարման մեջ մտնող $r(\eta,\xi)$ ֆունկցիան այսպես կոչված դիֆֆուզ անդրադարձման ֆունկցիան է։

Պարզվում է, որ $I_0(\eta)$ հավասար է հաստատուն գործակցի բազմապատկված (3) ֆունկցիոնալ հավասարման լուծմանը։ Այդ լուծումն ուսումնասիրված է արդեն հեղինակի՝ լույսի դիֆֆուզ անդրադարձմանը նվիրված աշխատության մեջ։

Մաքուր ցրման դեպքում ($\lambda=1$) վերոհիշյալ գործակիցը անվերջ մեծ արժեք է ստանում։ Այդ դեպքում խնդիրը լուծում չունի։ Եվ իրոք, չի կարող առանց կլանման լինել ստացիոնար վիճակ այն դեպքում, երբ կիսատարածություն զբաղեցնող միջավայրում լույսի աղբյուրները հավասարաչափ բաշխված են դրական խտությամբ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Амбарцумян.* ДАН СССР, 38, 257, 1943. 2. *В. А. Амбарцумян.* Астрофизический журнал, 19, 1942. 3. *В. А. Амбарцумян.* ЖЭТФ, 13, 323, 1943. 4. *В. А. Амбарцумян.* ДАН Армянской ССР, 8, № 3, 1948.