

# ԱՍՏՐՈՓԻԶԻԿԱ

ТОМ 68

МАЙ, 2025

ВЫПУСК 2

ЦИКЛЫ АКТИВНОСТИ ЗВЕЗДЫ СОЛНЕЧНОГО ТИПА

HD 111395

*Е.С.Дмитриенко, И.С.Саванов* 157

ПЕРВОЕ ДЕТАЛЬНОЕ ФОТОМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ЧЕТЫРЕХ ЗВЕЗД  $\delta$  SCUTI С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ  
TESS

*А.Поро, Х.Азарара, А.Саростад, Н.К.Пур,  
Р.Алиакбари, С.Насириан, С.Момени* 165

АКТИВНОСТЬ ЗВЕЗДЫ TIC 88785435 И ПОТЕРЯ МАССЫ  
АТМОСФЕРЫ ЕЕ ПЛАНЕТЫ

*И.С.Саванов* 169

МЕЖЗВЕЗДНАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ В НАПРАВЛЕНИИ ОБЛАСТИ  
ВОКРУГ ГЛОБУЛЫ БОКА В5

*Х.А.Краяни, В.Б.Ильин* 177

ПРИБЛИЖЕННАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОГРАНИЧНОГО  
СЛОЯ ВОКРУГ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ СО СЛАБЫМ МАГ-  
НИТНЫМ ПОЛЕМ ПРИ ДИСКОВОЙ АККРЕЦИИ

*Г.С.Бисноватый-Коган* 181

ЭФФЕКТИВНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ В ОБЩИХ СКАЛЯРНО-  
ТЕНЗОРНЫХ ТЕОРИЯХ ГРАВИТАЦИИ

*А.А.Саарян, Г.Г.Арутюнян, Р.К.Терян, Р.М.Авакян* 195

(Продолжение на 4-й стр. обложки)

ЕРЕВАН

Выходит с 1965г.  
на русском и английском языках

### **Խմբագրական կոլեգիա**

Գլխավոր խմբագիր՝ Գ.Տ.Տեր-Վազարյան (Հայաստան)  
Գլխավոր խմբագրի տեղակալներ՝ Վ.Պ.Գրինին (Ռուսաստան), Հ.Ա.Հարությունյան (Հայաստան)  
Պատասխանատու քարտուղար՝ Ա.Ա.Հակոբյան (Հայաստան)  
Ժ.Ալեյան (Ֆրանսիա), Գ.Ս.Բիսնովատի-Կոզան (Ռուսաստան), Ի.Դ.Կարաչենցև (Ռուսաստան),  
Տ.Յու.Մադաթյան (Հայաստան), Ա.Մ.Միքայելյան (Հայաստան), Ա.Գ.Նիկողոսյան (Հայաստան),  
Բ.Մ.Շուտով (Ռուսաստան), Յու.Ա.Շչեկինով (Ռուսաստան), Ա.Մ.Չերեպաշչով (Ռուսաստան),  
Ե.Պ.Պավլենկո (Ռուսաստան), Է.Ս.Պարսամյան (Հայաստան), Վ.Պ.Ռեշետնիկով (Ռուսաստան),  
Ա.Ա.Սահարյան (Հայաստան), Մ.Տուրատտո (Իտալիա), Ս.Դ.Օդինցով (Իսպանիա)

### **Редакционная коллегия**

Главный редактор: Г.Т.Тер-Казарян (Армения)  
Заместители главного редактора: Г.А.Арутюнян (Армения), В.П.Гринин (Россия)  
Ответственный секретарь: А.А.Акопян (Армения)

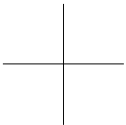
Ж.Алесьян (Франция), Г.С.Бисноватый-Коган (Россия), И.Д.Караченцев (Россия),  
Т.Ю.Магакян (Армения), А.М.Микаелян (Армения), А.Г.Никогосян (Армения),  
С.Д.Одинцов (Испания), Е.П.Павленко (Россия), Э.С.Парсаян (Армения),  
В.П.Решетников (Россия), А.А.Саарян (Армения), М.Туратто (Италия),  
А.М.Черепашук (Россия), Б.М.Шустов (Россия), Ю.А.Щекинов (Россия)

"АСТРОФИЗИКА" - научный журнал, издаваемый Национальной академией наук Республики Армения. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой. Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

"ԱՍՏՐՈՖԻԶԻԿԱ"-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակում է Հայաստանի Հանրապետության Գիտությունների Ազգային Ակադեմիան: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների և միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և արտագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային սահմանակից բնագավառների գծով: Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Адрес редакции: Республика Армения, Ереван 19, пр. Маршала Баграмяна 24<sup>е</sup>  
Редакция ж. "Астрофизика", тел. 56 81 38  
е—mail: [astrofiz@sci.am](mailto:astrofiz@sci.am)

© Издательство "Гитутюн" НАН Республики Армения, Астрофизика, 2025



## ЦИКЛЫ АКТИВНОСТИ ЗВЕЗДЫ СОЛНЕЧНОГО ТИПА HD 111395

Е.С.ДМИТРИЕНКО<sup>1</sup>, И.С.САВАНОВ<sup>2</sup>

Поступила 26 января 2025

Принята к печати 4 июня 2025

Представлены результаты анализа проявлений активности яркой звезды солнечного типа HD 111395 с целью дальнейшего сопоставления ее фотосферной, хромосферной и корональной активности. Установлена более высокая активность HD 111395 по сравнению с Солнцем. Величины периода вращения звезды  $P_{rot}$  лежат в диапазоне от 15.25 до 18.88 сут, что указывает на дифференциальный характер вращения ее поверхности. По данным секторов 23 и 49 из архива миссии TESS были оценены величины параметра запятненности звезды и площадей пятен на ее поверхности (7500 м.д.п. и 8900 м.д.п., для секторов 23 и 49, соответственно), которые превосходят средние солнечные характеристики, но сопоставимы с максимальным уровнем у Солнца. По данным архива Kamogata Wide-field Survey (KWS) были найдены величины  $P_{cycl}$ , которые составляют 930 сут (2.5 года), 1830 сут (5.0 лет) и 3800 сут (10.4 года), а по измерениям ASAS – 1800 сут (4.9 года). Полученные результаты сопоставлены с данными о циклах активности, которые были установлены по хромосферным проявлениям и наблюдаемым долгосрочным изменениям в потоке рентгеновского излучения.

*Ключевые слова: звезды: пятна: фотометрия: переменность: циклы активности*

1. *Введение.* Авторы [1] выполнили обширное исследование проявлений активности звезды G5V HD 111395 с целью установления их цикличности. Были проанализированы данные наземных телескопов, архива миссии TESS и рентгеновского телескопа eROSITA на борту SRG. Анализ данных указал на возможное наличие долгосрочных циклов.

В частности, при использовании доступных литературных данных по индексу S, в [1] была оценена вероятная продолжительность потенциальных долгосрочных циклов в 12-15 лет. По данным о хромосферной активности были определены величины периодов вращения  $P_{rot}$  звезды для каждого сезона наблюдений и найден средний период вращения, равный  $16.76 \pm 0.36$  сут, усредненный по всем сезонам наблюдений и хромосферным показателям. Значительные различия средних величин периодов вращения по сезонам интерпретированы как признак дифференциального вращения поверхности.

Цель нашего исследования состоит в установлении проявлений активности HD 111395 по наземным и космическим фотометрическим наблюдениям и в сопоставлении их с результатами, полученными в [1] из анализа хромо-

сферных индексов.

Основные данные о HD 111395 содержатся в работе [1] и цитируемых в ней литературных источниках. Блеск звезды составляет 6.29 зв. вел. в фильтре V и 6.98 - в фильтре В. Величина периода осевого вращения звезды  $P_{rot} = 16 - 17$  сут. HD 111395 является достаточно близко расположенным к нам G карликом, расстояние до него составляет  $17.098 \pm 0.009$  пк.

**2. Вращение HD 111395.** Авторы [2] на основе фотометрических наблюдений с роботизированным телескопом определили период вращения  $P_{rot}$  звезды, который по их оценке составил 15.8 сут. В дальнейшем величина  $P_{rot}$  также была измерена на основе данных о переменности линий CaII H и K, а также IRT [3], которая оказалась равной  $16.2 \pm 0.1$  сут; оба приведенных выше значения примерно согласуются друг с другом.

Наблюдения HD 111395 с телескопами миссии TESS в 2020 и 2022 гг. были проанализированы в [1]. Подобно нашему выводу в [4], авторы [1] заключили, что определение периода вращения на основе указанных данных TESS является проблематичным из-за соотношения между продолжительностью ожидаемого периода вращения и длины временного ряда, поскольку в каждом секторе можно наблюдать только около одного полного цикла вращения; кроме того, в самих измерениях могут содержаться инструментальные систематические отклонения. Таким образом, авторы [1] не сочли возможным привести оценки величины  $P_{rot}$ , но указали, что у HD 111395 несомненно присутствует переменность блеска, характерная для звезд с холодными пятнами на поверхности и амплитуда переменности блеска у этой звезды солнечного типа не менее, чем в 8 раз превосходит солнечную величину.

В данной статье рассмотрены наблюдения HD 111395 в секторах 23 и 49 из архива миссии TESS (рис.1). Обработка кривых блеска была аналогична

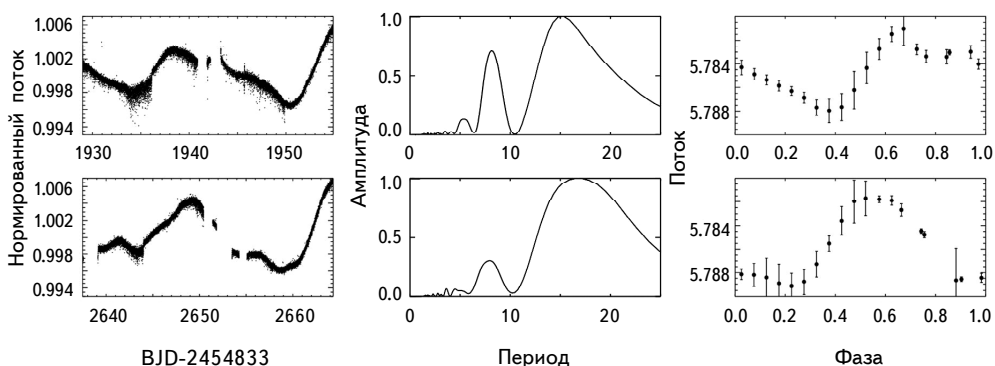


Рис.1. Слева - кривые блеска для HD 111395, в центре - спектры мощности переменности блеска, справа - фазовые диаграммы переменности блеска, усредненные по 20 фазам. Данные приведены для наблюдений в секторах 23 и 49.

проводимой ранее в случае измерений для других объектов из архивов космического телескопа Кеплер и миссии TESS (см., например, [5]).

На построенных спектрах мощности (средние диаграммы на рис.1) имеются характерные широкие пики, соответствующие величинам периода вращения  $P_{rot}$  звезды 15.3 и 16.5 сут для секторов 23 и 49. Эти значения согласуются с приведенными в [2,3], но отметим, что точность их определений невысока, они несимметричны и имеют большую ширину.

Таким образом, выполненный нами анализ и результаты предыдущих исследований, прежде всего, [1] (см. в частности табл.6), позволяют предположить, что имеющиеся различия в определениях величины  $P_{rot}$  связаны с тем, что в разные моменты наблюдений доминирующими являются пятна, расположенные на различных широтах на поверхности дифференциально вращающейся звезды.

Полученные в [1] величины  $P_{rot}$  по индексам хромосферной активности, средние за сезон наблюдений с 2014 по 2022гг., лежат в диапазоне  $15.25 \pm 0.17$  -  $18.88 \pm 0.08$  сут. Наименьшие величины  $P_{rot}$  достигались в 2020 и 2021гг.,  $15.75 \pm 0.05$  и  $15.25 \pm 0.17$ , соответственно. Имеется их примерное согласие с величинами периода вращения  $P_{rot}$  звезды 15.3 и 16.5 сут для секторов 23 и 49 данных архива TESS, выполненных, как указывалось, в 2020 и 2022гг.

Амплитуда переменности блеска составляет 0.84 и 1.0% от уровня среднего блеска звезды (для секторов 23 и 49, соответственно). По стандартной методике нами были оценены величины параметра запятненности звезды, которые достигают 1.0 и 1.2% от площади поверхности звезды. Принимая оценку радиуса звезды  $R = 0.94$  радиусов Солнца (архив TESS), можно получить величину площади поверхности  $A$  звезды в абсолютной мере (в миллионных долях видимой полусферы Солнца, м.д.п.). На Солнце средние по размерам пятна имеют площадь 10-200 м.д.п. (детали см. в [6]). Площадь пятен на поверхности HD 111395 составляет величину порядка 7500 м.д.п. и 8900 м.д.п. (для секторов 23 и 49, соответственно). По этим оценкам запятненность звезды становится сопоставимой с максимальной запятненностью Солнца (см. подробнее в [7]). Так, например, общая площадь солнечных пятен для Гринвической группы пятен 14886 по наблюдениям 8 апреля 1947г. составила 6132 м.д.п. [8].

3. *Циклы активности.* Наше исследование циклов активности звезды было начато с данных многолетнего обзора Kamogata Wide-field Survey (KWS) (<http://kws.cetus-net.org>). В обзоре представлены наблюдения звезды в фильтрах V и Ic, они охватывают длительный интервал наблюдений с декабря 2010г. по май 2024 года, общей продолжительностью 4887 сут, 13.4 лет (HJD 2455557.3 - 2460445.0). Всего было рассмотрено 1363 оценки блеска звезды в фильтре V. Представленные на рис.2 (вверху) данные свидетельствуют о

присутствии возможной цикличности его изменений. На основе построенного спектра мощности для блеска HD 111395 можно предположить существование возможных циклов активности около 930 сут (2.5 года), 1830 сут (5.0 лет) и 3800 сут (10.4 года) (вероятно, существует кратность измеренных величин) (рис.2, средняя диаграмма). Светлая линия на графике соответствует 365 сут - сезонной переменности, присутствующей в данных. На нижней диаграмме рис.2 приведен спектр мощности для интервала 1 - 100 сут (ось абсцисс дана в логарифмической шкале). Вертикальной светлой линией отмечено положение, соответствующее периоду вращения звезды  $P$  ( $16.76 \pm 0.36$  сут [1]). В рассматриваемом интервале периодов (1-100 сут) не имеется деталей, которые могли бы указывать на период вращения звезды, единственный пик соответствует суточной периодичности наблюдений.

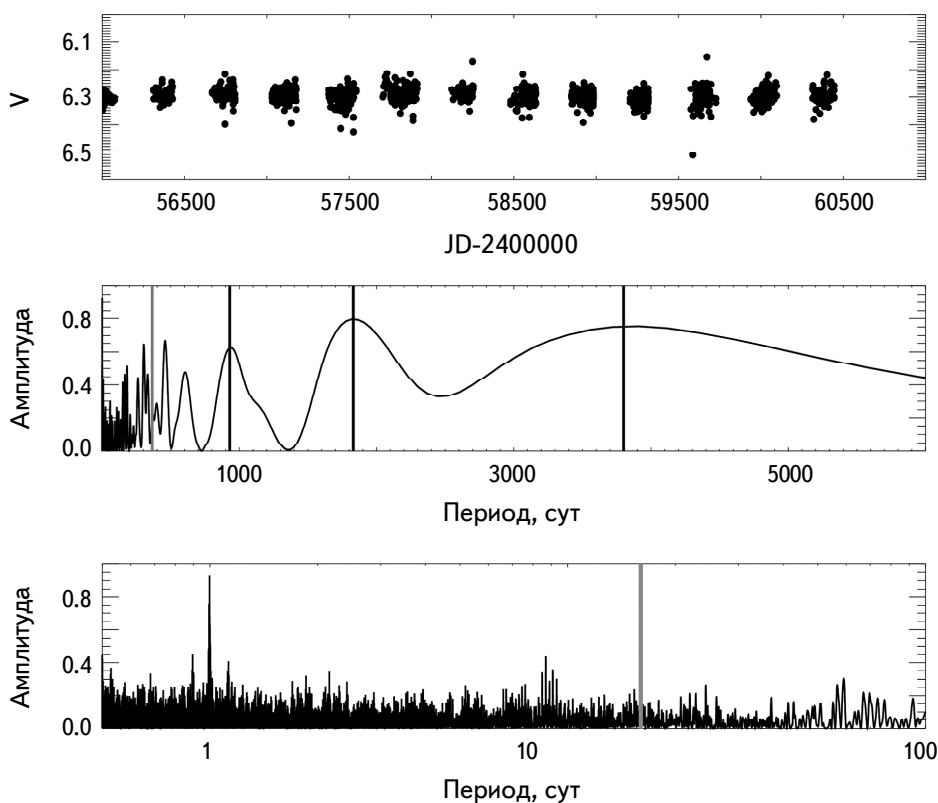


Рис.2. Вверху - блеск HD 111395 в фильтре V по данным обзора Kamogata Wide-field Survey (KWS); средняя панель - спектр мощности для интервала 1 - 6000 сут. Вертикальными линиями отмечены циклы продолжительностью 365 сут (1 год) (светлая) и 930 сут (2.5 года), 1830 сут (5.0 лет) и 3800 сут (10.4 года) (темные) (см. текст). Внизу - спектр мощности для интервала 1 - 100 сут (ось абсцисс дана в логарифмической шкале). Вертикальной светлой линией отмечено положение, соответствующее периоду вращения звезды  $P$  ( $16.76 \pm 0.36$  сут (см. текст)).

Независимая оценка возможных величин  $P_{cycl}$  для HD 111395 была проведена по данным из архива наблюдений обзора All Sky Automated Survey (ASAS). Всего было рассмотрено 290 оценок блеска звезды в фильтре V. Однако наш анализ показал, что часть наблюдений, выполненных в даты ранее JD 2453000, обладает значительными погрешностями. Они были исключены и в дальнейшем рассматривались 222 измерения блеска в фильтре V.

Представленные на рис.3 (вверху) данные свидетельствуют о возможном присутствии цикличности в изменении блеска звезды с характерной

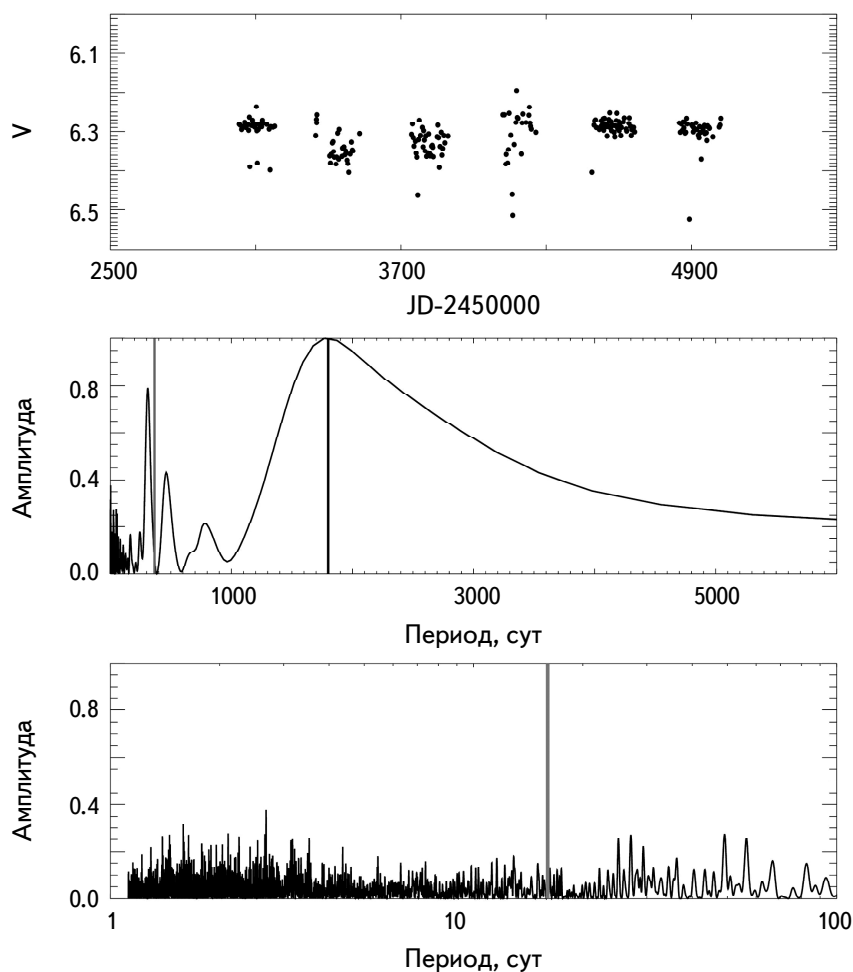


Рис.3. Вверху - блеск HD 111395 в фильтре V по данным обзора ASAS-3; средняя диаграмма - спектр мощности для интервала 1 - 6000 сут. Вертикальными линиями отмечены циклы продолжительностью 365 сут (1 год) (светлая) и 1800 сут (4.9 года) (темная). Внизу - спектр мощности для интервала 1 - 100 сут (ось абсцисс дана в логарифмической шкале). Вертикальной светлой линией отмечено положение, соответствующее периоду вращения звезды  $P_{rot}$  ( $16.76 \pm 0.36$  сут, см. текст).

длительностью около 1800 сут (4.9 года). На спектре мощности для интервала 1 - 100 сут (рис.3, внизу) нет деталей, которые могли бы указывать на период вращения звезды.

Таким образом, можно заключить, что результаты анализа переменности блеска звезды и измерений набора индексов, характеризующих ее хромосферную активность (см. в [1]), указывают на наличие долгопериодической переменности объекта. По данным архива Kamogata Wide-field Survey (KWS) найденные нами величины  $P_{cycl}$  составляют 930 сут (2.5 года), 1830 сут (5.0 лет) и 3800 сут (10.4 года), а по измерениям ASAS - 1800 сут (4.9 года). Авторы [1] пришли к выводу о существовании для рассматриваемых ими данных о хромосферных индексах HD 111395 короткого цикла активности, равного 950 сут (см рис.3 в [1]). Это хорошо согласуется с величиной цикла в 930 сут, установленной нами по фотометрической переменности звезды. Отметим, что периодограммы, построенные в [1], также содержат информацию о возможных циклах большей длительности (широкий асимметричный пик около 1500 - 1600 сут). Не исключена вероятность того, что амплитуда этого пика стала заниженной после снятия тренда в данных. Использование дополнительных архивных измерений хромосферной активности HD 111395 позволило авторам [1] найти циклы активности порядка 12 или 15 лет. Учитывая неопределенность (ширину пика) найденной нами величины  $P_{cycl} = 3800$  сут (10.4 года), можно говорить о ее примерном согласии с результатом в 12 лет из [1].

Кроме того, авторы [1] постарались выяснить, можно ли также определить цикл активности, рассматривая поток рентгеновского излучения в качестве индикатора корональной активности. Рентгеновский телескоп SRG (Спектр-Рентген-Гамма)/eROSITA отсканировал положение HD 111395 во время каждого из четырех обзоров всего неба, проведенных к настоящему времени. В итоге имеются четыре измерения потока рентгеновского излучения от объекта, выполненные с интервалом примерно в 180 дней. Однако эти данные не являются достаточными для того, чтобы определить цикл активности HD 111395 в рентгеновских лучах, визуальное сравнение данных о хромосферной активности с потоками рентгеновского излучения (рис.6 в [1]) позволяет предположить, что наблюдаемые долгосрочные изменения в потоке рентгеновского излучения согласуются с переменностью хромосферной активности звезды.

В результате можно заключить, что имеется совпадение в проявлениях активности, установленной по фотометрической переменности звезды, из анализа данных о хромосферной активности и, возможно, измерений потока рентгеновского излучения.

4. *Заключение.* В статье представлены результаты анализа проявлений

активности яркой звезды солнечного типа HD 111395 с целью дальнейшего сопоставления ее фотосферной, хромосферной и корональной активности.

Исследования переменности блеска звезды указывают на то, что HD 111395 гораздо более активна, чем Солнце. По имеющимся оценкам периода вращения звезды величина  $P_{rot}$  лежит в диапазоне от 15.25 до 18.88 сут. Имеющиеся различия в определениях величины  $P_{rot}$  связаны с тем, что в разные моменты наблюдений доминирующими являются пятна, расположенные на различных широтах на поверхности дифференциально вращающейся звезды. По данным секторов 23 и 49 из архива миссии TESS нами были оценены величины параметра запятненности звезды (1.0 и 1.2% от площади ее поверхности), а также площадей пятен на поверхности HD 111395 (7500 м.д.п. и 8900 м.д.п., для секторов 23 и 49, соответственно). По этим оценкам запятненность звезды превосходит солнечную, но сопоставима с ее максимальным уровнем.

Для установления долгопериодической переменности объекта выполнено исследование литературных данных о блеске звезды, которое дополнило изучение набора индексов, характеризующих хромосферную активность HD 111395 (см. в [1]). По данным архива Kamogata Wide-field Survey (KWS) были найдены величины  $P_{cycl}$ , которые составляют 930 сут (2.5 года), 1830 сут (5.0 лет) и 3800 сут (10.4 года), а по измерениям ASAS - 1800 сут (4.9 года). Авторы [1] пришли к выводу о существовании для рассматриваемых ими данных о хромосферных индексах звезды короткого цикла активности, равного 950 сут, что сопоставимо с величиной цикла в 930 сут, установленного нами по фотометрической переменности звезды. Учитывая неопределенность (ширину пика) найденной нами величины  $P_{cycl} = 3800$  сут (10.4 года), можно говорить о ее примерном согласии с результатом в 12 лет из [1].

Принимая во внимание, что наблюдаемые долгосрочные изменения в потоке рентгеновского излучения согласуются с переменностью хромосферной активности HD 111395, можно сделать вывод, что имеется совпадение в проявлениях активности, установленной по фотометрической переменности звезды, из анализа данных о хромосферной активности и измерений потока рентгеновского излучения.

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,  
Государственный астрономический институт им. П.К.Штернберга,  
Москва, Россия, e-mail: issesd@rambler.ru

<sup>2</sup> Учреждение Российской академии наук Институт астрономии РАН,  
Москва, Россия, e-mail: igs231@mail.ru

## ACTIVITY CYCLES OF SOLAR TYPE STAR HD 111395

E.S.DMITRIENKO<sup>1</sup>, I.S.SAVANOV<sup>2</sup>

The results of analysis of the activity of a bright solar-type star HD 111395 are presented in order to compare its photospheric, chromospheric, and coronal activity. The star HD 111395 has been found to be more active than the Sun. The values of the stars's rotation period  $P_{rot}$  are in the range from 15.25 to 18.88 days indicating the differential nature of the rotation of stellar surface. Based on data from sectors 23 and 49 from the TESS mission archive the values of the star's spotting parameter and the areas of spots on the surface of HD 111395 (7500 MSH and 8900 MSH for sectors 23 and 49, respectively) were estimated, which exceed the average solar characteristics, but are comparable to the maximum solar level.  $P_{cycl}$  values of 930 days (2.5 years), 1830 days (5.0 years) and 3800 days (10.4 years) were found on the base of the Kamogata Wide-field Survey (KWS) archive and 1800 days (4.9 years) - according to ASAS measurements. Obtained results are compared with data on activity cycles determined by chromospheric manifestations and observed long-term changes in the X-ray flux.

Keywords: *stars: spots: photometry: variability: activity cycles*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *M.Mittag, J.H.M.M.Schmitt, B.Fuhrmeister et al.*, Astron. Astrophys., **682**, A86, 2024.
2. *K.G.Strassmeier, E.Serkowitsch, T.Granzer*, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., **140**, 29, 1999.
3. *M.Mittag, A.Hempelmann, J.H.M.M.Schmitt et al.*, Astron. Astrophys., **607**, A87, 2017.
4. *I.S.Savanov*, Astrophysics, **64**, 178, 2021.
5. *I.S.Savanov, E.S.Dmitrienko*, Astron. Lett., **46**, 177, 2020.
6. *Y.A.Nagovitsyn, A.A.Pevtsov*, Astrophys. J., **906**, 27, 2021.
7. *Y.A.Nagovitsyn, A.A.Osipova*, Astron. Lett., **49**, 421, 2023.
8. *H.W.Newton*, Vistas in Astron., **1**, 666, 1955.

The full version of the article is available on the website of the journal "Astrophysics":  
<https://link.springer.com/journal/10511>

## THE FIRST IN-DEPTH PHOTOMETRIC STUDY OF THE FOUR $\delta$ SCUTI STARS USING TESS DATA

A.PORO<sup>1,2</sup>, H.AZARARA<sup>3</sup>, A.SAROSTAD<sup>4</sup>, N.K.POOR<sup>5</sup>, R.ALIAKBARI<sup>6</sup>,  
S.NASIRIAN<sup>7</sup>, S.MOMENI<sup>5</sup>

Received 27 January 2025

Accepted 4 June 2025

The first in-depth photometric study of four  $\delta$  Scuti stars was performed. We used time series data from the Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS) that is available in different sectors. According to the extracted maxima from TESS space-based observations, we calculated an ephemeris for each star. We estimated the physical parameters of the target stars based on the Gaia Data Release 3 (DR3) parallax method. The results obtained for the surface gravity of the stars are consistent with the reports of the TESS Input Catalog and Gaia DR3. We estimated the pulsating constant based on the physical parameters and period of the stars. Therefore, we found that the stars 2MASS 15515693-7759002 and 2MASS 07513202+0526526 belong to the fundamental, while 2MASS 00044615+4936439 and 2MASS 10215638-3326137 relate to the first overtone. The Fourier analysis using the Period04 program was done for each star. As we showed in the Hertzsprung-Russell (H-R) diagram, the stars are located in the instability strip of the  $\delta$  Scuti stars region. Four target stars were found to be of the low-amplitude  $\delta$  Scuti star type.

**Keywords:** *stars: variables: delta Scuti - stars: fundamental parameters - methods: data analysis*

<sup>1</sup> LUX, Observatoire de Paris, CNRS, PSL, 61 Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France, e-mail: atilaporo@bsnp.info

<sup>2</sup> Astronomy Department of the Raderon AI Lab., BC., Burnaby, Canada

<sup>3</sup> Physics Department, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

<sup>4</sup> Yazd Desert Night Sky Astronomy Institute, Yazd, Iran

<sup>5</sup> Independent Astrophysics Researcher, Tehran, Iran

<sup>6</sup> Physics Society of Iran (PSI), Tehran, Iran

<sup>7</sup> Thaqib Astronomical Association, Rasht, Iran

## ПЕРВОЕ ДЕТАЛЬНОЕ ФОТОМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЧЕТЫРЕХ ЗВЕЗД $\delta$ SCUTI С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ TESS

А.ПОРО<sup>1,2</sup>, Х.АЗАРАРА<sup>3</sup>, А.САРОСТАД<sup>4</sup>, Н.К.ПУР<sup>5</sup>, Р.АЛИАКБАРИ<sup>6</sup>,  
С.НАСИРИАН<sup>7</sup>, С.МОМЕНИ<sup>5</sup>

Было проведено первое детальное фотометрическое исследование четырех звезд  $\delta$  Scuti. Были использованы данные временных рядов Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS), которые доступны в разных секторах. Рассчитаны эфемериды для каждой звезды в соответствии с извлеченными максимумами из космических наблюдений TESS, оценены физические параметры звезд на основе метода параллакса Gaia Data Release 3 (DR3). Полученные результаты для гравитации на поверхности звезд согласуются с данными TESS Input Catalog и Gaia DR3. На основе физических параметров и периода звезд оценены постоянные пульсации. Таким образом, обнаружено, что звезды 2MASS 15515693-7759002 и 2MASS 07513202 0526526 относятся к фундаментальному, а 2MASS 00044615 4936439 и 2MASS 10215638-3326137 относятся к первому обертому. Для каждой звезды был проведен Фурье анализ с использованием программы Period04. Показано, что на диаграмме Герцшпрунга-Рассела (H-R), звезды расположены в полосе неустойчивости области звезд  $\delta$  Scuti. Было обнаружено, что все четыре звезды относятся к типу звезд  $\delta$  Scuti с низкой амплитудой.

Ключевые слова: *звезды:переменные: Delta Scuti - звезды:фундаментальные параметры - методы:анализ данных*

## REFERENCES

1. *D.H.McNamara*, *Astron. J.*, **142**, 110, 2011. doi:10.1088/0004-6256/142/4/110.
2. *E.Rodríguez, A.Rolland, P.López de Coca et al.*, *Astron. Astrophys.*, **307**, 539, 1996.
3. *S.J.Jafarzadeh, A.Poro*, *New Astron.*, **54**, 86, 2017. doi:10.1016/j.newast.2017.01.009.
4. Gaia Collaboration, *yCat*, 1358, I/358, 2022.
5. *H.B.Thiemann, A.J.Norton, H.J.Dickinson et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **502**, 1299, 2021. doi:10.1093/mnras/stab140.
6. *G.R.Ricker, D.W.Latham, R.K.Vanderspek et al.*, *AAS*, **215**, 450.06, 2010.
7. *G.R.Ricker, J.N.Winn, R.Vanderspek et al.*, *JATIS*, **1**, 014003, 2015. doi:10.1117/1.JATIS.1.1.014003.
8. *K.G.Stassun, R.J.Oelkers, J.Pepper et al.*, *Astron. J.*, **156**, 102, 2018. doi:10.3847/1538-3881/aad050.
9. *J.M.Jenkins, J.D.Twicken, S.McCauliff et al.*, *SPIE*, **9913**, 99133E, 2016. doi:10.1117/12.2233418.
10. *P.Lenz, M.Breger*, *IAUS*, **224**, 786, 2004. doi:10.1017/S1743921305009750.
11. *A.Poro, M.Hedayatjoo, M.Nastaran et al.*, *New Astron.*, **110**, 102227, 2024. doi:10.1016/j.newast.2024.102227.
12. *A.Poro, M.Tanriver, R.Michel et al.*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **136**, 024201, 2024. doi:10.1088/1538-3873/ad1ed3.
13. *G.M.Green, E.Schlafly, C.Zucker et al.*, *Astrophys. J.*, **887**, 93, 2019. doi:10.3847/1538-4357/ab5362.
14. *P.J.Flower*, *Astrophys. J.*, **469**, 355, 1996. doi:10.1086/177785.
15. *G.Torres*, *Astron. J.*, **140**, 1158, 2010. doi:10.1088/0004-6256/140/5/1158.
16. *N.Pogson*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **17**, 12, 1856. doi:10.1093/mnras/17.1.12.
17. Gaia Collaboration, *T.Prusti, J.H.J. de Bruijne, A.G.A.Brown et al.*, *Astron. Astrophys.*, **595**, A1, 2016. doi:10.1051/0004-6361/201629272.
18. *A.N.Cox*, *Allen's astrophysical quantities*, Springer, asqu.book, 2015.
19. *S.Joshi, Y.C.Joshi*, *JApA*, **36**, 33, 2015. doi:10.1007/s12036-015-9327-z.
20. *M.Breger*, *DSSN*, **2**, 13, 1990.
21. *A.Poro, E.Paki, G.Mazhari et al.*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **133**, 084201, 2021. doi:10.1088/1538-3873/ac12dc.
22. *M.Breger*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **91**, 5, 1979. doi:10.1086/130433.
23. *P.North, C.Jaschek, D.Egret*, *ESASP*, **402**, 367, 1997.
24. *A.Poro, S.J.Jafarzadeh, R.Harzandjadidi et al.*, *RAA*, **24**, 025011, 2024. doi:10.1088/1674-4527/ad1b0f.
25. *H.S.Leavitt, E.C.Pickering*, *HarCi*, **173**, 1, 1912.
26. *J.D.Fernie*, *Astron. J.*, **103**, 1647, 1992. doi:10.1086/116179.
27. *T.Jayasinghe, K.Z.Stanek, C.S.Kochanek et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **493**, 4186, 2020. doi:10.1093/mnras/staa499.
28. *N.Barac, T.R.Bedding, S.J.Murphy et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **516**, 2080, 2022. doi:10.1093/mnras/stac2132.

29. *C.E.Martínez-Vázquez, R.Salinas, A.K.Vivas et al.*, *Astrophys. J. Lett.*, **940**, L25, 2022. doi:10.3847/2041-8213/ac9f38.
30. *H.-F.Xue, J.-S.Niu, J.-N.Fu*, *RAA*, **22**, 105006, 2022. doi:10.1088/1674-4527/ac8b5e.
31. *F.K.Aliçavuş, E.Niemczura, P. De Cat et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **458**, 2307, 2016. doi:10.1093/mnras/stw393.

DOI: 10.54503/0571-7132-2025.68.2-169

## АКТИВНОСТЬ ЗВЕЗДЫ TIC 88785435 И ПОТЕРЯ МАССЫ АТМОСФЕРЫ ЕЕ ПЛАНЕТЫ

И.С.САВАНОВ

Поступила 21 февраля 2025

Принята к печати 4 июня 2025

Рассмотрены проявления активности молодой звезды спектрального класса K7V TIC 88785435, а также получены оценки величины возможного оттока вещества из атмосферы ее экзопланеты. TIC 88785435 является членом подгруппы  $\phi$  Lyr с возрастом 9.9-17.7 млн лет, возраст самой звезды равен  $16.0 \pm 1.6$  млн лет. Анализ данных наблюдений миссии TESS показал, что запятанность поверхности звезды составляет 6.3 и 10.5% от видимой площади ее поверхности или в абсолютной величине - 43000 и 71300 м.д.п. для наблюдений TESS в секторах 38 и 65, соответственно. Для наиболее достоверной вспышки была измерена излученная энергия -  $1.03 \cdot 10^{33}$  эрг. Планета TIC 88785435 b относится к типу супер-нептунов, она обращается по орбите с периодом 10.51 сут, ее радиус составляет  $R_b = 5.03 R_{\oplus}$ , а масса  $M_b = 20.0 M_{\oplus}$  (по нашей оценке с использованием эмпирических соотношений для  $M - R$ ). Согласно выполненным расчетам по модели потери атмосферы с ограничением по энергии для TIC 88785435 b, было найдено, что в зависимости от уровня активности звезды, величина оттока вещества атмосферы экзопланеты может находиться в интервале  $2.7 \cdot 10^8$  г/с -  $1.7 \cdot 10^9$  г/с.

Ключевые слова: *звезды: активность: пятна: фотометрия: переменность:*  
*планетные системы: атмосферы экзопланет*

1. *Введение.* В статье [1] сообщается об обнаружении планетной системы TIC 88785435, принадлежащей области Upper-Centaurus Lupus (UCL) в ассоциации Scorpius-Centaurus OB (Sco-Cen). Являясь одной из крупнейших близлежащих областей звездообразования, Sco-Cen включает в себя идеальный набор объектов для поиска молодых транзитных планет, которые имеют достоверно определенный возраст и образовались в сходных условиях.

Область Sco-Cen принято подразделять на три отдельные подгруппы в зависимости от их галактических координат: Upper Scorpius (USco), Upper Centaurus-Lupus (UCL) и Lower Centaurus-Crux (LCC) с возрастом от 8 до 11 млн лет (первая из них) и от 15 до 20 млн лет (вторая и третья). Однако точность этого деления уже давно является предметом многочисленных исследований, поскольку члены каждой группы демонстрируют широкий возрастной разброс (см. более подробное обсуждение в [1]). TIC 88785435 рассматривается как член подгруппы  $\phi$  Lyr (возраст 9.9-17.7 млн лет), лежащей внутри границ области UCL. Планетная система TIC 88785435 состоит из

звезды спектрального класса K7V и экзопланеты - супер-нептуна.

Изучение свойств планет моложе 50-100 млн лет помогает протестировать различные модели формирования и эволюции планет. На физические и химические свойства формирующихся планет могут влиять как продолжающийся процесс выпадения планетоземалей, так и магнитная активность центральной молодой звезды (выражающаяся в ее избыточном УФ, рентгеновском излучении, а также в корональных выбросах), которая может изменять физические свойства атмосфер близких планет и даже приводить к полному разрушению этих атмосфер. Очевидно, что механизмы формирования и эволюции, ответственные за создание планет, демонстрируют свои самые быстрые проявления в первые несколько сотен миллионов лет после образования планетных систем. Результаты выявления и изучения статистических свойств планетных систем в близлежащих молодых скоплениях, областях звездообразования и ассоциаций OB, а также движущихся групп звезд, можно найти в публикациях сотрудничества типа - поиск "зодиакальных экзопланет во времени (ZEIT)", TESS Hunt for Young and Maturing Exoplanets (THYME) и др. (см., например, [1]).

В этой статье приводятся результаты исследования проявлений активности молодой звезды TIC 88785435, а также оценки величины возможного оттока вещества из атмосферы ее планеты.

**2. Проявления активности TIC 88785435.** Согласно [1], эффективная температура TIC 88785435 (UCAC4 296-080560, 2MASS J14570814-3052476) равна  $3998 \pm 95$  K, радиус  $R/R_{\odot} = 0.911 \pm 0.038$  и масса  $M/M_{\odot} =$

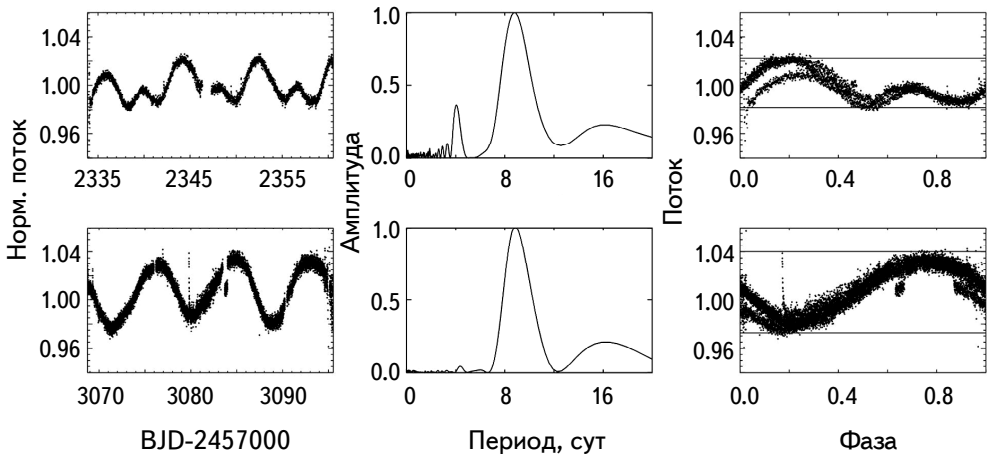


Рис.1. Слева - кривые блеска TIC 88785435, в центре - спектры мощности переменности блеска, справа - фазовые диаграммы переменности блеска (горизонтальные линии характеризуют величину амплитуды переменности блеска). Данные приведены для наблюдений в секторах 38 и 65.

$= 0.724 \pm 0.017$ . Объект TIC 88785435 отождествлен с источником Gaia EDR3 6205812887538362624, его параллакс составляет  $\pi$  (mas)  $= 8.1908 \pm 0.0153$ .

Нами были проанализированы наблюдения TIC 88785435 из архива космической миссии TESS. Данные были получены для двух секторов - 38 и 65 (рис.1). Была отмечена переменность блеска, характерная для проявлений вращательной модуляции. Форма кривой блеска для секторов 38 и 65 различается. В первом случае на кривой присутствуют два минимума, во втором - один, но большей глубины. Имеющиеся пики на спектрах мощности соответствуют периодам вращения 8.7 и 8.9 сут (в [1] приводится близкая величина  $8.49 \pm 0.50$  сут). При этом, на спектре мощности для данных сектора 38 имеется пик в диапазоне, соответствующем половинному фотометрическому периоду вращения звезды, что может свидетельствовать о присутствии на поверхности звезды двух активных областей, отстоящих друг от друга примерно на 180 градусов.

Данные наблюдений миссии TESS позволяют сделать заключения о запятненности поверхности звезды. Такой анализ был проведен с помощью модифицированной программы *activity* [2]. Используя применяемый нами ранее подход, установлено, что доля поверхности TIC 88785435, занимаемая пятнами, равна 6.3 и 10.5% от видимой площади поверхности звезды, что при принятой из [1] величине радиуса звезды составляет в абсолютной величине  $A$  (выраженной в миллионных долях видимой полусферы Солнца, м.д.п.) 43000 и 71300 м.д.п. для секторов 38 и 65, соответственно. По нашей оценке площадь пятен на поверхности TIC 88785435 значительно превосходит величину  $A$ , характерную для Солнца [3].

TIC 88785435 можно отнести к числу объектов с планетными системами, у которых были открыты вспышки (см. рис.1 и рис.2). На рис.2 приводится

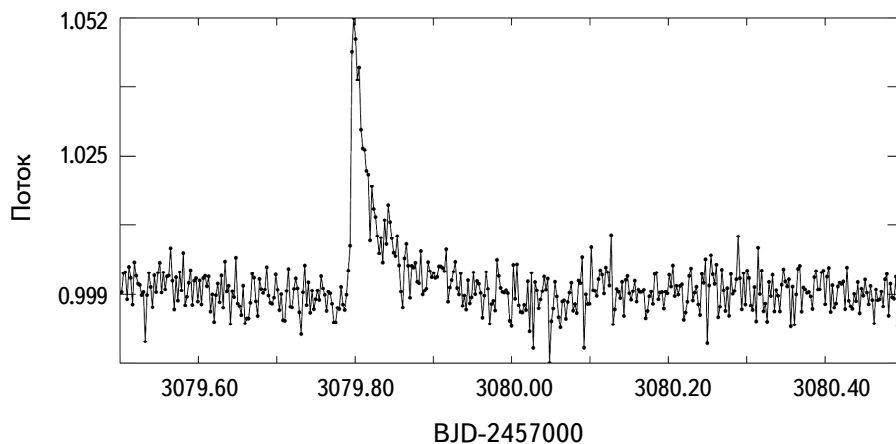


Рис.2. Фрагмент кривой блеска TIC 88785435, содержащий вспышку (см. текст).

фрагмент кривой со вспышкой, которая обладает структурой, характерной для вспышек звезд позднего спектрального класса - резкий подъем, пик, стадия затухания. Мы ограничимся рассмотрением только этой, наиболее достоверной, вспышки, которая позволит дать представление о свойствах вспышечной активности TIC 88785435. Продолжительность вспышки равна примерно 0.10 - 0.15 сут. Энергия излучения вспышки была вычислена по стандартной методике, принятой при анализе вспышечной активности звезд по наблюдениям с космическим телескопом Кеплер или миссией TESS (см. в [4,5]). Данная методика уже неоднократно использовалась для определений энергии вспышек звезд по наблюдениям миссии TESS с учетом изменения полосы пропускания для этой космической миссии - см., например, описание в [6]. Как и в [6], нами принималось, что вспышка характеризуется чернотельным излучением. Измеренная относительная энергия вспышки RE составила 103 с. Вычисленная по формулам из [6] энергия, излученная во вспышке, оказалась равной -  $1.03 \cdot 10^{33}$  эрг. Наличие дефектов и качество наблюдательного материала не позволяют с надежностью регистрировать более слабые вспышки (меньших энергий).

Авторы [7] привели сведения о вспышечной активности звезд с планетными системами по наблюдениям телескопа Кеплер и миссии TESS. Зависимость величин энергии вспышек звезд от их эффективных температур представлена на рис.3, на этой же диаграмме нанесен полученный нами результат для TIC 88785435. Имеется достаточно хорошее согласие в результатах об энергии вспышек для TIC 88785435 и звезд с планетными системами из [6], имеющих сопоставимые эффективные температуры.

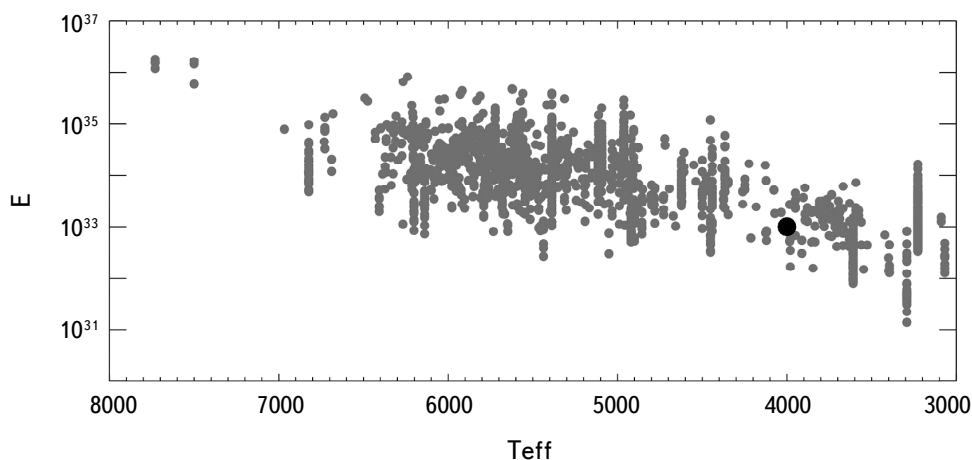


Рис.3. Зависимость величин энергии вспышек  $E$  от эффективных температур звезд. Светлые кружки - данные [7] для звезд с планетными системами. Крупный темный кружок - данные для TIC 88785435.

Возраст системы был оценен в [1], он составил  $16.0 \pm 1.6$  млн лет. Можно сделать заключение, что ТИС 88785435 принадлежит к числу сверхмолодых и активных звезд. К сожалению, авторы [1] не приводят информацию об уровне хромосферной активности ТИС 88785435. Оценку величины индекса  $\log R'_{HK}$ , необходимого нам в дальнейшем для определения величины оттока вещества из атмосферы экзопланеты (см. ниже), мы выполнили косвенным образом. Отметим, что согласно результатам из [8], распределения величин параметра хромосферной активности для звезд спектрального класса G-K также могут иметь два (или, возможно, даже три) пика для K звезд. Скорее всего, звезда может обладать высокой активностью, попадая в группу активных звезд (минимальные значения параметра  $\log R'_{HK}$ ). Тем не менее, дальнейшие вычисления мы проводили, принимая три значения параметра  $\log R'_{HK}$  (-4.94, -4.74 и -4.52), соответствующих максимумам распределений для K карликов (см. табл.6 в [8]). Сведения о циклической переменности хромосферной активности звезды отсутствуют.

**3. Потеря вещества атмосферы ТИС 88785435 b.** Как указывалось в [1], ТИС 88785435 b является планетой типа супер-нептун с радиусом  $R = 5.03 \pm 0.21 R_{\oplus}$  и большой полуосью орбиты  $0.08432 \pm 0.00068$  а.е. Равновесная температура экзопланеты равна  $635 \pm 16$  К.

Для оценки массы ТИС 88785435 b нами было использовано эмпирическое соотношение  $M-R$ , представленное в [9], которое было получено на основе тщательно отобранной выборки из 1053 подтвержденных экзопланет. Авторы [9] привели эмпирические соотношения между параметрами: массы, радиусы и температуры экзопланет ( $M-R-T$ ). Авторы [9] предложили модель, в которой режим скалистых планет соответствует соотношению  $M \approx R^{0.34 \pm 0.01}$ , в то время как для планет типа нептун  $M \approx R^{0.55 \pm 0.02}$ . Для планет типа юпитер соотношение имеет более сложный вид  $M \approx R^{0.00 \pm 0.01} T_{eq}^{0.35 \pm 0.02}$ , где  $T_{eq}$  - равновесная температура планеты. Также они показали, что для планет типа нептун может быть использовано более простое соотношение (см. формулу (5) в [9])  $R/R_{\oplus} = k(M/M_{\oplus})^{\beta}$ . В этом случае параметры  $k = 0.53 \pm 0.05$  и  $\beta = 0.68 \pm 0.02$ . Применяя это соотношение, мы смогли получить массу ТИС 88785435 b, которая составляет  $20 M_{\oplus}$ .

Экзопланета типа горячего непуна с течением времени может терять свою гелиево-водородную атмосферу. Для подсчета потери вещества  $M_{loss}$  ( $dM_p/dt$ ) (без детального моделирования процессов в системе звезда - планета) в нашем исследовании использовалась часто применяемая аппроксимационная формула [10,11], известная, как модель потери атмосферы с ограничением по энергии.

В этой модели предполагается, что поток жесткого УФ-излучения

поглощается в тонком слое радиуса  $R_{XUV}$ , где оптическая толщина для звездных  $XUV$ - фотонов равна единице, и включен учет приливного эффекта. Подробности использования соотношения (1) можно найти во многих литературных источниках, в том числе в [9-12].

Для оценки величины  $F_{XUV}$  - (потока  $XUV$ - фотонов) были использованы аналитические зависимости, полученные в [13] и связывающие величину  $F_{XUV}$  потока и параметр  $\log R'_{HK}$  для звезд спектральных классов от F до M. Расчеты показали, что величины потери вещества атмосферы составляют  $2.7 \cdot 10^8$  г/с,  $6.4 \cdot 10^8$  г/с и  $1.7 \cdot 10^9$  г/с для величин  $\log R'_{HK} = -4.94$ ,  $-4.74$  и  $4.52$ .

**4. Заключение.** В статье приведены результаты исследования проявлений активности молодой звезды TIC 88785435 спектрального класса K7V, а также оценки величины возможного оттока вещества из атмосферы ее планеты. TIC 88785435 является членом подгруппы  $\phi$  Lyr с возрастом 9.9-17.7 млн лет, возраст самой звезды составляет  $16.0 \pm 1.6$  млн лет. По данным наблюдений миссии TESS нами сделано заключение о запятненности поверхности звезды. Доля поверхности TIC 88785435, занимаемая пятнами, равна 6.3 и 10.5% от видимой площади ее поверхности. При принятой величине радиуса звезды, она составляет (в абсолютной величине, выраженной в миллионных долях видимой полусферы Солнца, м.д.п.) 43000 и 71300 м.д.п. для наблюдений TESS в секторах 38 и 65, соответственно. Рассмотрены свойства вспышечной активности TIC 88785435. Для наиболее достоверного события была измерена относительная энергия вспышки, которая составила 103 с. Излученная во вспышке энергия оказалась равной  $1.03 \cdot 10^{33}$  эрг.

Планета TIC 88785435 b относится к типу супер-нептунов, она вращается по орбите с периодом 10.51 сут и имеет равновесную температуру  $T_{eq,b} = 635 \pm 16$  К. Радиус планеты  $R_b = 5.03 R_{\oplus}$ , а масса  $M_b = 20.0 M_{\oplus}$  (получено нами по эмпирическому соотношению для  $M-R$  из [9]). По выполненным нами расчетам по модели потери атмосферы с ограничением по энергии для TIC 88785435 b было найдено, что в зависимости от уровня активности звезды, величина оттока вещества атмосферы экзопланеты может находиться в интервале  $2.7 \cdot 10^8$  г/с -  $1.7 \cdot 10^9$  г/с.

Исследование выполнено в рамках проекта "Исследование звезд с экзопланетами" по гранту Правительства РФ для проведения научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых (соглашение N 075-15-2019-1875, 075-15-2022-1109).

Учреждение Российской академии наук Институт астрономии РАН,  
Москва, Россия, e-mail: igs231@mail.ru

## ACTIVITY OF TIC 88785435 AND MASS LOSS OF ITS PLANET ATMOSPHERE

I.S.SAVANOV

We investigate the activity of a young K7V star TIC 88785435 and estimate the mass loss from the atmosphere of its exoplanet. TIC 88785435 is a member of the  $\phi$  Lup subgroup with an age of 9.9-17.7 million years. The age of the star itself is  $16.0 \pm 1.6$  million years. According to the analysis of the observations of the TESS mission we estimate the spottedness of the star's surface, which is equal to 6.3 and 10.5% of the surface area of the star, or in absolute values 43000 and 71300 MSH for TESS observations in sectors 38 and 65 respectively. For the most reliable flare, the energy emitted in the flare was measured as  $1.03 \cdot 10^{33}$  erg. The planet TIC 88785435 b belongs to the super-neptune type, it orbits with a period of 10.51 days, its radius is  $R_b = 5.03 R_{\oplus}$ , and its mass  $M_b = 20.0 M_{\oplus}$  (according to our estimate, using the empirical relations for  $M - R$ ). On the base of the calculations performed using the energy-limited atmospheric loss model for TIC 88785435 b, it was found that depending on the star's activity level the amount of atmospheric mass loss from the exoplanet can be in the range of  $2.7 \cdot 10^8$  g/s -  $1.7 \cdot 10^9$  g/s.

Keywords: *stars: activity: spots: photometry: variability: planetary systems: exoplanet atmospheres*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *S.Vach, G.Zhou, A.W.Mann et al.*, arXiv:2502.00576. doi:10.48550/arXiv.2502.00576.
2. *I.S.Savanov*, Astron. Rep., **62**, 814, 2018.
3. *Y.A.Nagovitsyn, A.A.Osipova*, Astron. Lett., **49**, 421, 2023.
4. *S.Okamoto, Y.Notsu, H.Maehara et al.*, Astrophys. J., **906**, 72, 2021.
5. *Z.-L.Tu, M.Yang, H.-F.Wang, F.Y.Wang*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **253**, 35, 2021.
6. *M.N.Gunther, Z.Zhan, S.Seager et al.*, Astron. J., **159**, 60, 2020.
7. *T.Su, L. Yun Zhang, L.Long et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **261**, 26, 2022.
8. *J.Gomes da Silva, N.C.Santos, V.Adibekyan et al.*, Astron. Astrophys., **646**, A77, 2021.
9. *K.Edmondson, J.Norris, E.Kerins*, arXiv:2310.16733, 2023, doi:10.48550/arXiv.2310.16733.

10. *T.T.Koskinen, P.Lavvas, C.Huang et al.*, *Astrophys. J.*, **929**, 52, 2022.
11. *N.V.Erkaev, Yu.N.Kulikov, H.Lammer et al.*, *Astron. Astrophys.*, **472**, 329, 2007.
12. *E.S.Kalinicheva, V.I.Shematovich, I.S.Savanov*, *Astron. Rep.*, **66**, 1319, 2022.
13. *A.G.Sreejith, L.Fossati, A.Youngblood et al.*, *Astron. Astrophys.*, **644**, A67, 2020.

The full version of the article is available on the website of the journal "Astrophysics":  
<https://link.springer.com/journal/10511>

## INTERSTELLAR POLARISATION TOWARDS A REGION AROUND THE BOK GLOBULE B5

H.A.KRAYANI<sup>1,2</sup>, V.B.IL'IN<sup>1,3</sup>

Received 12 March 2025

Accepted 4 June 2025

We report the results of our spectroscopic and polarimetric observations of  $2^\circ \times 2^\circ$  field around the globule Barnard 5 (B5) belonging to the Perseus cloud complex at the distance  $d \approx 300$  pc. Using these data, two-dimensional spectral classification was made for about 45 stars. Multi-band polarimetry of about 20 of these stars allowed us to find the parameters ( $P_{max}$ ,  $\lambda_{max}$ ) of interstellar polarization. Using the Gaia parallaxes and data from the recent photometric surveys, we estimate the interstellar extinction  $A_V$  towards the stars. Our analysis of a variations of the parameters  $A_V$ ,  $P_{max}$ ,  $\lambda_{max}$  in the sky plane and with the distance allows us to conclude that in the considered field (excluding the halo of B5) the main contribution to the extinction and polarization is provided by an extension of the Taurus cloud complex (TMC) at  $d \approx 150$  pc, and that the derived values of the parameters indicate that the angle between the line of sight and the magnetic field direction in this part of TMC significantly differs from  $90^\circ$ .

**Keywords:** *interstellar polarisation: polarimetric observations: cosmic dust*

<sup>1</sup> St. Petersburg University, Russia, e-mail: huseinkrayani@hotmail.com

<sup>2</sup> Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University

<sup>3</sup> Main (Pulkovo) Astronomical Observatory of RAS, Russia

## МЕЖЗВЕЗДНАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ В НАПРАВЛЕНИИ ОБЛАСТИ ВОКРУГ ГЛОБУЛЫ БОКА В5

Х.А.КРАЯНИ<sup>1,2</sup>, В.Б.ИЛЬИН<sup>1,3</sup>

Мы представляем результаты наших спектроскопических и поляриметрических наблюдений звезд в поле  $2^\circ \times 2^\circ$  вокруг глобулы Барнарда 5 (B5), принадлежащей комплексу облаков Персея, на расстоянии  $d \approx 300$  пк. Используя эти данные, была проведена двумерная спектральная классификация примерно 45-ти звезд. Многополосная поляриметрия примерно 20-ти из этих звезд позволила найти параметры межзвездной поляризации ( $P_{max}$ ,  $\lambda_{max}$ ). Используя параллаксы Gaia и данные недавних фотометрических обзоров неба, мы оценили межзвездное поглощение  $A_V$  в направлении звезд. Наш анализ вариаций параметров  $A_V$ ,  $P_{max}$ ,  $\lambda_{max}$  в картинной плоскости и с увеличением расстояния позволил заключить, что в рассматриваемом поле (за исключением гало B5) основной вклад в ослабление и поляризацию вносит часть комплекса облаков Тельца (ТМС) на  $d \approx 150$  пк, и полученные значения этих параметров указывают на то, что угол между лучом зрения и направлением магнитного поля в этой части ТМС значительно отличается от  $90^\circ$ .

Ключевые слова: *межзвездная поляризация; поляриметрические наблюдения; космическая пыль*

## REFERENCES

1. *J.S.Hall*, Science, **109**, 166, 1949.
2. *W.A.Hiltner*, Astrophys. J., **109**, 471, 1949.
3. *V.A.Dombrovsky*, Rep. Acad. Sci. Arm. SSR, **10**, 199, 1949.
4. *M.J.F.Versteeg, A.M.Magalhaes, M.Haverkorn et al.*, Astron. J., **165**, 87, 2023.
5. *G.V.Panopoulou, L.Markopouloti, F.Bouzelou et al.*, Astrophys. J. Suppl., **276**, 15, 2025.
6. *N.V.Voshchinnikov, V.B.Il'in, H.K.Das*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **462**, 2343, 2016.
7. *G.Bertrang, S.Wolf, H.S.Das*, Astron. Astrophys., **565**, A94, 2014.
8. *R.Kandori, M.Tamura, M.Saito et al.*, Astrophys. J., **892**, 128, 2020.
9. *V.B.Il'in, Yu.S.Efimov, T.N.Khudyakova et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **475**, 5535, 2018.
10. *Y.Doi, T.Hasegawa, P.Bastien et al.*, Astrophys. J., **914**, 122, 2021.
11. *R.A.Bartaya*, Bull Abastumani Obs., **50**, 1, 1979.
12. *A.-L.Luo, Y.-H.Zhao, G.Zhao et al.*, LAMOST DR7 catalogs, 2019. <http://dr7.lamost.org/>.
13. *B.A.Skiff*, Catalogue of Stellar Spectral Classifications. Lowell Observatory, 2014.
14. *V.V.Nesterov, A.V.Kuzmin, N.T.Ashimbaeva et al.*, Astron. Astrophys. Suppl., **110**, 367, 1995.
15. *A.J.Cannon, E.C.Pickering*, Harv. Ann., **91-100**, (1918-24).
16. *O.J.Lee, R.J.Baldwin, D.W.Hamlin et al.*, Ann. Dearborn Obs. Northwestern Univ., vol. 5, pt. 1A (Evanston, 1943).
17. *R.Kiladze*, Bull. Abastumani Astrophys. Obs., **24**, 35, 1959.
18. *C.K.Seyfert, R.H.Hardie, R.T.Grenchik*, Astrophys. J., **132**, 58, 1960.
19. *H.H.Guetter*, Astron. J., **82**, 598, 1977.
20. *C.H.Gingrich*, Astrophys. J., **56**, 139, 1922.
21. *S.Grenier, M.-O.Baylac, L.Rolland et al.*, Astron. Astrophys. Suppl., **137**, 451, 1999.
22. *J.Zorec, L.Cidale, M.L.Arias et al.*, Astron. Astrophys., **501**, 297, 2009.
23. *N.R.Walborn*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **23**, 257, 1971.
24. *J.Berger*, J. Obs., **38**, 353, 1955.
25. *H.A.Abt*, Astrophys. J. Suppl., **59**, 95, 1985.
26. *V.Straizys*, Multicolor Stellar Photometry. Pachart. Publ., Tucson, 1992.
27. *K.Cernis*, Balt. Astron., **2**, 214, 1993.
28. *F.Anders, A.Khalatyan, A.B.A.Queiroz et al.*, Astron. Astrophys., **658**, A91, 2022.
29. *N.M.Shakhovskoy, Yu.S.Efimov*, Izv. Krim. Astrofiz. Obs., **45**, 90, 1972.
30. *N.M.Shakhovskoy, Yu.S.Efimov*, Izv. Krim. Astrofiz. Obs., **54**, 99, 1976.
31. *I.Appenzeller*, Z. Astrophys., **64**, 269, 1966.
32. *G.C.Clayton, P.G.Martin*, in T.Gehrels (ed.), Planets, Stars and Nebulae Studied with Photopolarimetry. Univ. Arizona Press, Tucson, p.168, 1974.

33. *G.C.Clayton, P.G.Martin*, *Astron. J.*, **86**, 1518, 1981.
34. *G.V.Coyne, T.Gehrels*, *Astron. J.*, **72**, 887, 1967.
35. *G.V.Coyne, N.C.Wickramasinghe*, *Astron. J.*, **74**, 1179, 1969.
36. *K.Serkowski, T.Gehrels, W.Wisniewski*, *Astron. J.*, **74**, 85, 1969.
37. *V.Pirola*, *Ann. Acad. Sci. Fenn., Ser. A, VI, Phys.*, 418, 1975.
38. *T.Kerhonen, V.Pirola, A.Reiz*, *ESO Mess.*, **38**, 30, 1984.
39. *J.Huovelin, S.Linnaluoto, I.Tuominen et al.*, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **78**, 129, 1989.
40. *L.Valtaoja, E.Valtaoja, N.M.Shakhovskoy et al.*, *Astron. J.*, **102**, 1946, 1991.
41. *L.Jetsu, J.Pelt, I.Tuominen*, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **85**, 813, 1990.
42. *D.C.B.Whittet, P.G.Martin, J.H.Hough et al.*, *Astrophys. J.*, **386**, 562, 1992.
43. *W.H.Press, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling et al.*, *Numerical Recipes*, 3rd edn: *The Art of Scientific Computing*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2007.
44. *C.Fabrizius, V.V.Makarov*, *Astron. Astrophys.*, **356**, 141, 2000.
45. Gaia Collaboration, *T.Prusti, J.H.J. de Bruijne et al.*, *Astron. Astrophys.*, **595**, A1, 2016.
46. Gaia Collaboration, *A.Vallenari, A.G.A.Brown et al.*, *Astron. Astrophys.*, **674**, A1, 2023.
47. *C.A.L.Bailer-Jones, J.Rybizki, M.Fouesneau et al.*, *Astrophys. J.*, **161**, 147, 2021.
48. *A.A.Henden, M.Templeton, D.Terrell et al.*, *Amer. Astron. Soc. Meet.*, **225**, id.336.16, 2016.
49. *T.F.Droege, M.W.Richmond, M.Sallman et al.*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **118**, 1666, 2007.
50. *J.C.Mermilliod*, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **71**, 413, 1987.
51. *M.F.Skrutskie, R.M.Cutri, R.Stiening et al.*, *Astron. J.*, **131**, 1163, 2006.
52. *J.A.Cardelli, G.C.Clayton, J.S.Mathis*, *Astrophys. J.*, **345**, 245, 1989.
53. *Z.-T.Cao, B.Jiang, S.Wanget al.*, *Astron. J.*, **168**, 256, 2024.
54. *M.Wenger, F.Ochsenbein, D.Egret et al.*, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **143**, 9, 2000.
55. *M.S.Prokopjeva, V.B.Il'in, T.E.Kondratieva et al.*, *IAU Symp.*, **360**, 2024, in press.
56. *F.Bensch*, *Astron. Astrophys.*, **448**, 1043, 2006.
57. *G.M.Green, E.Schlafly, C.Zucker et al.*, *Astrophys. J.*, **887**, 93, 2019.
58. *P.C.Myers, A.A.Goodman*, *Astrophys. J.*, **373**, 509, 1991.

## ПРИБЛИЖЕННАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ВОКРУГ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ СО СЛАБЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ПРИ ДИСКОВОЙ АККРЕЦИИ

Г.С.БИСНОВАТЫЙ-КОГАН

Поступила 19 марта 2025

Построена приближенная аналитическая одномерная модель пограничного слоя для аккреционного диска вокруг нейтронной звезды, в которой малое магнитное поле не влияет на процесс аккреции. Рассматривается случай большой светимости, когда во внутренней области диска преобладает давление излучения.

**Ключевые слова:** *нейтронные звезды; дисковая аккреция; пограничный слой*

1. *Введение.* Аккреция на нейтронные звезды (НЗ) и черные дыры (ЧД) является основным источником энергии излучения галактических рентгеновских источников. Как следует из наблюдений, эти объекты, в подавляющем большинстве, являются тесными двойными системами, в которых имеет место аккреция вещества от звездного компонента на НЗ или ЧД [1,2]. Перетекание вещества на НЗ или ЧД происходит в виде дисковой аккреции, ввиду большого углового момента аккрецирующего вещества в двойной системе. При аккреции на ЧД вещество в диске достигает радиуса последней устойчивой орбиты и почти свободно падает на ЧД. Основные особенности дисковой аккреции на ЧД отражены в приближенных моделях из работ [3-7]. Модели внешних областей аккреционных дисков вокруг НЗ, в основном, совпадают с моделями на ЧД. Существенные отличия возникают, когда аккреционный диск останавливается сильным магнитным полем нейтронной звезды [2,8], либо достигает поверхности НЗ со слабым магнитным полем. В последнем случае у поверхности нейтронной звезды формируется пограничный слой (ПС), в котором скорость вращения аккрецирующего вещества быстро падает от кеплеровской угловой скорости вращения диска до угловой скорости вращения НЗ, которая может быть намного меньше. Падение угловой скорости происходит в ПС, радиальная толщина которого оказывается меньше его вертикального размера.

Быстрое падение угловой скорости и малая толщина ПС вокруг НЗ создают большие трудности при построении компьютерной модели такого ПС, которые не преодолены до сих пор. Построению приближенных аналитических моделей ПС вокруг НЗ был посвящен ряд работ, в которых использовались различного вида приближения, результаты которых иногда существенно отличались друг от друга [9-17].

В настоящей работе построена приближенная модель ПС вокруг слабо замагниченной НЗ большой светимости, когда во внутренних областях аккреционного диска и в ПС давление определяется излучением, так что выражения для давления  $P$ , энергии единицы массы  $E$ , и энтропии  $S$  приближенно имеют вид

$$P = \frac{aT^4}{3}, \quad E = \frac{aT^4}{\rho}, \quad S = \frac{4aT^3}{3\rho}. \quad (1)$$

При получении приближенного решения для аккреционного диска с ПС использованы более грубые упрощающие предположения, по сравнению с предыдущими работами, что позволило получить аналитические выражения для распределения  $P$ ,  $\rho$ ,  $T$ ,  $\omega$ ,  $h$  внутри ПС. Сшивка решений для диска и ПС сделана в точке, которая отстоит от поверхности НЗ на расстоянии, равном вертикальной толщине ПС в этой точке. Обсуждается процесс исчезновения ПС при приближении скорости вращения НЗ к ее критическому значению, при котором гравитационное притяжение на поверхности НЗ уравнивается центробежной силой кеплеровского вращения.

*2. Одномерная модель аккреционного диска.* Рассмотрим одномерную модель [3,4], в которой приближенно учитываются зависимости параметров вдоль оси  $z$ . Эта модель использует также приближенную формулу для вязкой компоненты тензора энергии - импульса в турбулентном диске в виде

$$t_{r\phi} = -\alpha \rho v_s^2 = -\alpha P. \quad (2)$$

Квадрат средней турбулентной скорости пропорционален квадрату скорости звука  $v_t^2 = \alpha v_s^2 = \alpha P/\rho$ , где коэффициент  $\alpha < 1$  в среде с дозвуковой турбулентностью. В приближенной модели рассматривается изотермическая скорость звука и не учитывается зависимость от показателя адиабаты. Это же описание вязкости используется здесь для моделей диска и ПС. В приближенной одномерной модели тонкого диска принимается кеплеровская угловая скорость вращения и рассматривается стационарный аккреционный диск, в котором поток углового момента к нейтронной звезде при дисковой аккреции уравнивается потоком углового момента наружу за счет турбулентной вязкости:

$$\Omega = \Omega_K = \left( \frac{GM}{r^3} \right)^{1/2}, \quad h \approx \frac{v_s}{\Omega_K},$$

$$\dot{M}(j - j_{in}) = -2\pi r^2 2ht_{r\phi}, \quad t_{r\phi} = \eta r \frac{d\Omega}{dr} = -\alpha P. \quad (3)$$

Здесь  $\dot{M}$  - задаваемый аккреционный поток массы,  $j = v_\phi r = \Omega r^2$  - удельный угловой момент вещества в диске, а  $j_{in}$  относится к веществу на орбите с радиусом нейтронной звезды  $r_*$ , к которой оно присоединяется;  $h(r)$  - полутолщина диска, определяемая приближенно из уравнения равновесия диска по оси  $z$ . Оба выражения для  $t_{r\phi}$  в (3) совпадают при  $\eta = 2\alpha P/3\Omega_K$ , но при численных расчетах методики счета существенно различаются.

Для приближенного определения структуры стационарного одномерного аккреционного диска, приведенные выше уравнения динамического равновесия следует дополнить уравнениями теплового равновесия. В работе [3] при построении такой модели предполагалось, что тепло, выделяемое за счет вязкости  $Q_+$ , целиком уносится через поверхность диска лучистой теплопроводностью,  $Q_+ = Q_-$ . Имеем

$$Q_+ = ht_{r\phi} r \frac{d\Omega}{dr} = \frac{3}{8\pi} \dot{M} \frac{GM}{r^3} \left( 1 - \frac{j_{in}}{j} \right), \quad Q_- \approx \frac{4}{3} \frac{acT_0^4}{\chi \Sigma_0},$$

$$\Sigma_0 = 2\rho_0 h, \quad v_r \approx -\frac{\dot{M}}{4\pi r h \rho_0} = -\frac{\dot{M}}{2\pi r \Sigma_0}, \quad \dot{M} > 0, \quad v_r < 0. \quad (4)$$

Здесь  $\chi$  - непрозрачность,  $\rho_0$ ,  $T_0$  - плотность и температура вещества диска в экваториальной плоскости.

При условии  $Q_+ = Q_-$ , из (4) следует

$$\frac{3}{2} \dot{M} \Omega^2 \left( 1 - \frac{j_{in}}{j} \right) = \frac{16\pi acT_0^4}{3\chi \Sigma}. \quad (5)$$

В центральной области аккреционного диска вокруг черной дыры преобладает давление излучения  $P_r = aT^4/3$ , а непрозрачность определяется, в основном, рассеянием на электронах  $\chi = \chi_T = 0.4 \text{ см}^2/\text{г}$  (для водородной плазмы). В этом случае из (3)-(5) получаем для зависимостей от радиуса, при  $r > r_*$  выражения для полутолщины диска  $h(r)$ , давления  $P_0(r)$ , плотности  $\rho_0(r)$  и температуры  $T_0(r)$ , радиальной скорости  $v_{r0}$  в плоскости симметрии диска, а также поверхностной плотности  $\Sigma_0(r)$ , выражения в виде [18]

$$h = \frac{\chi_T}{c} \frac{Q_+ r^3}{GM} = \frac{3}{8\pi} \frac{\chi_T}{c} \dot{M} \left( 1 - \frac{j_{in}}{j} \right) = \frac{3GM_\odot}{2c^2} m\dot{m} \left( 1 - \frac{j_{in}}{j} \right) = 7.41 \cdot 10^4 m\dot{m} \left( 1 - \frac{j_{in}}{j} \right). \quad (6)$$

$$P_0 = \frac{2c\Omega}{3\alpha\chi_T} = \frac{c^4}{3\alpha\chi_T GM_\odot} \frac{1}{mx^{3/2}} = \frac{1.01 \cdot 10^{16}}{\alpha mx^{3/2}}. \quad (7)$$

$$\begin{aligned}\rho_0 &= \frac{\Sigma}{2h} = \frac{256\pi^2}{27\alpha} \frac{c^3}{\chi_T^3} \frac{1}{\Omega \dot{M}^2} \left(1 - \frac{j_{in}}{j}\right)^{-2} \\ &= \frac{16}{27\alpha} \frac{c^2}{\chi_T GM_\odot} \frac{x^{3/2}}{\dot{m}^2 m} \left(1 - \frac{j_{in}}{j}\right)^{-2} = \frac{10^{-5}}{\alpha} \frac{x^{3/2}}{\dot{m}^2 m} \left(1 - \frac{j_{in}}{j}\right)^{-2}.\end{aligned}\quad (8)$$

$$T_0 = \left(\frac{3P}{a}\right)^{1/4} = \left(\frac{2}{\alpha\chi_T aGM_\odot}\right)^{1/4} \frac{c}{m^{1/4} x^{3/8}} = \frac{4.48 \cdot 10^7}{m^{1/4} x^{3/8}} \text{K}.\quad (9)$$

$$v_{r0} = -\frac{\dot{M}}{2\pi r \Sigma} = -\frac{9\alpha}{128\pi^2} \frac{\chi_T^2}{c^2} \frac{\Omega}{r} \dot{M}^2 \left(1 - \frac{j_{in}}{j}\right) = -\frac{9\alpha}{8} c \frac{\dot{m}^2}{x^{5/2}} \left(1 - \frac{j_{in}}{j}\right).\quad (10)$$

$$\Sigma = \frac{64\pi}{9\alpha} \frac{c^2}{\chi_T^2} \frac{1}{\Omega \dot{M}} \left(1 - \frac{j_{in}}{j}\right)^{-1} = \frac{16}{9\alpha\chi_T} \frac{x^{3/2}}{\dot{m}} \left(1 - \frac{j_{in}}{j}\right)^{-1} = \frac{40}{9\alpha} \frac{x^{3/2}}{\dot{m}} \left(1 - \frac{j_{in}}{j}\right)^{-1},\quad (11)$$

а также

$$\left|\frac{v_r}{v_s}\right| = \frac{3\sqrt{2}\alpha}{16\pi} \frac{\chi_T \dot{M}}{cr} = \frac{3\sqrt{2}\alpha}{4} \frac{\dot{m}}{x}.\quad (12)$$

С поправками в области, примыкающей к ПС, это решение может использоваться для расчета аккреции на НЗ. Все численные величины выражены в единицах CGSE,  $r = r_*$  - радиус нейтронной звезды, и использованы следующие обозначения

$$\begin{aligned}m &= \frac{M}{M_\odot}, \quad \dot{m} = \frac{\dot{M}c^2}{L_c}, \quad L_c = \frac{4\pi cGM}{\sigma_T}, \quad x = \frac{rc^2}{GM}, \\ v_s^2 &= \frac{P}{\rho}, \quad \Omega = \Omega_K = \frac{c^3}{GM} x^{-3/2} = \frac{2.02 \cdot 10^5}{mx^{3/2}}, \quad j_{in} = \xi j_{K*} = \xi \Omega_{K*} r_*^2, \quad \xi \leq 1.\end{aligned}\quad (13)$$

Угловой момент, приобретаемый НЗ при стационарной аккреции, соответствует точке максимума угловой скорости внутри пограничного слоя. Ввиду малой толщины ПС радиус всех его внутренних точек принимается равным  $r_*$ . В дальнейшем будем предполагать, что весь поток момента вещества, падающего на НЗ, поглощается ею. Угловой момент падающего вещества определяется кеплеровской скоростью вращения на поверхности нейтронной звезды, что определяет значение  $\xi = 1$ .

**3. Одномерная модель пограничного слоя.** Рассмотрим уравнения для пограничного слоя, в котором угловая скорость уменьшается с приближением к НЗ. Изменение радиуса в ПС столь мало, что в алгебраических выражениях, где нет дифференцирования,  $r = r_*$ . Усредненные по оси  $z$  приближенные уравнения движения были записаны в виде [12,13]

$$\frac{dP_0}{dr} = -\Omega_{K_*}^2 r_* \rho_0 (1 - \omega^2), \quad (14)$$

$$\frac{d\omega}{dr} = \frac{\dot{M}}{4\pi h \eta_b r_*} (1 - \omega) = \frac{\dot{M} \Omega_{K_*}}{4\pi r_* \alpha_b \rho_0 v_s^2 H_b} \frac{1 - \omega}{}, \quad (15)$$

где

$$\omega = \frac{\Omega}{\Omega_{K_*}}, \quad \Omega_{K_*}^2 = \frac{GM}{r_*^3}. \quad (16)$$

Здесь оставлены только основные члены в уравнении движения;  $j_{in} = \Omega_{K_*} r_*^2$ , так что поток углового момента в НЗ соответствует (13). Везде, при вычислении производных, внутри ПС радиус  $r$  принимается равным  $r_*$  [13,19]. В аккреционном диске коэффициент турбулентной вязкости использовался в виде

$$\eta = \frac{2}{3} \frac{\alpha P}{\Omega} \approx \frac{2}{3} \alpha \rho \frac{v_s^2}{\Omega} \approx \frac{2}{3} \alpha \rho v_s h, \quad (17)$$

где в качестве минимального масштаба принимается полутолщина диска  $h$ . В ПС минимальным масштабом является его толщина, поэтому коэффициент турбулентной вязкости в ПС существенно меньше и принимается в виде

$$\eta_b \approx \alpha_b \rho v_s H_b. \quad (18)$$

Здесь  $\alpha$ ,  $\alpha_b \lesssim 1$ .

4. *Тепловые процессы в пограничном слое.* Быстрое падение угловой скорости в пограничном слое при аккреции на медленно вращающуюся звезду приводит к большому выделению тепловой энергии из-за вязкости и сильному нагреву вещества в ПС. В тонком пограничном слое радиальный поток тепла превышает потери тепла через стенки диска, так что с учетом уравнения сохранения углового момента (3) выражение для скорости вязкого нагрева полутолщины пограничного слоя  $Q_+$  (эрг/см<sup>2</sup>/с), с учетом (13), (15) имеет вид

$$Q_+ = h t_{r\phi} r \frac{d\Omega}{dr} = h \eta \left( r \frac{d\Omega}{dr} \right)^2 \approx -\frac{GM\dot{M}}{4\pi r_*^2} (\omega - 1) \frac{d\omega}{dr}. \quad (19)$$

В пограничном слое удобно ввести величину  $Q_t$  (эрг/см/с)

$$Q_t = 4\pi r Q_+ \approx 4\pi r_* Q_+ = -\frac{GM\dot{M}}{r_*} (\omega - 1) \frac{d\omega}{dr}, \quad (20)$$

определяющую скорость вязкого нагрева кольца в ПС на единицу радиальной толщины аккреционного диска. Вдоль радиуса тепло переносится лучистой теплопроводностью, так что выражение для радиального теплового потока в диске  $\Phi$  (эрг/с) записывается в виде

$$\Phi = -\frac{4acT^3}{3\chi\rho} \frac{dT}{dr} 4\pi r_* h. \quad (21)$$

Уравнение теплового баланса внутри ПС имеет вид

$$\frac{d\Phi}{dr} = Q_t = -\frac{GMM}{r_*} (\omega - 1) \frac{d\omega}{dr}. \quad (22)$$

Интегрируя это уравнение с граничным условием  $\Phi(\omega_*) = 0$  (отсутствие теплового потока в НЗ), получаем

$$\Phi = \frac{GMM}{r_*} \left( \omega - \frac{\omega^2}{2} - \omega_* + \frac{\omega_*^2}{2} \right) = \frac{GMM}{2r_*} (\omega - \omega_*) (2 - \omega - \omega_*). \quad (23)$$

Введя  $\omega = 1$ , получаем значение вязкого теплового потока, выходящего из ПС  $\Phi_b$  (эрг/с), в виде [14]

$$\Phi_b = \frac{GMM}{2r_*} (1 - \omega_*)^2. \quad (24)$$

Здесь пренебрегается тепловым потоком, нагревающим НЗ, которая может быть существенно холодной НЗ.

##### 5. Глобальная модель аккреционного диска с пограничным слоем.

Для описания ПС использовались уравнения движения в виде (14), (15), в которых компонента  $t_{r\phi}$  определялась градиентом угловой скорости  $d\Omega/dr$  и коэффициентом вязкости  $\eta_b$  из (18). В работе [16] использовалась формула с непрерывным уменьшением коэффициента вязкости при переходе из диска в ПС ввиду уменьшения характерного масштаба от  $h$  в диске к  $H_b$  в ПС, которая в [19] была записана в виде

$$\eta = \frac{2\rho_0 v_s}{3} \left[ \frac{1}{(\alpha h)^2} + \frac{(2dP_0/dr)^2}{(3\alpha_b P_0)^2} \right]^{-1/2}, \quad (25)$$

для совпадения с предельными значениями (17) для диска и (18) для ПС, соответственно. При этом  $h \ll H_b \approx \frac{P_0}{dP_0/dr}$  в диске, и  $h \gg H_b$  в ПС.

В уравнении теплового баланса следует учесть лучистый перенос тепла  $\Phi$  вдоль радиуса из (21), который больше, чем перенос тепла вдоль оси диска. В ПС угловая скорость может существенно отличаться от кеплеровской, поэтому следует выражать искомое уравнение через градиент локальной угловой скорости. С учетом адвективного переноса тепла по радиусу [7]

$$Q_{adv} = -\frac{\dot{M}}{2\pi r} T \frac{dS}{dr}, \quad (26)$$

( $S$  - энтропия), уравнение баланса энергии внутри ПС при локальном

нагреве вязкостью  $Q_+$  и лучистом радиальном потоке  $Q_-$ , записывается в виде [19]

$$Q_+ = Q_- + Q_{adv} + \frac{1}{4\pi r} \frac{d\Phi}{dr}. \quad (27)$$

Здесь используется  $\Phi$  из соотношения (21). Подставляя выражения для  $Q_+$  и  $Q_-$ , получаем это уравнение в виде

$$\dot{M}T \frac{dS}{dr} = \frac{d\Phi}{dr} + \dot{M}(j - j_{in}) \frac{d\Omega}{dr} + \frac{2aT_0^4 c}{3\kappa \rho_0 h} 4\pi r. \quad (28)$$

Толщина диска, включая ПС, определяется приближенно (3) из уравнения вертикального равновесия. В работе [16] численное решение уравнений для диска с ПС вокруг белого карлика было получено при граничных условиях на радиусе звезды  $r_s$ , где в силу условия прилипания угловая скорость на внутренней границе ПС равнялась скорости вращения звезды  $\Omega_b(r_s) = \Omega_s$ . На внешней границе диска при  $r_{out} = 100 r_*$  принималась кеплеровская скорость вращения  $\Omega_{out} = \Omega_K(r_{out})$ .

Мы рассматриваем граничное условие для вязкого потока углового момента в виде свободного втекания и поглощения его звездой, и пренебрегаем нагревом звезды вязким потоком тепла. Численное решение глобальных уравнений для звезды плюс ПС были получены в [16] для катаклизмических переменных звезд с ПС, где аккреционный диск встречается с аккрецирующим белым карликом. Подобное глобальное численное решение для нейтронной звезды получено не было.

Построение глобальной модели для аккреции на нейтронную звезду с ПС было выполнено в работе [13] с использованием метода сшивки асимптотических решений МАЕ [20]. Получение прямого численного решения осложняется наличием очень малого параметра, представляющего отношение толщины слоя к радиусу и к толщине аккреционного диска. Решение, учитывающее тепловые процессы, было построено численно в [13] при физически неоправданном потоке углового момента наружу, вдоль радиуса диска. Это может указывать на плохую применимость МАЕ метода в этой модели [19]. Для политропной модели аккреционного диска с ПС глобальное решение методом МАЕ было построено в работе [21].

**6. Аналитическая модель аккреционного диска с пограничным слоем вокруг НЗ.** Учет тепловых процессов в диске с уравнением состояния  $P(\rho, T)$  сделал задачу настолько усложненной, что до сих пор не позволил получить даже приближенное аналитическое решение. Мы получили приближенное аналитическое решение для модели диска с ПС, в важном частном случае большой светимости, когда во внутренней области диска преобладает давление излучения. Использовался метод сшивки внешнего (диск) и внут-

ренного (ПС) решений с граничными условиями, отличными от используемых в работах [13,16], при замене переменных для нахождения внутреннего решения в ПС.

В качестве равновесного решения для аккреционного диска, где влияние ПС не чувствуется, использовалось стандартное приближенное решение, где  $\Omega = \Omega_K$ , выписанное в (6)-(10).

Как следует из (19), вблизи радиуса НЗ, где угловая скорость достигает своего максимума  $\omega \approx 1$ , выделение вязкого тепла зануляется, направление вязкого потока углового момента меняет знак. В стационарном состоянии поток углового момента на НЗ равен  $j_{in} \approx \Omega_{K*} r_*^2$ . Значение потока углового момента в НЗ резко уменьшается по достижении максимально допустимой угловой скорости  $\Omega_{*c}$  твердотельно вращающейся НЗ. При этом соответственно возрастает поток углового момента наружу вдоль аккреционного диска и его светимость [22].

Выделение тепла вязкостью очень существенно в ПС из-за большого градиента угловой скорости. Уравнения теплового баланса (28), (21) решаются совместно с уравнениями равновесия по радиусу и уравнением, определяющим баланс углового момента (14)-(16). В ПС на малой толщине  $H_b$  происходит сильное изменение параметров  $T$ ,  $\rho$ ,  $P$ ,  $\omega$ . Используем уравнение (15) для замены независимой переменной  $r$  на  $\omega$ , так что

$$dr = \frac{4\pi r_* \alpha_b \rho_0 v_s^2 H_b}{\dot{M} \Omega_{K*}} d\omega, \quad (29)$$

С учетом (29), запишем (14) в виде

$$\frac{dP_0}{d\omega} = -\Omega_{K*}^2 r_* \rho_0 (1 - \omega^2) \frac{4\pi r_* \alpha_b \rho_0 v_s^2 H_b}{\dot{M} \Omega_{K*}} = -\Omega_{K*}^2 r_* \rho_0 (1 + \omega) \frac{4\pi r_* \alpha_b \rho_0 v_s^2 H_b}{\dot{M} \Omega_{K*}}. \quad (30)$$

Используемое здесь приближение неприменимо для скоростей вращения нейтронной звезды вблизи  $\Omega_{*c}$ , когда НЗ становится сплюснутой из-за большой центробежной силы, толщина ПС становится сравнимой с толщиной аккреционного диска и ПС исчезает при достижении  $\Omega_* = \Omega_{*c}$  [22].

Для умеренных скоростей вращения, когда отклонениями от сферичности можно пренебречь, значение  $H_b$  в ПС принимаем (25) равным характерной длине изменения давления [16]. Используя, по определению, для давления выражение  $P_0 = \rho_0 v_s^2$ , получаем из (30), (14)

$$\begin{aligned} \frac{dP_0}{dr} &= -\Omega_{K*}^2 r_* \frac{P_0}{v_s^2} (1 - \omega^2), \\ H_b &= \left| \frac{P}{dP/dr} \right| \approx \frac{v_s^2}{\Omega_{K*}^2 r_* (1 - \omega^2)} = h \frac{v_s}{\Omega_{K*} r_* (1 - \omega^2)} = \frac{h^2}{r_* (1 - \omega^2)}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\frac{dP_0}{d\omega} = -\Omega_{K_*}^2 r_* \rho_0 \frac{4\pi r_* \alpha_b}{\dot{M} \Omega_{K_*}} P_0 \frac{v_s^2}{r_* \Omega_{K_*}^2 (1-\omega)}, \quad h = \frac{v_s}{\Omega_{K_*}}, \quad (32)$$

Здесь выражение для  $H_b$  применимо для  $H_b < h$ ,  $\omega^2 < 1 - v_s/r_* \Omega_{K_*} = \omega_b^2$ . Место, где  $h = H_b$ , можно рассматривать как границу, отделяющую аккреционный диск от ПС. Внутри ПС из (32) получаем уравнение для поведения давления в ПС в виде

$$\frac{dP_0}{d\omega} = -4\pi r_* \alpha_b \frac{P_0^2}{\dot{M} \Omega_{K_*} (1-\omega)}, \quad P_0 = \rho_0 v_s^2, \quad (33)$$

которое имеет решение

$$\frac{1}{P_0} = -\frac{4\pi r_* \alpha_b}{\dot{M} \Omega_{K_*}} \ln(1-\omega) + D. \quad (34)$$

Используя граничное условие прилипания,  $\omega = \omega_*$  на поверхности звезды, выразим константу интегрирования  $D$  через давление на поверхности звезды  $P_*$ .

$$D = \frac{1}{P_*} + \frac{4\pi r_* \alpha_b}{\dot{M} \Omega_{K_*}} \ln(1-\omega_*). \quad (35)$$

Тогда получаем решение в виде

$$P_0 = \left[ \frac{1}{P_*} - \frac{4\pi r_* \alpha_b}{\dot{M} \Omega_{K_*}} \ln \left( \frac{1-\omega}{1-\omega_*} \right) \right]^{-1}. \quad (36)$$

Для вычисления давления на внутренней границе ПС  $P_*$ , используем условие сшивки решения для ПС (36) и диска (7) на границе  $\omega = \omega_b$ , где  $P_0 = P_{0b}$ :

$$P_{0b} = \frac{2c\Omega_{K_*}}{3\alpha\aleph_T} = \left[ \frac{1}{P_*} - \frac{4\pi r_* \alpha_b}{\dot{M} \Omega_{K_*}} \ln \left( \frac{1-\omega_b}{1-\omega_*} \right) \right]^{-1}. \quad (37)$$

Отсюда получаем

$$P_* = \left[ \frac{3\alpha\aleph_T}{2c\Omega_{K_*}} + \frac{4\pi r_* \alpha_b}{\dot{M} \Omega_{K_*}} \ln \left( \frac{1-\omega_b}{1-\omega_*} \right) \right]^{-1}. \quad (38)$$

$$P_0 = \left[ \frac{3\alpha\aleph_T}{2c\Omega_{K_*}} - \frac{4\pi r_* \alpha_b}{\dot{M} \Omega_{K_*}} \ln \left( \frac{1-\omega}{1-\omega_b} \right) \right]^{-1}. \quad (39)$$

Для скорости вращения НЗ, приближающейся к критической, толщина ПС

растет и совпадает с толщиной диска при  $\omega_* = \sqrt{1 - \frac{v_{s*}}{r_* \Omega_{K_*}}} \approx 1 - \frac{v_{s*}}{2r_* \Omega_{K_*}}$ . При

превышении этого значения угловой скорости НЗ происходит размывание и исчезновение ПС. Вышеизложенные результаты справедливы для всех

уравнений состояния в аккреционных дисках.

Для радиационно-доминированной плазмы с преобладанием давления излучения, температура внутри ПС  $T_0$  и на его границах  $T_*$ ,  $T_b$ , определяется давлением

$$T_0 = \left( \frac{3P_0}{a} \right)^{1/4}, \quad T_* = \left( \frac{3P_*}{a} \right)^{1/4}, \quad T_b = \left( \frac{3P_b}{a} \right)^{1/4}. \quad (40)$$

Вычислим приближенно зависимость вертикальной толщины ПС  $h$  от  $\omega$ , используя уравнение (15).

$$\frac{d\omega}{dr} = \frac{\dot{M} \Omega_{K_*}}{4\pi r_* \alpha_b \rho_0 v_s^2 H_b} \frac{1-\omega}{r}. \quad (41)$$

С учетом выражения для  $H_b$  из (31), это уравнение запишется в виде

$$\frac{d\omega}{dr} = \frac{\dot{M} \Omega_{K_*}}{4\pi \alpha_b} \frac{(1-\omega)(1-\omega^2)}{\rho_0 v_s^2 h^2}; \quad \left[ (1-\omega)(1-\omega^2) \right]^{-1} \frac{d\omega}{dr} = \frac{\dot{M} \Omega_{K_*}}{4\pi \alpha_b} \frac{1}{\rho_0 v_s^2 h^2}. \quad (42)$$

Полутолщина ПС определяется соотношением  $h = v_s / \Omega_{K_*}$ . В правой части второго уравнения интегрирование внутри ПС приближенно заменяется умножением на величину  $H_b(1-\omega)$ , что, с учетом (31), дает

$$\frac{1}{2} \frac{1}{1-\omega} + \frac{1}{4} \ln \left( \frac{1+\omega}{1-\omega} \right) = \frac{\dot{M} \Omega_{K_*}}{4\pi \alpha_b} \frac{H_b(1-\omega)}{\rho_0 v_s^2 h^2} = \frac{\dot{M}}{4\pi \alpha_b} \frac{1}{\rho_0 h^2 \Omega_{K_*} r_* (1+\omega)}. \quad (43)$$

Пренебрегая вторым, логарифмическим, членом слева, который на всем интервале  $(1, \omega_*)$  намного меньше первого, зависимость  $h^2(\omega)$  запишется в виде

$$h^2 = \frac{\dot{M}}{4\pi \alpha_b} \frac{2(1-\omega)}{\rho_0 \Omega_{K_*} r_* (1+\omega)}. \quad (44)$$

Для радиационно-доминированного диска в точке сшивки  $\omega = \omega_b$  толщина диска задается формулой, следующей из (6) в виде

$$h_{db} \approx \frac{3}{8\pi} \frac{\chi_T}{c} \dot{M}. \quad (45)$$

Из равенства толщин диска (44) и (45) при  $\omega = \omega_b \sqrt{1 - \frac{v_{sb}}{r_* \Omega_{K_*}}} \approx 1 - \frac{v_{sb}}{2r_* \Omega_{K_*}}$  имеем

$$\rho_0 = \frac{16\pi}{9\alpha_b \Omega_{K_*}^2 r_*^2} \frac{c^2}{\dot{M} \chi_T^2} \frac{v_{sb}}{1+\omega_*}. \quad (46)$$

Считаем скорость звука непрерывной на внешней границе ПС и равной скорости звука на внутренней границе диска  $v_{sb} = v_{sdb}$ , где

$$v_{sdb} = \sqrt{\frac{P_{0db}}{\rho_{0db}}} = \frac{9\sqrt{\alpha}}{8\pi\sqrt{2}} \frac{\Omega_{K_*} \dot{M} \chi_T}{c}. \quad (47)$$

Здесь для давления и плотности на внутренней границе диска использованы формулы (7) и (8), соответственно. Используя (47) в (46), получаем формулу для плотности ПС  $\rho_0$  в виде

$$\rho_0 = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha_b \sqrt{2}} \frac{c}{\Omega_{K_*} r_*^2 \chi_T}. \quad (48)$$

Плотность на внутренней границе диска  $\rho_{0db}$ , следующая из (8), имеет вид

$$\rho_{0db} = \frac{256\pi^2}{27\alpha} \frac{c^3}{\Omega_{K_*} \dot{M} \chi_T^3}. \quad (49)$$

Для отношения двух выражений для плотности на границе ПС получаем выражение

$$\frac{\rho_0}{\rho_{0db}} = \frac{27}{128\pi^2} \frac{\alpha^{3/2}}{\alpha_b \sqrt{2}} \left( \frac{\chi_T \dot{M}}{c r_*} \right)^2. \quad (50)$$

Для оценок удобнее получить зависимость этого отношения от светимости звезды  $L$  за счет аккреции вместо зависимости от удельного потока массы  $\dot{M}$ . Эти величины однозначно связаны при постоянной эффективности аккреции  $\eta$ , так что

$$L = \eta \dot{M} c^2. \quad (51)$$

Удобно также измерять светимость в долях критической эддингтоновской светимости  $L_c$  и измерять радиус звезды в долях шварцшильдовского гравитационного радиуса  $r_g$

$$L_c = \frac{4\pi c G M}{\chi_T}, \quad r_g = \frac{2 G M}{c^2}. \quad (52)$$

В итоге получаем отношение плотностей в виде

$$\frac{\rho_0}{\rho_{0db}} = \frac{1}{\eta^2} \frac{27}{128\pi^2} \frac{\alpha^{3/2}}{\alpha_b \sqrt{2}} \left( \frac{r_g}{2 r_*} \right)^2 \left( \frac{L}{L_c} \right)^2 \quad (53)$$

Учтем также, что радиусы большинства нейтронных звезд примерно равны  $r_* \approx 3 r_g$ . Тогда получим

$$\frac{\rho_0}{\rho_{0db}} = \frac{1}{\eta^2} \frac{27}{36 \cdot 128\pi^2} \frac{\alpha^{3/2}}{\alpha_b \sqrt{2}} \approx \frac{3 \cdot 10^{-4}}{\eta^2} \frac{\alpha^{3/2}}{\alpha_b \sqrt{2}} \left( \frac{L}{L_c} \right)^2 = 0.03 \frac{\alpha^{3/2}}{\alpha_b \sqrt{2}} \left( \frac{L}{L_c} \right)^2 \quad (54)$$

для  $\eta = 0.1$ . Как следует из вышеизложенного, величина  $\rho_0$  принимается постоянной внутри ПС и соответствует средней плотности внутри ПС.

Поэтому ее малость по сравнению с плотностью в диске может быть связана с уменьшением плотности внутри ПС из-за роста температуры и сильного расширения в вертикальном направлении. Можно ожидать, что при приближении светимости аккреционного диска к критической, вертикальное расширение ПС приведет к формированию направленного выброса, перпендикулярного плоскости диска (рис.1). Для исследования таких выбросов необходимо проведение численных расчетов ПС вокруг НЗ в двух- или трехмерной модели, слишком сложных пока для современных компьютеров.

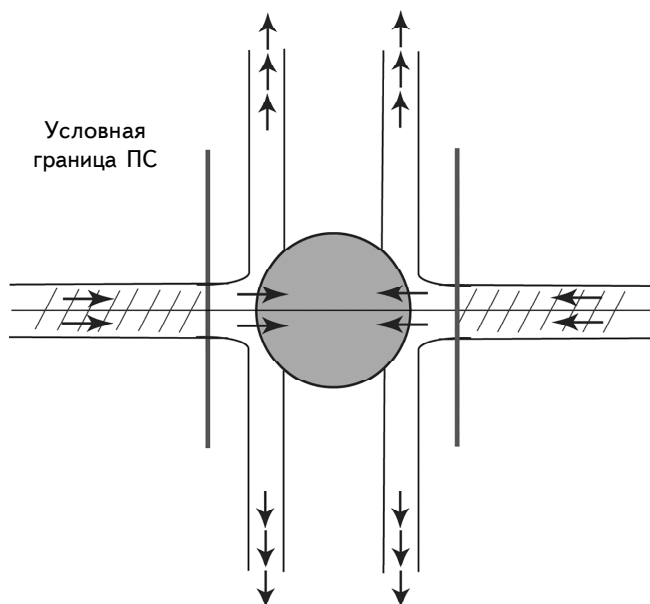


Рис.1. Качественная картина аккреции на нейтронную звезду со слабым магнитным полем в области формирования пограничного слоя. Во внутренней области диска плазма считается радиационно-доминированной, что соответствует большой светимости при аккреции. Стрелки указывают направление движения газа в пограничном слое, где часть вещества присоединяется к нейтронной звезде. При большой светимости радиационная сила ускоряет часть плазмы в вертикальном направлении, приводя к формированию направленных выбросов - джетов. Условная граница пограничного слоя расположена там, где характерная толщина ПС из (31) сравнивается с вертикальной толщиной диска.

**7. Заключение.** Существенные упрощения и использованные приближения позволили нам построить полукачественную модель пограничного слоя вокруг вращающейся НЗ со слабым магнитным полем, не влияющим на динамику ПС. Рассмотрена сильная аккреция на НЗ, когда во внутренних областях диска и ПС преобладает давление излучения. Сделан простой вывод формулы для полной светимости ПС (24) в зависимости от угловой скорости НЗ.

Получена формула (44) для зависимости вертикальной толщины ПС от радиуса (угловой скорости), которая растет  $h \sim \sqrt{(1-\omega)/(1+\omega)}$ ,  $\omega \geq \omega_*$  при приближении к НЗ, и непрерывна на внешней границе ПС с аккреционным диском, см. (44) и (45). Формулы (39) и (40) определяют распределение давления и температуру внутри ПС, соответственно. Приведенные формулы соответствуют непрерывному переходу параметров через границу аккреционного диска с ПС.

Для формальной локализации границы между диском и ПС предложена точка на радиусе, в которой радиальная толщина ПС становится равной его вертикальной толщине, ПС при этом располагается между этой точкой и поверхностью НЗ. Аналогичный критерий применим для нахождения состояния звезды с аккреционным диском, в котором ПС исчезает при увеличении угловой скорости звезды. Скорость вращения НЗ в этом состоянии близка к критической и меньше ее на малую, но конечную величину.

Построенная здесь модель ПС представляется качественно справедливой, несмотря на некоторые грубые приближения и упрощения при ее построении. Об этом свидетельствует то, что применяя ее для звезды с критической эддингтоновской светимостью, мы получаем, что значения всех параметров находятся в соответствии с общими представлениями о модели, когда мы пользуемся при их получении независимыми оценками для массы НЗ и  $\eta$  - к.п.д. выделения энергии при аккреции.

Данная работа поддержана грантом РНФ 23-12-00198.

Институт космических исследований РАН, Москва  
Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ,  
Москва, e-mail: gkogan@iki.rssi.ru

## APPROXIMATE ANALYTIC MODEL OF THE BOUNDARY LAYER AROUND A LOW MAGNETIC FIELD NEUTRON STAR AT THE DISK ACCRETION

G.S.BISNOVATYI-KOGAN

We have constructed an approximate one-dimensional model of the boundary layer for the disk accretion around the neutron star with a low enough magnetic field, not influencing the accretion process. We consider the high luminosity model with radiation dominated equation of state.

Keywords: *neutron stars: disk accretion: boundary layer*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *С.Шапиро, С.Тьюкольски*, Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды, М., Мир, 1985.
2. *В.М.Лупунов*, Астрофизика нейтронных звезд, М., Наука, 1987.
3. *Н.И.Шакура*, Астрон. ж., **49**, 921, 1972, (Sov. Astron., **16**, 756 1973).
4. *N.I.Shakura, R.A.Sunyaev*, Astron. Astrophys., **24**, 337, 1973.
5. *I.D.Novikov, K.S.Thorne*, In: C.DeWitt, B.DeWitt, (Eds.), Black Holes, Gordon and Breach, New York, p.345, 1973.
6. *G.S.Bisnovatyi-Kogan, S.I.Blinnikov*, Astron. Astrophys., **59**, 111, 1977.
7. *В.Пазын'ски, G.S.Bisnovatyi-Kogan*, АсА, **31**, 283, 1981.
8. *Г.С.Бисноватый-Коган, А.М.Фридман*, Астрон. ж., **46**, 721, 1969, (Sov. Astron., **13**, 566, 1970).
9. *J.Pringle*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **178**, 195, 1977.
10. *J.Pringle, G.Savonije*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **187**, 777, 1979.
11. *R.Tylenda*, Acta Astron., **27**, 235, 1977.
12. *R.Tylenda*, Acta Astron., **31**, 267, 1981.
13. *O.Regev*, Astron. Astrophys., **126**, 146, 1983.
14. *J.C.B.Papaloizou, G.Q.G.Stanley*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **220**, 593, 1986.
15. *N.I.Shakura, R.A.Sunyaev*, Adv. Space Res., **8**(2), 135, 1988.
16. *P.Popham, R.Narayan*, Astrophys. J., **442**, 337, 1995.
17. *Н.А.Иногамов, Р.А.Сюняев*, Письма в Астрон. ж., **25**, 323, 1999, (Astron. Lett., 25, 269, 1999).
18. *G.S.Bisnovatyi-Kogan*, "Stellar Physics 2: Stellar evolution and stability" Springer, 2010.
19. *G.S.Bisnovatyi-Kogan, R.V.E.Lovelace*, New Astron. Rev., **45**, 663, 2001.
20. *A.Nayfet*, Introduction into Perturbation Techniques, John Wiley & Sons, New York, 1981.
21. *G.S.Bisnovatyi-Kogan*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **269**, 557, 1994.
22. *G.S.Bisnovatyi-Kogan*, Astron. Astrophys., **274**, 796, 1993.

The full version of the article is available on the website of the journal "Astrophysics":  
<https://link.springer.com/journal/10511>

## EFFECTIVE POTENTIALS IN GENERAL SCALAR-TENSOR THEORIES OF GRAVITY

A.A.SAHARIAN<sup>1</sup>, G.H.HARUTYUNYAN<sup>1</sup>, H.K.TERYAN<sup>1</sup>, R.M.AVAGYAN<sup>1,2</sup>

Received 21 April 2025

We consider general scalar-tensor theories in  $(D+1)$ -dimensional spacetime. The interplay between the Jordan and Einstein frame representations is explored. As a specific illustration of the general framework, we examine higher-dimensional generalizations of the Jordan-Brans-Dicke theory, theories with non-minimally coupled scalar fields,  $f(R)$  gravity and low-energy string effective gravity. The properties of the Einstein frame scalar field effective potentials are discussed.

**Keywords:** *scalar-tensor gravity: Jordan and Einstein frames: scalar field effective potential*

<sup>1</sup> Institute of Physics, Yerevan State University, 1 Alex Manoogian Street, 0025, Yerevan, Armenia, e-mail: saharian@ysu.am

<sup>2</sup> Institute of Applied Problems of Physics NAS RA, 25 Hrachya Nersissyan Street, 0014 Yerevan, Armenia

## ЭФФЕКТИВНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ В ОБЩИХ СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНЫХ ТЕОРИЯХ ГРАВИТАЦИИ

А.А.СААРЯН<sup>1</sup>, Г.Г.АРУТЮНЯН<sup>1</sup>, Р.К.ТЕРЯН<sup>1</sup>, Р.М.АВАКЯН<sup>1,2</sup>

Исследованы общие скалярно-тензорные теории в  $(D+1)$ -мерном пространстве-времени. Обсуждаются соотношения между физическими характеристиками в представлениях Йордана и Эйнштейна. В качестве примеров общей схемы рассмотрены обобщение теории Йордана-Бранса-Дикке на более высокие размерности пространства, теории с неминимально связанными скалярными полями,  $f(R)$ -гравитация и низкоэнергетическая струнная эффективная гравитация. Обсуждаются свойства эффективных потенциалов скалярного поля в представлении Эйнштейна.

Ключевые слова: *скалярно-тензорная гравитация; представление Йордана и Эйнштейна; эффективный потенциал скалярного поля*

## REFERENCES

1. *C.M.Will*, Theory and Experiment in Gravitational Physics (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2018).
2. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys., **4**, 115, 2007.
3. *S.Capozziello, M. De Laurentis*, Phys. Rep., **509**, 167, 2011.
4. *T.Clifton, P.G.Ferreira, A.Padilla et al.*, Phys. Rep., **51**, 1, 2012.
5. *S.Nojiri, S.D.Odintsov, V.K.Oikonomou*, Phys. Rep., **692**, 1, 2017.
6. *A.Joyce, L.Lombriser, F.Schmidt*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., **66**, 95, 2016.
7. *V.Faraoni*, Cosmology in Scalar-Tensor Gravity. Kluwer Academic Publishers, 2004.
8. *Y.Fujii, K.-I.Maeda*, The Scalar-Tensor Theory of Gravitation (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2009).
9. *I.Quiros*, Int. J. Mod. Phys. D, **28**, 1930012, 2019.
10. *A.Linde*, Particle Physics and Inflationary Cosmology (CRC Press, Taylor & Francis Group, 1990).
11. *J.Martin, C.Ringeval, V.Vennin*, Phys. Dark. Univ., **5-6**, 75, 2014.
12. *K.Bamba, S.Capozziello, S.Nojiri et al.*, Astrophys. Space Sci., **342**, 155, 2012.
13. *L.Amendola, S.Tsujikawa*, Dark Energy (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2015).
14. *P.Brax*, Rep. Prog. Phys., **81**, 016902, 2018.
15. *A.A.Saharian*, Class. Quantum Grav., **15**, 1951, 1998.
16. *A.A.Saharian*, Class. Quantum Grav., **16**, 2057, 1999.
17. *E.Elizalde, S.Jhingan, S.Nojiri et al.*, Eur. Phys. J. C, **53**, 447, 2008.
18. *V.Faraoni, E.Gunzig, P.Nardone*, Fund. Cosmic Phys., **20**, 121, 1999.
19. *D.Kaiser*, Phys. Rev. D, **81**, 084044, 2010.
20. *A.Stabile, An.Stabile, S.Capozziello*, Phys. Rev. D, **88**, 124011, 2013.
21. *J.R.Morris*, Phys. Rev. D, **90**, 107501, 2014.
22. *I.Quiros, A.K.Rao*, arXiv:2503.12826.
23. *M.Ballardini, A.G.Ferrari, F.Finelli*, JCAP, **04**, 029, 2023.
24. *T.Damour, A.M.Polyakov*, Nucl. Phys., **B423**, 532, 1994.
25. *J.R.Fliss, B.Freivogel, E.-A.Kontou et al.*, SciPost Phys., **16**, 119, 2024.
26. *A.L.Mkhitarian, A.A.Saharian*, Astrophysics, **49**, 415, 2006.
27. *R.M.Avagyan, E.V.Chubaryan, G.H.Harutyunyan et al.*, Gen. Relativ. Gravit., **48**, 21, 2016.
28. *M.Gasperini*, Elements of String Cosmology (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2009).
29. *H.Nāstase*, Cosmology and String Theory (Springer Nature Switzerland, AG 2019).
30. *M.Cicoli, J.P.Conlon, A.Maharana et al.*, Phys. Rep., **1059**, 1, 2024.
31. *A.A.Saharian*, Astrophysics, **40**, 154, 1997.
32. *A.A.Saharian*, Astrophysics, **40**, 335, 1997.
33. *A.A.Saharian, V.L.Sargsyan*, Astrophysics, **42**, 350, 1999.

34. *A.A.Saharian*, Astrophysics, **43**, 92, 2000.
35. *A.A.Saharian*, Astrophysics, **43**, 230, 2000.
36. *A.A.Saharian*, Astrophysics, **43**, 474, 2000.

The full version of the article is available on the website of the journal "Astrophysics":  
<https://link.springer.com/journal/10511>

## A STUDY ON GEODESICS AND LIFESPAN OF THE RINDLER-MODIFIED SCHWARZSCHILD BLACK HOLE. II. NULL GEODESICS AND BLACK HOLE LIFESPAN

T.HUO, C.LIU

Received 4 March 2025

Accepted 4 June 2025

This paper is the second part of "A study on geodesics and lifespan of the Rindler-modified Schwarzschild black hole" [1] where we have investigated the time-like geodesics in the Rindler-modified Schwarzschild black hole (RMSBH) spacetime. In this part, we continue to study the null geodesics around the RMSBH. Based on this, we further explore the lifespan of the black hole. For the radial null geodesics, the relationship between the coordinate distance and the coordinate time is obtained. In addition, the expressions for the radius of the circular orbit formed by photons around the RMSBH and the impact parameter of the null geodesics are also derived. Meanwhile, we calculate the deflection angle of light rays grazing around the RMSBH and find that the cosmological constant does not affect the deflection angle of photons passing by the black hole, but the Rindler acceleration will reduce the deflection angle. In the thermodynamics part, our primary focus is on the radiation lifespan of the black hole. Our calculations reveal that both the Rindler acceleration and the cosmological constant can reduce the lifespan of the black hole.

**Keywords:** *Rindler-modified Schwarzschild black hole; null geodesics; black hole lifespan*

Department of Physics, Shaoxing University, Shaoxing 312000,  
China, e-mail: czlbj20@163.com

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЛИНИЙ И  
ВРЕМЕНИ СУЩЕСТВОВАНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОЙ  
РИНДЛЕРОМ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ ШВАРЦШИЛЬДА. II.  
НУЛЕВЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНИИ И ВРЕМЯ  
ЖИЗНИ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ

Т.ХО, Ч.ЛЮ

Эта статья является второй частью статьи "Исследования геодезических линий и времени существования модифицированной Риндлером черной дыры Шварцшильда". В этой части продолжается изучение нулевых геодезических линий вокруг модифицированной Риндлером черной дыры Шварцшильда (RMSBH). На этой основе рассмотрена проблема продолжительности существования (жизни) черной дыры. Для радиальных нулевых геодезических линий получена связь между координатным расстоянием и координатным временем. Кроме того, также выведены выражения для радиуса круговой орбиты, образованной фотонами вокруг RMSBH, и параметра влияния нулевых геодезических линий. Вычислен также угол отклонения световых лучей вокруг RMSBH и обнаружено, что космологическая постоянная не влияет на угол отклонения фотонов, проходящих мимо черной дыры, но ускорение Риндлера уменьшает угол отклонения. В термодинамической части основное внимание сосредоточено на продолжительности жизни излучения черной дыры. Расчеты показывают, что как ускорение Риндлера, так и космологическая постоянная могут сократить продолжительность жизни черной дыры.

Ключевые слова: *модифицированная Риндлером черная дыра Шварцшильда: нулевая геодезическая линия: продолжительность жизни черной дыры*

## REFERENCES

1. *T.Huo, C.Liu*, Astrophysics, **7**, 203, 2025.
2. Event Horizon Telescope Collaboration, *K.Akiyama, A.Alberdi et al.*, Astrophys. J. Lett., **930**, L12, 2022.
3. *D.N.Page*, New J. Phys., **7**, 203, 2005.
4. *J.M.Bardeen, B.Carter, S.W.Hawking*, Commun. Math. Phys., **31**, 161, 1973.
5. *S.W.Hawking*, Commun. Math. Phys., **43**, 199, 1975.
6. *D.N.Page*, Phys. Rev. D, **13**, 198, 1976.
7. *R.M.Wald*, Living Rev. Relativ., **4**, 6, 2001.
8. *D.Kubiznak, R.B.Mann*, JHEP, **1207**, 033, 2012.
9. *W.Javed, Z.Yousaf, Z.Akhtar*, Mod. Phys. Lett. A, **33**, 1850089, 2018.
10. *F.Simovic, I.Soranidis*, Phys. Rev. D, **109**, 044029, 2024.
11. *Y.Guo, H.Xie, Y.G.Miao*, Nucl. Phys. B, **1000**, 116491, 2024.
12. *S.Murk, I.Soranidis*, Phys. Rev. D, **108**, 044002, 2023.
13. *D.V.Singh, S.Siwach*, Phys. Lett. B, **808**, 135658, 2020.
14. *P.Paul, S.Upadhyay, D. Veer Singh*, Eur. Phys. J. Plus, **138**, 6, 2023.
15. *S.I.Kruglov*, Grav. Cosmol., **29**, 57, 2023.
16. *M.Chabab, H.El.Moumni, S.Iraoui et al.*, LHEP, **2**, 2, 2018.
17. *C.Li, P.Z.He, P.Li et al.*, Gen. Relativ. Gravit., **52**, 50, 2020.
18. *D.Grümiller*, Phys. Rev. Lett., **105**, 211303, 2010.
19. *S.F.Mirekhtiary, I.Sakalli*, Commun. Theor. Phys., **61**, 558, 2014.
20. *R.Ali, T.C.Xia, R.Babar*, Gen. Relativ. Gravit., **56**, 13, 2024.
21. *D.Alli, T.C.Xia, R.Ali et al.*, Commun. Theor. Phys., **76**, 095405, 2024.
22. *S.Mandal, S.Das, D.J.Gogoi et al.*, Phys. Dark. Universe, **42**, 101349, 2023.
23. *B.K.Berger, D.M.Chitre, V.E.Moncrief et al.*, Phys. Rev. D, **5**, 2467, 1972.
24. *D.Grümiller, W.Kummer, D.V.Vassilevich*, Phys. Rept., **369**, 327, 2002.
25. *M.Halilsoy, O.Gurtug, S.H.Mazharimousavi*, Astroparticle Physics, **68**, 1, 2015.
26. *C.H.Wu, Y.P.Hu, H.Xu*, Eur. Phys. J. C, **81**, 351, 2021.
27. *S.Carloni, D.Grümiller, F.Preis*, Phys. Rev. D, **83**, 124024, 2011.
28. *H.Xu, Y.C.Ong, M.H.Yung*, Phys. Rev. D, **101**, 064015, 2020.
29. *H.Xu, M.H.Yung*, Phys. Lett. B, **794**, 77, 2019.
30. *T.R.Cardoso, A.S. de Castro*, Rev. Bras. Ens. Fis., **27**, 559, 2005.

The full version of the article is available on the website of the journal "Astrophysics":  
<https://link.springer.com/journal/10511>

## STUDY OF PERIODIC COSMIC EVOLUTION IN MODIFIED $f(Q, T)$ GRAVITY THEORY

A.R.LALKE<sup>1,2</sup>, G.P.SINGH<sup>1</sup>, B.K.BISHI<sup>3,4</sup>

Received 6 December 2024

Accepted 4 June 2025

Finding a completely promising theory of gravitation that urges us to go beyond the general theory of relativity. One such approach is an extended class of symmetric teleparallel theory of gravity, namely  $f(Q, T)$  gravity. In this work, we have explored the cosmological background of the flat FLRW universe within the framework of this theory. The cosmic transit phenomenon of the deceleration parameter is studied by employing periodic varying deceleration parameter and obtaining the exact solution of the highly non-linear field equations. The periodic scenario of cosmological models with two different Lagrangian forms of  $f(Q, T)$  is analyzed, where the first form is linear and the second one is non-linear dependent on  $Q$ . The dynamical features of both the models, including the periodic behavior of the equation of state parameter are discussed. The self-stability and self-consistency of the derived models are tested by studying energy conditions. Additionally, the geometrical diagnostic validation of the model is also checked.

**Keywords:**  $f(Q, T)$  gravity theory: FLRW space-time: periodic deceleration parameter: energy conditions and geometric diagnostics

<sup>1</sup> Department of Mathematics, Visvesvaraya National Institute of Technology, Nagpur, India, e-mail: lalkeashwini@gmail.com

<sup>2</sup> Department of Mathematics, Ramdeobaba University, Nagpur, India, (Formerly Shri Ramdeobaba College of Engineering and Management, Nagpur, India)

<sup>3</sup> Department of Mathematical Science, University of Zululand, Kwa-Dlangezwa 3886, South Africa

<sup>4</sup> Department of Mathematics, School of Liberal Arts & Sciences, Mohan Babu University, Sree Sainath Nagar, Tirupati, Andhra Pradesh - 517102, India

## ИЗУЧЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ЭВОЛЮЦИИ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ $f(Q, T)$ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

А.Р.ЛАЛКЕ<sup>1,2</sup>, Г.П.СИНГХ<sup>1</sup>, Б.К.БИШИ<sup>3,4</sup>

Поиск надежной теории гравитации, который побуждает выйти за рамки общей теории относительности, привел к исследованию расширенного класса симметричных телепараллельных теорий гравитации, в частности, гравитации  $f(Q, T)$ . В этой работе изучены космологические предпосылки плоской Вселенной Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера (FLRW) в рамках этой теории. Явление космического транзита параметра замедления изучено путем использования периодического изменения параметра замедления и получения точного решения сильно нелинейных уравнений поля. Анализирован периодический сценарий космологических моделей с двумя различными лагранжевыми формами  $f(Q, T)$ , где первая форма линейна, а вторая нелинейна и зависит от  $Q$ . Обсуждены динамические особенности обеих моделей, включая периодическое поведение параметра уравнения состояния. Самоустойчивость и самосогласованность полученных моделей проверяются путем изучения энергетических условий. Модель также была проверена с помощью геометрической диагностики.

Ключевые слова:  $f(Q, T)$  теория гравитации; FLRW пространство-время; периодический параметр замедления; энергетические условия и геометрическая диагностика

## REFERENCES

1. *P.G.Ferreira*, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **57**, 335, 2019.
2. *M.Ishak*, *Living Rev. Rel.*, **22**, 1, 2019.
3. *A.Borde, A.Vilenkin*, *Int. J. Mod. Phys. D*, **5**, 813, 1996.
4. *A.Borde, A.Guth, A.Vilenkin*, *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 151301, 2003.
5. *A.G.Riess, A.V.Filippenko, P.Challis et al.*, *Astron. J.*, **116**, 1009, 1998.
6. *S.J.Permutter, G.Aldering, G.Goldhaber et al.*, *Astrophys. J.*, **517**, 565, 1999.
7. *N.Aghanim, Y.Akrami, M.Ashdown et al.*, *Astron. Astrophys.*, **641**, A6, 2020.
8. *H.Weyl*, *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, **1918**, 465, 1918.
9. *G.Lyra*, *Math. Z.*, **54**, 52, 1951.
10. *F.Rahaman*, *Nuovo Cim. B*, **118**, 99, 2003.
11. *D.K.Sen, K.A.Dunn*, *J. Math. Phys.*, **12**, 578, 1971.
12. *T.Singh, G.P.Singh*, *Fortschr. Phys.*, **41**, 737, 1993.
13. *E.Cartan*, *Annales Sci. Ecole Norm. Sup.*, **40**, 325, 1923.
14. *G.D.Kerlick*, *Phys. Rev. D*, **12**, 3004, 1975.
15. *F.W.Hehl, P. Von der Heyde, G.D.Kerlick et al.*, *Rev. Mod. Phys.*, **48**, 393, 1976.
16. *R.Weitzenbock*, *Invariantentheorie Noordhoff*, Groningen, 320, 1923.
17. *J.M.Nester, H.J.Yo*, *Chin. J. Phys.*, **37**, 113, 1999.
18. *J.B.Jimenez, L.Heisenberg, T.S.Koivisto*, *Phys. Rev. D*, **98**, 044048, 2018.
19. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, *Phys. Dark Univ.*, **45**, 101538, 2024.
20. *Y.Xu, G.Li, T.Harko et al.*, *Eur. Phys. J. C*, **79**, 708, 2019.
21. *T.Harko, F.S.N.Lobo, S.Nojiri et al.*, *Phys. Rev. D*, **84**, 024020, 2011.
22. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, *Phys. Rept.*, **505**, 59, 2011.
23. *S.Nojiri, S.D.Odintsov, V.K.Oikonomou*, *Phys. Rept.* **692**, 1-104, 2017.
24. *A.Najera, A.Fajardo*, *Phys. Dark Univ.*, **34**, 100889, 2021.
25. *M.Shiravand, S.Fakhry, M.Farhoudi*, *Phys. Dark Univ.*, **37**, 101106, 2022.
26. *A.S.Agrawal, L.Pati, S.K.Tripathy et al.*, *Phys. Dark Univ.*, **33**, 100863, 2021.
27. *S.Arora, A.Parida, P.K.Sahoo*, *Eur. Phys. J. C*, **81**, 555, 2021.
28. *A.Pradhan, A.Dixit*, *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.*, **18**, 2150159, 2021.
29. *G.P.Singh, A.R.Lalke*, *Indian J. Phys.*, **96**, 4361, 2022.
30. *A.Sandage*, *Astrophys. J.*, **133**, 355, 1961.
31. *A.G.Riess, L.G.Strolger, J.Tonry et al.*, *Astrophys. J.*, **607**, 665, 2004.
32. *J.L.Tonry, B.P.Schmidt, B.Barris et al.*, *Astrophys. J.*, **594**, 1, 2003.
33. *A.Clocchiatti, B.P.Schmidt, A.V.Filippenko et al.*, *Astrophys. J.*, **642**, 1, 2006.
34. *S.Hanany, P.Ade, A.Balbi et al.*, *Astrophys. J.*, **545**, L5, 2000.
35. *C.L.Bennett, M.Halpern, G.Hinshaw et al.*, *Astrophys. J. Suppl.*, **148**, 1, 2003.
36. *A.G.Riess, P.E.Nugent, B.P.Schmidt et al.*, *Astrophys. J.*, **560**, 49, 2001.
37. *T.Padmanabhan, R.Choudhury*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **344**, 823, 2003.
38. *L.Amendola*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **342**, 221, 2003.
39. *G.P.Singh, A.R.Lalke, N.Hulke*, *Braz. J. Phys.*, **50**, 725, 2020.
40. *V.Singh, A.Beesham*, *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.*, **15**, 1850189, 2018.
41. *G.P.Singh, A.R.Lalke, N.Hulke*, *Pramana*, **94**, 147, 2020.

42. *O.Akarsu, T.Dereli, S.Kumar et al.*, Eur. Phys. J. Plus, **129**, 22, 2014.
43. *S.W.Hawking, G.F.R.Ellis*, The large scale structure of spacetime, Cambridge University Press, England, p.22, 1973.
44. *P.J.Steinhardt, N.Turok*, Nucl. Phys. B Proc. Suppl., **124**, 38, 2003.
45. *J.Khoury, P.J.Steinhardt, N.Turok*, Phys. Rev. Lett., **92**, 031302, 2004.
46. *L.Baum, P.H.Frampton*, Phys. Rev. Lett., **98**, 071301, 2007.
47. *S.Dodelson, M.Kaplinghat, E.Stewart*, Phys. Rev. Lett., **85**, 5276, 2000.
48. *M.Shen, L.Zhao*, Chin. Phys. Lett., **31**, 010401, 2014.
49. *M.Shen, L.P.Jiang*, Astrophys. Space Sci., **354**, 607, 2014.
50. *Yu.L.Bolotin, V.A.Cherkaskiy, O.A.Lemets et al.*, e-print: 1502.00811 arXiv [gr-qc], 2015.
51. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, Phys. Lett. B, **637**, 139, 2006.
52. *M.Shen*, Astrophys. Space Sci., **361**, 319, 2016.
53. *N.Ahmed, S.Z.Alamri*, Can. J. Phys., **97**, 1075, 2019.
54. *P.Sahoo, Avik De, Tee-How Loo et al.*, arXiv e-print: **2110-11768**, [gr-qc], 2021.
55. *M.Tegmark et al.*, Phys. Rev. D, **69**, 560, 2005.
56. *D.Eisenstein, I.Zehavi, D.Hogg et al.*, Astrophys. J., **633**, 560, 2005.
57. *E.Komatsu, K.Smith, J.Dunkley et al.*, Astrophys. J. Suppl., **192**, 18, 2011.
58. *K.Bamba, S.Capozziello, S.Nojiri et al.*, Astrophys. Space Sci., **342**, 155, 2012.
59. *I.P.Lobo, A.B.Barreto, C.Romero*, Eur. Phys. J. C, **75**, 448, 2015.
60. *D.Iosifidis, C.G.Tsagas, A.C.Petkou*, Phys. Rev. D, **98**, 104037, 2018.
61. *V.Sahni, T.D.Saini, A.A.Starobinsky et al.*, JETP Lett., **77**, 201, 2003.
62. *U.Alam, V.Sahni, A.A.Starobinsky*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **344**, 1057, 2003.
63. *A.W.Whinnett, D.F.Torres*, Astrophys. J. Lett., **603**, L133, 2004.
64. *S.Mandal, P.K.Sahoo, J.R.L.Santos*, Phys. Rev. D, **102**, 024057, 2020.
65. *S.Arora, J.R.L.Santos, P.K.Sahoo*, Phys. Dark Univ., **31**, 100790, 2021.

The full version of the article is available on the website of the journal "Astrophysics":  
<https://link.springer.com/journal/10511>

## DYNAMICS OF BOUNCING UNIVERSE IN GAUSS-BONNET THEORY OF GRAVITY

M.VIJAYA SANTHI, K.SANTOSH RUPA

Received 12 December 2024

Accepted 4 June 2025

This manuscript's primary object is to investigate and study the anisotropic universe in terms of  $f(G)$  gravity. Kantowski-Sachs spacetime is considered for this evolution, in a modified theory of gravity. The exact solutions of modified theory field equations are investigated using a viable  $f(G)$  model choice. We considered two bouncing scenarios described by exponential and power law scale factors, these non-singular bouncing models also accommodate a transition cosmic acceleration phenomenon. Specific significant cosmological parameters are estimated and discussed for the obtained models.

**Keywords:** *Kantowski-Sachs metric:  $f(G)$  theory of gravity: bouncing cosmology: deceleration parameter*

Department of Applied Mathematics, Andhra University, Visakhapatnam  
530003, India, e-mail: [gv.santhi@live.com](mailto:gv.santhi@live.com)

## ДИНАМИКА ОТСКАКИВАЮЩЕЙ (ЦИКЛИЧЕСКОЙ) ВСЕЛЕННОЙ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ ГАУССА-БОННЕ

М.В.САНТИ, К.С.РУПА

Основной целью данной работы является исследование и изучение анизотропной Вселенной в терминах гравитации  $f(G)$ . В модифицированной теории гравитации для эволюции рассматривается пространство-время Кантовского-Сакса. Точные решения уравнений модифицированной теории поля исследуются с использованием приемлемого выбора модели  $f(G)$ . Рассмотрены два сценария отскакивания, описанные масштабными коэффициентами экспоненциального и степенного законов. Эти несингулярные модели отскакивания учитывают также явление переходного космического ускорения. Для полученных моделей оцениваются и обсуждаются специфически значимые космологические параметры.

Ключевые слова: *метрика Кантовского-Сакса; теория гравитации  $f(G)$ ; космология отскакивания; параметр замедления*

## REFERENCES

1. *A.G.Riess et al.*, *Astron. J.*, **116**(3), 1009, 1998.
2. *S.Perlmutter et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **83**(4), 670, 1999.
3. *M.Tegmark et al.*, *Phys. Rev. D*, **69**(10), 103501, 2004.
4. *K.Abazajian et al.*, *Astron. J.*, **128**(1), 502, 2004.
5. *D.N.Spergel, L.Verde, H.V.Peiris et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **148**, 175, 2003.
6. *G.Hinshaw et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **208**(2), 19, 2013.
7. *D.Parkinson et al.*, *Phys. Rev. D*, **86**(10), 103518, 2012.
8. Planck Collaboration (P.A.R. Ade et al.), *Astron. Astrophys.*, **594**, A13, 2016.
9. *J.T.Nielsen, A.Guffanti, S.Sarkar*, *Sci. Rep.*, **6**, 35596, 2016.
10. *A.H.Guth*, *Phys. Rev. D*, **23**(2), 347, 1981.
11. *A.Linde*, *Phys. Rev. D*, **49**(2), 748, 1994.
12. *P.P.Avelino, R.Z.Ferreira*, *Phys. Rev. D*, **86**(4), 041501, 2012.
13. *Y.F.Cai*, *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, **57**, 1414, 2014.
14. *J. de Haro, Y.F.Cai*, *General relativity and gravitation*, **47**, 1-24, 2015.
15. *R.Brandenberger, P.Peter*, *Foundations of Physics*, **47**, 797, 2017.
16. *R.H.Brandenberger, J.Martin*, *Classical and Quantum Gravity*, **30**(11), 113001, 2013.
17. *G.F.Ellis, R.Maartens*, *Classical Quantum Gravity*, **21**, 223, 2004.
18. *I.Bars et al.*, *Phys. Rev. D*, **84**(8), 083513, 2011.
19. *I.Bars et al.*, *Phys. Lett. B*, **715**, 278, 2012.
20. *R.H.Brandenberger*, *International Journal of Modern Physics: Conference Series*, **1**, p.67, 2011.
21. *S.K.Tripathy et al.*, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, **17**(04), 2050056, 2020.
22. *T.Biswas et al.*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **3**, 009, 2006.
23. *T.Biswas et al.*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **8**, 024, 2012.
24. *T.Biswas et al.*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **11**, 008, 2010.
25. *Z.G.Liu et al.*, *Phys. Rev. D*, **88**(6), 063539, 2013.
26. *R.R.Caldwell et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **91**(7), 071301, 2003.
27. *S.I.Nojiri, S.D.Odintsov*, *Phys. Rev. D*, **68**(12), 123512, 2003.
28. *A. de la Cruz-Dombriz, D.Sáez-Gómez*, *Entropy*, **14**(9), 1717, 2012.
29. *S.Capozziello, M. De Laurentis*, *Phys. Rep.*, **509**(4-5), 167, 2011.
30. *G.J.Olmo*, *International Journal of Modern Physics D*, **20**(04), 413, 2011.
31. *S.Nojiri et al.*, *Phys. Rep.*, **692**, 1-104, 2017.
32. *S.I.Nojiri, S.D.Odintsov*, *Phys. Lett. B*, **631**, 1-6, 2005.
33. *M.A.Watanabe et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **102**, 191302, 2009.
34. *S.Nojiri et al.*, *Phys. Rev. D*, **71**(12), 123509, 2005.
35. *T.Chiba*, *Astropart. Phys.*, **3**, 008, 2005.
36. *A. De Felice, S.Tsujikawa*, *Phys. Lett. B*, **675**(1), 1-8, 2009.
37. *R.Myrzakulov et al.*, *General Relativity and Gravitation*, **43**, 1671, 2011.
38. *A.Jawad et al.*, *The European Physical Journal Plus*, **128**, 1-7, 2013.

39. *K.Bamba et al.*, Phys. Lett. B, **732**, 349, 2014.
40. *G.Abbas et al.*, Astrophys. Space Sci., **357**, 1-11, 2015.
41. *M.Sharif, H.I.Fatima*, Journal of Experimental and Theoretical Physics, **122**, 104, 2016.
42. *M.F.Shamir*, Journal of Experimental and Theoretical Physics, **123**, 607, 2016.
43. *Y.Zhong, D.Sáez-Chillón Gómez*, Symmetry, **10**(5), 170, 2018.
44. *S.D.Odintsov, V.K.Oikonomou*, Phys. Rev. D, **101**(4), 044009, 2020.
45. *G.J.Olmo, P.Singh*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **01**, 030, 2009.
46. *T.Saidov, A.Zhuk*, Phys. Rev. D, **81**(12), 124002, 2010.
47. *M.Bouhmadi-Lopez et al.*, Phys. Rev. D, **87**(10), 103528, 2013.
48. *G.Leon, A.A.Roque*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **05**, 032, 2014.
49. *K.Bamba et al.*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **01**, 008, 2014.
50. *J.K.Singh et al.*, Phys. Rev. D, **97**(12), 123536, 2018.
51. *Y.F.Cai et al.*, Classical and Quantum Gravity, **28**(21), 215011, 2011.
52. *K.Bamba et al.*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, **2015**(04), 001, 2015.
53. *J.Martin, C.Ringeval*, Phys. Rev. D, **82**(2), 023511, 2010.
54. *R.G.Cai et al.*, Phys. Rev. D, **92**(6), 063506, 2015.
55. *M.R.Haque et al.*, Phys. Rev. D, **102**(8), 083534, 2020.
56. *P.Saha et al.*, Phys. Rev. D, **102**(10), 103511, 2020.
57. *S.D.Odintsov, T.Paul*, Physics of the Dark Universe, **42**, 101263, 2023.
58. *J.Kristian, R.K.Sachs*, Astrophys. J., **143**, 379, 1966.
59. *K.S.Thorne*, Astrophys. J., **148**, 51, 1967.
60. *C.B.Collins*, Journal of Mathematical Physics, **18**(11), 2116, 1977.
61. *J.Wainwright, G.F.R.Ellis*, Dynamical systems in cosmology, 1997.
62. *V.U.M.Rao, U.Y.D.Prasanthi*, African Review of Physics, **11**, 2016.
63. *M.V.Santhi et al.*, Canadian Journal of Physics, **95**(2), 136, 2017.
64. *Y.Sobhanbabu, M.V.Santhi*, The European Physical Journal C, **81**, 1-10, 2021.
65. *K.S.Adhav et al.*, Open Physics, **13**(1), 10, 2015.
66. *S.D.Katore, S.P.Hatkar*, Progress of Theoretical and Experimental Physics, **2016**(3), 033E01, 2016.
67. *E.Ghorani, Y.Heydarzade*, The European Physical Journal C, **81**(6), 1-14, 2021.
68. *A.Malik et al.*, New Astron., **81**, 101418, 2020.
69. *G.Leon et al.*, The European Physical Journal C, **81**, 1-54, 2021.
70. *C.B.Collins et al.*, General Relativity and Gravitation, **12**, 805, 1980.
71. *M.E.Rodrigues et al.*, International Journal of Modern Physics D, **23**(01), 1450004, 2014.
72. *B.Mishra et al.*, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics, **14**(09), 1750124, 2017.
73. *M.V.Santhi et al.*, Mathematical Statistician and Engineering Applications, **71**(3s2), 1073, 2022.
74. *S.S.Singh et al.*, Indian Journal of Physics, **97**(7), 2217, 2023.

75. *G.Cognola et al.*, Physical Review D, **73**(8), 084007, 2006.
76. *G.Cognola et al.*, International Journal of Theoretical Physics, **47**, 898, 2008.
77. *K.Bamba et al.*, The European Physical Journal C, **67**, 295, 2010.
78. *M.F.Shamir*, Astrophys. Space Sci., **361**(4), 147, 2016.
79. *M.Ilyas et al.*, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics, **18**(10), 2150152, 2021.
80. *C.Molina-Paris, M.Visser*, Phys.. Lett. B, **455**(1-4), 90, 1999.
81. *S.Banerjee, E.N.Saridakis*, Phys. Rev. D, **95**(6), 063523, 2017.
82. *S.Banerjee et al.*, Phys. Rev. D, **98**(6), 063513, 2018.
83. *Y.F.Cai et al.*, Journal of High Energy Physics, **2007**(10), 071, 2007.
84. *S.D.Odintsov, V.K.Oikonomou*, Phys. Rev. D, **92**, 024016, 2015.
85. *S.Kumar, L.Xu*, Phys. Lett. B, **737**, 244, 2014.
86. *S.Chakraborty*, Phys. Rev. D, **98**(2), 024009, 2018.
87. *N.Aghanim et al.*, Planck 2018 results-VI, Astron. Astrophys., **641**, A6, 2020.
88. *S.D.Odintsov et al.*, Phys. Rev. D, **102**(10), 104042, 2020.

The full version of the article is available on the website of the journal "Astrophysics":  
<https://link.springer.com/journal/10511>

## PLANE-SYMMETRIC UNIVERSE IN THE PRESENCE OF STRING CLOUDS COUPLED WITH THE PERFECT FLUID IN $f(R,T)$ GRAVITY

R.G.KANDARKAR, V.A.THAKARE

Received 16 February 2025

Accepted 4 June 2025

In this study, we considered plane-symmetric space-time in the presence of string clouds coupled with perfect fluid in  $f(R, T)$  theory of gravitation. Here,  $R$  is the Ricci scalar and  $T$  is the torsion scalar of space-time. The simple functional forms of the function  $f(T)$ , such  $f(R, T) = R + 2f(T)$  is chosen for the investigation. Exact solutions of the field equations were obtained by considering the average scale factor. Different types of strings are discussed. Different forms of energy conditions are considered to obtain the exact solution of the nonlinear field equation. The following parameters were studied: i) average scale factor  $(t^2 + \lambda/\mu)^{1/2\mu}$  ii) shear scalar  $\sigma$ , iii) expansion scalar  $\theta$  and iv) deceleration parameter  $q$ . Some of the physical and geometrical features of the model are represented using graphs.

**Keywords:** *plane symmetric universe: string: perfect fluid:  $f(R,T)$  gravity*

Department of Mathematics, Shri. Shivaji Science College, Amravati (M.S.)  
444602, India, e-mail: rajdeepkandarkar@yahoo.com

# ПЛОСКО-СИММЕТРИЧНАЯ ВСЕЛЕННАЯ В ПРИСУТСТВИИ СТРУННЫХ ОБЛАКОВ, СВЯЗАННЫХ С ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ В $f(R,T)$ ГРАВИТАЦИИ

Р.Г.КАНДАРКАР, В.А.ТАКАРЕ

В работе рассмотрено плоско-симметричное пространство-время в присутствии струнных облаков, связанных с идеальной жидкостью в  $f(R,T)$  теории гравитации. Здесь  $R$  - скаляр Риччи,  $T$  - скаляр кручения пространства-времени. Для исследования выбраны две функциональные формы функции  $f(T)$ , такие как  $f(R,T) = R + 2f(T)$ . Точные решения уравнений поля были получены путем рассмотрения среднего масштабного фактора. Обсуждаются различные типы струн. Рассмотрены различные формы энергетических условий для получения точного решения нелинейного уравнения поля. Были изучены следующие параметры: i) средний масштабный фактор  $(t^2 + \lambda/\mu)^{1/2\mu}$ , ii) скаляр сдвига  $\sigma$ , iii) скаляр расширения  $\theta$  и iv) параметр замедления  $q$ . Некоторые физические и геометрические характеристики представлены с помощью графиков.

Ключевые слова: *плоско-симметричная Вселенная: струна: идеальная жидкость:  $f(R,T)$  гравитация*

## REFERENCES

1. *İ.Yilmaz*, Gen. Relativ Gravity, **38**, 1397, 2006.
2. *A.Vilenkin*, Phys. Rep., **121**, 263, 1985.
3. *R.Rajaraman*, "Solitons and instantons. An introduction to solitons and instantons in quantum field theory", Netherlands, 1982.
4. *A.G.Riess et al.*, Astrophys. J., **607**, 665, 2004.
5. *D.J.Eisenstein et al.*, Astrophys. J., **633**, 560, 2005.
6. *P.Astier et al.*, Astron. Astrophys., **447**, 31, 2006.
7. *D.N.Spergel et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **170**, 377, 2007.
8. *Y.Wang, M.Tegmark*, Phys. Rev. Lett., **92**, 241302, 2004.
9. *A.G.Riess et al.*, Astron. J., **116**, 1009, 1998.
10. *D.Huterer, M.S.Turner*, Phys. Rev. D, **60**, 081301, 1999.
11. *S.Capozziello, S.Carloni, A.Troisi*, arXiv: arXiv:astro-ph/0303041, 2003.
12. *Y.-F.Cai, S.Capozziello, M. De Laurentis et al.*, Rep. Prog. Phys., **79**, 106901, 2016.
13. *T.Harko, F.S.N.Lobo, S.Nojiri et al.*, Phys. Rev. D, **84**, 024020, 2011.
14. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, Phys. Rep., **505**, 59, 2011.
15. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, Mod. Phys. Lett. A, **29**, 1450211, 2014.
16. *T.Harko, F.S.Lobo*, Extensions of  $f(R)$  Gravity: Curvature-Matter Couplings and Hybrid Metric-Palatini Theory, **1**, Cambridge University Press, 2018.
17. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, arXiv: arXiv:0807.0685, 2008.
18. *F.S.N.Lobo*, arXiv: arXiv:0807.1640, 2008.
19. *G.R.Bengochea, R.Ferraro*, Phys. Rev. D, **79**, 124019, 2009.
20. *M.Sharif, M.Zubair*, Int. J. Mod. Phys. D, **19**, 1957, 2010.
21. *S.Nojiri, S.D.Odintsov, V.K.Oikonomou*, Phys. Rep., **692**, 1-104, 2017.
22. *A.Y.Shaikh, S.R.Bhoyar*, Prespacetime J., **6**, 11, 2015.
23. *D.D.Pawar, R.V.Mapari*, Journal of Dynamical Systems and Geometric Theories, **20**, 115, 2022.
24. *V.A.Thakare, R.V.Mapari, S.S.Thakre*, East European Journal of Physics, **3**, 108, 2023.
25. *M.F.Shamir*, Communications in Theoretical Physics, **65**, 301, 2016.
26. *M.A.Bakr et al.*, Results in Phys., **39**, 105676, 2022.
27. *V.R.Chirde, S.H.Shekh*, Astrophys. Astron., **37**, 15, 2016.
28. *T.Harko, F.S.N.Lobo, S.Nojiri et al.*, Phys. Rev. D, **84**, 024020, 2011. arXiv:1104.2669, 2011.
29. *C.B.Collins, E.N.Glass, D.A.Wilkinson*, General Relativity and Gravitation, **12**, 805, 1980.
30. *D.D.D.Pawar, G.G.Bhuttampalle, P.K.Agrawal*, New Astron., **65**, 1-6, 2018.
31. *M.V.Santhi, T.Chinnappalanaidu*, Indian J. Phys., **96**, 953, 2022.
32. *Man Ho Chan*, Journal of Gravity, **2015**, 384673, 2015.
33. *S.Capozziello, S.Nojiri, S.D.Odintsov*, Phys. Lett. B, **781**, 99, 2018.
34. *M.Sharif, S.Rani, R.Myrzakulov*, Eur. Phys. J. Plus, **128**, 123, 2013.

35. *A.Dabre, P.Makode*, Astrophysics, **67**, 161, 2024.
36. *G.M.Hossain*, Class. Quantum Grav., **22**, 2511, 2005.
37. *A.S.Eddington*, The expanding universe, Cambridge University Press, 1987.
38. *D.Pilipović*, Open Astron., **32**, 20220221, 2023.
39. *D.D.Pawar, S.P.Shahare*, J. Astrophys. Astron., **40**, 31, 2019.
40. *A.Y.Shaikh*, Adv. Astrophys., **1**, 50, 2017.
41. *A.Ali, I.Khan, S.Khan*, Eur. Phys. J. Plus, **135**, 499, 2020.
42. *S.M.Carroll, V.Duvvuri, M.Trodden et al.*, Phys. Rev. D, 70, 043528, 2004.
43. *C.E.Cunha, M.Lima, H.Oyaizu et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **396**, 2379, 2009.
44. *A.Y.Shaikh, S.V.Gore, S.D.Katore*, Bulgarian Journal of Physics, **49**, 4, 2022.
45. *M.Visser*, Classical and Quantum Gravity, **21**, 2603, 2004.
46. *T.Chiba, T.Nakamura*, Progress of Theoretical Physics, **100**, 1077, 1998.
47. *A.C.Alfano et al.*, Physics of the Dark Universe, **42**, 101298, 2023.
48. *P.K.Agrawal, D.D.Pawar*, Astrophys. Astron., **38**, 2, 2017.
49. *V.R.Chirde, S.H.Shekh*, Astrophys. Astron., **37**, 15, 2016.
50. *C.B.Collins, S.W.Hawking*, Astrophys. J., **180**, 317, 1973.

The full version of the article is available on the website of the journal "Astrophysics":  
<https://link.springer.com/journal/10511>

## LIE SERIES SOLUTION FOR PHOTOGRAVITATIONAL ELLIPTIC RESTRICTED THREE BODY PROBLEM

A.CHAKRABORTY, R.R.DEWANGAN, M.D.PANDEY

Received 14 March 2025

Accepted 4 June 2025

In this paper we have undertaken the study of systems with both radiating primaries in the frame work of elliptic restricted three body problem where the orbits of the two massive bodies about each other is assumed to be elliptic and the mass of the third body is negligible. In order to determine the problem's solution, we expand the formulation of the iterative expression for the Lie series terms. The impact of the primaries' radiation pressure on the orbit is depicted graphically in the Lie series solution of triangular equilibrium point  $L_4$ .

**Keywords:** *restricted three body problem: Lie series: photogravitational: binary system*

Department of Applied Mathematics, Bhilai Institute of Technology,  
Bhilai House, Bhilai, 491001, Chhattisgarh, India, e-mail: [acbit10282@gmail.com](mailto:acbit10282@gmail.com)

## РЕШЕНИЕ ФОТОГРАВИТАЦИОННОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЯДОВ ЛИ

А.ЧАКРАБОРТИ, Р.Р.ДЕВАНГАН, М.Д.ПАНДЕЙ

В этой статье проведено исследование систем с обоими излучающими первичными телами в рамках эллиптической ограниченной задачи трех тел, где орбиты двух массивных тел относительно друг друга предполагаются эллиптическими, а масса третьего тела пренебрежимо мала. Для решения задачи была расширена формулировка итерационного выражения для членов ряда Ли. Влияние давления излучения первичных тел на орбиту графически отображено в решении ряда Ли для точки равновесия  $L_4$ .

Ключевые слова: *ограниченная задача трех тел: ряд Ли: фотогравитационный: двойная система*

## REFERENCES

1. *P.L.Lamy, J.M.Perrin*, Astron. Astrophys., **327**, 1147, 1997.
2. *J.C.Maxwell*, A Treatise on Electricity and Magnetism, Clarendon Press, Oxford, 1873.
3. *H.A.Lorentz*, Versucheiner Theorie der electromagnetischen und optischen Erscheinungen in bewegten Korpern, Leiden: E.J.Bril, 1st Edition, 1895.
4. *P.Lebedev*, Annalen Der Phys., **6**(11), 2, 1901.
5. *J.H.Poynting*, The presure of light, Inquirer, p.195-196, 1903.
6. *H.P.Robertson, H.N.Russell*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **97**(6), 423, 1937. <https://doi.org/10.1093/mnras/97.6.423>.
7. *J.A.Burns, P.L.Lamy, S.Soter*, Icarus., **40**, 1-48, 1979. [https://doi.org/10.1016/0019-1035\(79\)90050-2](https://doi.org/10.1016/0019-1035(79)90050-2).
8. *V.V.Radzievskii*, Astron. Zh., **27**, 250, 1950.
9. *V.V.Radzievskii*, Astron. Zh., **30**, 225, 1953.
10. *D.W.Schuerman*, Astrophys. J., **238**, 337, 1989.
11. *J.F.L.Simmons, A.J.C.Mcdonald, J.C.Brown*, Celest Mech., **35**, 145, 1985.
12. *F.Alzahrani, E.I.Abouelmagd, J.L.G.Guirao et al.*, Open Physics, **15**(1), 58, 2017. <https://doi.org/10.1515/phys-2017-0007>.
13. *V.Szebehely*, Theory of Orbits, The Restricted Problem of Three Bodies. Academic Press, New York and London, 1967. <https://doi.org/10.1007/s10509-012-1162-y>.
14. *A.Chakraborty, A.Narayan*, Sol. Sys. Res., **52**(2), 168, 2018. <https://doi.org/10.1134/S0038094618020016>.
15. *A.Narayan, C.Ramesh*, Int. J. Pure Appl. Math., **68**, 201, 2011.
16. *A.Narayan, N.Singh*, Astrophys. Space Sci., **354**, 355, 2014. <https://doi.org/10.1007/s10509-014-2094-5>.
17. *W.Gröbner*, Die Lie-Reihen und ihre Anwendungen. VEB, Berlin, 1967.
18. *A.Hanslmeier, R.Dvorak*, Astron. Astrophys., **132**, 203, 1984.
19. *D.Bancelin, D.Hestroffer, W.Thuillot*, Celest. Mech. Dyn. Astr., **112**, 221, 2012. <https://doi.org/10.1007/s10569-011-9393-8>.
20. *M.A.Delva*, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., **60**, 277, 1985.
21. *M.K.Ammar*, Astrophys. Space Sci., **313**, 393, 2008. <https://doi.org/10.1007/s10509-007-9709-z>.
22. *A.Narayan, N.Singh*, Astrophys. Space Sci., **352**(1), 57, 2014. <https://doi.org/10.1007/s10509-014-1903-1>.

# CONTENTS

|                                                                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Activity cycles of solar type star HD 111395                                                                                   |     |
| <i>E.S.Dmitrienko, I.S.Savanov</i>                                                                                             | 157 |
| The first in-depth photometric study of the four $\delta$ Scuti stars using TESS data                                          |     |
| <i>A.Poro, H.Azarara, A.Sarostad, N.K.Poor, R.Aliakbari, S.Nasirian, S.Momeni</i>                                              | 165 |
| Activity of TIC 88785435 and mass loss of its planet atmosphere                                                                |     |
| <i>I.S.Savanov</i>                                                                                                             | 169 |
| Interstellar polarisation towards a region around the Bok globule B5                                                           |     |
| <i>H.A.Krayani, V.B.Il'in</i>                                                                                                  | 177 |
| Approximate analytic model of the boundary layer around a low magnetic field neutron star at the disk accretion                |     |
| <i>G.S.Bisnovatyi-Kogan</i>                                                                                                    | 181 |
| Effective potentials in general scalar-tensor theories of gravity                                                              |     |
| <i>A.A.Saharian, G.H.Harutyunyan, H.K.Teryan, R.M.Avagyan</i>                                                                  | 195 |
| A study on geodesics and lifespan of the Rindler-modified Schwarzschild black hole. II. Null geodesics and black hole lifespan |     |
| <i>T.Huo, C.Liu</i>                                                                                                            | 199 |
| Study of periodic cosmic evolution in modified $f(Q, T)$ gravity theory                                                        |     |
| <i>A.R.Lalke, G.P.Singh, B.K.Bishi</i>                                                                                         | 203 |
| Dynamics of bouncing universe in Gauss-Bonnet theory of gravity                                                                |     |
| <i>M.V.Santhi, K.S.Rupa</i>                                                                                                    | 207 |
| Plane-symmetric universe in the presence of string clouds coupled with the perfect fluid in $f(R, T)$ gravity                  |     |
| <i>R.G.Kandarkar, V.A.Thakare</i>                                                                                              | 213 |
| Lie series solution for photogravitational elliptic restricted three body problem                                              |     |
| <i>A.Chakraborty, R.R.Dewangan, M.D.Pandey</i>                                                                                 | 217 |

СОДЕРЖАНИЕ (продолжение)

|                                                                                                                                                                                   |                                               |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----|
| ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЛИНИЙ И ВРЕМЕНИ<br>СУЩЕСТВОВАНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОЙ РИНДЛЕРОВ<br>ЧЕРНОЙ ДЫРЫ ШВАРЦШИЛЬДА. II. НУЛЕВЫЕ ГЕОДЕЗИ-<br>ЧЕСКИЕ ЛИНИИ И ВРЕМЯ ЖИЗНИ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ | <i>Т.Хо, Ч.Лю</i>                             | 199 |
| ИЗУЧЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ЭВОЛЮЦИИ<br>В МОДИФИЦИРОВАННОЙ $f(Q, T)$ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ                                                                                     | <i>А.Р.Лалке, Г.П.Сингх, Б.К.Биши</i>         | 203 |
| ДИНАМИКА ОТСКАКИВАЮЩЕЙ (ЦИКЛИЧЕСКОЙ) ВСЕЛЕН-<br>НОЙ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ ГАУССА-БОННЕ                                                                                              | <i>М.В.Санги, К.С.Рупа</i>                    | 207 |
| ПЛОСКО-СИММЕТРИЧНАЯ ВСЕЛЕННАЯ В ПРИСУТСТВИИ<br>СТРУННЫХ ОБЛАКОВ, СВЯЗАННЫХ С ИДЕАЛЬНОЙ ЖИД-<br>КОСТЬЮ В $f(R, T)$ ГРАВИТАЦИИ                                                      | <i>Р.Г.Кандаркар, В.А.Такаре</i>              | 213 |
| РЕШЕНИЕ ФОТОГРАВИТАЦИОННОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ<br>ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ<br>РЯДОВ ЛИ                                                                             | <i>А.Чакраборти, Р.Р.Деванган, М.Д.Пандей</i> | 217 |