

The full version of the article is available on the website of the journal "Astrophysics":
<https://link.springer.com/journal/10511>

STUDY OF PERIODIC COSMIC EVOLUTION IN MODIFIED $f(Q, T)$ GRAVITY THEORY

A.R.LALKE^{1,2}, G.P.SINGH¹, B.K.BISHI^{3,4}

Received 6 December 2024

Accepted 4 June 2025

Finding a completely promising theory of gravitation that urges us to go beyond the general theory of relativity. One such approach is an extended class of symmetric teleparallel theory of gravity, namely $f(Q, T)$ gravity. In this work, we have explored the cosmological background of the flat FLRW universe within the framework of this theory. The cosmic transit phenomenon of the deceleration parameter is studied by employing periodic varying deceleration parameter and obtaining the exact solution of the highly non-linear field equations. The periodic scenario of cosmological models with two different Lagrangian forms of $f(Q, T)$ is analyzed, where the first form is linear and the second one is non-linear dependent on Q . The dynamical features of both the models, including the periodic behavior of the equation of state parameter are discussed. The self-stability and self-consistency of the derived models are tested by studying energy conditions. Additionally, the geometrical diagnostic validation of the model is also checked.

Keywords: $f(Q, T)$ gravity theory: FLRW space-time: periodic deceleration parameter: energy conditions and geometric diagnostics

¹ Department of Mathematics, Visvesvaraya National Institute of Technology, Nagpur, India, e-mail: lalkeashwini@gmail.com

² Department of Mathematics, Ramdeobaba University, Nagpur, India, (Formerly Shri Ramdeobaba College of Engineering and Management, Nagpur, India)

³ Department of Mathematical Science, University of Zululand, Kwa-Dlangezwa 3886, South Africa

⁴ Department of Mathematics, School of Liberal Arts & Sciences, Mohan Babu University, Sree Sainath Nagar, Tirupati, Andhra Pradesh - 517102, India

ИЗУЧЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ЭВОЛЮЦИИ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ $f(Q, T)$ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

А.Р.ЛАЛКЕ^{1,2}, Г.П.СИНГХ¹, Б.К.БИШИ^{3,4}

Поиск надежной теории гравитации, который побуждает выйти за рамки общей теории относительности, привел к исследованию расширенного класса симметричных телепараллельных теорий гравитации, в частности, гравитации $f(Q, T)$. В этой работе изучены космологические предпосылки плоской Вселенной Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера (FLRW) в рамках этой теории. Явление космического транзита параметра замедления изучено путем использования периодического изменения параметра замедления и получения точного решения сильно нелинейных уравнений поля. Анализирован периодический сценарий космологических моделей с двумя различными лагранжевыми формами $f(Q, T)$, где первая форма линейна, а вторая нелинейна и зависит от Q . Обсуждены динамические особенности обеих моделей, включая периодическое поведение параметра уравнения состояния. Самоустойчивость и самосогласованность полученных моделей проверяются путем изучения энергетических условий. Модель также была проверена с помощью геометрической диагностики.

Ключевые слова: $f(Q, T)$ теория гравитации; FLRW пространство-время; периодический параметр замедления; энергетические условия и геометрическая диагностика

REFERENCES

1. *P.G.Ferreira*, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **57**, 335, 2019.
2. *M.Ishak*, *Living Rev. Rel.*, **22**, 1, 2019.
3. *A.Borde, A.Vilenkin*, *Int. J. Mod. Phys. D*, **5**, 813, 1996.
4. *A.Borde, A.Guth, A.Vilenkin*, *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 151301, 2003.
5. *A.G.Riess, A.V.Filippenko, P.Challis et al.*, *Astron. J.*, **116**, 1009, 1998.
6. *S.J.Permutter, G.Aldering, G.Goldhaber et al.*, *Astrophys. J.*, **517**, 565, 1999.
7. *N.Aghanim, Y.Akrami, M.Ashdown et al.*, *Astron. Astrophys.*, **641**, A6, 2020.
8. *H.Weyl*, *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, **1918**, 465, 1918.
9. *G.Lyra*, *Math. Z.*, **54**, 52, 1951.
10. *F.Rahaman*, *Nuovo Cim. B*, **118**, 99, 2003.
11. *D.K.Sen, K.A.Dunn*, *J. Math. Phys.*, **12**, 578, 1971.
12. *T.Singh, G.P.Singh*, *Fortschr. Phys.*, **41**, 737, 1993.
13. *E.Cartan*, *Annales Sci. Ecole Norm. Sup.*, **40**, 325, 1923.
14. *G.D.Kerlick*, *Phys. Rev. D*, **12**, 3004, 1975.
15. *F.W.Hehl, P. Von der Heyde, G.D.Kerlick et al.*, *Rev. Mod. Phys.*, **48**, 393, 1976.
16. *R.Weitzenbock*, *Invariantentheorie Noordhoff*, Groningen, 320, 1923.
17. *J.M.Nester, H.J.Yo*, *Chin. J. Phys.*, **37**, 113, 1999.
18. *J.B.Jimenez, L.Heisenberg, T.S.Koivisto*, *Phys. Rev. D*, **98**, 044048, 2018.
19. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, *Phys. Dark Univ.*, **45**, 101538, 2024.
20. *Y.Xu, G.Li, T.Harko et al.*, *Eur. Phys. J. C*, **79**, 708, 2019.
21. *T.Harko, F.S.N.Lobo, S.Nojiri et al.*, *Phys. Rev. D*, **84**, 024020, 2011.
22. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, *Phys. Rept.*, **505**, 59, 2011.
23. *S.Nojiri, S.D.Odintsov, V.K.Oikonomou*, *Phys. Rept.* **692**, 1-104, 2017.
24. *A.Najera, A.Fajardo*, *Phys. Dark Univ.*, **34**, 100889, 2021.
25. *M.Shiravand, S.Fakhry, M.Farhoudi*, *Phys. Dark Univ.*, **37**, 101106, 2022.
26. *A.S.Agrawal, L.Pati, S.K.Tripathy et al.*, *Phys. Dark Univ.*, **33**, 100863, 2021.
27. *S.Arora, A.Parida, P.K.Sahoo*, *Eur. Phys. J. C*, **81**, 555, 2021.
28. *A.Pradhan, A.Dixit*, *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.*, **18**, 2150159, 2021.
29. *G.P.Singh, A.R.Lalke*, *Indian J. Phys.*, **96**, 4361, 2022.
30. *A.Sandage*, *Astrophys. J.*, **133**, 355, 1961.
31. *A.G.Riess, L.G.Strolger, J.Tonry et al.*, *Astrophys. J.*, **607**, 665, 2004.
32. *J.L.Tonry, B.P.Schmidt, B.Barris et al.*, *Astrophys. J.*, **594**, 1, 2003.
33. *A.Clocchiatti, B.P.Schmidt, A.V.Filippenko et al.*, *Astrophys. J.*, **642**, 1, 2006.
34. *S.Hanany, P.Ade, A.Balbi et al.*, *Astrophys. J.*, **545**, L5, 2000.
35. *C.L.Bennett, M.Halpern, G.Hinshaw et al.*, *Astrophys. J. Suppl.*, **148**, 1, 2003.
36. *A.G.Riess, P.E.Nugent, B.P.Schmidt et al.*, *Astrophys. J.*, **560**, 49, 2001.
37. *T.Padmanabhan, R.Choudhury*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **344**, 823, 2003.
38. *L.Amendola*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **342**, 221, 2003.
39. *G.P.Singh, A.R.Lalke, N.Hulke*, *Braz. J. Phys.*, **50**, 725, 2020.
40. *V.Singh, A.Beesham*, *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.*, **15**, 1850189, 2018.
41. *G.P.Singh, A.R.Lalke, N.Hulke*, *Pramana*, **94**, 147, 2020.

42. *O.Akarsu, T.Dereli, S.Kumar et al.*, Eur. Phys. J. Plus, **129**, 22, 2014.
43. *S.W.Hawking, G.F.R.Ellis*, The large scale structure of spacetime, Cambridge University Press, England, p.22, 1973.
44. *P.J.Steinhardt, N.Turok*, Nucl. Phys. B Proc. Suppl., **124**, 38, 2003.
45. *J.Khoury, P.J.Steinhardt, N.Turok*, Phys. Rev. Lett., **92**, 031302, 2004.
46. *L.Baum, P.H.Frampton*, Phys. Rev. Lett., **98**, 071301, 2007.
47. *S.Dodelson, M.Kaplinghat, E.Stewart*, Phys. Rev. Lett., **85**, 5276, 2000.
48. *M.Shen, L.Zhao*, Chin. Phys. Lett., **31**, 010401, 2014.
49. *M.Shen, L.P.Jiang*, Astrophys. Space Sci., **354**, 607, 2014.
50. *Yu.L.Bolotin, V.A.Cherkaskiy, O.A.Lemets et al.*, e-print: 1502.00811 arXiv [gr-qc], 2015.
51. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, Phys. Lett. B, **637**, 139, 2006.
52. *M.Shen*, Astrophys. Space Sci., **361**, 319, 2016.
53. *N.Ahmed, S.Z.Alamri*, Can. J. Phys., **97**, 1075, 2019.
54. *P.Sahoo, Avik De, Tee-How Loo et al.*, arXiv e-print: **2110-11768**, [gr-qc], 2021.
55. *M.Tegmark et al.*, Phys. Rev. D, **69**, 560, 2005.
56. *D.Eisenstein, I.Zehavi, D.Hogg et al.*, Astrophys. J., **633**, 560, 2005.
57. *E.Komatsu, K.Smith, J.Dunkley et al.*, Astrophys. J. Suppl., **192**, 18, 2011.
58. *K.Bamba, S.Capozziello, S.Nojiri et al.*, Astrophys. Space Sci., **342**, 155, 2012.
59. *I.P.Lobo, A.B.Barreto, C.Romero*, Eur. Phys. J. C, **75**, 448, 2015.
60. *D.Iosifidis, C.G.Tsagas, A.C.Petkou*, Phys. Rev. D, **98**, 104037, 2018.
61. *V.Sahni, T.D.Saini, A.A.Starobinsky et al.*, JETP Lett., **77**, 201, 2003.
62. *U.Alam, V.Sahni, A.A.Starobinsky*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **344**, 1057, 2003.
63. *A.W.Whinnett, D.F.Torres*, Astrophys. J. Lett., **603**, L133, 2004.
64. *S.Mandal, P.K.Sahoo, J.R.L.Santos*, Phys. Rev. D, **102**, 024057, 2020.
65. *S.Arora, J.R.L.Santos, P.K.Sahoo*, Phys. Dark Univ., **31**, 100790, 2021.