

ТЕОРИЯ СООРУЖЕНИЙ

Г. С. Григорян

Комбинированный тонкостенный свод-оболочка, опертый по всему контуру

(Представлено А. Г. Назаровым 3 VIII 1946)

Предложенная проф. В. З. Власовым техническая теория тонкостенных цилиндрических оболочек ⁽¹⁾ открыла широкие возможности для создания новых рациональных форм несущих конструкций нестержневого происхождения для покрытий и перекрытий гражданских и промышленных сооружений.

В настоящей статье приводятся алгебраические уравнения типа Власова (таблица 1) для комбинированного тонкостенного цилиндрического свода-оболочки*, опертого по всему контуру. Приводятся чис-

Таблица 1

	σ_0	σ_1	σ_3	σ_4	G_2	G_3	G_4	Свободные члены
Уравнения равновесия	a_{00}	a_{01}	a_{03}	0	Γ_{02}	Γ_{03}	Γ_{04}	R_0
	a_{10}	a_{11}	a_{13}	0	Γ_{12}	Γ_{13}	Γ_{14}	R_1
	a_{30}	a_{31}	a_{33}	a_{34}	Γ_{32}	Γ_{33}	Γ_{34}	R_3
	0	0	a_{43}	a_{44}	Γ_{42}	Γ_{43}	Γ_{44}	R_4
Уравнения деформации	Θ_{20}	Θ_{31}	Θ_{23}	Θ_{24}	C_{22}	C_{23}	0	0
	Θ_{30}	Θ_{31}	Θ_{33}	Θ_{34}	C_{32}	C_{33}	C_{34}	0
	Θ_{40}	Θ_{41}	Θ_{43}	Θ_{44}	0	C_{43}	C_{44}	0

* Свод-оболочка называется комбинированным, т. к. пролетная часть его выполняется из каменных или бетонных плит (или из кирпича), а над стенами вдоль прямолинейных краев оболочки имеется железобетонный пояс, рассчитываемый вместе с оболочкой как одно целое. Методы возведения указанной конструкции в настоящее время уточняются на опыном строительстве и составят содержание отдельного сообщения. Здесь укажем лишь, что эта конструкция возводится в инвентарной передвижной опалубке, поэтому требует очень незначительного количества лесоматериалов, что весьма важно для безлесных районов СССР и, в частности, для Армении.

ленные данные об игре сил в оболочке малого пролета при некоторых изменениях размеров окаймляющего оболочку железобетонного пояса, принимаемого в расчет как гибкая нить, а также как балка, сопротивляющаяся изгибу в горизонтальной плоскости, работающая совместно с пролетной частью оболочки как одно целое.* На основании численных данных доказывается благоприятное влияние на работу оболочки учета жесткости продольных поясов в горизонтальной плоскости.

Расчет рассматриваемой конструкции обычными методами теории упругих оболочек привел бы к решению довольно сложной контактной задачи, по технической же теории оболочек Власова дифференциальные уравнения оболочки, благодаря разложению внешней нагрузки и искомым функциональным неизвестным в ряд по фундаментальным балочным функциям и их вторым производным, сводятся в каждом члене разложения к линейным алгебраическим уравнениям относительно коэффициентов разложения σ_k и G_k . В таблице 1 приведена эта система уравнений для n -го члена разложения (индексы n всюду опущены).

Ниже приводятся значения коэффициентов при неизвестных и свободные члены к таблице 1** при симметричной равномерно распределенной внешней нагрузке для первого члена разложения.

Коэффициенты первого квадранта

$$a_{00} = \frac{\pi^2 E}{3l^2 E_1} \left(F_1 + \frac{2EF}{E_1} \frac{d^2 \cos^2 \varphi_1}{d_1^2} \right);$$

$$a_{11} = \frac{\pi^2 E}{l^2 E_1} \left(F_1 + \frac{4EF}{3E_1} \right);$$

$$a_{33} = \frac{4F \pi^2}{6 l^2};$$

$$a_{44} = \frac{5F \pi^2}{6 l^2};$$

$$a_{01} = a_{10} = \frac{\pi^2 E}{l^2 E_1} \left(\frac{F_1}{2} - \frac{5EF}{6E_1 d_1} \frac{d \cos \varphi_1}{d_1} \right);$$

$$a_{13} = a_{31} = \frac{\pi^2 EF}{6 l^2 E_1};$$

$$a_{34} = a_{43} = \frac{F \pi^2}{6 l^2};$$

$$a_{03} = a_{30} = - \frac{F \pi^2}{6 l^2} \frac{d \cos \varphi_1}{d_1} \frac{E}{E_1}$$

* Цилиндрическая оболочка заменена вписанной в нее складкой с семью одинаковыми гранями. Кроме того, как две отдельные грани учтены продольные пояса над стенами.

** Матрица уравнений оболочки, опертой по всему контуру с гибким поясом, еще не опубликованная, была нам любезно предоставлена проф. В. З. Власовым. При составлении матрицы уравнений с жестким поясом (табл. 1) мы также пользовались его консультацией.

Коэффициенты второго квадранта

$$r_{02} = \frac{\cos \varphi_1}{dd_1} (3\operatorname{ctg} \varphi + 2\operatorname{csc} \varphi - \operatorname{tg} \varphi) \frac{E}{E_1};$$

$$r_{03} = -\frac{2\cos \varphi_1}{dd_1} (\operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{csc} \varphi) \frac{E}{E_1};$$

$$r_{04} = \frac{\cos \varphi_1}{dd_1} \operatorname{csc} \varphi \frac{E}{E_1};$$

$$r_{12} = -r_{13} = -\frac{1}{d^2} (2\operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{csc} \varphi) \frac{E}{E_1};$$

$$r_{14} = -\frac{1}{d^2} \operatorname{csc} \varphi \frac{E}{E_1};$$

$$r_{32} = \frac{2}{d^2} (\operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{csc} \varphi);$$

$$r_{33} = -\frac{2}{d^2} (2\operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{csc} \varphi);$$

$$r_{34} = \frac{1}{d^2} (2\operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{csc} \varphi);$$

$$r_{42} = -\frac{1}{d^2} \operatorname{csc} \varphi;$$

$$r_{43} = \frac{1}{d^2} (2\operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{csc} \varphi);$$

$$r_{44} = -\frac{2}{d^2} \operatorname{ctg} \varphi.$$

Коэффициенты третьего квадранта определяются из условия $\Theta_{ik} = r_{ki}$ в виду симметрии матрицы уравнений (табл. 1).

Коэффициенты четвертого квадранта

$$C_{22} = C_{33} = -\frac{2}{3} \frac{\pi^2}{l^2} \frac{d}{l};$$

$$C_{44} = -\frac{5}{6} \frac{\pi^2}{l^2} \frac{d}{l};$$

$$C_{23} = C_{32} = C_{34} = C_{43} = -\frac{1}{6} \frac{\pi^2}{l^2} \frac{d}{l}$$

Свободные члены

$$R_0 = -\frac{A_1 d \cos \varphi_1}{d_1 \sin \varphi} (\cos \varphi - \cos 2\varphi - \cos 3\varphi) \frac{E}{E_1};$$

$$R_1 = \frac{A_1}{\sin \varphi} (\cos \varphi - \cos 3\varphi) \frac{E}{E_1};$$

$$R_3 = \frac{A_1}{\sin \varphi} (1 - \cos \varphi - \cos 2\varphi + \cos 3\varphi);$$

$$R_4 = \frac{A_1}{\sin \varphi} (\cos 2\varphi - 1).$$

Здесь E и E_1 — модули упругости, соответственно, пролетной части оболочки и пояса над стенами. Остальные обозначения по Власову ⁽¹⁾.

Неизвестное нормальное напряжение σ_0 в силу граничных условий вдоль прямолинейных краев оболочки линейно зависит от σ_0 и σ_1 . Ради простоты принято, что железобетонный пояс вдоль прямолинейных краев оболочки опирается на два ряда стоек с шарнирами наверху и внизу, т. е. что продольные стены, на которые опирается оболочка, способны воспринимать только вертикальные усилия. Такое предположение идет в запас прочности для оболочки и упрощает расчет. В соответствии с этим предположением наличие, или отсутствие проемов в продольных стенах не отражается на расчете оболочки. Требуется лишь, чтобы проемы, если таковые имеются в продольных стенах, были настолько малы, чтобы вертикальными прогибами пояса можно было пренебречь. Между поясом и оболочкой также предусмотрен шарнир.

Обычно E в несколько раз меньше E_1 . Это вызывает заметное уменьшение напряжений в пролетной части свода-оболочки (см. табл. 2), тем самым увеличиваются предельные размеры помещений, которые могут быть покрыты описываемой конструкцией без армирования пролетной части оболочки. Учет разности между E и E_1 не вызывает осложнения расчета.

В таблице 2 приведены сравнительные результаты расчета оболочки, опертой по всему контуру, при следующих геометрических размерах: пролет вдоль образующей $l=5,2$ м; пролет поперек образующей $l_1=4,5$ м; толщина оболочки $h=0,09$ м; стрела подъема $f=0,75$ м.

Таблица 2

№ п. п.		Площадь поперечн. сечения пояса в м ²	Продольные нормальные напряжения в кг/см ²					Поперечные изгибающие моменты в кг			Максимальные касательные напряжения в кг/см ²
			σ_0	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	G_2	G_3	G_4	
1	Гибкий пояс	0,1	—	0,87	—0,09	—0,74	—1,00	15,0	5,70	—5,90	0,72
2	.	0,2	—	0,51	—0,25	—0,74	—0,91	13,8	4,80	—5,80	0,73
3	.	0,3	—	0,36	—0,32	—0,74	—0,88	13,3	4,50	—5,80	0,74
4	.	0,4	—	0,28	—0,35	—0,73	—0,86	13,0	4,30	—5,80	0,75
5	Пояс сопротивляющийся изгибу в горизонт. плоскости при $E=E_1$										
6	0,2 × 0,6 м	0,12	0,59	0,38	—0,18	—0,58	—0,78	9,80	3,50	—4,00	0,38
	То же при $\frac{E}{E_1}=0,2$	0,12	1,04	—0,03	—0,21	—0,34	—0,39	3,40	1,20	—1,40	0,39

ПРИМЕЧАНИЕ: 1. Нагрузка принята равномерно-распределенная $q=100$ кг/м².

2. Предположено наличие шарниров на уровне земли и вдоль линии примыкания оболочки к поясу.

3. Знак (+) в продольных нормальных напряжениях означает растяжение.

В своей работе автор имел цель получить тонкостенное цилиндрическое покрытие для жилых помещений из местных материалов. Расчет оболочки приведенных выше размеров при наличии гибкого железобетонного пояса над продольными стенами показал, что касательные напряжения в оболочке превосходят пределы, допускаемые для кладки из плит (или кирпичей) даже если применить растворы высоких марок. На монолитные бетонные своды-оболочки мы не могли ориентироваться, т. к. сроки распалубки при этом значительны, что приводит к большой потребности лесоматериалов. Попытки разгрузить пролетную часть оболочки увеличением площади поперечного сечения гибкого пояса вдоль прямолинейных краев ее, не увенчались успехом. Как видно из таблицы 2, даже четырехкратное увеличение площади поперечного сечения гибкого пояса не дало существенного снижения касательных напряжений в пролетной части оболочки. Мы не могли идти на увеличение стрелы подъема по архитектурным соображениям. Учет жесткости железобетонного пояса на изгиб в горизонтальной плоскости привел к существенной разгрузке оболочки: пролетная часть оболочки оказалась целиком сжатой, а максимальные касательные напряжения вдвое снизились.

Потребность арматурной стали для поясов при этом оказывается крайне незначительной—от 1,0 до 3,0 кг на квадратный метр перекрываемой площади, в зависимости (главным образом) от расположения перекрываемых помещений в плане.

Укажем, что благоприятное влияние работы продольных железобетонных поясов на изгиб в горизонтальной плоскости и на напряженное состояние оболочки ослабевает с увеличением расстояния между поперечными диафрагмами (поперечными стенами, в данном случае). При малых пролетах это влияние существенно и должно быть обязательно учтено. В оболочках больших пролетов, выполняемых в железобетоне, целесообразность применения жестких продольных железобетонных поясов требует обоснования.

Институт строительных
материалов и сооружений
Академии Наук Арм. ССР
Ереван, 1946, июль.

Գ. Ս. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

Զուգորված գլանային քաղաճի հենված ամբողջ պարագծով

Թաղանթների Վլասովի տեսնիկական տեսության կիրառման կարգով, հեղինակն առաջարկում է ամբողջ պարագծով հենված թաղանթների հաշվման մեջ նկատի ունենալ ընդերկայնական գոտիների հորիզոնական հարթության մեջ ունեցած կոչտությունը:

Բերվում են արտաքին ուժերը և ֆունկցիոնալ անհայտներն ըստ հեծանային ֆունկցիոնալ ֆունկցիաների շարքի վերածման 11-րդ անդամի համապատասխան հանրահաշվական հավասարումները, հաշվումների թվական օրինակների հիման վրա հեղինակն ապա-

ցուցում է, որ փոքր թռիչքների դեպքում ընդերկայնական պատերի վրա դրվող երկաթ-բետոնյա գոտիների կոշտութունը հաշվի առնելիս՝ թաղանթի մեջ լարումների բաշխումն էապես փոխվում է՝ ընդերկայնական ձգող լարումները վերանում են, զգալիորեն փոքրանում են շոշափող լարումները:

Քանի որ հաշվարկման մեջ նկատի է առնվում երկաթ-բետոնյա գոտիների և թաղանթի միատեղ աշխատանքը, մասնավոր դեպքում, երբ թաղանթը բարից, աղյուսից կամ սալերից է, ստացվում է երկաթ-բետոնի և քարե շարվածքի զուգորդված կոնստրուկցիա:

G. S. Grigorian

A Combined Cylindrical Thin Shell Vault Supported af its Whole Circumference

In applying the technical shall theory of Wlasov the author suggests to take into consideration the longitudinal belt bending rigidity in a horizontal plane for the circumference. There is shown the matrix of the corresponding algebraic equation according to Wlasov. It is proved on the basis of numerical design examples that at small spans the accounting of the longitudinal reinforced concrete belts placed on the walls fundamentally changes the force distribution in the shell. The longitudinal stresses disappear and the steering stresses decrease considerably. Since at the designing the joint action of the reinforced concrete belts and the shell, which in a partticular case may be accomplished with bricks, blocks or plates, are taken into concideration a combined structure of reinforced concrete and masonry is obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. З. Власов. Строительная механика оболочек. ОНТИ, 1936.