

The full version of the article is available on the website of the journal "Astrophysics":
<https://link.springer.com/journal/10511>

A STUDY ON GEODESICS AND LIFESPAN OF THE RINDLER-MODIFIED SCHWARZSCHILD BLACK HOLE. II. NULL GEODESICS AND BLACK HOLE LIFESPAN

T.HUO, C.LIU

Received 4 March 2025

Accepted 4 June 2025

This paper is the second part of "A study on geodesics and lifespan of the Rindler-modified Schwarzschild black hole" [1] where we have investigated the time-like geodesics in the Rindler-modified Schwarzschild black hole (RMSBH) spacetime. In this part, we continue to study the null geodesics around the RMSBH. Based on this, we further explore the lifespan of the black hole. For the radial null geodesics, the relationship between the coordinate distance and the coordinate time is obtained. In addition, the expressions for the radius of the circular orbit formed by photons around the RMSBH and the impact parameter of the null geodesics are also derived. Meanwhile, we calculate the deflection angle of light rays grazing around the RMSBH and find that the cosmological constant does not affect the deflection angle of photons passing by the black hole, but the Rindler acceleration will reduce the deflection angle. In the thermodynamics part, our primary focus is on the radiation lifespan of the black hole. Our calculations reveal that both the Rindler acceleration and the cosmological constant can reduce the lifespan of the black hole.

Keywords: *Rindler-modified Schwarzschild black hole; null geodesics; black hole lifespan*

Department of Physics, Shaoxing University, Shaoxing 312000,
China, e-mail: czlbj20@163.com

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЛИНИЙ И
ВРЕМЕНИ СУЩЕСТВОВАНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОЙ
РИНДЛЕРОМ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ ШВАРЦШИЛЬДА. II.
НУЛЕВЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНИИ И ВРЕМЯ
ЖИЗНИ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ

Т.ХО, Ч.ЛЮ

Эта статья является второй частью статьи "Исследования геодезических линий и времени существования модифицированной Риндлером черной дыры Шварцшильда". В этой части продолжается изучение нулевых геодезических линий вокруг модифицированной Риндлером черной дыры Шварцшильда (RMSBH). На этой основе рассмотрена проблема продолжительности существования (жизни) черной дыры. Для радиальных нулевых геодезических линий получена связь между координатным расстоянием и координатным временем. Кроме того, также выведены выражения для радиуса круговой орбиты, образованной фотонами вокруг RMSBH, и параметра влияния нулевых геодезических линий. Вычислен также угол отклонения световых лучей вокруг RMSBH и обнаружено, что космологическая постоянная не влияет на угол отклонения фотонов, проходящих мимо черной дыры, но ускорение Риндлера уменьшает угол отклонения. В термодинамической части основное внимание сосредоточено на продолжительности жизни излучения черной дыры. Расчеты показывают, что как ускорение Риндлера, так и космологическая постоянная могут сократить продолжительность жизни черной дыры.

Ключевые слова: *модифицированная Риндлером черная дыра Шварцшильда: нулевая геодезическая линия: продолжительность жизни черной дыры*

REFERENCES

1. *T.Huo, C.Liu*, Astrophysics, **7**, 203, 2025.
2. Event Horizon Telescope Collaboration, *K.Akiyama, A.Alberdi et al.*, Astrophys. J. Lett., **930**, L12, 2022.
3. *D.N.Page*, New J. Phys., **7**, 203, 2005.
4. *J.M.Bardeen, B.Carter, S.W.Hawking*, Commun. Math. Phys., **31**, 161, 1973.
5. *S.W.Hawking*, Commun. Math. Phys., **43**, 199, 1975.
6. *D.N.Page*, Phys. Rev. D, **13**, 198, 1976.
7. *R.M.Wald*, Living Rev. Relativ., **4**, 6, 2001.
8. *D.Kubiznak, R.B.Mann*, JHEP, **1207**, 033, 2012.
9. *W.Javed, Z.Yousaf, Z.Akhtar*, Mod. Phys. Lett. A, **33**, 1850089, 2018.
10. *F.Simovic, I.Soranidis*, Phys. Rev. D, **109**, 044029, 2024.
11. *Y.Guo, H.Xie, Y.G.Miao*, Nucl. Phys. B, **1000**, 116491, 2024.
12. *S.Murk, I.Soranidis*, Phys. Rev. D, **108**, 044002, 2023.
13. *D.V.Singh, S.Siwach*, Phys. Lett. B, **808**, 135658, 2020.
14. *P.Paul, S.Upadhyay, D. Veer Singh*, Eur. Phys. J. Plus, **138**, 6, 2023.
15. *S.I.Kruglov*, Grav. Cosmol., **29**, 57, 2023.
16. *M.Chabab, H.El.Moumni, S.Iraoui et al.*, LHEP, **2**, 2, 2018.
17. *C.Li, P.Z.He, P.Li et al.*, Gen. Relativ. Gravit., **52**, 50, 2020.
18. *D.Grümiller*, Phys. Rev. Lett., **105**, 211303, 2010.
19. *S.F.Mirekhtiary, I.Sakalli*, Commun. Theor. Phys., **61**, 558, 2014.
20. *R.Ali, T.C.Xia, R.Babar*, Gen. Relativ. Gravit., **56**, 13, 2024.
21. *D.Alli, T.C.Xia, R.Ali et al.*, Commun. Theor. Phys., **76**, 095405, 2024.
22. *S.Mandal, S.Das, D.J.Gogoi et al.*, Phys. Dark. Universe, **42**, 101349, 2023.
23. *B.K.Berger, D.M.Chitre, V.E.Moncrief et al.*, Phys. Rev. D, **5**, 2467, 1972.
24. *D.Grümiller, W.Kummer, D.V.Vassilevich*, Phys. Rept., **369**, 327, 2002.
25. *M.Halilsoy, O.Gurtug, S.H.Mazharimousavi*, Astroparticle Physics, **68**, 1, 2015.
26. *C.H.Wu, Y.P.Hu, H.Xu*, Eur. Phys. J. C, **81**, 351, 2021.
27. *S.Carloni, D.Grümiller, F.Preis*, Phys. Rev. D, **83**, 124024, 2011.
28. *H.Xu, Y.C.Ong, M.H.Yung*, Phys. Rev. D, **101**, 064015, 2020.
29. *H.Xu, M.H.Yung*, Phys. Lett. B, **794**, 77, 2019.
30. *T.R.Cardoso, A.S. de Castro*, Rev. Bras. Ens. Fis., **27**, 559, 2005.