

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

А. Г. Иосифьян, чл.-корресп. АН Арм. ССР

Теория преобразований дифференциальных уравнений
синхронной машины

(Представлено 15 VIII 1947)

Анализ сложных коммутационных схем, включающих в себя синхронные и асинхронные машины, машины двойного питания и др., в большинстве случаев связан с исследованием переходных и стационарных режимов, возникающих в электрических машинах. Математический анализ поведения электрических машин в этих условиях на основе решения дифференциальных уравнений фазовых напряжений, заданных в их классической форме—Фарадея-Максвелла, является весьма сложным, т. к. эти уравнения содержат переменные коэффициенты, являющиеся функцией пространственного положения ротора. Поэтому выявилась необходимость применения методов линейных преобразований, уравнений, заданных в классической форме, в символические дифференциальные уравнения в координатах $d, q, 0$; $x, y, 0$; $i, b, 0$; с целью облегчения теоретического анализа стационарных и нестационарных режимов этих машин.

За последнее время выявилась необходимость использования не только одной системы преобразований, но и нескольких систем для решения одной и той же задачи. Вследствие этого возникла практическая потребность в известном обобщении указанных преобразований, установлении общей взаимосвязи между ними с целью разработки в дальнейшем методов их применения для решения тех или иных задач теории электрических машин.

Мы подвергаем анализу теорию синхронной машины, т. к. уравнения для других бесколлекторных машин могут быть получены как частный случай общей теории синхронных машин. При этом допускаем, что насыщением магнитной цепи, а также потерями на токи Фуко и гистерезис можно пренебречь и что индуктивности меняются по синусоидальным функциям угла θ , определяющего пространственное положение ротора.



Дифференциальные уравнения синхронной машины, заданные в классической форме имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} e_a &= i_a r + \frac{d\psi_a}{dt} \\ e_b &= i_b r + \frac{d\psi_b}{dt} \\ e_c &= i_c r + \frac{d\psi_c}{dt} \end{aligned} \right\} \text{уравнения для статорных цепей} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} e_l &= i_l r_l + \frac{d\psi_l}{dt} \\ e_k &= i_k r_k + \frac{d\psi_k}{dt} \end{aligned} \right\} \text{уравнения для роторных цепей} \quad (2)$$

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + k \frac{d\theta}{dt} + T = M \quad \text{уравнение движения ротора} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} T = \frac{1}{2} & \left[\frac{dL_a}{d\theta} i_a^2 + \frac{dL_b}{d\theta} i_b^2 + \frac{dL_c}{d\theta} i_c^2 \right] + \\ & + i_a i_b \frac{dM_{ab}}{d\theta} + i_b i_c \frac{dM_{bc}}{d\theta} + i_a i_c \frac{dM_{ac}}{d\theta} + \\ & + i_l i_a \frac{dM_{la}}{d\theta} + i_l i_b \frac{dM_{lb}}{d\theta} + i_l i_c \frac{dM_{lc}}{d\theta} + \\ & + i_k i_a \frac{dM_{ka}}{d\theta} + i_k i_b \frac{dM_{kb}}{d\theta} + i_k i_c \frac{dM_{kc}}{d\theta} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{уравнение электро-} \\ \text{магнитного момента.} \end{array} \right\} \quad (4)$$

Здесь $e_a, i_a, \psi_a, \dots, e_k, i_k, \psi_k$ — мгновенные значения напряжений токов и потокоцеплений фазовых обмоток статора и цепей продольной и поперечной обмоток ротора. $r_a, r_l, \dots, r_k$ — активные сопротивления тех же обмоток.

I — момент инерции ротора

M — внешний крутящий момент.

Мы принимаем, что по продольной и поперечной осям имеется по одной цепи e_l, e_k . Если их больше, то необходимо написать дополнительные уравнения такого же вида, как для e_l и e_k .

$$\left. \begin{aligned} \psi_a &= L_a i_a + M_{ab} i_b + M_{ac} i_c + M_{al} i_l + M_{ak} i_k \\ \psi_b &= M_{ba} i_a + L_b i_b + M_{bc} i_c + M_{bl} i_l + M_{bk} i_k \\ \psi_c &= M_{ca} i_a + M_{cb} i_b + L_c i_c + M_{cl} i_l + M_{ck} i_k \\ \psi_l &= M_{la} i_a + M_{lb} i_b + M_{lc} i_c + L_l i_l + 0 \\ \psi_k &= M_{ka} i_a + M_{kb} i_b + M_{kc} i_c + 0 + L_k i_k \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Разлагая в ряд Фурье аналитические выражения коэффициентов самоиндукции и взаимной индукции, полученные по расчету, и рассматривая только компоненты, имеющие практическое значение, получим:

$$\left. \begin{aligned} L_a &= L_{cp} + l_0 \cos 2\theta & M_{ab} &= -M_{cp} + M_0 \cos (2\theta - 120^\circ) \\ L_b &= L_{cp} + l_0 \cos (2\theta + 120^\circ) & M_{ac} &= -M_{cp} + M_0 \cos (2\theta + 120^\circ) \\ L_c &= L_{cp} + l_0 \cos (2\theta - 120^\circ) & M_{bc} &= -M_{cp} + M_0 \cos 2\theta \\ M_{a1} &= M_1 \cos \theta & M_{ak} &= -M_k \sin \theta \\ M_{b1} &= M_1 \cos (\theta - 120^\circ) & M_{bk} &= -M_k \sin (\theta - 120^\circ) \\ M_{c1} &= M_1 \cos (\theta + 120^\circ) & M_{ck} &= -M_k \sin (\theta + 120^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$$L_{cp} = \frac{L_{max} + L_{min}}{2}; \quad l_0 = \frac{L_{max} - L_{min}}{2};$$

$$M_{cp} = \frac{M_{max} + M_{min}}{2}; \quad M_0 = \frac{M_{max} - M_{min}}{2}$$

L_{max} , L_{min} , M_{max} , M_{min} — максимальная и минимальная самоиндукция и взаимная индукция фазы.

Обычно $l_0 \cong M_0 = \lambda$

M_1 , M_k — максимальные значения взаимной индукции фазы статора с об-

мотками ротора: $\theta = \int_0^t \Omega_i dt + \theta_0$ — угол от оси фазы „а“ статора до оси обмотки „1“ ротора.

Совместное решение системы дифференциальных уравнений (1), (2), (3), (4) определяет поведение машины в любых режимах. Однако, это решение чрезвычайно сложно, т. к. после подстановки (5), (6) в уравнения (1), (2) эти уравнения имеют переменные периодические коэффициенты. Считая, что $e_a, i_a, \psi_a, \dots, e_k, i_k, \psi_k$ являются некоторыми обобщенными координатами, можно так преобразовать уравнения (1), (2), чтобы они были более простыми для анализа.

Наиболее распространенным преобразованием координат является преобразование в осях $d, q, 0$, введенное Парком и имеющее следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} e_d &= \frac{2}{3} [e_a \cos \theta + e_b \cos (\theta - 120^\circ) + e_c \cos (\theta + 120^\circ)] \\ e_q &= -\frac{2}{3} [e_a \sin \theta + e_b \sin (\theta - 120^\circ) + e_c \sin (\theta + 120^\circ)] \\ e_0 &= \frac{1}{3} [e_a + e_b + e_c] \end{aligned} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{для статор-} \\ \text{ных цепей} \end{array} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} e_D &= e_1 \\ e_Q &= e_k \end{aligned} \right\} \quad \text{для роторных цепей.}$$

Как видно из (7), в этой системе координат уравнения для ротор-

ных цепей в случае двух взаимно перпендикулярных обмоток не преобразуются.

По аналогичным выражениям производятся преобразования для токов и потокосцеплений.

Геометрический смысл указанных преобразований заключается в том, что все процессы рассматриваются относительно системы координатных осей, жестко связанных с ротором.

Производя подстановку в уравнения (7) выражений напряжений e_d, e_q, e_0 в виде дифференциальных уравнений (1) и учитывая, что

$$i(\Theta) \frac{d\psi_i}{dt} = \frac{d[\psi_i i(\Theta)]}{dt} - \psi_i \frac{di(\Theta)}{d\Theta} \frac{d\Theta}{dt}, \quad (8)$$

а также используя (5), (6), получим после несложных тригонометрических преобразований дифференциальные уравнения в новой координатной системе:

$$\left. \begin{aligned} e_d &= i_d r + \frac{d}{dt} (L_d i_d + M_l i_l) - (L_q i_q + M_k i_k) \frac{d\Theta}{dt} \\ e_q &= i_q r + \frac{d}{dt} (L_q i_q + M_k i_k) + (L_d i_d + M_l i_l) \frac{d\Theta}{dt} \\ e_0 &= i_0 r + \frac{dL_0 r_0}{dt} \\ e_l &= i_l r_l + \frac{d}{dt} \left(L_l i_l + \frac{3}{2} M_l i_d \right) \\ e_k &= i_k r_k + \frac{d}{dt} \left(L_k i_k + \frac{3}{2} M_k i_q \right) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где i_d, i_q, i_0 выражаются через токи i_a, i_b, i_c по уравнениям вида преобразований (7).

Эти уравнения дают возможность при заданной угловой скорости $\frac{d\Theta}{dt}$, по начальным условиям и внешним напряжениям определить все токи.

Уравнение электромагнитного момента в координатной системе $d, q, 0$ легко получается из уравнения (4) путем подстановки вместо i_a, i_b, i_c их значений через i_d, i_q, i_0 по формулам обратных преобразований, которые легко получить из уравнений вида (7), написанных для токов.

Уравнение электромагнитного момента имеет вид:

$$T = \frac{3}{2} [i_d i_q (L_d - L_q) + i_l i_q M_l - i_d i_k M_k] \quad (10)$$

Уравнение движения сохранится в прежнем виде:

$$I \frac{d^2\Theta}{dt^2} + k \frac{d\Theta}{dt} + T = M \quad (11)$$

Уравнения (9), (10), (11) решают все задачи, связанные с иссле-

дованием машины в новой координатной системе $d, q, 0$, после чего по формулам обратного преобразования находятся реальные значения токов и напряжений.

В рассматриваемой системе координат символические индуктивности L_d, L_q, L_0 связаны с реальными индуктивностями выражениями:

$$\left. \begin{aligned} L_d &= L_{cp} + M_{cp} + \frac{3}{2} \lambda \\ L_q &= L_{cp} + M_{cp} - \frac{3}{2} \lambda \\ L_0 &= L_{cp} - 2M_{cp} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Преобразование координат в системе $x, y, 0$. Если преобразование $d, q, 0$ рассматривается как координатная система, жестко связанная с ротором, то оси координат в системе $x, y, 0$ жестко связаны со статором, причем ось „ x “ направлена по оси фазы „ a “, а ось „ y “ направлена к ней под углом 90° в направлении вращения ротора.

Уравнения преобразования для статорных цепей получаются из системы преобразования $d, q, 0$, полагая в уравнении (7) $\theta = 0$.

$$\left. \begin{aligned} E_d &= \frac{2}{3} \left[e_a - \frac{1}{2} (e_b + e_c) \right] \\ E_q &= \frac{1}{\sqrt{3}} (e_b - e_c) \\ E_0 &= \frac{1}{3} (e_a + e_b + e_c) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{для статорных цепей} \\ \\ \end{array} \quad (13)$$

Уравнения преобразования для роторных цепей получают-ся путем приведения этих цепей к статору:

$$e_d = e_i \cos \theta - e_k \sin \theta$$

$$e_q = e_i \sin \theta + e_k \cos \theta$$

Подставляя в эти уравнения значения e_d, e_q, e_0 из уравнения (1), используя выражения (5), (6) и учитывая зависимость (8), имеем две системы уравнений для электрических цепей синхронной машины.

$$\left. \begin{aligned} E_d &= I_d r + \frac{d}{dt} [(L_d + L_0 \cos 2\theta) I_d + \\ &+ L_0 I_q \sin 2\theta + M_k I_k \cos \theta - M_k I_k \sin \theta] \\ E_q &= I_q r + \frac{d}{dt} [(L_d - L_0 \cos 2\theta) I_q + \\ &+ L_0 I_d \sin 2\theta + M_k I_d \sin \theta + M_k I_k \cos \theta] \\ E_0 &= I_0 r + \frac{d(I_0 L_0)}{dt} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{для статорных цепей} \\ \\ \end{array} \quad (14)$$

$$e_a = i_1 r_1 \cos \Theta - i_k r_k \sin \Theta + \frac{d\psi_a}{dt} + \psi_\beta \frac{d\Theta}{dt}$$

$$e_\beta = i_1 r_1 \sin \Theta + i_k r_k \cos \Theta + \frac{d\psi_\beta}{dt} - \psi_a \frac{d\Theta}{dt},$$

где

$$\begin{aligned} \psi_a &= \frac{3}{4} [(M_1 + M_k) + (M_1 - M_k) \cos 2\Theta] I_a + \\ &+ \frac{3}{4} (M_1 - M_k) I_\beta \sin 2\Theta + L_1 i_1 \cos \Theta - L_k i_k \sin \Theta \\ \psi_\beta &= \frac{3}{4} [(M_1 + M_k) - (M_1 - M_k) \cos 2\Theta] I_\beta + \\ &+ \frac{3}{4} (M_1 - M_k) I_a \sin 2\Theta + L_1 i_1 \sin \Theta + L_k i_k \cos \Theta \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{для роторных} \\ \text{цепей} \end{array} \right\} (15)$$

Здесь I_a, I_β, I_0 выражаются через реальные токи статора i_a, i_β, i_0 по типу уравнений (13)

$$\begin{aligned} L_1 &= L_{cp} + M_{cp} = \frac{L_d + L_q}{2}; \\ L_\beta &= \frac{3}{2} \lambda = \frac{L_d - L_q}{2}; \\ L_0 &= L_{cp} - 2M_{cp} \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом в осях $\alpha, \beta, 0$ для статорных цепей мы получили новую систему дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, более простых, чем уравнения (1). В ряде случаев, как например, для исследования динамических перенапряжений при коротком замыкании, уравнения (14) легко приводятся к уравнениям типа Матье.

Следует отметить, что в своей статье, опубликованной в *El. Eng.* 1938 г. по анализу перенапряжений в синхронных машинах при коротком замыкании *E. Clark, Weygandt, Concordia*, используя систему $\alpha, \beta, 0$, применили операторные уравнения, не имея на то достаточных формальных и фактических оснований и поэтому не пришли к уравнениям типа Матье, необходимым для решения поставленной задачи.

Обычно при анализе синхронных машин пренебрегают омическим сопротивлением цепей ротора, полагая, что $r_1 = r_k = 0$ и поэтому уравнения (15) значительно упрощаются.

В случае, если мы имеем асинхронную машину или машину двойного питания, то

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= 0 \\ r_k &= r_1 = r_r \\ L_k &= L_1 = L_r \\ M_k &= M_1 = M_r \end{aligned} \right\} (16-6)$$

и тогда

$$\left. \begin{aligned} E_a &= i_a r + \frac{dL_r i_a}{dt} + \frac{3}{2} \frac{dM_r i_n}{dt} \\ E_b &= i_b r + \frac{dL_r i_b}{dt} + \frac{3}{2} \frac{dM_r i_n}{dt} \\ E_0 &= i_0 r + \frac{dL_0 i_0}{dt} \\ e_a &= i_a r_r + \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} M_r i_a + L_r i_a \right) + \left(\frac{3}{2} M_r i_b + L_r i_b \right) \frac{d\theta}{dt} \\ e_b &= i_b r_r + \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} M_r i_b + L_r i_b \right) - \left(\frac{3}{2} M_r i_a + L_r i_a \right) \frac{d\theta}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Кроме того, для трехфазного ротора к системе уравнений (17) добавится еще уравнение цепей нулевой последовательности ротора,

$$e_{or} = i_{or} r_r + \frac{dL_{or} i_{or}}{dt}, \quad \text{где} \quad L_{or} = L_r - 2M_r$$

В уравнениях (17)

$$i_a = i_1 \cos \theta - i_2 \sin \theta, \quad i_b = i_1 \sin \theta + i_2 \cos \theta.$$

Уравнение электромагнитного момента для этого случая асинхронной машины получается простым и приводится к виду:

$$T = \frac{3}{2} M_r (i_b i_2 - i_a i_1) \quad (18)$$

Преобразование координат в системе f, b, 0. Координатная система f, b, 0 исторически была получена из системы преобразований d, q, 0 путем приведения ее к плоскости комплексного переменного, жестко связанной с ротором, согласно выражениям вида:

$$\left. \begin{aligned} e_f &= \frac{e_d + je_q}{2} \\ e_b &= \frac{e_d - je_q}{2} \\ e_0 &= \frac{1}{3} (e_a + e_b + e_c) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Подставляя в эти выражения значения e_d , e_q из (7), получим прямые уравнения преобразования для статорных цепей:

$$\left. \begin{aligned} e_f &= \frac{1}{3} (e_a + e_b \alpha + e_c \alpha^2) e^{-j\theta} \\ e_b &= \frac{1}{3} (e_a + e_b \alpha^2 + e_c \alpha) e^{j\theta} \\ e_0 &= \frac{1}{3} (e_a + e_b + e_c) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

где

$$z = e^{j \frac{2\pi}{3}}; \quad z^2 = e^{-j \frac{2\pi}{3}}; \quad z^2 + z + 1 = 0.$$

Подставляя в выражения (20) значения величин e_a, e_b, e_c из системы дифференциальных уравнений (1) или выражения (19) из (9), имеем комплексную систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= i_1 r + \frac{d\psi_1}{dt} + j\psi_1 \frac{d\theta}{dt} \\ e_b &= i_b r + \frac{d\psi_b}{dt} - j\psi_b \frac{d\theta}{dt} \\ e_0 &= i_0 r + \frac{d\psi_0}{dt} \end{aligned} \right\} \text{ для статорных цепей}$$

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= i_1 r + \frac{d}{dt} \left[L_1 i_1 + \frac{3}{2} M_1 (i_1 + i_b) \right] \\ e_k &= i_k r + \frac{d}{dt} \left[L_k i_k + \frac{3}{2} M_k j (i_b - i_1) \right] \end{aligned} \right\} \text{ для роторных цепей} \quad (21)$$

где

$$\psi_1 = L_1 i_1 + L_b i_b + \frac{1}{2} M_1 i_1 + j \frac{1}{2} M_k i_k$$

$$\psi_b = L_b i_1 + L_1 i_b + \frac{1}{2} M_1 i_1 - j \frac{1}{2} M_k i_k$$

$$\psi_0 = L_0 i_0$$

В этих выражениях i_1, i_b, i_0 связаны с реальными токами уравнениями вида (20).

L_1, L_b, L_0 определяются согласно выражениям (16).

Таким образом, мы получили систему комплексных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для мгновенных значений токов и напряжений.

Уравнение электромагнитного момента после подстановки значений токов имеет вид:

$$T = \frac{3}{2} [j(i_b - i_1)(i_b + i_1) 2L_b + j(i_b - i_1) M_1 i_1 - (i_b + i_1) M_k i_k] \quad (22)$$

Преобразование координат в системе $\gamma, \delta, 0$. Подобно тому, как система $i, b, 0$ образована из системы $d, q, 0$, представляется возможным ввести систему $\gamma, \delta, 0$, получающуюся из координатной системы $z, \bar{z}, 0$ следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} E_\gamma &= \frac{E_\alpha + j E_\beta}{2} \\ E_\delta &= \frac{E_\alpha - j E_\beta}{2} \\ E_0 &= \frac{1}{3} (e_a + e_b + e_c) \end{aligned} \right\} \text{ для статорных цепей} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} e_\gamma &= \frac{e_x + j e_y}{2} \\ e_\delta &= \frac{e_x - j e_y}{2} \end{aligned} \right\} \text{ для роторных цепей} \quad (24)$$

Подставляя в уравнения (23), (24) вместо E_γ , E_δ , e_γ , e_δ их значения через реальные величины, имеем:

$$\left. \begin{aligned} E_\gamma &= \frac{1}{3} (e_a + e_b z + e_c z^2) \\ E_\delta &= \frac{1}{3} (e_a + e_b z^2 + e_c z) \\ E_0 &= \frac{1}{3} (e_a + e_b + e_c) \end{aligned} \right\} \text{ для статора} \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} e_\gamma &= \frac{e_t + j e_k}{2} e^{j\theta} \\ e_\delta &= \frac{e_t - j e_k}{2} e^{-j\theta} \end{aligned} \right\} \text{ для ротора.} \quad (26)$$

Из (14) и (23) имеем:

$$\begin{aligned} E_\gamma &= I_\gamma r + \frac{d}{dt} \left[L_\gamma I_\gamma + L_b I_\delta e^{j2\theta} + \frac{1}{2} (M_t i_t + j M_k i_k) e^{j\theta} \right] \\ E_\delta &= I_\delta r + \frac{d}{dt} \left[L_\gamma I_\delta + L_b I_\gamma e^{-j2\theta} + \frac{1}{2} (M_t i_t - j M_k i_k) e^{-j\theta} \right] \\ E_0 &= I_0 r + \frac{dL_0}{dt} I_0 \end{aligned} \quad (27)$$

Из (15) и (24):

$$\left. \begin{aligned} e_\gamma &= \frac{i_t r_t + j i_k r_k}{2} e^{j\theta} + \frac{d\psi_\gamma}{dt} - j \psi_\gamma \frac{d\theta}{dt} \\ e_\delta &= \frac{i_t r_t - j i_k r_k}{2} e^{-j\theta} + \frac{d\psi_\delta}{dt} + j \psi_\delta \frac{d\theta}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

где:

$$\begin{aligned} \psi_\gamma &= \frac{L_t i_t + j L_k i_k}{2} e^{j\theta} + \frac{3}{4} (M_t + M_k) I_\gamma + \frac{3}{4} (M_t - M_k) I_\delta e^{j2\theta} \\ \psi_\delta &= \frac{L_t i_t - j L_k i_k}{2} e^{-j\theta} + \frac{3}{4} (M_t + M_k) I_\delta + \frac{3}{4} (M_t - M_k) I_\gamma e^{-j2\theta} \end{aligned}$$

Для случая асинхронной машины или машины двойного питания, т. е. при условиях (16-6), уравнения (27), (28) приводятся к виду:

$$\left. \begin{aligned} E_\gamma &= I_\gamma r + \frac{d}{dt} [L_\gamma I_\gamma + M_t i_\gamma] \\ E_\delta &= I_\delta r + \frac{d}{dt} [L_\gamma I_\delta + M_t i_\delta] \\ E_0 &= I_0 r + \frac{d}{dt} [L_0 I_0] \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= i_1 r_r + \frac{d}{dt} \left(L_r i_1 + \frac{3}{2} M_1 i_1 \right) - j \left(L_r i_1 + \frac{3}{2} M_1 i_1 \right) \frac{d\theta}{dt} \\ e_2 &= i_2 r_r + \frac{d}{dt} \left(L_r i_2 + \frac{3}{2} M_1 i_2 \right) + j \left(L_r i_2 + \frac{3}{2} M_1 i_2 \right) \frac{d\theta}{dt} \\ e_0 &= i_0 r_r + \frac{dL_{or} i_{or}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{1}{3} (i_a + i_b \alpha + i_c \alpha^2) & i_{1r} &= \frac{1}{3} (i_{ar} + i_{br} \alpha + i_{cr} \alpha^2) e^{j\theta} \\ i_2 &= \frac{1}{3} (i_a + i_b \alpha^2 + i_c \alpha) & i_{2r} &= \frac{1}{3} (i_{ar} + i_{br} \alpha^2 + i_{cr} \alpha) e^{-j\theta} \\ i_0 &= \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c) & i_{0r} &= \frac{1}{3} (i_{ar} + i_{br} + i_{cr}) \end{aligned}$$

Предполагая, что скорость вращения ротора постоянна, можно рассмотренные дифференциальные уравнения для различных систем преобразований, не содержащие тригонометрических (или показательных) функций угла θ , представить в операторной форме. При этом символически $\frac{d\theta}{dt}$ обозначается $[p\theta]$, но может рассматриваться только как постоянная величина.

При этих условиях, уравнения в различных координатных системах представляются в следующем виде:

Система d, q, 0:

$$\left. \begin{aligned} e_d &= i_d r + p\psi_d - \psi_q [p\theta] ; & e_q &= i_q r + p\psi_q + \psi_d [p\theta] ; & e_0 &= i_0 r + p\psi_0 \\ e_1 &= i_1 r_1 + p\psi_1 ; & e_k &= i_k r_k + p\psi_k \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

где:

$$\psi_d = L_d i_d + M_1 i_1 ; \quad \psi_q = L_q i_q + M_k i_k ; \quad \psi_0 = L_0 i_0$$

$$\psi_1 = L_1 i_1 + \frac{3}{2} M_1 i_d ; \quad \psi_k = L_k i_k + \frac{3}{2} M_k i_q$$

Система f, b, 0:

$$\left. \begin{aligned} e_f &= i_f r + (p + j[p\theta]) \psi_f ; & e_b &= i_b r + (p + j[p\theta]) \psi_b ; & e_0 &= i_0 r + p\psi_0 \\ e_1 &= i_1 r_1 + p\psi_1 ; & e_k &= i_k r_k + p\psi_k \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

где

$$\psi_f = L_f i_f + L_b i_b + \frac{M_1 i_1 + j M_k i_k}{2} ; \quad \psi_b = L_b i_b + L_f i_f + \frac{M_1 i_1 - j M_k i_k}{2} ; \quad \psi_0 = L_0 i_0$$

$$\psi_1 = L_1 i_1 + \frac{3}{2} M_1 (i_f + i_b) ; \quad \psi_k = L_k i_k + \frac{3}{2} M_k j (i_b - i_f)$$

В системах $\alpha, \beta, 0$ и $\gamma, \delta, 0$ применение операторного метода наиболее целесообразно для случая машины с трехфазным ротором (асинхронной или машины двойного питания).

Уравнения для этого случая будут иметь следующий вид:

Система $\alpha, \beta, 0$:

$$\left. \begin{aligned} E_\alpha &= I_\alpha r + p\psi_\alpha; & E_\beta &= I_\beta r + p\psi_\beta; & E_0 &= I_0 r + p\psi_0 \\ e_\alpha &= i_\alpha r + p\psi_\alpha + \psi_\beta [p\theta]; & e_\beta &= i_\beta r + p\psi_\beta - \psi_\alpha [p\theta]; & e_0 &= i_0 r + p\psi_0 \end{aligned} \right\} (33)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_\alpha &= L_\alpha I_\alpha + \frac{3}{2} i_\alpha M_1; & \psi_\beta &= L_\beta I_\beta + \frac{3}{2} i_\beta M_1; & \psi_0 &= L_0 I_0 \\ \psi_\alpha &= L_\alpha i_\alpha + \frac{3}{2} I_\alpha M_1; & \psi_\beta &= L_\beta i_\beta + \frac{3}{2} M_1 I_\beta; & \psi_{0r} &= L_{0r} i_{0r} \end{aligned}$$

Система $\gamma, \delta, 0$:

$$\left. \begin{aligned} E_\gamma &= I_\gamma r + p\psi_\gamma; & E_\delta &= I_\delta r + p\psi_\delta; & E_0 &= I_0 r + p\psi_0 \\ e_\gamma &= i_\gamma r + (p - j[p\theta])\psi_\gamma; & e_\delta &= i_\delta r + (p + j[p\theta])\psi_\delta; & e_0 &= i_0 r + p\psi_0 \end{aligned} \right\} (34)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_\gamma &= L_\gamma I_\gamma + \frac{3}{2} M_1 I_\gamma; & \psi_\delta &= L_\delta I_\delta + \frac{3}{2} M_1 I_\delta; & \psi_0 &= L_0 I_0 \\ \psi_\gamma &= L_\gamma i_\gamma + \frac{3}{2} M_1 I_\gamma; & \psi_\delta &= L_\delta i_\delta + \frac{3}{2} M_1 I_\delta; & \psi_0 &= L_{0r} i_{0r} \end{aligned}$$

Рассмотренные выше методы преобразования в дифференциальной форме допускают рассмотрение ряда нелинейных задач на интеграторах, чего нельзя было сделать при представлении этих уравнений в операторной форме. В целом дифференциальная форма более наглядна и более близко отражает реальные физические процессы в синхронных машинах.

Москва, 1947, июнь.

Ա. Ղ. ԻՈՍԻՖՅԱՆ

ՄԻՃԽԱՐԱՑ ՄԵԼԵՆԱՅԻ ՊԻՃԵՐԵՆՑԻԱԿ ԿԱՎԱՍԱՐԱՄՆԵՐԻ ձԵՎԱՓՈԽԱՄԵՆԻ ՐԵՏՐԱՆ

Ցեղում է արևելքան մեքենայի կլասիկ ղեկերենցիալ հավասարումների ձևափոխումների մեթոդ հավասարման մեջ՝ d,q,0; i,b,0; z,β,0 կոորդինատներով: