

ԱՍՏՐՈՖԻԶԻԿԱ

ТОМ 68

ФЕВРАЛЬ, 2025

ВЫПУСК 1

ПАМЯТИ Г.Н.САЛУКВАДЗЕ	5
РЕНТГЕНОВСКИЕ СВОЙСТВА БЛАЗАРОВ	
<i>Г.М.Паронян</i>	7
АСТРОНОМИЧЕСКИЕ И ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ ВЫБРАННЫХ РАССЕЯННЫХ ЗВЕЗДНЫХ СКОПЛЕНИЙ	
<i>Р.М.Харири, А.А.Харун, А.А.Малави</i>	21
СУММАРНОЕ СОДЕРЖАНИЕ C+N+O В АТМОСФЕРАХ КРАСНЫХ ГИГАНТОВ РАЗНОЙ МЕТАЛЛИЧНОСТИ	
<i>Л.С.Любимков, Д.В.Петров</i>	37
СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЕРЕМЕННОСТЬ И ФИЗИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ VY Dra В УЛЬТРАФИОЛЕТЕ	
<i>М.Р.Санад</i>	47
ПЕРЕМЕННОСТЬ ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ. РЕУЛЬТАТЫ МНОГОЛЕТНИХ НАБЛЮДЕНИЙ	
<i>Л.Н.Кондратьева, Э.К.Денисюк, С.А.Шомшекова, И.В.Рева, А.К.Айманова, М.А.Кругов</i>	59
ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ ДОПЛЕРОВСКИХ СКОРОСТЕЙ И ПОЛУШИРИН СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ В СОЛНЕЧНЫХ СПИКУЛАХ И ПРОТУБЕРАНЦАХ	
<i>М.Сихарулидзе, Д.Хуцишвили, Е.Хуцишвили, В.Кахиани, Т.Цинамдзгвршвили</i>	77

(Продолжение на 4-й стр. обложки)

ЕРЕВАН

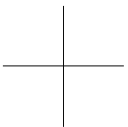
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ

ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ

68

ՀՀ ԳԱԱ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ 2025

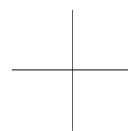


НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

АСТРОФИЗИКА

68

ИЗДАТЕЛЬСТВО “ГИТУТЮН” НАН РА
ЕРЕВАН 2025



Выходит с 1965г.
на русском и английском языках

Խմբագրական կոլեգիա

Գլխավոր խմբագիր՝ Ա.Գ.Նիկողոսյան (Հայաստան)
Գլխավոր խմբագրի տեղակալներ՝ Վ.Պ.Գրինին (Ռուսաստան), Հ.Ա.Հարությունյան (Հայաստան)
Պատասխանատու քարտուղար՝ Ա.Ա.Հակոբյան (Հայաստան)
Ժ.Ալեյան (Ֆրանսիա), Գ.Ս.Բխնովատի-Կոզան (Ռուսաստան), Ի.Դ.Կարաչենցև (Ռուսաստան),
Տ.Յու.Մադաքյան (Հայաստան), Ա.Մ.Միրայելյան (Հայաստան), Բ.Մ.Շուստով (Ռուսաստան),
Յու.Ա.Շչեկինով (Ռուսաստան), Ա.Մ.Չերեպաշչով (Ռուսաստան), Ե.Պ.Պավլենկո (Ռուսաստան),
Է.Ս.Պարսամյան (Հայաստան), Վ.Պ.Ռեշետնիկով (Ռուսաստան), Ռ.Ն.Սալուկվաձե (Վրաստան),
Ա.Ա.Սահարյան (Հայաստան), Գ.Տ.Տեր-Ղազարյան (Հայաստան), Մ.Տուրատտո (Իտալիա),
Ս.Դ.Օդինցով (Իսպանիա)

Редакционная коллегия

Главный редактор: А.Г.Никогосян (Армения)
Заместители главного редактора: Г.А.Арутюнян (Армения), В.П.Гринин (Россия)
Ответственный секретарь: А.А.Акопян (Армения)

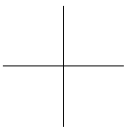
Ж.Алесян (Франция), Г.С.Бисноватый-Коган (Россия), И.Д.Караченцев (Россия),
Т.Ю.Магакян (Армения), А.М.Микаелян (Армения), С.Д.Одинцов (Испания),
Е.П.Павленко (Россия), Э.С.Парсаян (Армения), В.П.Решетников (Россия),
А.А.Саарян (Армения), Г.Н.Салуквадзе (Грузия), Г.Т.Тер-Казарян (Армения),
М.Туратто (Италия), А.М.Черепашук (Россия), Б.М.Шустов (Россия), Ю.А.Щекинов
(Россия)

"АСТРОФИЗИКА" - научный журнал, издаваемый Национальной академией наук Республики Армения. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой. Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

"ԱՍՏՐՈՖԻԶԻԿԱ"-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակում է Հայաստանի Հանրապետության Գիտությունների Ազգային Ակադեմիան: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների և միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և արտագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային սահմանակից բնագավառների գծով: Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Адрес редакции: Республика Армения, Ереван 19, пр. Маршала Баграмяна 24^е
Редакция ж. "Астрофизика", тел. 56 81 38
e—mail: astrofiz@sci.am

© Издательство "Гитутюн" НАН Республики Армения, Астрофизика, 2025





ГУРАМ НИКОЛАЕВИЧ САЛУКВАДЗЕ
(1931-2024)

Редакция журнала "Астрофизика" понесла тяжелую утрату. 19 ноября 2024г. в возрасте 93 лет ушел из жизни известный грузинский астрофизик, один из старейших членов редколлегии Гурам Николаевич Салуквадзе.

После окончания Тбилисского государственного университета вся жизнь и научная деятельность Гурама Николаевича была связана с Абастуманской астрофизической обсерваторией, сотрудником которой он являлся с 1954г. Гурам Николаевич в течение ряда лет являлся ученым секретарем обсерватории, руководил отделом Звезд и Галактик, с 1974г. был заместителем директора по научной работе, принимал участие во многих международных проектах и экспедициях. Гурам Николаевич руководил (1978г.) инсталляцией нового 125 сантиметрового телескопа АЗТ-11 и исследованиями абастуманского астроклимата. Основные направления его научной деятельности связаны с исследованиями кратных звездных систем типа трапеций и звездных ассоциаций. Указанным проблемам посвящены его кандидатская (1963г.) и докторская (1982г.) диссертации. Гурам Николаевич автор более 80 публикаций, в том числе каталога кратных звездных систем типа трапеций и монографии "Исследование систем типа трапеций и эволюция звезд". Он руководил астрономическим обществом Грузии, вел плодотворную педагогическую деятельность. Многие грузинские астрономы считают его своим учителем.

Особо следует отметить тесное сотрудничество и дружбу Гурама Николаевича с армянскими астрофизиками: научным руководителем его докторской диссертации являлся выдающийся астрофизик Виктор Амбарцумян. До конца жизни он являлся членом редколлегии международного научного журнала "Астрофизика". Гурам Николаевич был исключительно добрым, скромным и отзывчивым человеком, поэтому память о нем будет долго жить у всех, кто его знал.

Редакция журнала "Астрофизика"

DOI: 10.54503/0571-7132-2025.68.1-7

РЕНТГЕНОВСКИЕ СВОЙСТВА БЛАЗАРОВ

Г.М.ПАРОНЯН

Поступила 26 ноября 2024

Принята к печати 14 февраля 2025

Анализ выборки блазаров из каталога BZCAT показывает, что они имеют различные характерные свойства, такие как: сильное радиоизлучение, оптическая и радио переменность, непрерывные оптические спектры, поляризация, высокая светимость и др. (изначально в каталог были включены объекты с оптической переменностью и сильным радиоизлучением (объекты BL Lacertae (BLL) и радиоквезары с плоским спектром (FSRQ)). Для блазаров характерен ряд вышеперечисленных свойств, у 48% обнаружено рентгеновское излучение. В этой работе исследуются свойства блазаров в рентгеновском диапазоне. Также приведены характеристики блазаров определенные на основе наших анализов и расчетов.

Ключевые слова: *активные ядра галактик: блазары: BLL: квазары: рентгеновское излучение*

1. *Введение.* Среди активных галактических ядер (АГЯ) наиболее интересными являются блазары двух подтипов: объекты BL Lac (BLL) и оптические переменные (OVV) с одной стороны, а также высокополяризованные квазары (HPQ), с другой. Блазар описывается как очень компактный квазар, связанный с предполагаемой сверхмассивной черной дырой в центре активной галактики. Блазары, вероятно, самые энергетические явления во Вселенной. Некоторые редкие объекты можно рассматривать как "промежуточные блазары", которые обладают свойствами OVV, HPQ и BLL. Квазары OVV похожи на BLL, но имеют нормальный спектр QSO (эмиссионные линии). HPQ обычно имеют поляризацию более 3%. Они объединены с квазарами OVV в один класс. HPQ в основном состоят из радиогалактик типа FR II. Первоначально объект BL Lac был открыт как переменная звезда [1]. Позже этот объект отождествлен [2] с внегалактическим источником.

Считается, что блазары представляют собой объекты, с сильными релятивистическими джетами на луче зрения, когда угол между осью релятивистической струей и лучом зрения мал. Струя доплеровски усилена во всем спектре (от радио до γ -лучей) и в нем преобладает компактный, сильно поляризованный, сильно переменный континуум почти без линий. Наличие джета объясняет быструю переменность и компактный вид обоих типов

блазаров (BLL и OVV/HPQ). Общепринятая картина такова: квазары OVV - относительно мощные радиогалактики, а BLL - относительно слабые радиогалактики. В обоих случаях родительские галактики представляют собой гигантские эллиптические галактики.

Однако определение блазара по их свойствам в разных диапазонах до сих пор не уточнено. Эти два типа имеют много общего, однако их физические свойства разные. Существует множество параметров, которые можно рассматривать как критерии для определения блазаров - высокая светимость, плоский радиоспектр, наличие рентгеновских и γ -лучей, переменность оптических и/или радиоизлучения, поляризация и т.д.

Многие астрономы проводили долговременные наблюдения, чтобы обнаружить переменность рентгеновских блазаров. Большая часть работ выполнена для небольшого количества блазаров. Здесь представлены работы, с которыми мы проводили сравнения: [3-9]. В дальнейшем этот список будет пополнен.

2. Свойства блазаров. Для изучения свойств блазаров, использован каталог BZCAT (Roma Multi Frequency Catalog of Blazars), версия 5 [10]. В каталоге всего 3561 объект с обозначениями BLL, BLQ, BLG или BLU, соответствующие BLL, FSRQ, галактикам и блазарам неопределенного типа (табл.1). BLU обозначены переходные объекты между радиогалактикой и BLL с пекулярными характеристиками проявляющие характерную для блазаров активность: случайное присутствие/отсутствие широкой спектральной линии.

На рис.1 показано распределение BZCAT-блазаров по красному смещению [11]. Объекты распределены так, что по красному смещению вначале находятся BLG, BLL, BLQ. А BLU распределены во всем диапазоне более или менее равномерно.

В каталоге есть информация о звездной величине в диапазоне SDSS r и о красном смещении, с помощью которых рассчитаны абсолютные звездные величины для блазаров по формуле (1) из [12].

$$M = m + 5 - 5 \log D - f(z) + \Delta m(z), \quad (1)$$

Таблица 1

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕКТОВ В КАТАЛОГЕ BZCAT ПО ТИПАМ

N	Тип	Число	Процент
1	BLL	1151	32.3
2	BLG	274	7.7
3	BLQ	1909	53.6
4	BLU	227	6.4
5	All	3561	100

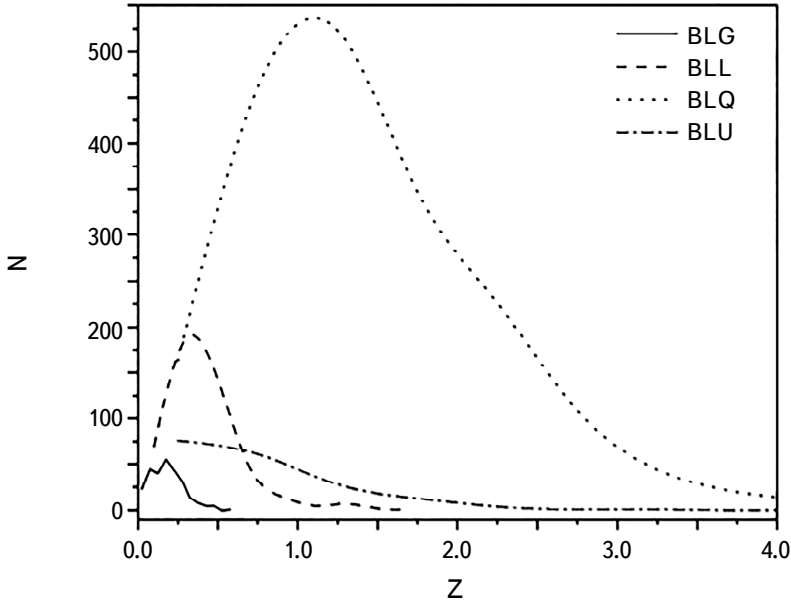


Рис.1. Распределение блазаров VZCAT по красному смещению.

где D - световое расстояние (2), определенное в [13]:

$$D = \frac{c(1+z)}{H_0} \int_0^z \left[(1+z)^3 \Omega_M + \Omega_\Lambda \right]^{-0.5} dz, \quad (2)$$

z - красное смещение, $f(z) = -2.5 \log(1+z)^{1-\alpha}$ поправка $f(z)$, $\Delta m(z)$ - поправка для $f(z)$, учитывая, что спектр квазаров не является строго степенным законом $S \sim \theta^{-\alpha}$ ($\alpha = -0.3$, [14, 12]). В качестве космологических констант в расчетах были приняты следующие значения: $\Omega_M = 0.29$, $\Omega_\Lambda = 0.71$ и $H_0 = 71 \text{ км с}^{-1}/\text{Мпк}$.

На рис.2 приводится зависимость абсолютной величины от красного смещения. Три типа блазаров (BLL, BLG и BLQ) в основном перекрываются друг с другом. А тип BLL разделяется на две подгруппы связанные с расстоянием, причину которого покажут дальнейшие исследования. Если изобразить кривую, огибающую распределение точек снизу, то она представит нижний предел регистрации наблюдательной аппаратуры (минимальная звездная величина на данном расстоянии, слабее которого наблюдательная аппаратура не регистрирует).

Значение звездной величины SDSS r , позволяет рассчитать оптические светимости блазаров по формуле (3).

$$L_r = 4\pi F_r D^2 \text{ [эрг/с]}, \quad (3)$$

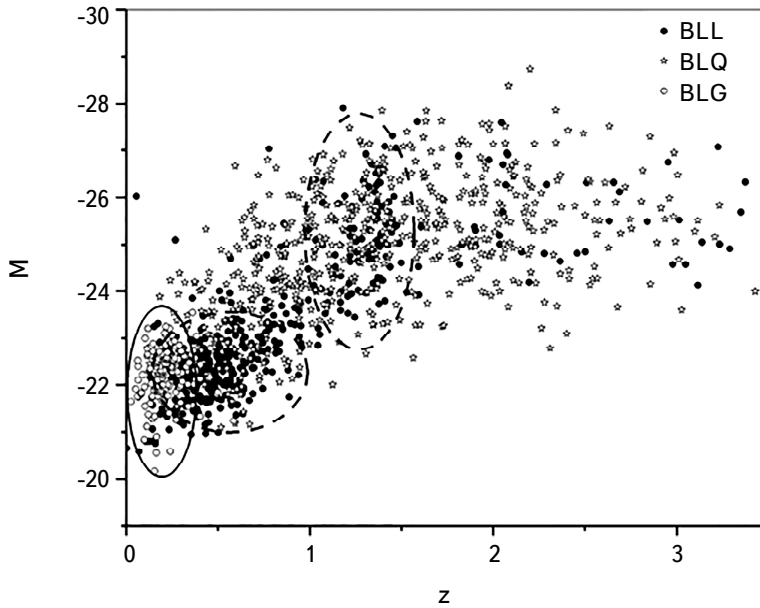


Рис.2. Абсолютная звездная величина M в зависимости от красного смещения z .

$$F_r = 2bF_0 \sin h \left(\frac{m}{-2.5/\ln 10} - \ln b \right),$$

где $b = 1.2 \cdot 10^{-10}$; $F_0 = 3631$ (Jy), F_r - поток в фильтре r . В табл.2 приведены: диапазон светимости, средняя светимость, диапазон абсолютных величин и средние абсолютные величины для разных типов BLL и FSRQ из каталога блазаров.

Следует обратить внимание на то, что на светимость и абсолютную величину галактик также влияют родительские галактики, тогда как BLL и QSO обычно представляют собой чистые ядра. Их значения для типов BLL

Таблица 2

ДИАПАЗОНЫ РАЗЛИЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ОБЪЕКТОВ

N	Тип	Диапазон светимости (W)	Средняя светимость (W)	Диапазон абсолютных величин	Средние абсолютные величины
1	BLL	$2.49 \cdot 10^{37} \div 1.39 \cdot 10^{40}$	$6.78 \cdot 10^{38}$	$-21.04 \div -27.91$	-23.34
2	BLG	$1.06 \cdot 10^{37} \div 2.02 \cdot 10^{38}$	$7.49 \cdot 10^{37}$	$-20.16 \div -23.55$	-22.23
3	BLQ	$1.84 \cdot 10^{37} \div 1.30 \cdot 10^{40}$	$8.30 \cdot 10^{38}$	$-21.09 \div -28.73$	-24.76
4	BLU	$4.18 \cdot 10^{36} \div 4.80 \cdot 10^{38}$	$1.18 \cdot 10^{38}$	$-19.15 \div -24.89$	-22.59
5	Все	$4.18 \cdot 10^{36} \div 1.39 \cdot 10^{40}$	$6.59 \cdot 10^{38}$	$-19.15 \div -28.69$	-23.86

и BLQ примерно одинаковы, поэтому существенной разницы между ними нет, а для BLG они на порядок меньше.

3. Кросс-корреляции с рентгеновскими каталогами и сбор данных. В каталоге BZCAT имеется 3561 блазар. Проведена кросс-корреляция этих радиоисточников с рентгеновскими каталогами: ROSAT [15], Swift-BAT [16], INTEGRAL [17], Chandra [18], XMM [19].

Чтобы определить правильный радиус поиска для всех кросс-корреляций и избежать ошибочных идентификаций, была проведена предварительная идентификация с большим радиусом, а затем построено распределение расстояний идентификаций для всех источников. Это позволило определить правильный радиус поиска.

На рис.3 представлен пример такого вычисления для каталога APM, который привел к выводу, что объекты с расстояниями от входных позиций до 3 угловых секунд следует считать подлинными ассоциациями, хотя реальный радиус поиска был взят больше, чтобы не пропустить некоторые подлинные ассоциации с большими позиционными ошибками.

Если при идентификации у нас было несколько объектов, соответствующих данному источнику, то в качестве уверенной идентификации выбирался источник, который был в 3 раза ближе второго.

В табл.3 приведена информация о кросс-корреляции блазаров BZCAT с рентгеновскими каталогами.

Как видно, в этих каталогах мало блазаров. Только в ROSAT их количество

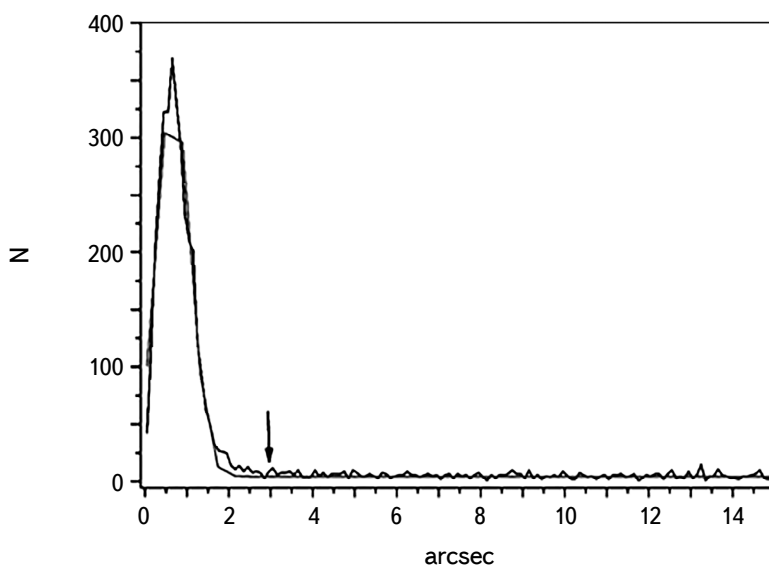


Рис.3. Определение правильного радиуса поиска.

Таблица 3

ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ БЛАЗАРОВ ВЗСАТ С РЕНТГЕНОВСКИМИ КАТАЛОГАМИ

Название фильтра	Диапазон	Количество источников	Название фильтра	Диапазон	Количество источников
ROSAT			XMM-NEWTON		
Rb	0.1-2.0 keV	1535	N1	0.2-0.5 keV	297
Chandra			N2	0.5-1.0 keV	297
			N3	1.0-2.0 keV	297
			N4	2.0-4.5 keV	297
			N5	4.5-12 keV	297
u	0.2-0.5 keV	217	SWIFT		
s	0.5-1.2 keV	232	Sf	14-195 keV	139
m	1.2-2.0 keV	228	INTEGRAL		
h	2.0-7.0 keV	220			
F3	17-26 keV	58			
F4	26-38 keV	58			
F5	38-57 keV	58			
F6	57-86 keV	58			
			F7	86-129 keV	58
			F8	129-194 keV	58
			F9	194-290 keV	58

значительное, 1535 (43%), поэтому в дальнейшем для однородности, в основном, использованы эти данные.

В табл.4 приведены сведения о кросс-корреляции блазаров с оптическими каталогами [11]. Эти результаты необходимы для дальнейшего использования однородных фотометрических данных.

Таблица 4

ОПТИЧЕСКИЕ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ БЛАЗАРОВ

N	Каталог	Эпоха	Фильтр	Количество объектов
1	APM	POSS1	b, r	1977
2	USNO A2.0	POSS1	B1, R1	3115
3	USNO B1.0	POSS1/POSS2	B1, R1/B2, R2	3492
4	GSC 2.3.2	POSS2	F, j	3501
5	SDSS DR16	2000	u, g, r, i, z	1446

4. *Изучение рентгеновских данных.* Рентгеновские потоки и светимости блазаров по формулам (4) и (6).

$$F_x = CR (5.30 HR1 + 8.31) \cdot 10^{-12} [\text{эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1}], \quad [20] \quad (4)$$

где CR - скорость счета рентгеновских частиц для ROSAT, а HR1 -

коэффициент жесткости, который рассчитывают формулой (5).

$$HR1 = \frac{B - A}{B + A}, \quad (5)$$

где A и B - скорость счета на РНА (Pulse Height Amplitude) в диапазонах 0.1-0.4 кэВ и 0.5-2.0 кэВ, соответственно.

$$L_x = 4\pi F_x D^2 \left[\text{эрг/с} \right]. \quad (6)$$

В табл.5 приводятся средняя рентгеновская светимость и данные HR1, HR2 (отношения жесткости - hardness ratio, имеющие смысл как цвета в оптической фотометрии) для разных типов наших блазаров. Из таблицы видно, что в среднем BLQ имеет большую светимость, чем BLL и BLG (BLQ > BLL > BLG). Существует разница для значений HR1 и HR2 (HR1; BLG > BLQ > BLL), (HR2; BLQ > BLG > BLL).

На рис.4 приводятся графики зависимости и рентгеновской светимости от красного смещения. Видно, что в среднем BLG распределены более компактно, чем BLQ, а блазары BLL по-видимому разделяются на два подтипа. Вид кривой с большой вероятностью связан с нижним пределом регистрации наблюдательной аппаратуры.

Таблица 5

РЕНТГЕНОВСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ПОДТИПОВ ОБЪЕКТОВ

N	Тип	Диапазон светимости (W)	Средняя светимость (W)	Средняя HR1 величина	Средняя HR2 величина
1	BLL	$1.41 \cdot 10^{35} \div 2.43 \cdot 10^{39}$	$1.52 \cdot 10^{38}$	0.061	0.121
2	BLG	$3.77 \cdot 10^{35} \div 8.37 \cdot 10^{37}$	$1.11 \cdot 10^{37}$	0.309	0.182
3	BLQ	$2.97 \cdot 10^{36} \div 5.07 \cdot 10^{38}$	$6.94 \cdot 10^{37}$	0.193	0.183
4	BLU	$1.17 \cdot 10^{36} \div 1.59 \cdot 10^{38}$	$3.37 \cdot 10^{37}$	0.365	0.133
5	Все	$1.41 \cdot 10^{35} \div 2.43 \cdot 10^{39}$	$9.05 \cdot 10^{37}$	0.310	0.181

На рис.5 приводится распределение отношения $\log(L_x/L_p)$ для BLL и BLQ. Из рисунка видно, что BLL и BLQ излучают большую энергию в рентгеновском диапазоне, что неудивительно, поскольку наши объекты являются квазарами и блазарами [21].

В табл.6 приводится логарифм отношения рентгеновской светимости (ROSAT) к оптической светимости (SDSS r) $\log(L_x/L_p)$ для разных типов блазаров. Из таблицы видно, что в среднем BLL имеет более высокое значение, чем BLQ и BLG (BLL > BLG > BLQ).

На рис.6 приведены зависимости светимостей разных типов блазаров. Из распределения видно, что типы BLG и BLQ разделяются. В среднем, чем

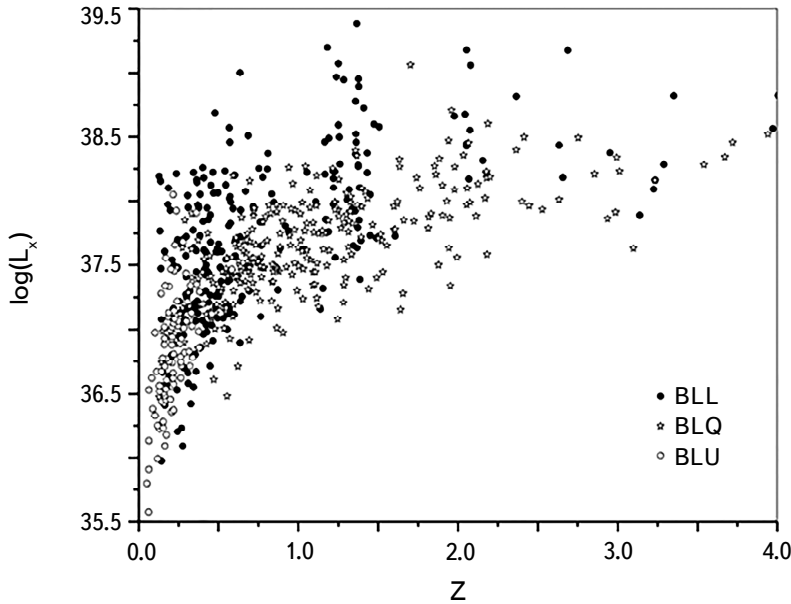


Рис.4. Зависимость рентгеновской светимости блазаров от красного смещения.

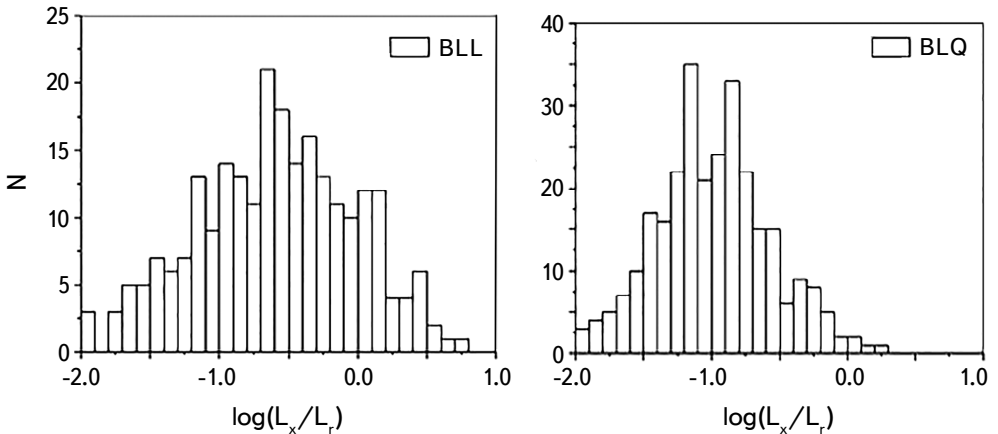


Рис.5. Распределение отношения $\log(L_x/L_r)$ для BLL и BLQ.

больше оптическая светимость, тем больше и рентгеновская, но есть объекты, которые сильно отклоняются от общей закономерности.

Получена нелинейная связь между рентгеновскими и оптическими диапазонами (показаны логарифмы светимостей), которая также видна здесь в нашей небольшой рентгеновской выборке из 412 AGN (BLL исключены). Сплошная линия представляет собой аппроксимацию методом наименьших квадратов данных L_x по сравнению с L_r , с наклоном 0.86 ± 0.04 . На рис.7 приведена эта связь.

Таблица 6

СООТНОШЕНИЕ РЕНТГЕНОВСКОЙ СВЕТИМОСТИ ROSAT К
СВЕТИМОСТИ SDSS В ПОЛОСЕ r ($\log(L_x/L_r)$)

N	Тип	$\log(L_x/L_r)$		
		мин.	макс.	среднее
1	BLL	-1.97	0.8	-0.59
2	BLG	-2.41	0.21	-1.03
3	BLQ	-2.15	0.23	-1.00
4	BLU	-1.73	0.38	-0.79

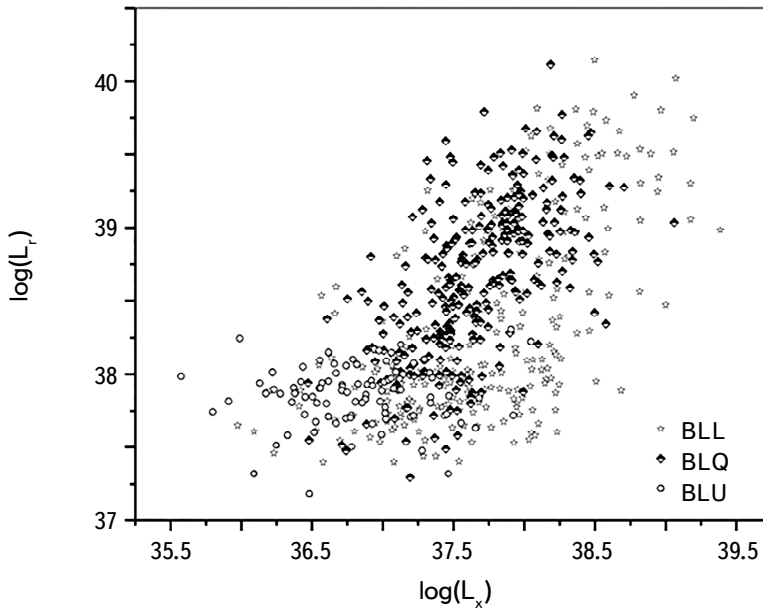


Рис.6. Распределение оптических и рентгеновских светимостей блазаров.

Активные галактики являются очень интересными объектами во Вселенной. Чтобы понять некоторые их физические свойства, важно изучить свойства этих объектов в рентгеновском диапазоне. В каталоге VZCAT имеются 1718 (48%) активных галактик с рентгеновскими потоками на разных длинах волны. Очень важным рентгеновским свойством объектов является рентгеновский спектральный индекс, который показывает наклон спектров. В качестве примеров приводятся усредненные рентгеновские спектральные индексы для исследуемых объектов на рис.8.

На рис.8 приведены средние рентгеновские спектры для разных типов наших объектов. Очевидно, что BLQ в среднем имеют более крутые рент-

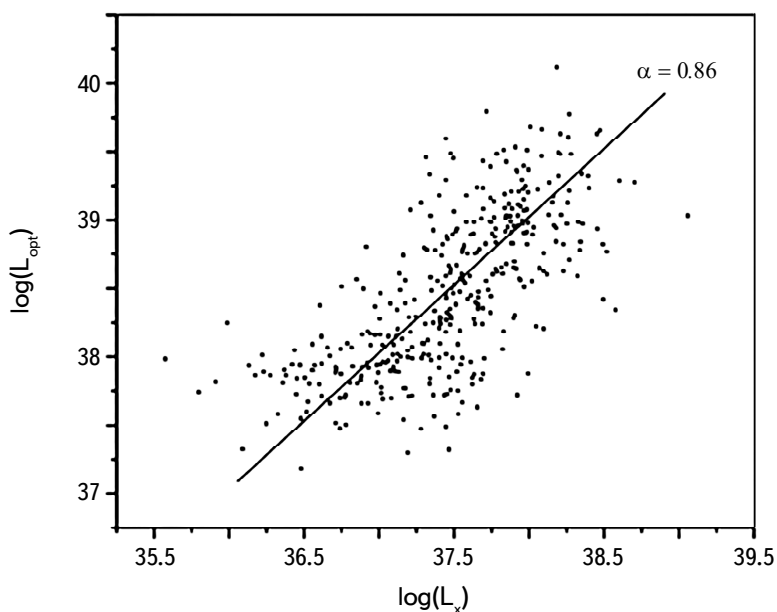


Рис.7. Связь между светимостями в рентгеновском и оптическом диапазонах.

геновские спектры, чем BLL и BLG (табл.7).

С помощью рентгеновских потоков, построены спектральные распределения энергии (SED) для тех источников, которые имеют данные на всех энерги-

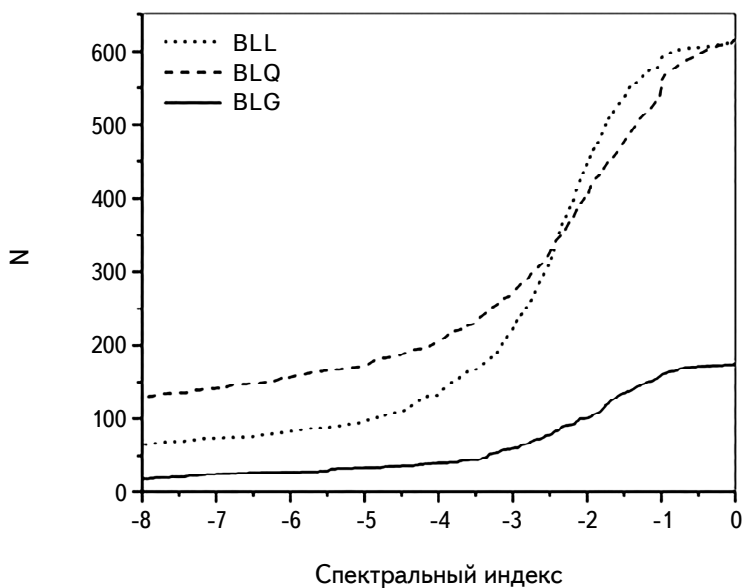


Рис.8. Распределение спектрального индекса блазаров в рентгеновском диапазоне ROSAT.

Таблица 7

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕНТГЕНОВСКОГО СПЕКТРАЛЬНОГО ИНДЕКСА ДЛЯ РАЗНЫХ ТИПОВ БЛАЗАРОВ

N	Тип	X-ray сп. инд.
1	BLL	-3.174
2	BLG	-3.069
3	BLQ	-3.642
4	BLU	-3.168

ческих полосах (рис.9).

Из рисунка видно, что SED-ы разных типов блазаров похожи и различаются только по величине потоков.

На цвет-величина диаграммах блазары разных типов, частично перекрываясь, в среднем разделяются друг от друга, (рис.10). Из рисунка видно, что блазары типа BLG более краснее и слабее, чем блазары BLL и BLQ. А блазары типа BLL распределены более компактно, чем остальные подтипы.

5. *Заключение.* В ходе исследования были изучены известные блазары (3561 блазар), из которых 1709 объектов (48%) имеют рентгеновское излучение. Для этих объектов были собраны данные во всех диапазонах длин волн. В

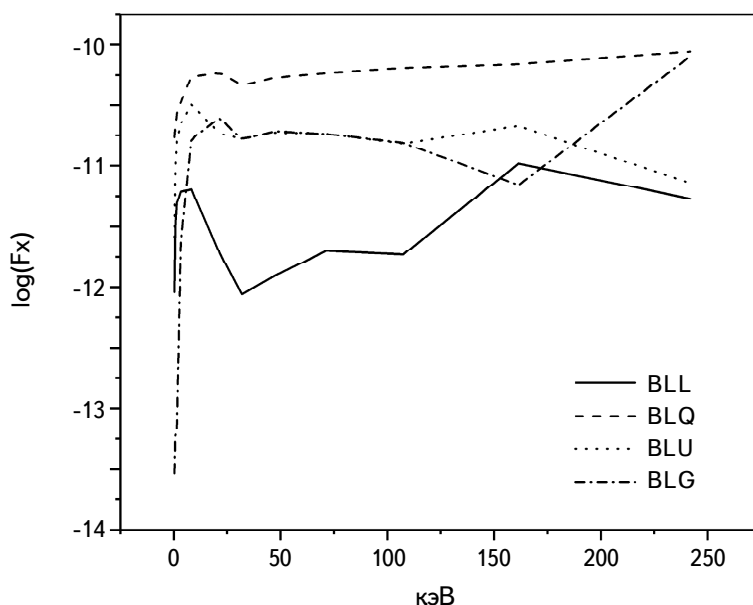


Рис.9. Спектральное распределение энергии (SED) различных типов блазаров.

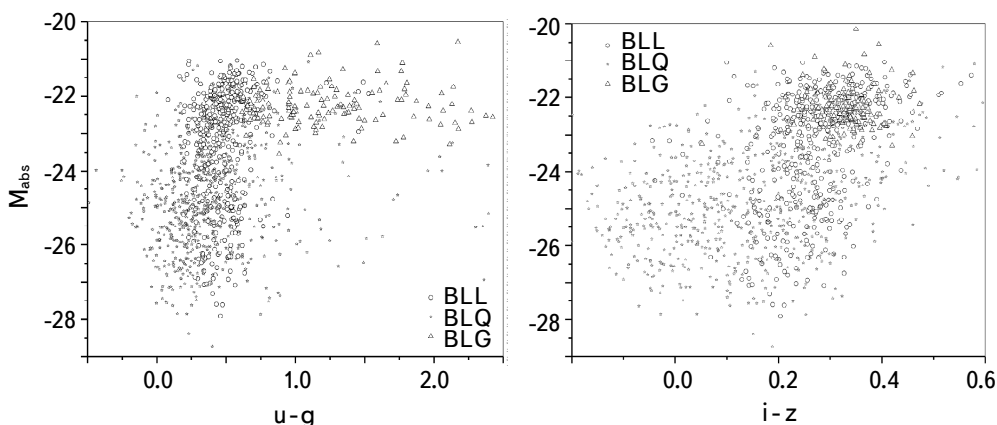


Рис.10. SDSS цвет-величина диаграммы блазаров.

итоге была создана самая большая многоволновая выборка рентгеновских блазаров.

Эти объекты авторами каталога [10] изначально были разделены на четыре подтипа: BLL, BLQ, BLG и BLU. В работе делается попытка найти различия между физическими свойствами объектов указанных подтипов.

Рассчитаны рентгеновские потоки, светимости и спектральные индексы, а также оптические потоки, светимости и абсолютные звездные величины для всех объектов выборки.

При изучении распределения красного смещения выяснилось, что объекты в среднем разделяются, но частично перекрываются (среднее значение красного смещения для подтипов BLL, BLQ и BLG, соответственно: 0.98, 1.42, 0.22). Почти такая же картина получается при изучении абсолютной звездной величины светимости (среднее значение абсолютной звездной величины и светимости для подтипов BLL, BLQ и BLG, соответственно: $-23^m.74$, $6.78 \cdot 10^{38} \text{ W}$; $-24^m.78$, $8.30 \cdot 10^{38} \text{ W}$; $-22^m.23$, $7.49 \cdot 10^{37} \text{ W}$), но в случае абсолютной звездной величины видно, что подтип BLL делится на подгруппы. Получается, что объекты подтипа BLQ в оптическом диапазоне ярче и энергетически мощнее, чем объекты BLL и BLG.

В рентгеновском диапазоне картина немного другая (среднее значение коэффициента жесткости и светимости для подтипов BLL, BLQ и BLG, соответственно: 0.061, $1.52 \cdot 10^{38} \text{ W}$; 0.193, $6.94 \cdot 10^{37} \text{ W}$; 0.309, $1.11 \cdot 10^{37} \text{ W}$). Объекты подтипа BLL в оптическом диапазоне ярче и энергетически мощнее, чем объекты BLQ и BLG.

Если представить на рис.4 кривую огибающую снизу распределение точек, то она будет характеризовать чувствительность аппаратуры.

Распределение отношения $\log(L_x/L_r)$ для BLL и BLQ показывает, что BLL

и BLQ излучают примерно столько же энергии в рентгеновском диапазоне, сколько и в оптическом, но в среднем энергия у BLL больше излучается в рентгеновском диапазоне (среднее значение отношения $\log(L_x/L_r)$ для BLL и BLQ, соответственно: -0.59, -1.00). Из распределения оптических и рентгеновских светимостей получается, что BLQ и BLG занимают определенную область, и их можно различить на этой диаграмме. А BLL распределяются на определенной линейной кривой с $\alpha = 0.86 \pm 0.04$.

Рентгеновские спектральные индексы почти одинаковые, но в среднем отличаются (среднее значение рентгеновских спектральных индексов BLL, BLQ и BLG, соответственно: -3.174, -3.642, -3.069).

На цвет-величина диаграммах подтипы BLL, BLQ и BLG частично отделяются, подтип BLG краснее, чем BLL и BLQ, а BLL распределены компактнее, чем остальные подтипы.

Работа выполнена в рамках грантов "Выявление ранних стадий эволюции галактик с помощью многоволнового исследования активных галактик" 21AG-1C053, "Поиск и исследование ярких рентгеновских галактик" 22AN:PS-astroex-2597.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна НАН РА,
e-mail: paronyan_gurgen@yahoo.com

X-RAY PROPERTIES OF BLAZARS

G.M.PARONYAN

An analysis of a sample of blazars from the BZCAT catalog shows that they have various characteristic properties, such as strong radio emission, optical and radio variability, continuous optical spectra, polarization, high luminosity, etc., and there is no certainty (initially, the catalog included objects with optical variability and strong radio emission (BL Lacertae objects, BLL and Flat-Spectrum Radio Quasars, FSRQ). Since blazars are characterized by a number of the above-mentioned properties and 48% of blazars have been found to emit X-rays, in this work we study them in this range to identify the properties whose presence determines blazars. We will also provide characteristics of blazars based on our analyses and calculations.

Keywords: *AGN: blazars: BLL: quasars: X-ray emission*

ЛИТЕРАТУРА

1. *C.Hoffmeister*, Astron. Nachr., **236**, 233, 1929.
2. *J.L.Schmitt*, Nature, **218**, 663, 1968.
3. *O.M.Kurtanidze*, Cambridge University Press, IAU Symposium, **238**, 399, 2007.
4. *A.C.Gupta*, Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics, **8**, 395, 2008.
5. *B-K.Zhang*, Research in Astron. Astrophys., **15**, id. 1784, 2015.
6. *H.Gaur*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **425**, 3002, 2012.
7. *T.Hovatta*, Mon. Noti. Roy. Astron. Soc., **439**, 690, 2014.
8. *A.Sandrinelli*, Astron. Astrophys., **562**, 19, 2014.
9. *T.Liu*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **232**, 30, 2017.
10. *E.Massaro*, Astrophys. Space Sci., **357**, 4, 2015.
11. *H.V.Abrahamyan*, Astron. Nachr., **340**, 437, 2019.
12. *M.-P.Véron-Cetty*, Astron. Astrophys., **518**, id.A10, 2010.
13. *A.G.Riess*, *L-G.Strolger*, *J.Tonry et al.*, Astrophys. J., **607**, 665, 2004.
14. *G.M.Paronyan*, Astrophysics, **64**, 277, 2021.
15. *Th.Boller*, Astron. Astrophys., **588**, 26, 2016.
16. *K.Oh*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **235**, 14, 2018.
17. *R.A.Krivosos*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **510**, 4796, 2022.
18. *I.N.Evans*, Astrophys. J. Suppl., **189**, 37, 2010.
19. *N.A.Webb*, Astron. Astrophys., **641**, 13, 2010.
20. *W.Voges*, Astron. Astrophys., **349**, 389, 1999.
21. *S.F.Anderson*, Astron. J., **126**, 2209, 2003.

DOI: 10.54503/0571-7132-2025.68.1-21

ASTROMETRIC AND PHOTOMETRIC STUDIES FOR
SOME SELECTED OPEN STAR CLUSTERSR.M.HARIRY¹, A.A.HAROON^{1,2}, A.A.MALAWI¹

Received 23 July 2024

Accepted 14 February 2025

In this study, we conducted a detailed astrometric, and photometric study of four open clusters (SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113) using data from Gaia DR3. The ASteCA code enabled the identification of the astrometric and photometric parameters. The new centers of these clusters were redetermined and from Radial Density Profile (RDP), the cluster radii, are between 3.13- and 6.6 arcmin for all clusters. The astrophysical parameters are as follows: the number of star members N are 141 (SAI 43), 153 (SAI 47), 198 (SAI 63), and 188 (SAI 113); parallax (ϖ) for SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113 are between 0.275 and 0.506 mas; proper motion parameters ($\mu_\alpha \cos \delta$, μ_δ) are (0.57, -0.54 mas/yr), (0, -0.34 mas/yr), (-0.24, 0.26 mas/yr), and (-5.61, 2.84 mas/yr) for SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113, respectively. The photometric parameters include the color magnitude diagram (CMD), ages, reddening, and distances. The ages are provided as log (age), and they are between (7.172-8.659); the color excess $E(B-V)$ is 0.476 ± 0.017 mag for SAI 43, 0.375 ± 0.014 mag for SAI 47, 0.510 ± 0.009 mag for SAI 63, and 1.265 ± 0.011 mag for SAI 113, the distance modules of the clusters are between 11.177-13.439 mag, and the distances from the sun to each of the clusters (SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113) are calculated as 4900 ± 100 pc, 2360 ± 30 pc, 1720 ± 20 pc, and 3720 ± 50 pc, respectively.

Keywords: *open clusters: astrometric: ASteCA code: database: Gaia DR3: photometric: color magnitude diagram*

1. *Introduction.* Open clusters (OCs) are celestial objects that form within giant molecular clouds (GMCs) that are located in the Milky Way Galaxy disk [1,2]. OCs enable the understanding of star formation, galactic structure, stellar dynamics, and stellar evolution. OCs are young and bright and located in the Galactic plane; thus, they are easy to observe and study [3]. They are excellent laboratories for studying stellar physical and dynamic evolution; therefore, they are easily used to explore the history of star formation and the mechanisms of its formation [4-7]. We used the selected open star cluster data from the European Space Agency's Gaia Data Release 3 (DR3) [8]. The collaboration of the Gaia mission released the DR3, which provides the following astrometric parameters: Galactic position (l , b), ($\mu_\alpha \cos \delta$, μ_δ), (ϖ), and the radial density profile (RDP). The photometric parameters include a color magnitude diagram (CMD) with the use of three filters (G, blue G_BP, and red G_RP photometric magnitude) for approximately 1.8 billion sources with a brightness greater than 21 mag. Gaia DR3

has complemented and provided more accurate data than previous data sources, such as Gaia DR2 for cluster SAI 43 and 2MASS for clusters SAI 47, SAI 63, and SAI 113. In this study, a wide characterization of these clusters is provided with the aid of the Automated Stellar Cluster Analysis (ASteCA)¹ code [9].

From previously studies, we extracted the astrometric and photometric parameter data for the clusters. Based on the study by [10], the cluster SAI 43 has 135 stars, the proper motion is 0.611 mas/yr in the right ascension (RA), and the proper motion is 0.555 mas/yr in the declination (Dec.). Similarly, for SAI 43, the parallax is 0.109 mas, $\log(\text{age}/\text{year})$ is 8.410, the cluster is 4451 pc from the Sun, the cluster has a metallicity $[\text{Fe}/\text{H}]$ -0.198 dex, and its color excess is 1.538 mag. Based on [11], for cluster SAI 47, proper motion is -0.03 ± 1.97 mas/yr in right ascension, the proper motion is 2.55 ± 1.97 mas/yr in declination, the $\log(\text{age}/\text{year})$ is (8.60 ± 0.05) , the cluster is at a distance of 3680 ± 70 pc from the Sun, and color excess is 0.42 mag. From [12], cluster SAI 63 has 142 stars, the cluster's age is 450 ± 50 Myr, the cluster is at a distance of 2.2 ± 0.2 kpc from the Sun, its extinction is 0.44 ± 0.05 mag, and its galactocentric is 10.5 kpc. From [13], SAI 113 has $\log(\text{age}/\text{year})$ of 7.11, with distance 3.90 ± 0.19 kpc from the Sun, variable reddening from 0.84 to 1.29 mag, and distance modules of 12.95 mag.

The article is structured as follows: Section 2 presents the Gaia DR3 data and the methods used in this study. Section 3 provides the results from the DR3 data analysis for the open clusters, and the astrometric, and photometric parameters are derived. Finally, Section 4 summarizes our conclusions.

2. Gaia DR3 data and analysis tools. In this research, we use Gaia DR3 data for the membership determination. These data provide the astrometric parameters (α , δ , l , b , μ , and ϖ), and photometric magnitudes (G , G_{BP} , and G_{RP}) for the clusters with their uncertainties. We obtain the astrometric and photometric data of the four clusters from the SAI Open Clusters Catalog² ([14]), review previously published research, and download the four clusters' new data sheets from the online catalog VizieR³, which contains 168 star cluster candidates; these candidates were identified and listed by [15]. We select the OC spatial coordinates with a hypothetical radius equal to 20 arcmin; this value is greater than the cluster radius r_{cl} determined from previous work [14].

Fig.1 shows the open cluster information with the following data: for SAI 43 with $G \leq 20.98$ mag, the average photometric error is 0.004 mag of the G magnitude, with a maximum error of 0.0203 mag, and the average photometric error in the $BP - RP$ color index is 0.076 mag, with a maximum error of 0.619

¹ <http://asteca.github.io/>.

² <http://ocl.sai.msu.ru/>.

³ <https://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR?-source=I/355/gaiadr3>.

Table 1

THE ADOPTED COORDINATES OF THE CLUSTERS, BOTH EQUATORIAL (α , δ) AND GALACTIC (l , b) SYSTEMS, WERE TAKEN FROM THE SAI OPEN CLUSTER CATALOG

Cluster	Equatorial coordinates		Galactic coordinates	
	α (hh:mm:ss)	δ (dd:mm:ss)	l (deg)	b (deg)
SAI 43	05:08:16.600	49:52:08.000	158.608	5.685
SAI 47	05:23:58.000	42:18:52.000	166.370	3.546
SAI 63	06:13:44.500	06:56:58.000	202.415	-5.134
SAI 113	10:22:43.600	-59:30:20.000	285.064	-1.895

mag; for SAI 47 with $G \leq 20.92$ mag, the average photometric error is 0.004 mag of the G magnitude, with a maximum error of 0.0259 mag, and the average photometric error of the $BP - RP$ color index is 0.060, with a maximum error of 1.741 mag; for SAI 63 with $G \leq 20.86$ mag, the average photometric error is 0.0054 mag of the G magnitude, with a maximum error of 0.055 mag, and the average photometric error of the $BP - RP$ color index is 0.095 mag, with a maximum error of 0.898 mag; and for SAI 113 with, $G \leq 21.14$ mag, the average photometric error is 0.005 mag in the G magnitude, with a maximum error of 0.038 mag, and the average photometric error of the $BP - RP$ color index is 0.103 mag, with a maximum error of 3.266 mag.

In this study, we aim to provide a comprehensive description of the four OCs using a program for this purpose. The ASteCA code is designed with many functions that use position and photometric data. It is available online with full documentation. The code automatically computes the astrometric and photometric parameters of OCs. This code is integrated with the Bayesian field star decontamination algorithm to assign membership probabilities from the theoretical isochrones to select the best fit through a genetic algorithm. The isochrone fitting process allows ASteCA to provide particular estimates for a cluster's parameters, age, metallicity, extinction, and distance values with their uncertainties. Perren et al. [9] provided a full description of the code on the code's website.

3. Results and discussion.

3.1. Astrometric structural analysis. In cluster analysis, the membership of stars in cluster regions is important to assess. The stars of the open cluster regions are gravitationally bound together, and their proper motions are distributed tightly around the mean proper motion value, which is very useful in membership determination [16,10].

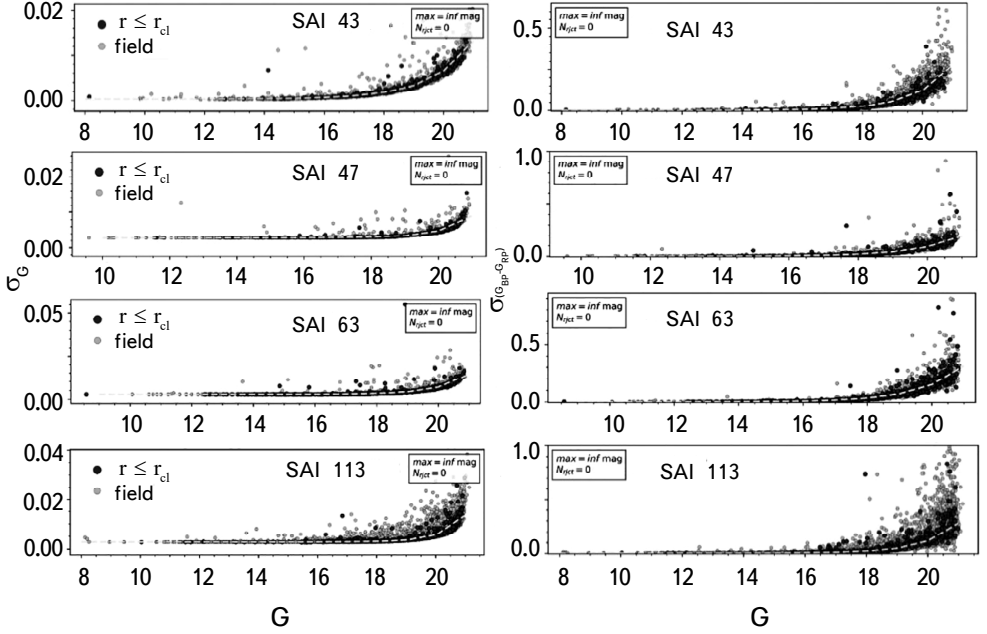


Fig.1. Uncertainties in the photometric magnitude bands; σ_G and σ_{BP-RP} in SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113.

3.1.1. Re-determination of the cluster's centers. By recalculating the cluster center (Table 1) using ASteCA, the cluster is taken at the highest stellar density of the cluster region, as shown in Fig.2. and the stars in each bin are counted for both directions. Table 2 lists the coordinates of the estimated new center of the clusters. The new centers of the clusters are in good agreement with the results from the SAI Open cluster catalog, with minimal changes in both the RA and Dec. directions ($\Delta\alpha \leq 1''.997$, $\Delta\delta \leq 19''.22$). The new estimated centers of the clusters SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113 are listed in Table 2.

Table 2

THE COORDINATES OF OUR ESTIMATED NEW CENTER POSITIONS OF THE CLUSTERS

Cluster	Equatorial coordinates		Galactic coordinates	
	α hh:mm:ss	δ dd:mm:ss	l deg	b deg
SAI 43	05:08:17.510	49:51:48.780	158.614	5.684
SAI 47	05:23:58.690	42:18:49.400	166.372	3.547
SAI 63	06:13:46.497	06:56:47.000	202.755	-4.545
SAI 113	10:22:43.788	-59:30:16.063	285.391	-1.988

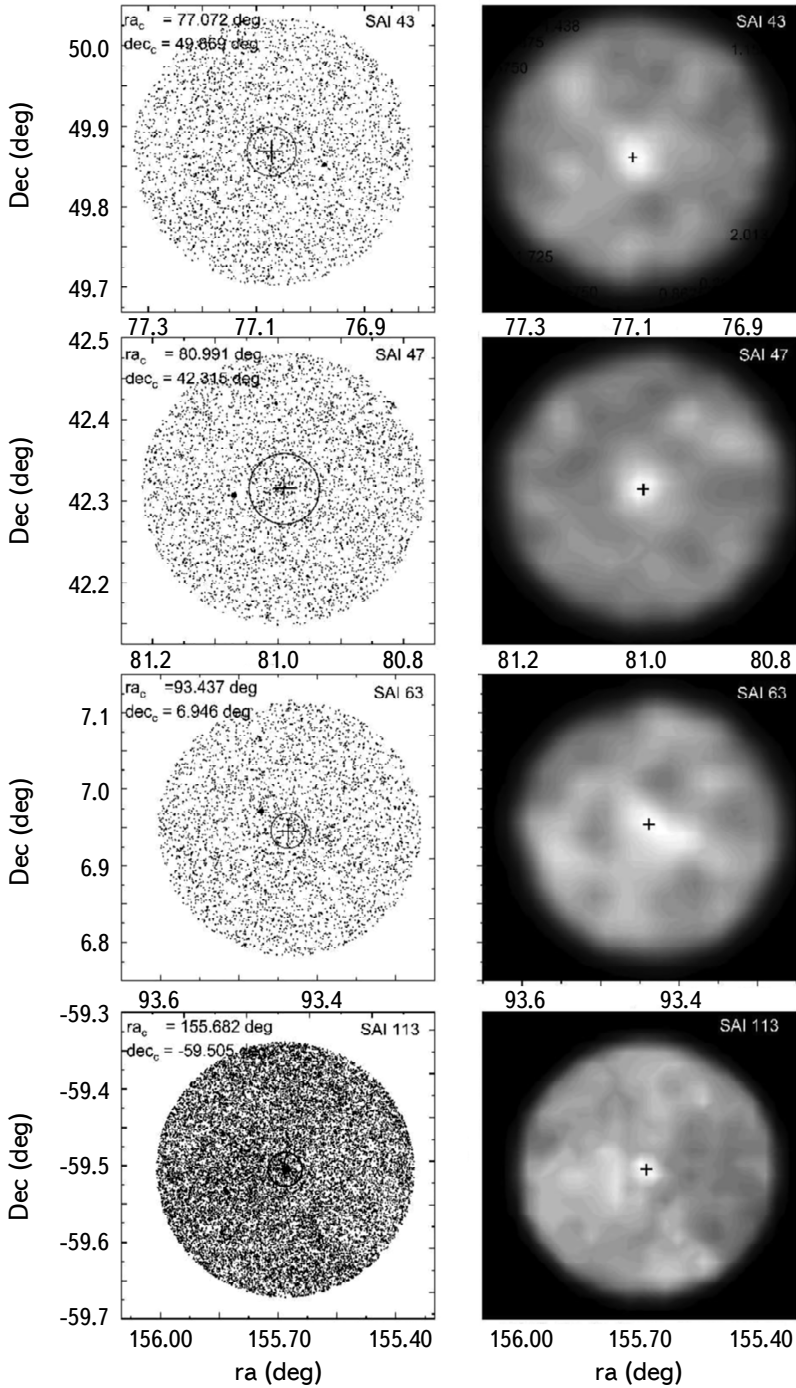


Fig.2. Structural analysis of clusters SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113 acquired by ASteCA. Left panel: analyzed frame with the estimated cluster region with a black circle at the center of the frame and the center of the clusters marked with black + sign. Right panel: 2D density contour map of the same frame.

3.1.2. *Radial density profile (RDP)*. The radial density profile is the density ρ of the number of stars N per zone area along the cluster radius. The surface density distribution $\phi(R)$ of the King's [17] model is expressed as a function of tidal radius r_t and core radius r_c , is:

$$\phi(R) = k \left[\left(1 + (r/r_c)^2 \right)^{-1/2} - \left(1 + (r_t/r_c)^2 \right)^{-1/2} \right]^2, \quad (1)$$

where k is a constant. By determination the density function $\rho(r)$ in concentric rings as a function of the radius r from the cluster center outward. To achieve this, we utilize the King's model [18], which is an approximation of King's formula as represented by Equation (2):

$$\rho(r) = \rho_{bg} + \frac{\rho_0}{1 + (r/r_c)^2}, \quad (2)$$

where ρ_{bg} and ρ_0 are the background and central surface density, respectively. r_c is the core radius and is the distance at which the stellar density equals half the central density. Using the ASteCA code, we generated RDP fitting for four clusters (SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113), and each cluster was fit with a King profile, as shown in Equation (2) [17,18]. As shown in Fig.3, a peak is observed in the density distribution near the cluster center; this peak decreases and flattens after a certain point and shows the cluster density of the field stars. At that value, we can estimate the cluster radius or limiting radius, r_{cl} , which covers the entire cluster area and at which the line represents the value of the background density (dashed black horizontal lines in the figure) that intersects with the King profile fitting curve.

After we applied the RDP fitting, we estimated the internal cluster structural parameters for the clusters; these include r_c , r_{cl} , tidal radius r_t , ρ_0 , and ρ_{bg} . The values of the core radius and the tidal radius are given by ASteCA code with their upper and lower values estimates as shown in Fig.3.

The point of ρ_{bg} is given by $(\rho_{bg} + 3\sigma_{bg})$, where σ_{bg} is the uncertainty of ρ_{bg} . Bukowiecki et al. [19] derived the following expression for the limiting radius:

$$r_{cl} = r_c \sqrt{\frac{\rho_0}{3\rho_{bg}} - 1}, \quad (3)$$

where all radii are measured in arcminutes (arcmin), while all densities are measured in stars/arcmin². By fitting the King model to the RDP, the estimated r_{cl} was obtained by using Equation (3). Moreover, the ASteCA represents the value of r_t for an open cluster; here, r_t is the radial distance from the cluster center at which the gravitational acceleration produced by the cluster is approximately equal to the tidal acceleration produced by the Galaxy [20]. Certain parameters are used to characterize the structure of open clusters. One of these parameters

is the density contrast parameter δ_c , which is the stellar density contrast of the clusters against the background population; this parameter measures the compactness of a cluster [21] and is calculated using the following equation:

$$\delta_c = 1 + \frac{\rho_0}{\rho_{bg}}. \quad (4)$$

Another parameter is the concentration parameter C , which is the log ratio of the cluster r_t to its r_c [22]. C can be calculated using the following equation:

$$C = \log\left(\frac{r_t}{r_c}\right). \quad (5)$$

All numerical parameter results are listed in Table 3.

Table 3

OBTAINED STRUCTURAL PROPERTIES FOR THE FOUR OCs
 AS COMPUTED FROM THE RDP FITTED BY KING's DENSITY
 PROFILE USING ASteCA CODE

Parameters	SAI 43	SAI 47	SAI 63	SAI 113
r_{cl} (arcmin)	3.58	3.13	5.40	6.60
r_c (arcmin)	2.02 ^{2.97} _{1.17}	1.38 ^{2.08} _{0.73}	3.78 ^{5.19} _{2.41}	2.64 ^{3.80} _{1.41}
r_t (arcmin)	5.04 ^{6.36} _{3.88}	5.20 ^{6.00} _{4.37}	8.90 ^{10.30} _{7.42}	11.82 ^{12.86} _{10.75}
ρ_0 (stars arcmin ⁻²)	15.02	25.57	16.63	43.22
ρ_{bg} (stars arcmin ⁻²)	6.54	9.57	11.12	29.52
δ_c	3.30	3.67	2.41	2.46
C	0.40	0.58	0.37	0.65

It should be noted that the values of the core radius and the tidal radius are with their upper and lower values estimates.

3.1.3. Astrometric parameters and distance determination. Astrometric parameters are used to identify the stellar membership of each of the clusters by performing a membership analysis using proper motion and parallax; these are important astrometric parameters for this mission, and data from the Gaia DR3 database are used to obtain the proper motion and parallax. We acquired a comprehensive data sheet for all stars with a photometric magnitude ($G < 21$ mag). The ASteCA code was utilized to input all the data points and determine the membership probability. This was achieved by identifying a significant stellar over density and comparing it to the surrounding stellar field.

Also, ASteCA utilizes a Bayesian field star purification method that allocates membership probabilities only based on photometric data. A Bayesian decontami-

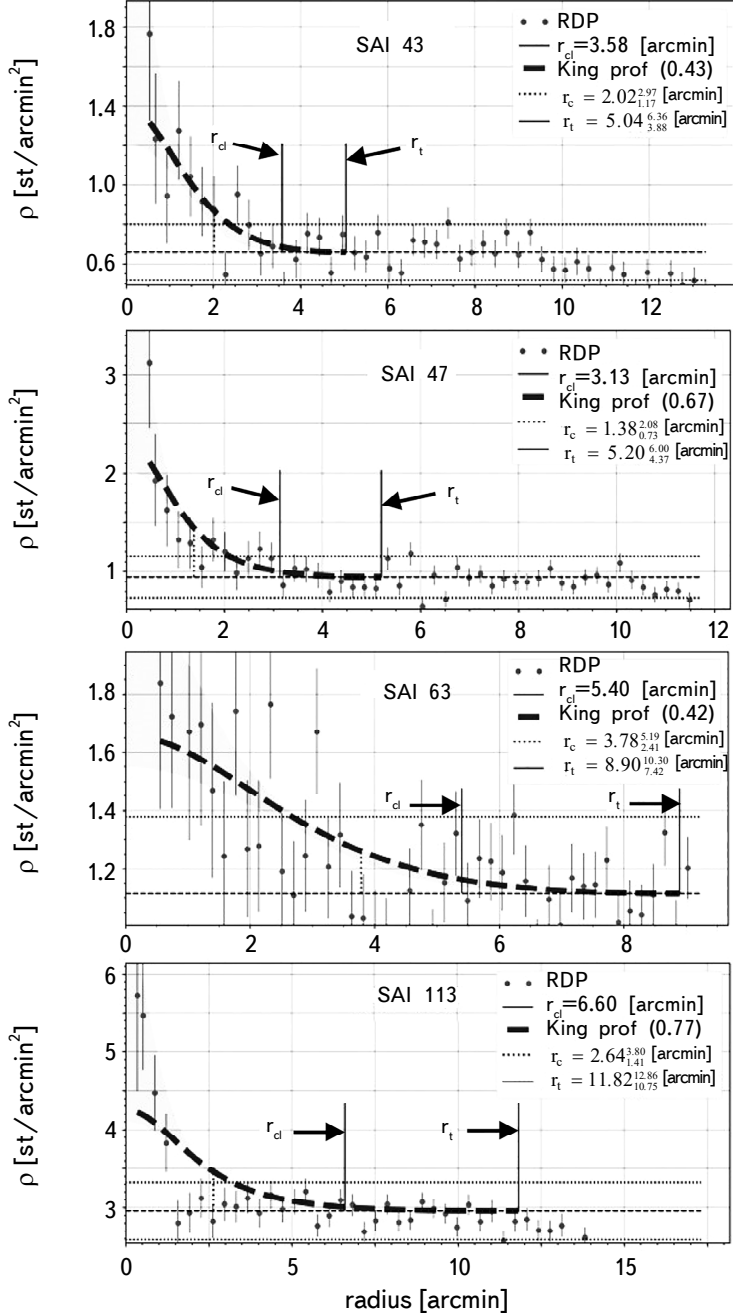


Fig.3. RDP for the four open clusters. The grey dots are the RDP for the four open clusters (SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113) obtained with the aid of the ASteCA code. The thick black dashed line and shaded area represent the King's density profile. The black dashed lines denote the background field density ρ_{bg} . The black dotted lines denote the central surface density ρ_0 . The Vertical lines indicate the structural parameters: grey line r_c , grey dotted horizontal line r_c , and grey line r_t of each cluster. The small numbers above and below the value of r_c and r_t represent the range of these parameters.

nation algorithm (DA) was created using a nonparametric probability model-based technique that follows an iterative procedure inside a Bayesian framework. The code includes functions for structural analysis, statistically improved color estimations free of field star contamination [9]. Our results show that the number of these most probable members with membership probability $P \geq 50\%$ for the clusters are 141 for SAI 43, 153 for SAI 47, 198 for SAI 63, and 257 for SAI 113. These members lie within the cluster diameter and are located in the ranging parallax and proper motion errors in the RA and Dec.

We plotted the stellar distribution for the cluster members and background stars' proper motion ($\mu_\alpha \cos \delta$, μ_δ) for the clusters, as shown in the upper panel of Fig.4. The mean proper motion for each cluster is determined by applying Gaussian fitting for the cluster directions, as shown in the lower panel of Fig.4, the average PM outputs ($\mu_\alpha \cos \delta$, μ_δ) are (0.57, -0.54), (0, -0.34), (-0.24, 0.26), and (-5.61, 2.84) for SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113, respectively.

In Fig.5 we show the Bayesian parallax analysis proposed by [23] on the cluster region stars. This analysis makes use of all stars, even those with negative parallax values of no apparent (physical) value. The distances obtained are heavily affected by the selected offset applied on the parallax.

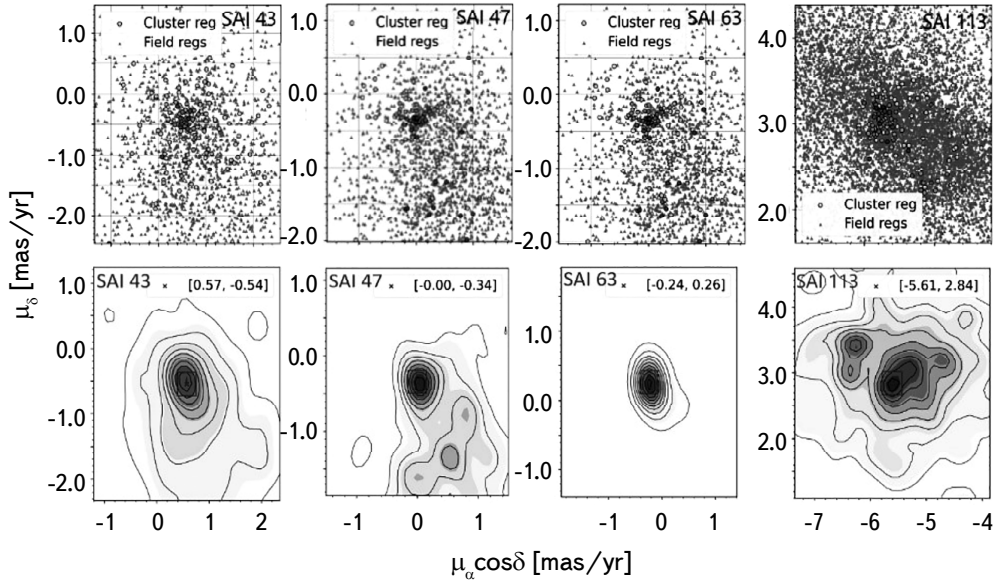


Fig.4. Proper motion, contour map of proper motion. Upper panel: Stellar distribution of the cluster members, and field stars' proper motion (μ ; mas/yr) in both directions of right ascension and declination, and it appears that the cluster members are clearly very much embedded within the field stars' distribution. Lower panel: contour map of stellar distribution of the proper motion (μ ; mas/yr) in both directions of right ascension and declination show the value of proper motions for the four clusters.

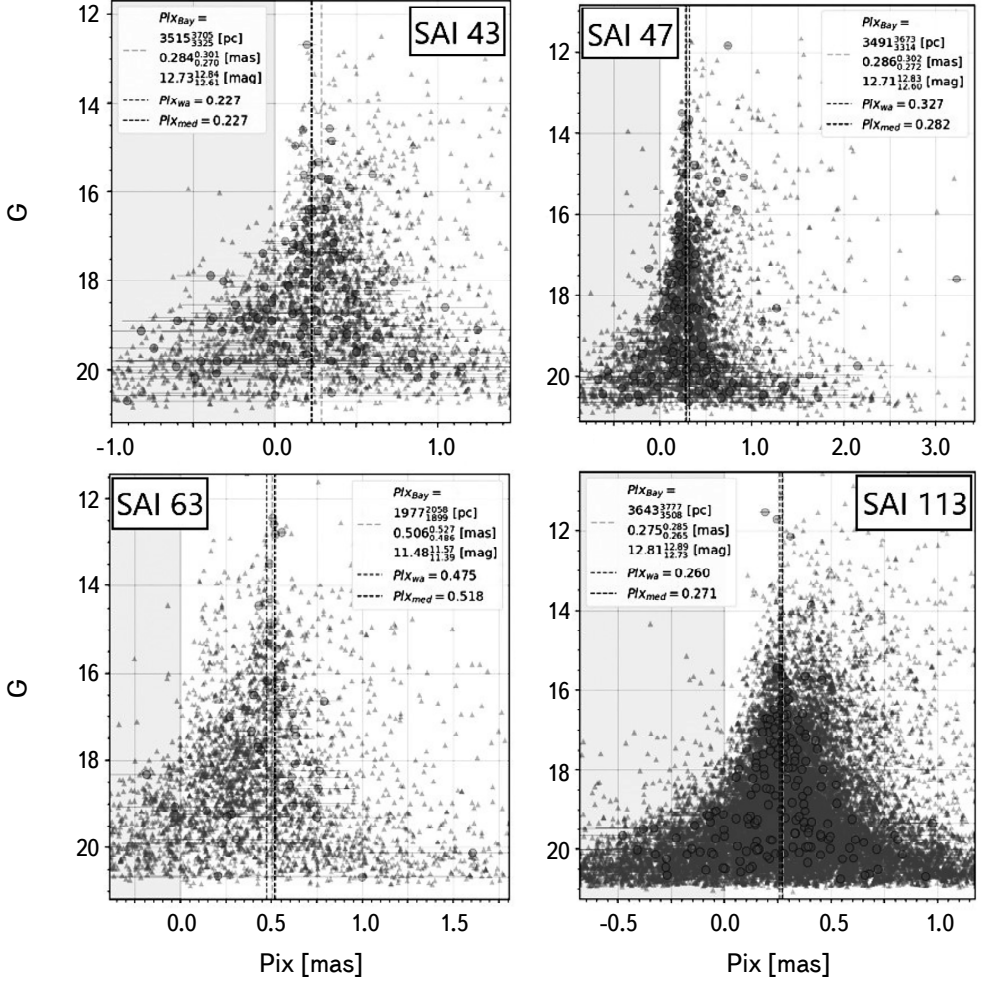


Fig.5. Parallax distribution for all stellar member candidates in the cluster space with gray circle has horizontal line, the triangle for field stars, the vertical grey dashed line plx_{Bay} , ASteCA parallax plx_{med} with the black dotted line and the weighted average with the medium grey dashed line plx_{wa} , where the weights are the inverse of the parallax errors.

We applied the Bayesian distance d_{Bayes} found by the code depend on [23] is shown in Fig.5. This shows a plx_{Bay} vertical grey dashed line, ASteCA distance d_{ASteCA} with the black dotted line from plx_{med} and the weighted average with the light grey dashed line from plx_{wa} (where the weights are the inverse of the parallax errors). From Fig.5, we found Bayesian parallax of the four open cluster members: $0.284^{+0.301}_{-0.270}$ for SAI 43, $0.286^{+0.302}_{-0.272}$ for SAI 47, $0.506^{+0.527}_{-0.486}$ for SAI 63, and $0.275^{+0.285}_{-0.265}$ for SAI 113. After obtaining the values of the clusters' parallax uses these values to calculate the distance for each cluster based on its parallax [24]. The astrometric distances calculated for SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113 are as follows:

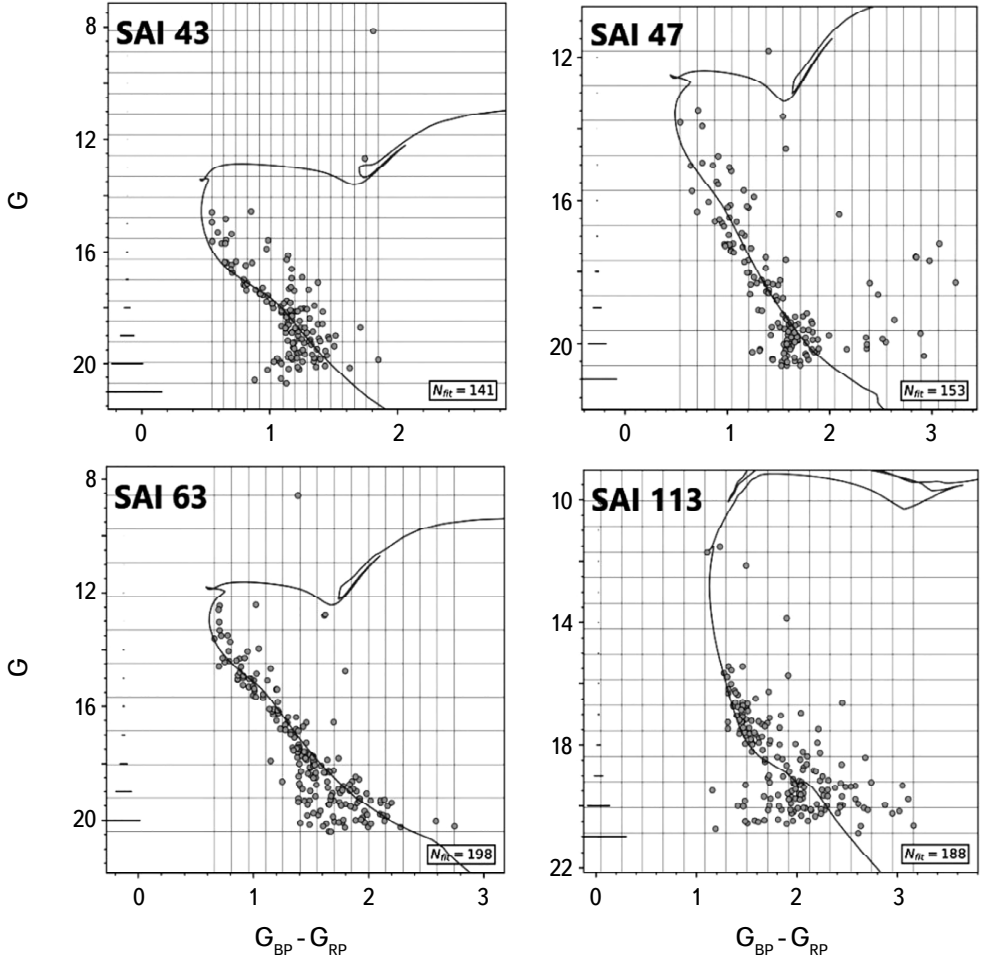


Fig.6. CMDs for the star members of open clusters SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113. The graphs demonstrate the relationship between G and $(G_{BP} - G_{RP})$. The data (the grey dots) are adjusted using the extinction isochrone corrected by [24], which is represented by the black curved lines.

3515^{3705}_{3325} , 3491^{3673}_{3314} , 1977^{2058}_{1899} , and 3643^{3777}_{3508} , respectively. The small numbers above and below the parallax value, and above and below the distance value represents the range of these values.

3.2. Photometric analysis: Color magnitude diagram (CMD). We use ASteCA to estimate the photometric values (reddening, metallicity, age, and distance) of the final memberships of the clusters. ASteCA includes isochrones and the best fitting operations that generate artificial CMDs of the clusters from the isochrones and the best fit of the genetic algorithm. Using the isochrones of the specific metallicity Z and age $\log(\text{age}/\text{yr})$ selected from the CMD v3.6 service,

we drew the corresponding CMD using DR3 photometric magnitudes (G, G_BP, G_RP) for the stars (Fig.6). By using ASteCA, the PARSEC v1.2S [25] theoretical isochrones⁴ for Gaia DR3 [26] were applied to estimate the cluster metallicity and age.

The photometrical distances d_{phot} estimated from CMD to the cluster (in pc) are 4900 ± 100 , 2360 ± 30 , 1720 ± 20 , and 3720 ± 50 for clusters SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113, respectively.

All these astrophysical and photometric parameters are listed in Table 4. The reddening parameter $E(G_BP - G_RP)$ and $E(B - V)$ colour excess based on data obtained from Gaia photometry are determined from the color band by using the following formula [26]:

$$E(G_BP - G_RP) = 1.289 E(B - V). \quad (6)$$

Also, formula (6) were used to estimate the reddening.

Table 4

THE CALCULATED ASTROPHYSICAL AND PHOTOMETRIC PARAMETERS OF THE FOUR OPEN CLUSTERS, WITH A COMPARISON FROM THE DATA TAKEN FROM THE SAI OPEN CLUSTERS CATALOG

Parameters	SAI 43	SAI 47	SAI 63	SAI 113	Ref.
Number of Members	141	153	198	188	Our work
$\mu_a \cos \delta$ (mas/yr)	0.57	0	-0.24	-5.61	Our work
μ_a (mas/yr)	-0.54	-0.34	0.26	2.84	Our work
ϖ (mas)	$0.284^{0.301}_{0.270}$	$0.286^{0.302}_{0.272}$	$0.506^{0.527}_{0.486}$	$0.275^{0.285}_{0.265}$	Our work
d_{pbz} (pc)	3515^{3705}_{3325}	3491^{3673}_{3314}	1977^{2058}_{1899}	3643^{3777}_{3508}	Our work
Z	0.0146 ± 0.001	0.029 ± 0.0002	0.0192 ± 0.0002	0.009 ± 0.0003	Our work
$\log$ (age/yr)	8.407 ± 0.032	8.634 ± 0.004	8.659 ± 0.012	7.172 ± 0.024	Our work
	8.95 ± 0.050	8.5 ± 0.050	8.65 ± 0.050		[14]
$E(B - V)$ (mag)	0.476 ± 0.017	0.375 ± 0.014	0.510 ± 0.009	1.265 ± 0.011	Our work
	0.18 ± 0.03	0.6 ± 0.01	0.37 ± 0.13		[14]
$E(G_BP - G_RP)$ (mag)	0.61 ± 0.02	0.48 ± 0.02	0.66 ± 0.01	1.63 ± 0.01	Our work
A_G (mag)	1.15 ± 0.04	0.91 ± 0.04	1.25 ± 0.02	3.08 ± 0.03	Our work
$(m - M)_0$ (mag)	13.43 ± 0.05	12.267 ± 0.034	11.177 ± 0.020	12.853 ± 0.031	Our work
	12.92 ± 0.07	12.93 ± 0.05	11.4 ± 0.09		[14]
d_{phot} (pc)	4900 ± 100	2360 ± 30	1720 ± 20	3720 ± 50	Our work
	3840 ± 130	3860 ± 90	1910 ± 80		[14]
R_{gc} (kpc)	9.0 ± 0.1	6.1 ± 0.1	8.2 ± 0.1	6.9 ± 0.1	Our work
$X_{\odot}$ (kpc)	-1.34 ± 0.03	1.30 ± 0.02	0.03 ± 0.0004	1.32 ± 0.02	Our work
$Y_{\odot}$ (kpc)	4.70 ± 0.01	0.26 ± 0.003	-0.28 ± 0.003	1.34 ± 0.03	Our work
$Z_{\odot}$ (kpc)	-0.29 ± 0.006	-1.95 ± 0.02	1.70 ± 0.02	-3.40 ± 0.05	Our work

⁴ <http://stev.oapd.inaf.it/cgi-bin/cmd>.

Reddening with a line-of-sight absorption coefficient A_G computed by [27] and [28] is used to correct the observed data:

$$A_G = (1.890 \pm 0.015)E(G_{BP} - G_{RP}). \quad (7)$$

The results after using Equations (6) and (7) are recorded in Table 4. The distance to the Galactic center R_{gc} for the clusters is calculated using the estimated photometric distances to these cluster Equation (8):

$$R_{gc} = \sqrt{R_0^2 + (d \cos b)^2 - 2R_0 d \cos b \cos l}, \quad (8)$$

where $R_0 = 8.20 \pm 0.10$ kpc [29]. The expected distance toward the Galactic plane ($X_\odot$, $Y_\odot$) and the distance above the Galactic plane ($Z_\odot$) can be computed by using the following relation [30]:

$$X_\odot = d \cos b \cos l, \quad Y_\odot = d \cos b \sin l, \quad Z_\odot = d \sin b, \quad (9)$$

where ($X_\odot$, $Y_\odot$, and $Z_\odot$) are the heliocentric Cartesian coordinates of the clusters. All results from the astrophysical and photometric parameters are listed in Table 4.

4. Conclusion. In this study, we present an astrometric and photometric study of open clusters SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113 using data from Gaia DR3 with the aid of the ASteCA code.

The astrometric parameters, such as cluster position, cluster radius, core radius, tidal radius, proper motion, parallax, and distance, are determined. Photometric parameters such as metallicity, age, total-to-selective extinction, reddening, and distance modulus are measured after estimating their members. All calculations and estimates of the clusters are used to understand the evolution of these clusters. The main results of the present study are as follows:

1. We used the ASteCA code for each cluster to estimate the clusters astrometric parameters such as mean proper motion, parallax, and RDP to determine the limiting radius, after utilizing membership probabilities $P \geq 50\%$, which identified the most probable member stars for the individual clusters (141; SAI 43, 153; SAI 47, 198; SAI 63, and 188; SAI 113) lying in the mean proper motion.

2. We redetermined the new cluster position by using the ASteCA code; our results were in agreement with those estimated from the SAI Catalog with minimal changes in both the RA and Dec. directions ($\Delta\alpha \leq 1''.997$, $\Delta\delta \leq 19''.22$).

3. After correction for systematic error for parallax by adding $+0.021$ mas, we calculated the astrometric distances from parallax for SAI 43, SAI 47, SAI 63, and SAI 113 are as follows: 3515_{3325}^{3705} , 3491_{3314}^{3673} , 1977_{1899}^{2058} , and 3643_{3508}^{3777} , respectively.

4. The photometric parameters were also determined by the ASteCA code. By applying [23] Bressan et al. theoretical isochrones of metallicity Z to fit to the CMD of most probable cluster members with the best fit values. The clusters age

(in a log scale), reddening, and distance modules $(m-M)_0$ were determined. By using the distance modules values to calculate the photometric distance of the clusters d_{phot} we get: 4900 ± 100 pc for SAI 43, 2360 ± 30 pc for SAI 47, 1720 ± 20 pc for SAI 63, and 3720 ± 50 pc for SAI 113. The distances of the clusters from the galactic plane, $Z_\odot$, as well as their projected distances from the Sun, $X_\odot$, and $Y_\odot$, and the galactic centers R_{gc} , were then calculated and are all shown in Table 4.

Acknowledgements. This study offers findings from the European Space Agency (ESA) mission Gaia. The Gaia Data Processing and Analysis Consortium (DPAC) is processing Gaia data. Financial support for the DPAC is supplied by national entities, specifically those involved in the Gaia Multi-Lateral Agreement (MLA). The webpage for the Gaia mission is <https://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR?-source=I/355/gaiadr3>.

The Gaia archive can be accessed at <https://archives.esac.esa.int/gaia>.

¹ Astronomy and Space Science Department, Faculty of Science, King Abdul Aziz University, Saudi Arabia, e-mail: rhariry@hotmail.com

² Astronomy Department, National Research Institute of Astronomy and Geophysics (NRIAG), Cairo, Egypt

АСТРОНОМИЧЕСКИЕ И ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ ВЫБРАННЫХ РАССЕЯННЫХ ЗВЕЗДНЫХ СКОПЛЕНИЙ

Р.М.ХАРИРИ¹, А.А.ХАРУН^{1,2}, А.А.МАЛАВИ¹

В данном исследовании выполнен детальный астрометрический и фотометрический анализ четырех рассеянных звездных скоплений (SAI 43, SAI 47, SAI 63 и SAI 113) с использованием данных Gaia DR3. Код ASteCA был применен для определения астрометрических и фотометрических параметров. Заново определены центры этих скоплений. Радиусы скоплений, определенные на основе радиального профиля плотности (RDP), варьируются в пределах 3.13-6.6 угловых минут для всех скоплений. Астрофизические параметры скоплений следующие: число членов (N) составляет 141 (SAI 43), 153 (SAI 47), 198 (SAI 63) и 188 (SAI 113); параллаксы (π) для SAI 43, SAI 47, SAI 63 и SAI 113 находятся в диапазоне от 0.275 до 0.506 mas; параметры собственного движения ($\mu_\alpha \cos \delta$, μ_δ) равны (0.57, -0.54 mas/yr), (0, -0.34 mas/yr),

($-0.24, 0.26 \text{ mas/yr}$) и ($-5.61, 2.84 \text{ mas/yr}$) для SAI 43, SAI 47, SAI 63 и SAI 113, соответственно. Фотометрические параметры включают диаграмму цвет-звездная величина (CMD), возраст, поглощение света и расстояния. Возраст представлен как $\log(\text{age})$ и варьируется в пределах 7.172 - 8.659. Избыток цвета $E(B - V)$ составляет 0.476 ± 0.017 зв. вел. для SAI 43, 0.375 ± 0.014 для SAI 47, 0.510 ± 0.009 для SAI 63 и 1.265 ± 0.011 для SAI 113. Модули расстояний для скоплений находятся в диапазоне 11.177 - 13.439 зв. вел., а расстояния от Солнца до каждого из скоплений (SAI 43, SAI 47, SAI 63 и SAI 113) рассчитаны как $4900 \pm 100 \text{ пк}$, $2360 \pm 30 \text{ пк}$, $1720 \pm 20 \text{ пк}$ и $3720 \pm 50 \text{ пк}$, соответственно.

Ключевые слова: *рассеянные звездные скопления: астрометрия: код ASteCA: база данных Gaia DR3: фотометрия: диаграмма цвет-звездная величина*

REFERENCES

1. C.J.Lada, E.A.Lada, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **41**, 57, 2003.
2. S.P.Zwart, S.L.W.McMillan, M.Gieles, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **48**, 431, 2010.
3. E.M.Ghosh, P.Tucio, M.Fajrin et al., in *Journal of Physics: Conference Series*, **2214**, no. 1. IOP Publishing, 2022, p.012009.
4. D.A.VandenBerg, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **51**, 29, 1983.
5. A.Barnes, *Astrophys. J.*, **669**, 1167, 2007.
6. C.Bertelli Motta, M.Salaris, A.Pasquali et al., *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **466**, 2161, 2017.
7. A.F.Marino, A.P.Milone, L.Casagrande et al., *Astrophys. J. Lett.*, **863**, L33, 2018.
8. A.Vallenari, A.G.Brown, T.Prusti et al., *Astron. Astrophys.*, **674**, A1, 2023.
9. G.I.Perren, R.A.Vazquez, A.E.Piatti, *Astron. Astrophys.*, **576**, A6, 2015.
10. H.Monteiro, W.Dias, A.Moitinho et al., *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **499**, 1874, 2020.
11. L.Yalyalieva, E.Glushkova, A.Dambis, *Open Astron.*, **25**, 439, 2016.
12. R.Yadav, S.Leonova, R.Sagar et al., *Astrophys. Astron.*, **35**, 143, 2014.
13. G.Carraro, D.G.Turner, D.J.Majaess et al., *Astron. J.*, **153**, 156, 2017.
14. E.Glushkova, S.Koposov, I.Y.Zolotukhin et al., *Astron. Lett.*, **36**, 75, 2010.
15. L.Liu, X.Pang, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **245**, 32, 2019.
16. T.Cantat-Gaudin, C.Jordi, A.Vallenari et al., *Astron. Astrophys.*, **618**, A93, 2018.
17. I.King, *Astron. J.*, **67**, 471, 1962.
18. I.R.King, *Astron. J.*, **71**, 276, 1966.
19. J.Bukowiecki, G.Maciejewski, P.Konorski et al., arXiv:1107.5119, 2011.

20. *S. von Hoerner*, *Astrophys. J.*, **125**, 451, 1957.
21. *C.Bonatto, E.Bica*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **397**, 1915, 2009.
22. *C.J.Peterson, I.R.King*, *Astron. J.*, **80**, 427, 1975.
23. *C.A.Bailer-Jones*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **127**, 994, 2015.
24. *C.Bailer-Jones, J.Rybizki, M.Fouesneau et al.*, *Astron. J.*, **161**, 147, 2021.
25. *A.Bressan, P.Marigo, L.Girardi et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **427**, 127, 2012.
26. *W.Brandner, P.Calissendorff, T.Kopytova*, *Astron. Astrophys.*, **677**, A162, 2023.
27. *A.Cardelli, G.C.Clayton, J.S.Mathis*, *Astrophys. J.*, **345**, 245, 1989.
28. *L.Casagrande, D.A.VandenBerg*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. Lett.*, **479**, L102-L107, 2018.
29. *J.Zhong, L.Chen, M.Kouwenhoven et al.*, *Astron. Astrophys.*, **624**, A34, 2019.
30. *J.Bland-Hawthorn, S.Sharma, T.Tepper-Garcia et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **486**, 1167, 2019.

DOI: 10.54503/0571-7132-2025.68.1-37

СУММАРНОЕ СОДЕРЖАНИЕ C+N+O В АТМОСФЕРАХ КРАСНЫХ ГИГАНТОВ РАЗНОЙ МЕТАЛЛИЧНОСТИ

Л.С.ЛЮБИМКОВ, Д.В.ПЕТРОВ

Поступила 1 октября 2024

Принята к печати 14 февраля 2025

Сумма C+N+O в красных гигантах интересна тем, что она, по-видимому, не меняется в течение эволюции звезды, хотя ее составляющие, особенно содержания C и N, испытывают значительные эволюционные изменения. Показано, что существует ярко выраженная корреляция между суммарным содержанием $\log \varepsilon(C+N+O)$ в красных гигантах и их индексом металличности $[Fe/H]$. Линейная зависимость между $\log \varepsilon(C+N+O)$ и $[Fe/H]$ свидетельствует о росте $\log \varepsilon(C+N+O)$ от 7.0 при $[Fe/H] = -2.5$ до 9.2 при $[Fe/H] = +0.3$, т.е. более, чем на 2 dex. Относительное содержание $[(C+N+O)/Fe]$ на том же интервале $[Fe/H]$, напротив, уменьшается на 0.7 dex. Показано, что соотношение между $[(C+N+O)/Fe]$ и $[Fe/H]$ почти полностью определяется соотношением между $[O/Fe]$ и $[Fe/H]$; следовательно, подтверждается, что кислород вносит главный вклад в сумму C+N+O. Поскольку современные модели эволюции Галактики достаточно хорошо объясняют наблюдаемую зависимость $[O/Fe]$ от $[Fe/H]$, тем самым они объясняют и наблюдаемую зависимость $[(C+N+O)/Fe]$ от $[Fe/H]$.

Ключевые слова: *красные гиганты; химический состав*

1. *Введение.* В серии наших работ [1-5] были исследованы красные гиганты двух типов в окрестности Солнца: гиганты с планетами и гиганты с магнитными полями. В работе [1] были определены фундаментальные параметры и содержания ключевых легких элементов Li, C и O для 9-ти K-гигантов с планетами. В работе [2] был детально исследован химический состав этих 9-ти звезд. Далее, в [3] был проанализирован химический состав гигантов EK Eri, OU And с магнитными полями, которые были причислены к вероятным потомкам магнитных Ap-звезд. В [4] были определены фундаментальные параметры и химический состав 20-ти магнитных G и K гигантов в окрестности Солнца. Наконец, в [5] была рассмотрена величина $[N/C]$, которая представляет собой чувствительный индикатор эволюции звезд, в сравнении между магнитными и немагнитными гигантами. Важно отметить, что анализ химического состава во всех этих работах был выполнен по единой методике.

Особое внимание в [1-5] было уделено элементам группы CNO, которые считаются ключевыми в теории эволюции звезд. Как известно, эти элементы участвуют в реакциях горения водорода в ядре звезды на стадии главной

последовательности (ГП), самой продолжительной стадии в эволюции звезды. При этом существенно меняются содержания этих элементов, особенно С и N: содержание N существенно увеличивается, а содержание С, наоборот, уменьшается. Вследствие этого, в частности, при достижении стадии красного гиганта сильно увеличивается отношение N/C (см. [5]).

Имеются данные, как теоретические, так и наблюдательные, указывающие на то, что суммарное содержание C+N+O в звезде в процессе ее эволюции остается постоянным (см., например, [6-8]). Другими словами, сумма C+N+O в звезде остается неизменной с момента ее формирования и эта величина характеризует химический состав той межзвездной среды, из которой образовалась звезда.

В работе [4] для 27-и красных гигантов в окрестности Солнца была найдена отчетливая корреляция между суммарным содержанием C+N+O и индексом металличности [Fe/H]. При этом значения [Fe/H] варьировались в диапазоне от -0.49 до +0.26, т.е. вблизи солнечного значения [Fe/H]=0.00. Возникает предположение, что эта корреляция продолжается в областях более низких значений [Fe/H]. Цель настоящей работы - в проверке этого предположения, для чего были рассмотрены звезды в расширенном интервале [Fe/H] от -2.6 до +0.3.

Список рассмотренных в настоящей работе объектов, для которых в литературе имеются данные относительно суммы C+N+O, представлен в разделе 2. Он содержит как отдельные звезды, так и группы звезд, включая четыре шаровых скопления. В разделе 3 приведена зависимость суммарного содержания $\log \epsilon(C+N+O)$ от индекса металличности [Fe/H]; получена ярко выраженная корреляция между этими величинами. Антикорреляция между величинами $[(C+N+O)/Fe]$ и [Fe/H], а также связанная с ней антикорреляция между [O/Fe] и [Fe/H], рассмотрены в разделах 4 и 5. Соответствие между полученными результатами и теоретическими расчетами обсуждается в разделе 6. Итоги работы подведены в разделе 7.

2. Список рассмотренных объектов. При построении зависимости суммарного содержания C+N+O от индекса металличности [Fe/H] использовались, прежде всего, результаты, полученные в [4] для 27 красных гигантов в окрестности Солнца. Напомним, что эти 27 гигантов показали околосолнечную металличность (значения [Fe/H] между -0.5 и +0.3). Кроме того, были добавлены другие объекты, для которых в литературе имеются данные относительно суммы C+N+O.

Список рассмотренных объектов представлен в табл.1. Для каждого из них указаны следующие величины: [Fe/H], $\log \epsilon(C+N+O)$, $[(C+N+O)/Fe]$ и [O/Fe]. Эти величины потребуются для построения рис.1, 2 и 3.

Таблица 1

ДАННЫЕ ИЗ ЛИТЕРАТУРЫ ОТНОСИТЕЛЬНО СУММЫ C+N+O
ДЛЯ ИЗБРАННЫХ ОБЪЕКТОВ

Объект	[Fe/H]	$\log \varepsilon(C + N + O)$	$[(C+N+O)/Fe]$	[O/Fe]	Ссылка
Солнце	0.00	8.94 ± 0.14	0.00	0.00	[9]
Звезды Лака	0.06 ± 0.20	8.97 ± 0.25	-0.03 ± 0.25	0.05 ± 0.06	[10]
M3	-1.39	7.74	0.19	0.33 ± 0.07	[7]
M13	-1.50	7.70	0.26	0.18 ± 0.10	[7]
NGC 6752	-1.6	7.62 ± 0.02	0.28	0.22 ± 0.07	[8]
NGC 1851	-1.3	8.16 ± 0.10	0.52	0.12 ± 0.07	[8]
NGC 1851	-1.04	8.02 ± 0.24	0.11 ± 0.20	0.11 ± 0.12	[11]
HD 66573	-0.62	8.44	0.12	0.22	[12]
HD 140283	-2.57	7.06	0.69	0.77	[13]

В табл.1 включена работа Лака [10], где была исследована 451 звезда спектральных типов F, G, и K и классов светимости I и II. Для 221-й звезды здесь были определены содержания C, N и O и найдены суммарные содержания $\log \varepsilon(C + N + O)$. Среднее значение $\log \varepsilon(C + N + O)$ для этой 221-й звезды (Звезды Лака), приведенное в табл.1, оказалось очень близким к солнечному значению.

В табл.1 приведены результаты исследования химического состава членов четырех шаровых скоплений с пониженной металличностью, а именно: M3, M13, NGC 1851 и NGC 6752. При этом для NGC 1851 взяты данные из работ [8,11]. В первой приведено среднее содержание C+N+O для скопления, а с помощью второй работы найдено это среднее по данным для 21-го красного гиганта.

В табл.1 включены также индивидуальные данные для двух звезд с низкой металличностью - HD 66573 и HD 140283. Вторая из них показала наименьшую металличность $[Fe/H] = -2.57$ среди выбранных объектов.

3. *Корреляция между суммарным содержанием $\log \varepsilon(C + N + O)$ и индексом металличности $[Fe/H]$.* На рис.1 представлена полученная нами зависимость $\log \varepsilon(C + N + O)$ от $[Fe/H]$. Наиболее высокие значения $\log \varepsilon(C + N + O)$ здесь показывают 27 гигантов из работы [4] с вариациями $[Fe/H]$ от -0.49 до +0.26 (заполненные кружки в правом верхнем углу рис.1). В среднем эти значения хорошо соответствуют величине 8.94 ± 0.14 , характерной для Солнца [9]. Такое же хорошее согласие с Солнцем имеет место для средних значений $\log \varepsilon(C + N + O) = 8.97$ и $[Fe/H] = 0.06$, которые мы получили для 221-ой звезд из списка Лака [10].

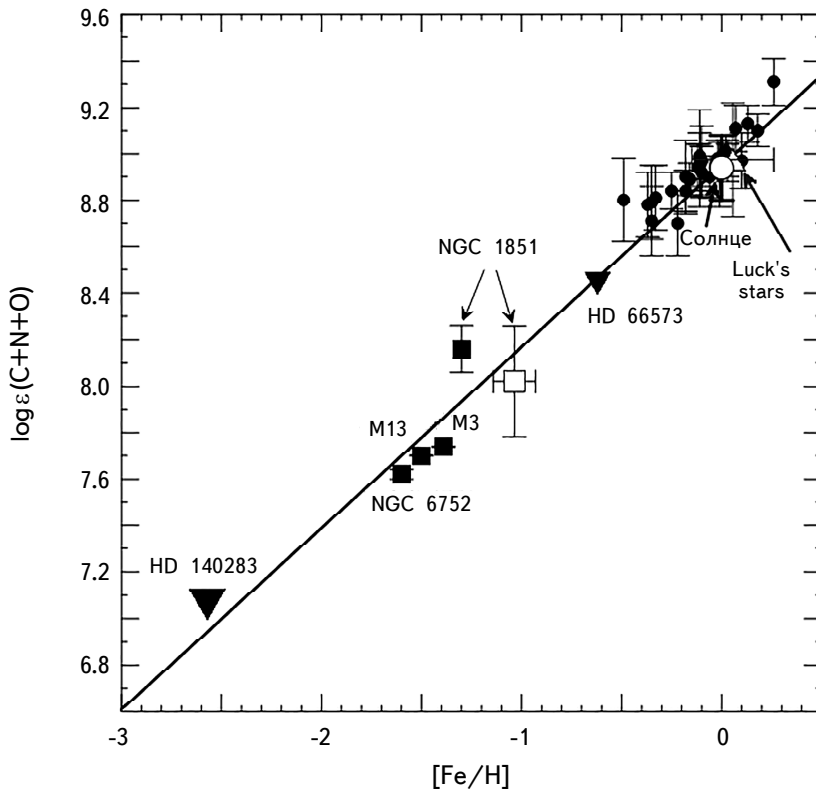


Рис.1. Зависимость суммарного содержания $\log \epsilon(C + N + O)$ от индекса металличности $[Fe/H]$ для объектов, представленных в табл.1. Прямая линия проведена методом наименьших квадратов.

Весьма компактную группу на рис.1 образуют три шаровых скопления, М3, М13 и NGC 6752. Для гигантов этих скоплений в работах [7,8] были получены очень близкие средние значения $\log \epsilon(C + N + O)$, а также $[Fe/H]$ (см. табл.1). Для четвертого шарового скопления, NGC 1851, на рис.1 приведены данные двух работ: среднее значение $\log \epsilon(C + N + O) = 8.16$, согласно [8], а также среднее значение $\log \epsilon(C + N + O) = 8.02$, полученное нами по данным для 21-го члена скопления из работы [11].

На рис.1 представлены также индивидуальные данные для двух звезд - HD 66573 [12] и HD 140283 [13]. Вторая из них особенно интересна, так как для нее получен самый низкий индекс металличности $[Fe/H] = -2.57$.

В целом рис.1 показывает, что существует ярко выраженная корреляция между величинами $\log \epsilon(C + N + O)$ и $[Fe/H]$. Видно, что она хорошо аппроксимируется прямой линией, которая проведена на рис.1 методом наименьших квадратов. Эта линия свидетельствует, что суммарное содержание $\log \epsilon(C + N + O)$

меняется от 7.0 при $[\text{Fe}/\text{H}] = -2.5$ до 9.2 при $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.3$, т.е. увеличивается на 2.2 dex.

4. *Зависимость величины $[(\text{C}+\text{N}+\text{O})/\text{Fe}]$ от индекса металличности $[\text{Fe}/\text{H}]$.* Как и в [4], для дальнейшего обсуждения, а также для сравнения с теорией вместо абсолютного содержания $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O})$ полезно рассмотреть относительное содержание $[(\text{C}+\text{N}+\text{O})/\text{Fe}]$, которое: 1) относит искомую величину к содержанию железа и 2) относит ее к содержанию на Солнце.

Зависимость $[(\text{C}+\text{N}+\text{O})/\text{Fe}]$ от $[\text{Fe}/\text{H}]$ представлена на рис.2. Видно, что, в отличие от рис.1, где величина $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O})$ в диапазоне $[\text{Fe}/\text{H}]$ от -2.5 до +0.3 меняется более, чем на два порядка, величина $[(\text{C}+\text{N}+\text{O})/\text{Fe}]$ на том же интервале $[\text{Fe}/\text{H}]$ меняется только на 0.7 dex (это можно оценить по сплошной прямой линии, проведенной на рис.2 методом наименьших квадратов). Еще одно различие между рис.1 и 2 состоит в том, что если на

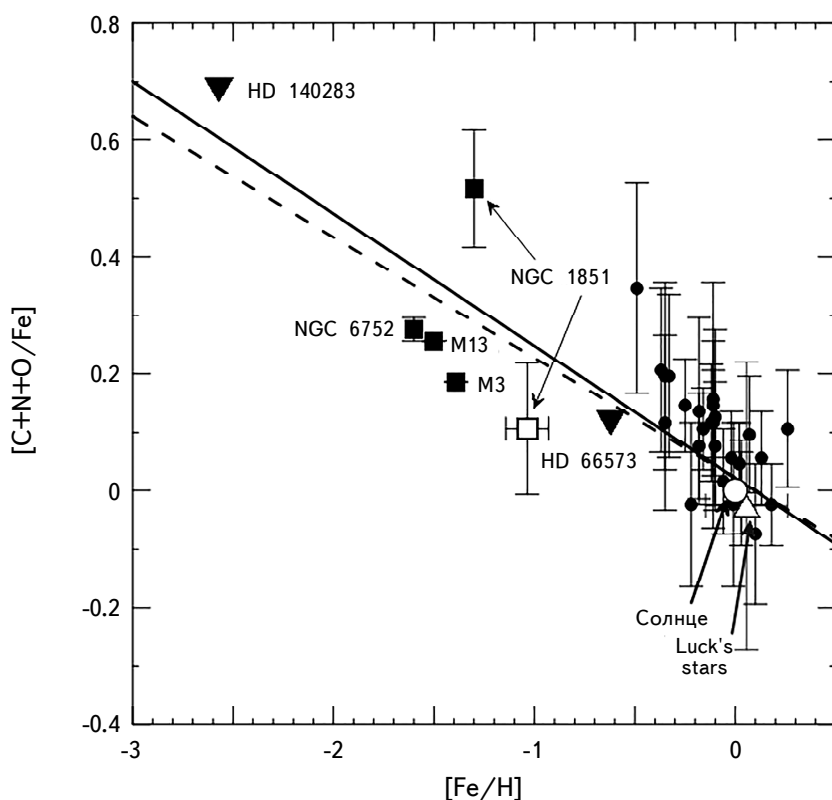


Рис.2. Зависимость величины $[(\text{C}+\text{N}+\text{O})/\text{Fe}]$ от индекса металличности $[\text{Fe}/\text{H}]$. Сплошная прямая проведена методом наименьших квадратов. Штриховая линия - повторение прямой, полученной для кислорода на рис.3.

первом имеет место ярко выраженная корреляция, то на втором, наоборот, наблюдается антикорреляция.

5. *Зависимость $[O/Fe]$ от $[Fe/H]$.* Среди CNO-элементов в сумму C+N+O наибольший вклад вносит кислород, так как он является самым обильным элементом в этой группе. Это видно на примере Солнца, для которого содержания C, N и O составляют $\log \varepsilon(C)=8.47$, $\log \varepsilon(N)=7.85$ и $\log \varepsilon(O)=8.71$ [9]. В этой связи зависимость величины $[O/Fe]$ от $[Fe/H]$ представляет особый интерес.

Давно известна антикорреляция, которая существует между величинами $[O/Fe]$ и $[Fe/H]$ (см., например, [14,15] и ссылки в них). На рис.3 для тех же объектов, что и на рис.1 и 2, представлена зависимость $[O/Fe]$ от $[Fe/H]$. Эту зависимость мы аппроксимировали прямой линией, которую провели методом наименьших квадратов.

Заметим, что точке Luck's stars на рис.3 соответствуют координаты $[Fe/H]=+0.06 \pm 0.20$ и $[O/Fe]=-0.05 \pm 0.06$. Это средние значения, найденные

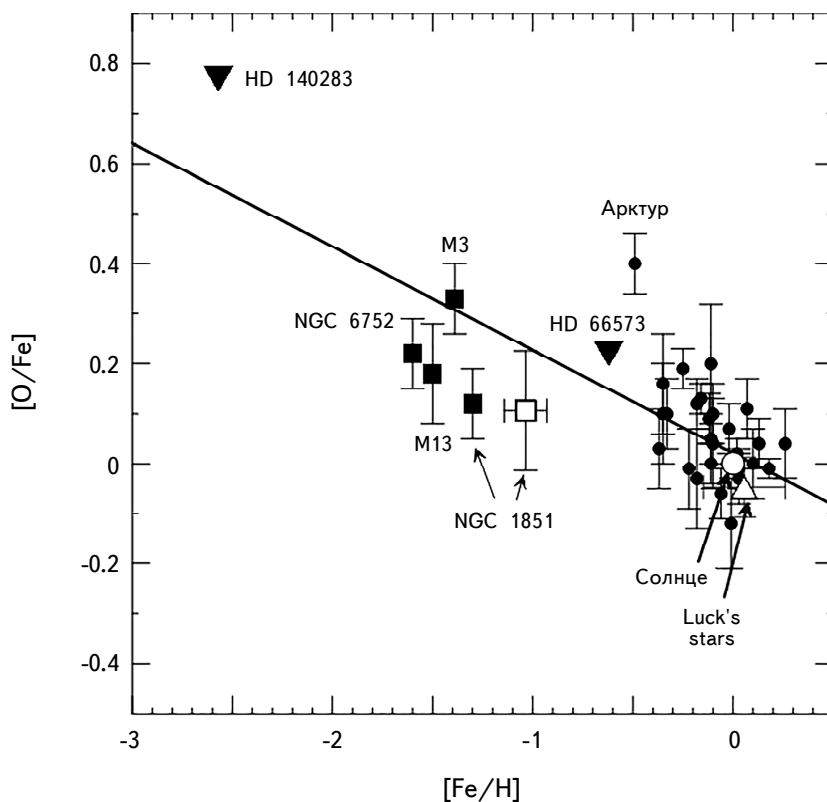


Рис.3. Зависимость величины $[O/Fe]$ от индекса металличности $[Fe/H]$. Прямая линия проведена методом наименьших квадратов.

нами для 221-й звезды из работы [10]. Для сравнения можно указать, что для 1133 FGK-гигантов из [17] (см. там табл.3) мы нашли очень близкие средние значения $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.02 \pm 0.23$ и $[\text{O}/\text{Fe}] = +0.02 \pm 0.21$ (суммарное содержание C+N+O в [17] не определялось).

Была скопирована прямая линия, полученная на рис.3, и перенесена в виде штриховой прямой на рис.2. Видно, что эта штриховая линия, представляющая кислород, очень близка к сплошной прямой, представляющей сумму C+N+O, и лежит слегка ниже. Тем самым подтвердили, что кислород вносит доминирующий вклад в сумму C+N+O.

6. Обсуждение. Для дальнейшего обсуждения важным является следующий результат: сумма C+N+O, которая, по-видимому, не меняется в процессе эволюции звезды, определяется в основном вкладом кислорода. Таким образом, наблюдаемые вариации величины $[(\text{C+N+O})/\text{Fe}]$ отражают фактически вариации величины $[\text{O}/\text{Fe}]$.

Традиционно предполагалось, что обогащение межзвездной среды (МС) химическими элементами в Галактике происходило в основном за счет взрывов сверхновых, причем сверхновые I типа поставляли в МС железо, а сверхновые II типа - кислород. Позже добавился еще один, внешний источник обогащения МС элементами. Имеется в виду падение вещества из так называемого Магелланова Потока (Magellanic Stream), представляющего собой высокоскоростные облака газа, летящие из Большого и Малого Магелланова Облака.

Современные "модели с падением" ("infall models") обсуждаются, например, в [15,16]. Они описывают формирование гало, толстого диска и тонкого диска Галактики. К сожалению, здесь не было определено суммарное содержание $[(\text{C+N+O})/\text{Fe}]$. Однако в [15,16] получена теоретическая зависимость $[\text{O}/\text{Fe}]$ от $[\text{Fe}/\text{H}]$, которая достаточно хорошо согласуется с наблюдениями (см., например, рис.15 в [15]). Поскольку кислород вносит определяющий вклад в суммарное содержание C+N+O, тем самым подтверждается, что современная теория достаточно хорошо объясняет зависимость $[(\text{C+N+O})/\text{Fe}]$ от $[\text{Fe}/\text{H}]$.

7. Заключение. В настоящей работе, наряду с нашими результатами для 27 G- и K-гигантов в окрестности Солнца использовались также данные из литературы для звезд (в основном красных гигантов) разной металличности. Основные результаты состоят в следующем.

Найдена ярко выраженная корреляция между суммарным содержанием $\log \epsilon(\text{C+N+O})$ и индексом металличности $[\text{Fe}/\text{H}]$. Линейная зависимость между $\log \epsilon(\text{C+N+O})$ и $[\text{Fe}/\text{H}]$ свидетельствует о росте $\log \epsilon(\text{C+N+O})$ от 7.0 при $[\text{Fe}/\text{H}] = -2.5$ до 9.2 при $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.3$, т.е. более чем на 2 dex.

Относительное содержание $[(C+N+O)/Fe]$ показывает антикорреляцию и меняется на -0.7 dex на том же интервале $[Fe/H]$.

Сумма $C+N+O$ в звезде, по-видимому, остается неизменной в процессе ее эволюции. Найденная зависимость $[(C+N+O)/Fe]$ от $[Fe/H]$, как было показано, почти полностью определяется зависимостью $[O/Fe]$ от $[Fe/H]$ (так как кислород вносит главный вклад в $C+N+O$). Поскольку современные модели эволюции Галактики достаточно хорошо объясняют наблюдаемую зависимость $[O/Fe]$ от $[Fe/H]$, тем самым они косвенно объясняют и наблюдаемую зависимость $[(C+N+O)/Fe]$ от $[Fe/H]$.

Ранее суммарное содержание $C+N+O$ не рассматривалось как параметр, характеризующий химическую эволюцию Галактики. Однако, по нашему мнению, эта величина вполне может быть включена в число таких параметров.

Крымская Астрофизическая Обсерватория РАН,
e-mail: lyub@craocrimea.ru

THE TOTAL C+N+O ABUNDANCE IN ATMOSPHERES OF RED GIANTS OF VARIOUS METALLICITY

L.S.LYUBIMKOV, D.V.PETROV

The sum $C+N+O$ in red giants is interesting because it does not apparently change during the star's evolution, although its components, especially the C and N abundances, suffer significant changes. We showed that the pronounced correlation exists between the total abundance $\log \varepsilon(C+N+O)$ in red giants and their metallicity index $[Fe/H]$. The linear relation that was found between $\log \varepsilon(C+N+O)$ and $[Fe/H]$ evidences an increase of $\log \varepsilon(C+N+O)$ from 7.0 at $[Fe/H] = -2.5$ to 9.2 at $[Fe/H] = +0.3$, i.e. greater than 2 dex. The relative abundance $[(C+N+O)/Fe]$ on the same $[Fe/H]$ interval, on the contrary, decreases by 0.7 dex. It was shown that the relation between $[(C+N+O)/Fe]$ and $[Fe/H]$ is determined almost completely by the relation between $[O/Fe]$ and $[Fe/H]$; therefore it is confirmed that oxygen gives a main contribution to the sum $C+N+O$. Since modern models of the Galaxy evolution explain well enough the observed dependence of $[O/Fe]$ on $[Fe/H]$, they explain by that the observed dependence of $[(C+N+O)/Fe]$ on $[Fe/H]$.

Keywords: *red giants: chemical composition*

ЛИТЕРАТУРА

1. *L.S.Lyubimkov, S.A.Korotin, D.V.Petrov et al.*, *Astron. Nachr.*, **342**, 497, 2021.
2. *Л.С.Любимков, Д.Б.Поклад, С.А.Коротин*, *Астрофизика*, **65**, 515, 2022, (*Astrophysics*, **65**, 494, 2022).
3. *Л.С.Любимков, С.А.Коротин, Д.В.Петров и др.*, *Астрофизика*, **65**, 63, 2022, (*Astrophysics*, **65**, 53, 2022).
4. *L.S.Lyubimkov, S.A.Korotin, D.V.Petrov et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **528**, 304, 2024.
5. *Л.С.Любимков, Д.Б.Поклад*, *Астрон. ж.*, **101**, 9, 60, 2024.
6. *R.E.Luck, D.L.Lambert*, *Astrophys. J.*, **298**, 782, 1985.
7. *J.G.Cohen, J.Meléndez*, *Astron. J.*, **129**, 303, 2005.
8. *D.Yong, F.Grundahl, J.E.Norris*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **446**, 3319, 2015.
9. *K.Lodders*, *Space Sci. Rev.*, **217**, 44, 2021.
10. *R.E.Luck*, *Astron. J.*, **147**, 137, 2014.
11. *G.Tautvaišienė, A.Drazdauskas, A.Bragaglia et al.*, *Astron. Astrophys.*, **658**, A80, 2022. doi:10.1051/0004-6361/202142234.
12. *Y.Takeda*, *Research in Astron. Astrophys.*, **23**, 025008, 2023.
13. *M.Spite, F.Spite, B.Barbuy*, *Astron. Astrophys.*, **652**, A97, 2021.
14. *Т.В.Мишенина*, "Галактика, ее строение и обогащение химическими элементами", Одесса, Астропринт, 2017. (*T.V.Mishenina*, "Galaxy, its structure and enrichment with chemical elements", Odessa, Astroprint, 2017).
15. *F.Matteucci*, *Astron. Astrophys. Rev.*, **29**, 5, 2021.
16. *A.Micali, F.Matteucci, D.Romano*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **436**, 1648, 2013.
17. *R.E.Luck*, *Astron. J.*, **150**, 88, 2015.

DOI: 10.54503/0571-7132-2025.68.1-47

SPECTRAL VARIATIONS AND PHYSICAL CONDITIONS OF BY DRACONIS IN THE ULTRAVIOLET

M.R.SANAD

Received 17 October 2024

Accepted 14 February 2025

We present International Ultraviolet Explorer (IUE) observations during the period (1980 - 1994) of the double lined spectroscopic binary BY Dra to show the spectral behavior and physical conditions in its atmosphere. The observations reveal indication of flare activity in their flux values in years (1981-1990-1994) in the chromosphere and transition region of the primary star. Beside the flaring activity the emission lines show a range of variations between high, intermediate and low. There is a relation between the fluxes and rotational phase. The reddening of BY Dra was estimated from 2200 Å absorption feature to be $E(B - V) = 0$. The average mass loss rate is found to be $\sim 4.9 \cdot 10^{-8} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$, the average temperature of the emitting region to be $\sim 9.2 \cdot 10^4 \text{ K}$, energy of flare to be $\sim 6.2 \cdot 10^{37} \text{ erg}$. We attributed the spectral variations to a cyclic behavior of the underlying magnetic field and the flaring activity to three component model.

Keywords: *stars: activity - stars: flare - stars: magnetic field - Individual: BY Dra - ultraviolet*

1. *Introduction.* BY Dra is a double - lined spectroscopic binary [1] with rotational period of 3.8 days and consists of dk5e + dk7e with an inclination of 30 degrees. The primary star makes up to two thirds of the light from the system at visual wavelengths [2]. BY Dra exhibits a significant brightness asymmetry in spectroscopic studies [3,4].

International Ultraviolet Explorer (IUE) observations have been used to determine the physical conditions in the transition region of flare stars [5]. Rotational variation studies [6] and Doppler imaging of ultraviolet emission lines [7] provide indication of discrete active areas in the chromosphere and transition regions of flare systems.

Stellar magnetic activity is a result of interplay of rotation and turbulent convection at stellar surface. Stellar rotation plays significant role in the dynamo efficiency and influence the magnetic activity of star. Magnetic activity is related to modulations in the stellar magnetic field and consequently is connected to the structure of the stellar subsurface zone, stellar rotation, spectral variations and regeneration of the magnetic field through self - sustaining dynamo activity [8-11].

Helminiak et al. [12] calculated the spectroscopic & astrometric orbital solution and the archival astrometric measurements from the Palomar Testbed Interferometer (PTI) and derived $M_1 = 0.79 M_\odot$, $M_2 = 0.69 M_\odot$, $d = 16.5$ pc. Vogt & Fekel [3] estimated the radius of the primary star to be $R_1 = 1.2 R_\odot$.

Butler et al. [13] by using IUE observations detected a small rotational modulation of the strong ultraviolet emission lines and interpreted this as evidence for plage - type regions in the stellar chromosphere which overlie the photospheric spots and the active regions were so numerous that some were always in view.

In this paper we studied the spectral behaviour of BY Dra binary system by using ultraviolet observations obtained with the IUE. The important observational evidences in our study are that firstly there is a relation between fluxes of emission lines in the times of (high, intermediate & low states) with rotational phase secondly the similar flaring activity at the same phases indicating a possible common origin in the chromosphere and transition region of BY Dra system.

The paper is organized as follows: In section 2 we present the ultraviolet observations, in section 3 we demonstrate the method of reddening determination, section 4 shows the results and discussions of the spectral behaviour of emission lines in the emitting areas, and section 5 contains the conclusions.

2. Observations and data reduction. The short wavelength ultraviolet spectra obtained with IUE with low-resolution have been retrieved from the MAST IUE system through its principle center at <https://archive.stsci.edu/iue/>. A detailed description of the ultraviolet data is given by [14,15].

The ultraviolet data were processed by using the standard software of IUEDAC IDL for the processing of spectra. The spectra were referenced to the rotational phase of the BY Dra binary system by using the ephemeris of Rodono et al. [16].

$$\text{HJD} = 2438983.612 + 3^{\text{d}}.836 \cdot E.$$

Table 1 list the ultraviolet observations of BY Dra with low resolution. The spectra were inspected individually in the 1150-1950 Å region to identify and reject noisy and overexposed or underexposed data.

The ultraviolet observations of BY Dra covering most phases. Representative examples of spectral lines are given in Fig.1, showing the variations of line fluxes at different times and the flaring activity. The emission lines are originated in the chromosphere and transition region of BY Dra primary star. Ultraviolet emission lines with different ionizations up to NV 1240 Å, SiIV 1400 Å, and CIV 1550 Å have been found in BY Dra.

3. Results and discussions.

3.1. Reddening determination of BY Dra. The method of estimating the reddening of BY Dra depends on using the most suitable set of ultraviolet data

Table 1

JOURNAL OF IUE OBSERVATIONS OF BY Dra

Data ID	Dispersion	Aperture	H.J.D.	Exposure time (s)	Phase
SWP10354	Low	Large	2444526.09388	7199.819	0.85
SWP15156	Low	Large	2444880.23403	3599.844	0.17
SWP15177	Low	Large	2444882.44178	7199.149	0.75
SWP39725	Low	Large	2448164.18267	5399.627	0.26
SWP39726	Low	Large	2448164.28584	5399.627	0.29
SWP39727	Low	Large	2448164.38215	5819.467	0.31
SWP39733	Low	Large	2448165.17983	5399.627	0.52
SWP39734	Low	Large	2448165.35733	5579.851	0.57
SWP39738	Low	Large	2448166.14191	4499.736	0.77
SWP39739	Low	Large	2448166.23425	4499.736	0.80
SWP39740	Low	Large	2448166.32384	3599.844	0.82
SWP39746	Low	Large	2448167.29306	4499.736	0.06
SWP39747	Low	Large	2448167.33983	2339.505	0.08
SWP39755	Low	Large	2448168.23925	4499.736	0.32
SWP39756	Low	Large	2448168.33443	2699.544	0.34
SWP39761	Low	Large	2448169.07016	1799.652	0.54
SWP42778	Low	Large	2448551.09764	22199.77	0.13
SWP48664	Low	Large	2449248.23067	4499.736	0.86
SWP50631	Low	Large	2449469.43293	7198.609	0.53
SWP51395	Low	Large	2449544.73564	7199.819	0.16

of Short Wavelength Prime camera (SWP) with low resolution ($6 \text{ \AA}$) in the wavelength range of between $1150\text{--}1950 \text{ \AA}$ and Long Wavelength Redundant (LWR) camera with low resolution ($6 \text{ \AA}$) in the wavelength range between $2000\text{--}3000 \text{ \AA}$. The Short Wavelength ultraviolet spectra are binned in $15 \text{ \AA}$ bins and $25 \text{ \AA}$ bins for Long Wavelength spectra. The collection of short and long wavelength data gives the ultraviolet spectrum shape of a reddened star, with its characteristic depression at $2200 \text{ \AA}$. The following ultraviolet observations are used in estimating the value of reddening (SWP10354 - LWR09021) (SWP15177 - LWR11687) (SWP39740 - LWR18894) leading to the best smoothing spectrum suitable for determining the reddening value.

The most suitable value is determined by visual examination of the plots for the best fit to the $2200 \text{ \AA}$ absorption feature, which represented the best agreement between observations and standard theoretical (dashed line) values. The estimated value of the reddening for BY Dra is $E(B - V) = 0.00$ as shown in Fig.2.

3.2. Spectral variations and its source. BY Dra binary system show some ultraviolet emission lines observed with IUE SWP camera for chromospheric cooler area such as CI $1657 \text{ \AA}$, OI $1306 \text{ \AA}$, SII $1808 \text{ \AA}$ and for transition hotter

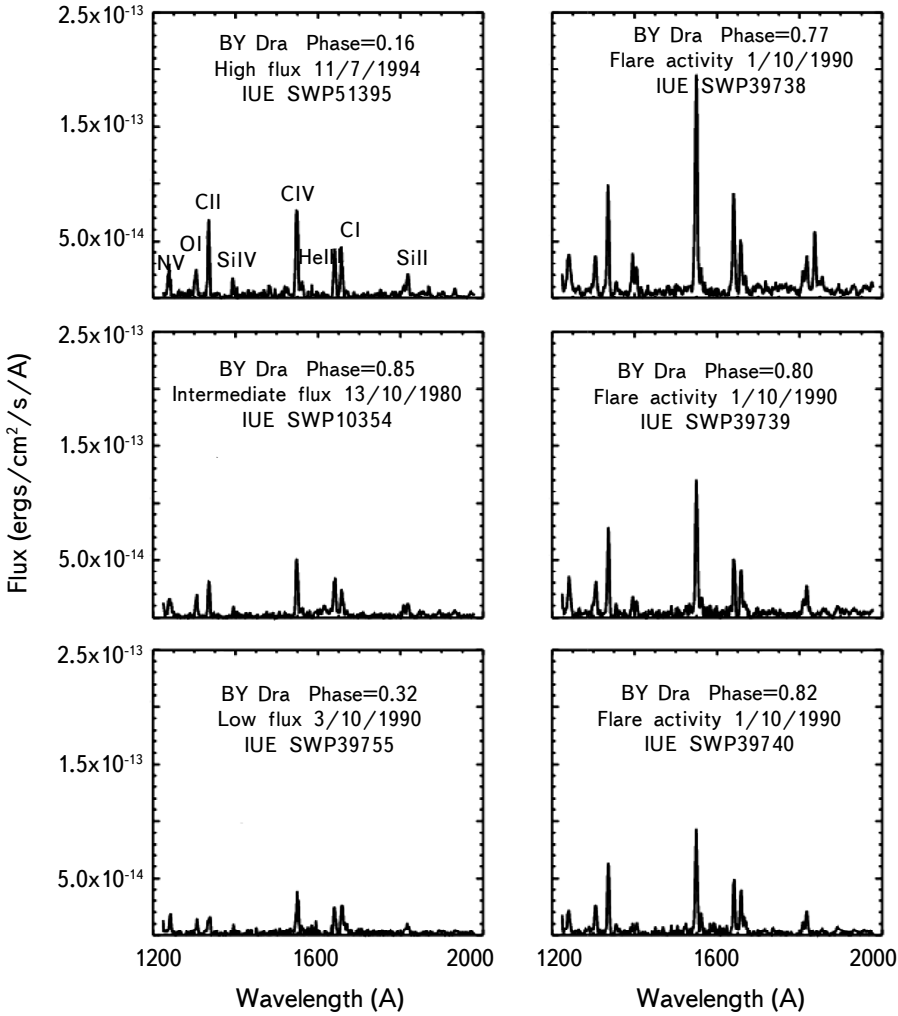


Fig.1. IUE spectrum of BY Dra with high, intermediate and low flux at different phases at the left - hand side and the flaring activity at the right - hand side.

area such as CII 1335 Å, SiIV 1400 Å, CIV 1550 Å, HeII 1640 Å, NV 1240 Å, and SiIII 1892 Å [13].

The OI, SiIV, CIV, CI, CII are resonance emission lines that are collisionally excited by the physical conditions of plasma in the quiet chromosphere. The HeII emission line is a recombination line. These emission lines are produced in the chromosphere and transition region of the primary star.

The emission lines (OI, CI) with low variable fluxes have nearly the same spectral behavior indicating that they have the same emitting region, the chromosphere of the primary star, while the emission lines (CII, CIV, HeII) with flaring

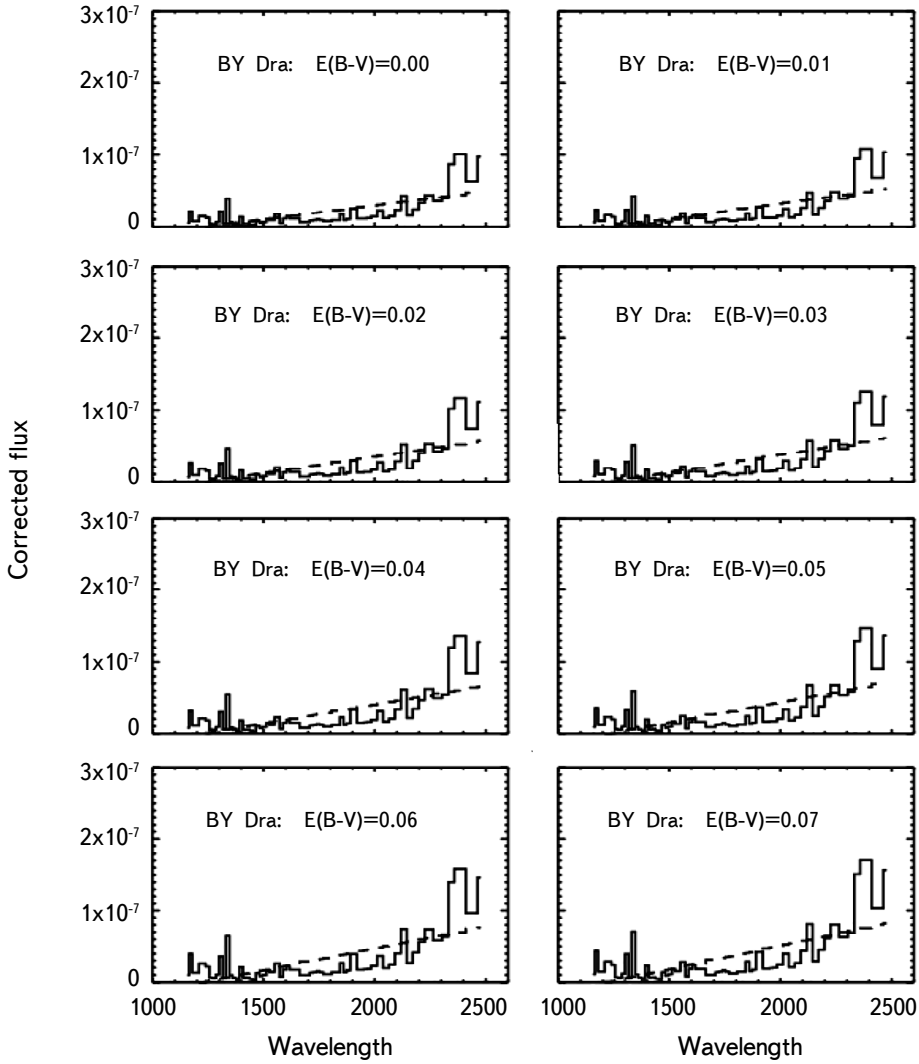


Fig.2. Reddening determination of BY Dra binary system.

activity indicating that they have the same emitting region, transition region of the primary star. The fluxes in emission lines were measured by determining the integrated area included in the emission area above the continuum near the wings of spectral line and were calculated with the method of Gaussian profile fitting.

Fig.3 shows the fluxes of chromospheric and transition region emission lines with rotational phase. The line fluxes correlate and change with phase with different values on short timescales of some hours and long timescales of months and years for the period 1980-1994. The line fluxes of both chromospheric region

(OI & CI) and transition region (NV, CII, CIV, He II) change between high, intermediate and low values with symbol (+) while the symbol ($\diamond$) represents flaring activity.

Tables 2-7 reveal the fluxes and values of flare of selected emission lines for BY Dra. The flaring activity of BY Dra for ultraviolet observations is not periodic as II Peg and λ And binary systems [17-19]. The increase in flux of emission lines reached about four times the quiescent values and the activity of emission lines is around phases (0.20 and 0.80) as showed in Fig.3.

Butler et al. [13] detected a true modulation of the ultraviolet emission line fluxes. This variation is in the sense that the ultraviolet emission lines are stronger at maximum spot visibility, suggestive of association with plage type areas in the chromosphere and transition region in the vicinity in the cool photospheric spots. The strong SWP emission lines are come from allowed transitions, their emissivities are not greatly affected by density and pressure changes. They deduced that most of the hot material in the atmosphere is contained in magnetic loops [20,21]. So, the increase in the amount of high temperature material relative to the amount of low temperature material could be explained by the presence of extensive magnetic loops in the atmosphere of BY Dra.

De Jager et al. [22] presented a study of simultaneous observations in the visual, radio and X-ray ranges of stellar flares on the BY Dra binary system. They observed one significant flare, simultaneously in soft X-rays and visible wavelengths and one smaller burst. The main flare generated hot plasma emitting soft X-rays. They suggested a model in which the flare starts impulsively by heating the stellar photosphere by particle beams with a temporary hot hole burnt into photosphere.

The relation of emission line fluxes with phase for chromosphere of the primary star of BY Dra can be interpreted as follows: The stellar atmosphere has undergone to magnetic field resulted in its non - radiative heating. The magnetic activity in late type stars is analogous to that observed with the Sun. It is assumed that magnetic fields produced from an interaction between convection currents and differential rotation as contained in the dynamo process. The hot area of plasma is pushed by magnetic fields upward and leaving cool regions as dark spots with low temperature in the outer parts.

The spot activity is explained as a result of a magnetic dynamo affecting on the convective area and the magnetic activity is variable with time. The variation of line fluxes gives an indication of active areas in the chromosphere of the primary star. These active areas are near the spot group with short term variations in the spot arrangement and the variations of ultraviolet emission lines suggesting a hot area overlying a cool spot.

The ultraviolet observations with enhanced emission lines as flaring activity

in the transition region of BY Dra can be understood by the three - component model of Jeffries [23]. In this model the thickness of the transition area is not constant over the surface of star and consists of three regions: active, quiet and cool loops underlying the hot coronal loops characterized by low and high ultraviolet emission occurring in the vicinity of spots required to interpret the low and high temperature components [24].

In this interpretation an area of cooling plasma is produced under a rising

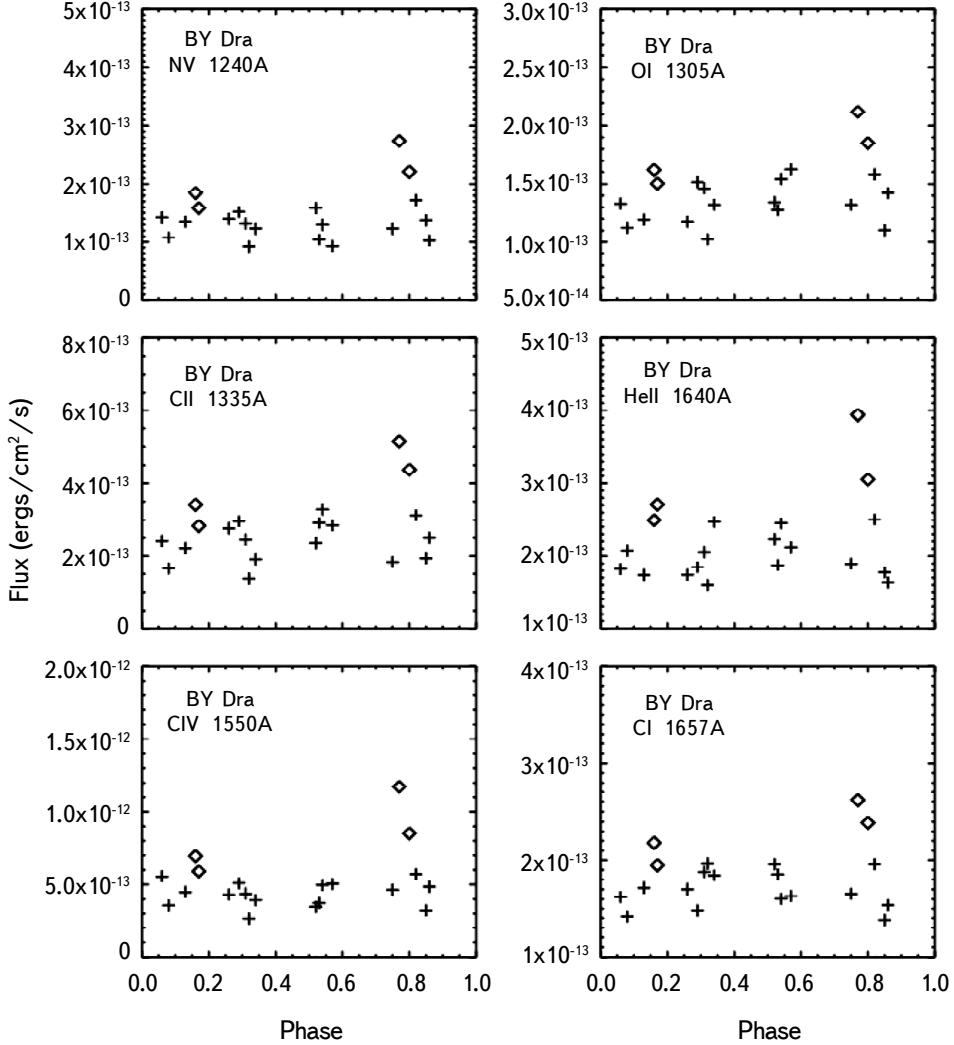


Fig.3. Spectral variations with rotational phase for line fluxes (OI & CI) of chromospheric region and line fluxes (NV, CII, CIV, HeII) of transition region. symbol (+) represents normal spectral variations between high, intermediate and low values while the symbol (◇) represents flaring activity.

magnetic reconnection line. It is believed that flaring occurs on several scales in the stellar atmosphere. Suggesting that the heating of the corona is achieved by a quasi-continuous flaring process [25].

If this source of activity stopped then the plasma in the loops of active area will cool by radiative means and at some time the plasma will be a source of ultraviolet radiation. So, the energy source is large scale migration of active areas causing loops to interact leading to flare heating of the loop plasma. This physical process for the formation of the cool plasma represents the main mechanism of the flaring activity.

In conclusion, the IUE observations of BY Dra shows presence of hot material through rotation period suggesting that BY Dra has magnetic loops that remain visible for long periods of time and changes by rotation. The fact that the line fluxes remain high suggests that the active regions and loops in addition to spots are either quite long lived on BY Dra or they are numerous that some are always presented by Butler et al. [13].

During the flare process, the electrons are accelerated with high energies and stream down along the flare loop and heating the emitting transition region and generating significant flare emission. The ultraviolet emission with flare energies can be produced either by accelerating the energetic electrons in flare or by impact excitations by high energy electrons as non - thermal excitation or by thermal conduction [26].

4. *Ultraviolet luminosity, flare energy, mass loss rate and temperature of emitting area.* The ultraviolet luminosity of emitting region is calculated by using the following equation

$$L_{UV} = 4\pi Fd^2,$$

where F is the integrated flux value and d is the distance to the object 16.5 pc [12]. For BY Dra binary system, by using integrated fluxes of NV, OI, CII, CIV, HeII and CI, it is found that the ultraviolet luminosities for the selected spectral lines in different states as listed in the following Tables 2-7.

By using the mass of the primary star $M \sim 0.79 M_{\odot}$ [12], and a radius of $\sim 1.4 R_{\odot}$ [3] the rate of mass loss is calculated by using the following equation [27].

$$\log M^* = 14.02 + 1.24 \log \left(\frac{L}{L_{\odot}} \right) + 0.16 \log \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) + 0.81 \log \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right) M_{\odot} \text{ yr}^{-1}.$$

The mass loss rate is estimated to be $\sim 4.9 \cdot 10^{-8} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$.

The stored energy in the flare for the G star is estimated by using the following equation, [28]:

$$W_{\text{primary}} = 1.6 \cdot 10^{37} \left(\frac{l}{R_{\odot}} \right) \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right)^2 \left(\frac{B_{\text{surf}}}{1000 \text{ G}} \right) \text{ erg}.$$

By using the magnetic field strength of 2700 G and $l = 2R_{\odot}$ [28,29] and a radius of $\sim 1.4R_{\odot}$, it is found that the stored energy $\sim 6.2 \cdot 10^{37}$ erg. Then the temperature of the emitting region is

Table 2

LINE FLUXES AND ULTRAVIOLET LUMINOSITIES AT
DIFFERENT STATES OF NV

State	Flux ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)	L_{uv} ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)
Flare	$2.14 \cdot 10^{-13}$	$6.98 \cdot 10^{27}$
High	$1.98 \cdot 10^{-13}$	$5.32 \cdot 10^{27}$
Intermediate	$1.42 \cdot 10^{-13}$	$4.40 \cdot 10^{27}$
Low	$1.02 \cdot 10^{-13}$	$3.31 \cdot 10^{27}$

Table 3

LINE FLUXES AND ULTRAVIOLET LUMINOSITIES AT
DIFFERENT STATES OF OI

State	Flux ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)	L_{uv} ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)
Flare	$2.14 \cdot 10^{-13}$	$6.98 \cdot 10^{27}$
High	$1.98 \cdot 10^{-13}$	$5.32 \cdot 10^{27}$
Intermediate	$1.42 \cdot 10^{-13}$	$4.40 \cdot 10^{27}$
Low	$1.02 \cdot 10^{-13}$	$3.31 \cdot 10^{27}$

Table 4

LINE FLUXES AND ULTRAVIOLET LUMINOSITIES AT
DIFFERENT STATES OF CII

State	Flux ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)	L_{uv} ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)
Flare	$5.15 \cdot 10^{-13}$	$1.69 \cdot 10^{28}$
High	$4.08 \cdot 10^{-13}$	$1.12 \cdot 10^{28}$
Intermediate	$2.75 \cdot 10^{-13}$	$8.06 \cdot 10^{27}$
Low	$1.37 \cdot 10^{-13}$	$4.50 \cdot 10^{27}$

Table 5

LINE FLUXES AND ULTRAVIOLET LUMINOSITIES AT
DIFFERENT STATES OF CIV

State	Flux ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)	L_{uv} ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)
Flare	$1.17 \cdot 10^{-12}$	$3.85 \cdot 10^{28}$
High	$7.28 \cdot 10^{-13}$	$1.74 \cdot 10^{28}$
Intermediate	$5.04 \cdot 10^{-13}$	$1.43 \cdot 10^{28}$
Low	$2.65 \cdot 10^{-13}$	$8.71 \cdot 10^{27}$

Table 6

LINE FLUXES AND ULTRAVIOLET LUMINOSITIES AT
DIFFERENT STATES OF HeII

State	Flux ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)	L_{uv} ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)
Flare	$4.24 \cdot 10^{-13}$	$1.39 \cdot 10^{28}$
High	$2.71 \cdot 10^{-13}$	$8.91 \cdot 10^{27}$
Intermediate	$2.05 \cdot 10^{-13}$	$6.75 \cdot 10^{27}$
Low	$1.59 \cdot 10^{-13}$	$5.24 \cdot 10^{27}$

Table 7

LINE FLUXES AND ULTRAVIOLET LUMINOSITIES AT
DIFFERENT STATES OF CI

State	Flux ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)	L_{uv} ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)
Flare	$2.61 \cdot 10^{-13}$	$8.60 \cdot 10^{27}$
High	$2.01 \cdot 10^{-13}$	$6.59 \cdot 10^{27}$
Intermediate	$1.80 \cdot 10^{-13}$	$5.36 \cdot 10^{27}$
Low	$1.38 \cdot 10^{-13}$	$4.54 \cdot 10^{27}$

$$T = 9.2 \cdot 10^4 \text{ K} \pm 500 \text{ K}.$$

5. *Conclusions.* The main two aims of this study are to firstly study the spectral behaviour and flaring activity of transition region and secondly the richness of the observations allowed estimation of some physical parameters of BY Dra binary system by using International Ultraviolet Explorer (IUE) data.

The emission lines of (NV, OI, CI, CII, CIV, HeII) are produced in chromosphere and transition region of the primary star. The emitting regions are characterized by variations of the magnetic activity and the results showed a relation between rotational phase and line fluxes.

The flaring activity of transition region reveals an increase in fluxes of three emission lines (CII, CIV, HeII) reached about four times the quiescent values and the activity of all emission lines is around certain phases.

The estimated physical parameters (ultraviolet luminosity, mass loss rate, stored energy in flare and temperature) support the origin of ultraviolet emission lines in the chromosphere and transition region of the primary star.

The flaring activity support the three - component model in which the thickness of the transition area is not constant over the surface of star and consists of three regions active, quiet and cool loops underlying the hot coronal loops

characterized by low and high ultraviolet emission occurring in the vicinity of spots and the cool material is related to flare activity with an area of cooling plasma produced under a rising magnetic reconnection line. The energy source is large scale migration of active areas causing loops to interact leading to flare heating of the loop plasma.

Astronomy Department, National Research Institute of Astronomy and Geophysics Helwan-Cairo-Egypt, e-mail: mrsanad1@yahoo.com

СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЕРЕМЕННОСТЬ И ФИЗИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ BY Dra В УЛЬТРАФИОЛЕТЕ

М.Р.САНАД

Представлены наблюдения IUE спектрально-двойной звезды BY Dra в период с 1980 по 1994гг., с целью показать спектральное поведение и физические условия в ее атмосфере. Наблюдаемые значения потока в 1981, 1990 и 1994гг. указывают на вспышечную активность первичной звезды в хромосфере и переходной области. Помимо вспышечной активности, наблюдается переменность эмиссионных линий от больших до средних и низких значений. Обнаружена связь между потоками и фазой вращения. Покраснение BY Dra было оценено по поглощению на длине волны 2200 Å как $E(B - V) = 0$. Средняя скорость потери массы составляет $\sim 4.9 \cdot 10^{-8} M_{\odot}$ в год, средняя температура излучающего региона, рассчитанная по уравнению Планка, составляет $\sim 9.2 \cdot 10^4$ К, энергия вспышки - $\sim 6.2 \cdot 10^{37}$ эрг. Предположено, что спектральная переменность связана с циклическим поведением магнитного поля, а активность вспышек - с трехкомпонентной моделью.

Ключевые слова: *звезды: активность - звезды: вспышки* *звезды: магнитное поле - BY Dra - ультрафиолет*

REFERENCES

1. W.Krzeminski, R.P.Kraft, Astron. J., **72**, 307, 1967.
2. B.R.Pettersen, K.Olah, W.H.Sandmann, Astron. Astrophys., **96**, 497, 1992.
3. S.S.Vogt, F.Fekel, Astrophys. J., **234**, 958, 1979.

4. *P.B.Lucke, M.Mayor*, *Astron. Astrophys.*, **92**, 182, 1980.
5. *M.R.Sanad, I.Zead, M.A.Abdel-Sabour*, *Astrophysics*, **64**, 316, 2021.
6. *N.Marstad*, In: *Advances in Ultraviolet Astronomy, Four Years of IUE Research*, p.554, 1982.
7. *F.M.Walter, J.E.Neff, D.M.Gibson et al.*, *Astron. Astrophys.*, **186**, 241, 1987.
8. *E.N.Parker*, *Astrophys. J.*, **122**, 293, 1955.
9. *A.Skumanich*, *Astrophys. J.*, **171**, 565, 1972.
10. *R. de Grijs, D.Kamath*, *Universe*, **7**, 440, 2021.
11. *D.Chahal, R. de Grijs, D.Kamath et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **514**, 4932, 2022.
12. *K.G.Helminiak, M.Konacki, M.W.Muterrspaugh*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **419**, 1285, 2012.
13. *C.J.Butler, J.G.Doyle, A.D.Andrews et al.*, *Astron. Astrophys.*, **174**, 139, 1987.
14. *P.M.Rodriguez-Pascual, R.Gonzalez-Riestra, N.Schartel et al.*, *Astron. Astrophys.*, **139**, 183R, 1999.
15. *R.Gonzalez-Riestra, A.Cassatella, W.Wamsteker*, *Astron. Astrophys.*, **373**, 730G, 2001.
16. *M.Rodono, G.Cutispoto, V.Pazzani et al.*, *Astron. Astrophys.*, **165**, 135, 1986.
17. *M.R.Sanad*, *Research in Astron. Astrophys.*, **22**(8), 085015, 2022.
18. *M.R.Sanad*, *Astron. Rep.*, **67**, 581, 2023.
19. *M.R.Sanad*, *Astron. Astrophys. Transactions*, **34**, 163, 2024.
20. *G.I.Withbroe*, *Astrophys. J.*, **225**, 641, 1987.
21. *J.G.Doyle, J.C.Raymond*, *Solar phys.*, **90**, 97, 1984.
22. *C. De Jager, J.Heise, S.Avgoloupis et al.*, *Astron. Astrophys.*, **156**, 95, 1986.
23. *R.D.Jeffries*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **253**, 369, 1991.
24. *J.C.Raymond, R.Foukal*, *Astrophys. J.*, **253**, 323, 1982.
25. *E.N.Parker*, *Astrophys. J.*, **330**, 474, 1988.
26. *T.G.Forbes, E.R.Priest*, *Astrophys. J.*, **446**, 377, 1995.
27. *H.Nieuwenhuizen, C. de Jager*, *Astron. Astrophys.*, **231**, 134, 1990.
28. *G.H.J. Van den Oord*, *Astron. Astrophys.*, **205**, 167, 1988.
29. *D.O.Fionnagain, A.A.Vidotto, P.Petit et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **500**, 3438, 2021.

DOI: 10.54503/0571-7132-2025.68.1-59

ПЕРЕМЕННОСТЬ ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ. РЕУЛЬТАТЫ МНОГОЛЕТНИХ НАБЛЮДЕНИЙ

Л.Н.КОНДРАТЬЕВА, Э.К.ДЕНИСЮК, С.А.ШОМШЕКОВА,
И.В.РЕВА, А.К.АЙМАНОВА, М.А.КРУГОВ

Поступила 28 октября 2024

Принята к печати 14 февраля 2025

Представлены результаты спектроскопических и фотометрических наблюдений 14 компактных планетарных туманностей. Наблюдения проводились в Астрофизическом институте им. В.Г.Фесенкова (Казахстан) с 1973г. Цель работы - получение данных о переменности изучаемых объектов на больших временных интервалах. В качестве критерия при определении степени возбуждения газа в туманности использовались интенсивности линий [OIII], нормированные к интенсивности H β . Анализ данных, полученных на протяжении 40-50 лет, показал существенные изменения в спектрах большинства наших объектов, связанные, скорее всего, с повышением температуры центральных звезд и/или с изменением внутренней структуры оболочек.

Ключевые слова: *планетарные туманности: эволюция центральных звезд:
фотометрия: спектрофотометрия*

1. *Введение.* Планетарные туманности (ПТ) представляют собой переходную стадию эволюции звезд с массами 1-8 $M_{\odot}$ на пути от асимптотической ветви красных гигантов (AGB) к белым карликам. Этот короткий этап длится около 10 000 лет, что несравнимо с продолжительностью жизни звезд. Тем не менее, он играет важную роль в звездной эволюции. На стадии ПТ происходят существенные изменения физических параметров звезды (массы, радиуса, светимости, химического состава), и она приобретает качественно иной статус. ПТ обогащают межзвездную среду тяжелыми элементами. Они являются эффективным инструментом изучения физических свойств ионизованного газа, физических и динамических процессов, сопровождающих взаимодействие компонентов в двойных звездных системах. Активные исследования этих объектов выявили многочисленные проявления спектральной и фотометрической переменности. Основными источниками фотометрической переменности могут быть пульсации центральных звезд [1]. Этой проблеме посвящена серия статей Hrivnak et al., например, [2]. Иногда колебания блеска обусловлены вращением звезды или переменностью звездного ветра [1,3,4]. По мере исследования планетарных туманностей увеличивается

количество объектов с двойными центральными звездами. Обмен массами между компонентами двойного ядра также может влиять на блеск объекта [5-8]. В спектрах нескольких планетарных туманностей были обнаружены быстрые изменения интенсивностей эмиссионных линий [9-15]. Логично предположить, что определяющим фактором при этом может быть повышение эффективной температуры центральной звезды. Для объяснения наблюдаемой переменности потребовались новые модели ускоренной эволюции центральных звезд [16]. В некоторых случаях причиной спектральной переменности могут быть изменения внутренней структуры туманности, как-то выброс из ядра вторичной оболочки или отдельных сгустков, фрагментов материи, которые способны влиять на ионизирующее излучение центральной звезды [10,15,17].

2. Наблюдения и обработка. В Астрофизическом институте им. В.Г.Фесенкова (АФИФ) изучение планетарных туманностей начиналось в 70-х годах прошлого века. Использовался телескоп АЗТ-8 (70 см), расположенный в обсерватории Каменское Плато. Первые спектральные и фотометрические наблюдения проводились на спектрографе оригинальной конструкции, изготовленном в АФИФ. На выходе спектрографа был установлен трехкаскадный ЭОП УМ-92, изображения регистрировались на астрономическую фотопленку А600 и Кодак [18]. Спектрограф был оснащен набором дифракционных решеток и объективов камеры для работы в разных участках доступного спектрального диапазона, который составлял $3700\text{--}8000\text{ \AA}$. На каждую пленку (24 кадра) впечатывались изображения платинового ослабителя, ступеньки которого имеют напыление с известными значениями пропускания. Соотношение между оптической плотностью изображений ослабителя и интенсивностью прошедшего света использовалось для построения характеристической кривой. На пленке регистрировалось изображение с экрана ЭОПа, поэтому одна кривая использовалась для всего спектра. Все негативы оцифровывались на автоматическом микроденситометре. Авторами данной статьи был разработан пакет программ на языке QuickC для последующей обработки: построения характеристической кривой, преобразования оптических плотностей в спектре в интенсивности, определения интенсивностей и потоков в эмиссионных линиях. Для шкалы длин волн использовался спектр лампы СГ-3С, который впечатывался на каждом кадре выше и ниже спектра объекта. Зависимость спектральной чувствительности аппаратуры от длины волны определялась по изображениям спектров ярких стандартных звезд с известным распределением энергии. Для спектров ПТ и стандартов вводились поправки, учитывающие атмосферное поглощение и спектральную чувствительность аппаратуры. Спектрограммы получались с линейной дисперсией от 30 до $150\text{ \AA}/\text{мм}$. Используемые фотоэмульсии имели разрешающую спо-

способность ~ 110 -145 пар линий/мм. Среднее разрешение спектрограмм составляло ~ 4000 -800 в области $H\alpha$ и 3000-600 в области $H\beta$.

В 2001г. была проведена модернизация спектрографа, ЭОП был заменен на ПЗС-камеру ST-8 (1530x1020), а в 2017г. ее сменила ПЗС-камера STT-3200 (2184x1472). Спектрограммы с дисперсией 0.5 и 1.0 Å /пиксель получались в двух диапазонах длин волн: 4400-5400 Å и 6200-7200 Å. При ширине входной щели спектрографа 7"-10" типичное разрешение R составляло 1400-900 в области $H\alpha$ и 1000-700 в области $H\beta$.

Дополнительные спектральные наблюдения ПТ выполнялись на 1-м телескопе фирмы Карл Цейсс-Йена, установленном в обсерватории Ассы-Тургень АФИФ. Использовался спектрограф UAGS фирмы Карл Цейс-Йена, который предназначен для получения спектров средней и низкой дисперсии. Благодаря светосильным зеркальным камерам Шмидта, он особенно эффективен при наблюдениях слабых объектов в широком диапазоне длин волн. На выходе спектрографа была установлена ПЗС камера ST-8. Ширина входной щели составляла 3" и 10". Спектрограммы с дисперсией 0.7 Å /пиксель получались в тех же диапазонах длин волн, что и при наблюдениях на телескопе АЗТ-8. Данные всех наблюдений обрабатывались стандартным способом, с использованием файлов Dark и Flat Field. Спектр лампы СГ-3С с эмиссионными линиями He, Ne и Ag служил для калибровки спектров по длинам волн. Все результаты корректировались с учетом атмосферного поглощения. Для калибровки потоков излучения использовались спектры стандартных звезд из каталога [19], получаемые непосредственно до или после спектра объекта.

До 2016г. фотометрические наблюдения проводились с помощью этих же спектрографов (АЗТ-8 и 1-м телескоп). Они были оснащены специальными оптическими системами, проецирующими участок неба на ПЗС-камеру, и наборами фильтров BVR Джонсона. С 2016г. оптическая фотометрия проводится на втором 1-м телескопе, расположенном в Тянь-Шаньской обсерватории АФИФ. Он оснащен ПЗС-камерой Alta F16M (4096x4096.9 мкм) и набором фильтров BVRc. Поле зрения 20'x20', угловой масштаб 0".38 пиксель⁻¹. В качестве стандартов для дифференциальной фотометрии использовались соседние звезды поля с известными звездными величинами BVRc. Дополнительные наблюдения 40 стандартных звезд из [20] были проведены для получения уравнений перевода инструментальных значений звездных величин в стандартную систему Джонсона.

В данной статье представлены результаты наших наблюдений планетарных туманностей малых угловых размеров. Цель работы - изучение многолетней переменности объектов.

3. Результаты наблюдений. В процессе обработки наблюдательных данных получены абсолютные потоки излучения в эмиссионных линиях.

Критериями степени возбуждения газа в оболочках являются относительные интенсивности эмиссионных линий [OIII] 4959, 5007 Å. В табл.1 приведены данные для объектов низкого возбуждения $I(5007) \leq 0.1 \times I(\text{H}\beta)$. В первом столбце даны обозначения по каталогу [19], названия объекта, а также коэффициенты межзвездного поглощения $C(\text{H}\beta)$. Во втором столбце приведены даты наблюдений. Абсолютные потоки в линиях $\text{H}\beta$ в $\text{эрг см}^{-2} \text{с}^{-1}$ приведены в третьем столбце. Последующие столбцы содержат относительные интенсивности наиболее ярких эмиссионных линий, исправленные за межзвездное поглощение и нормированные

Таблица 1

**АБСОЛЮТНЫЕ ПОТОКИ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ
ИНТЕНСИВНОСТИ ЭМИССИОННЫХ ЛИНИЙ В
СПЕКТРАХ ОБЪЕКТОВ НИЗКОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ**

Объект	Дата наблюдений	F(H β) 4861	[OIII] 5007	H α 6563	[NII] 6583	HeI 6678	[SII] 6717	[SII] 6731	HeI 7065	[ArIII] 7136	[OI] 7324
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PK232-4.7 M1-11 $C(\text{H}\beta) = 1.6$	1971-1973	(1.3 $\pm$ 0.3)E-12		285 $\pm$ 35	196 $\pm$ 36	1.1 $\pm$ 0.4	0.4 $\pm$ 0.1	0.9 $\pm$ 0.2	-	-	-
	Jan 16, 1975	-	8.7 $\pm$ 1.8	296 $\pm$ 32	192 $\pm$ 36	0.9 $\pm$ 0.3	0.4 $\pm$ 0.1	0.8 $\pm$ 0.2	-	-	-
	Oct, 1978 [25]	-	7.0 $\pm$ 1.0	294 $\pm$ 29	225 $\pm$ 22	1.4 $\pm$ 0.2	-	-	2.3 $\pm$ 0.3	1.3 $\pm$ 0.2	-
	Dec, 1982 [26]	(2.1 $\pm$ 0.2)E-12	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Apr, 1984 [27]	(1.5 $\pm$ 0.2)E-12	10 $\pm$ 1.1	300 $\pm$ 30	195 $\pm$ 20	-	-	-	-	-	-
	Jan, 1986 [28]	-	7.9 $\pm$ 1.0	285 $\pm$ 30	188 $\pm$ 18	0.9 $\pm$ 0.2	0.6 $\pm$ 0.1	1.0 $\pm$ 0.2	-	-	-
	Mar 06, 1989	-	11 $\pm$ 1.1	286 $\pm$ 30	190 $\pm$ 20	1.0 $\pm$ 0.2	0.5 $\pm$ 0.1	1.0 $\pm$ 0.2	-	1.9 $\pm$ 0.3	-
	Feb 2007 [29]	(1.6 $\pm$ 0.2)E-12	16 $\pm$ 1.2	280 $\pm$ 30	198 $\pm$ 22	1.2 $\pm$ 0.3	0.4 $\pm$ 0.1	0.9 $\pm$ 0.2	2.0 $\pm$ 0.3	2.1 $\pm$ 0.3	20 $\pm$ 2.5
	Nov 01, 2010	-	-	286 $\pm$ 30	200 $\pm$ 30	1.4 $\pm$ 0.3	0.6 $\pm$ 0.1	1.2 $\pm$ 0.3	-	-	-
	Nov 2013 [30]	(1.5 $\pm$ 0.2)E-12	23 $\pm$ 2	-	-	-	-	-	-	-	-
	Jan 15, 2016	(1.6 $\pm$ 0.2)E-12	19 $\pm$ 2	290 $\pm$ 30	203 $\pm$ 30	1.2 $\pm$ 0.3	-	-	-	-	-
	Feb 27, 2022	(1.8 $\pm$ 0.2)E-12	21 $\pm$ 2	-	-	-	-	-	-	-	-
	Feb 28, 2023	(1.9 $\pm$ 0.2)E-12	20 $\pm$ 2	296 $\pm$ 30	186 $\pm$ 20	1.4 $\pm$ 0.3	0.6 $\pm$ 0.1	1.2 $\pm$ 0.2	-	1.8 $\pm$ 0.4	-
	Feb 06, 2024	(2.1 $\pm$ 0.2)E-12	21 $\pm$ 2	297 $\pm$ 30	200 $\pm$ 20	1.7 $\pm$ 0.3	-	-	3.7 $\pm$ 0.8	3.0 $\pm$ 0.6	16 $\pm$ 1.9
PK 235-3.1 M1-12 $C(\text{H}\beta) = 0.95$	Oct 1978 [25]	-	10 $\pm$ 1	300 $\pm$ 30	145 $\pm$ 18	0.6 $\pm$ 0.1	0.6 $\pm$ 0.1	1.5 $\pm$ 0.3	1.7 $\pm$ 0.3	1.2 $\pm$ 0.3	15 $\pm$ 2.0
	Feb 15, 1979	(1.8 $\pm$ 0.2)E-12	10 $\pm$ 1	302 $\pm$ 30	175 $\pm$ 18	1.7 $\pm$ 0.3	2.4 $\pm$ 0.3	3.7 $\pm$ 0.7	2.5 $\pm$ 0.5	-	22 $\pm$ 2.8
	1992-1993 [30]	(2.2 $\pm$ 0.3)E-12	19 $\pm$ 2	-	138 $\pm$ 16	1.0 $\pm$ 0.2	1.1 $\pm$ 0.2	2.4 $\pm$ 0.5	1.9 $\pm$ 0.4	2.0 $\pm$ 0.4	24 $\pm$ 2.9
	Feb 2007 [29]	(1.9 $\pm$ 0.2)E-12	23 $\pm$ 2	286 $\pm$ 28	150 $\pm$ 16	1.2 $\pm$ 0.2	1.2 $\pm$ 0.2	6.1 $\pm$ 0.9	6.0 $\pm$ 1.0	6.1 $\pm$ 0.2	15 $\pm$ 2.0
	Dec 2013 [12]	(3.7 $\pm$ 0.4)E-12	-	311 $\pm$ 30	145 $\pm$ 14	0.6 $\pm$ 0.1	0.6 $\pm$ 0.1	1.5 $\pm$ 0.3	1.7 $\pm$ 0.3	1.2 $\pm$ 0.3	24 $\pm$ 2.6
	Dec 05, 2018	(1.8 $\pm$ 0.2)E-12	27 $\pm$ 3	299 $\pm$ 30	156 $\pm$ 15	1.2 $\pm$ 0.2	1.1 $\pm$ 0.3	4.7 $\pm$ 0.8	-	-	-
	Feb 14, 2021	-	-	290 $\pm$ 30	159 $\pm$ 15	1.1 $\pm$ 0.2	1.9 $\pm$ 0.4	3.4 $\pm$ 0.7	-	-	-
	Feb 27, 2022	(1.8 $\pm$ 0.2)E-12	30 $\pm$ 3	-	-	-	-	-	-	-	-
	Mar 28, 2023	(2.1 $\pm$ 0.3)E-12	30 $\pm$ 3	-	-	-	-	-	-	-	-
PK 15-3.1 M1-39 $C(\text{H}\beta) = 2.4$	1972 [23]	(8.8 $\pm$ 1.6)E-14	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1988-1990 [30]	(9.1 $\pm$ 0.9)E-14	46 $\pm$ 5	343 $\pm$ 32	380 $\pm$ 37	-	5.3 $\pm$ 0.7	10 $\pm$ 1.1	-	-	-
	Jun 2011 [31]	(9.5 $\pm$ 1.0)E-14	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	May 28, 2019	(1.9 $\pm$ 0.2)E-13	51 $\pm$ 5	300 $\pm$ 30	345 $\pm$ 35	3.9 $\pm$ 0.5	4.4 $\pm$ 0.6	7.4 $\pm$ 0.9	5.6 $\pm$ 1.0	9.1 $\pm$ 1.6	-
	Jun 27, 2020	(2.0 $\pm$ 0.2)E-13	56 $\pm$ 6	299 $\pm$ 30	334 $\pm$ 35	3.9 $\pm$ 0.5	6.2 $\pm$ 0.8	11 $\pm$ 1.5	-	-	-
	Jun 22, 2022	-	-	-	-	-	6.2 $\pm$ 0.7	11 $\pm$ 1.5	-	-	-
	Jul 12, 2023	(2.0 $\pm$ 0.2)E-13	59 $\pm$ 6	-	-	-	-	-	-	-	-

Таблица 1 (Продолжение)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PK 16-1.1 M1-46 C(H β) = 0.9	Aug 12, 1983	-	-	-	-	9.0 $\pm$ 1.0	8.0 $\pm$ 0.9	13 $\pm$ 1.8	4.1 $\pm$ 0.7	15 $\pm$ 2.0	23 $\pm$ 3.5
	1989 [22]	(9.6 $\pm$ 1.0)E-13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Aug 1993 [32]	(1.6 $\pm$ 0.2)E-12	37 $\pm$ 4	277 $\pm$ 27	135 $\pm$ 14	3.7 $\pm$ 0.4	6.4 $\pm$ 0.8	1.1 $\pm$ 0.20	5.0 $\pm$ 0.7	23 $\pm$ 3.0	-
	Jun 2003 [33]	(2.2 $\pm$ 0.2)E-12	71 $\pm$ 7	359 $\pm$ 35	151 $\pm$ 15	8.9 $\pm$ 0.9	11 $\pm$ 1.2	8.0 $\pm$ 1.2	11 $\pm$ 1.5	20 $\pm$ 3.6	-
	Jun 17, 2015	(2.5 $\pm$ 0.3)E-12	60 $\pm$ 6	300 $\pm$ 30	132 $\pm$ 14	4.8 $\pm$ 0.6	5.1 $\pm$ 0.6	9.0 $\pm$ 2.0	5.3 $\pm$ 0.8	24 $\pm$ 3.8	-
	Jun 28, 2016	(2.6 $\pm$ 0.3)E-12	61 $\pm$ 6	300 $\pm$ 30	136 $\pm$ 14	5.6 $\pm$ 0.6	6.2 $\pm$ 0.8	8.0 $\pm$ 1.4	6.8 $\pm$ 1.5	25 $\pm$ 4.2	-
	May 22, 2017	(2.8 $\pm$ 0.3)E-12	63 $\pm$ 7	300 $\pm$ 30	136 $\pm$ 14	4.4 $\pm$ 0.7	4.8 $\pm$ 0.6	7.6 $\pm$ 1.3	4.2 $\pm$ 0.7	19 $\pm$ 3.0	-
	Aug 06, 2019	(2.8 $\pm$ 0.3)E-12	-	-	-	-	4.6 $\pm$ 0.6	-	3.5 $\pm$ 0.6	16 $\pm$ 2.7	-
	Sep 20, 2020	(1.4 $\pm$ 0.2)E-12	61 $\pm$ 7	-	-	-	-	-	-	-	-
PK 43+3.1 M1-65 C(H β) = 1.18	Jul 12, 2023	(1.6 $\pm$ 0.2)E-12	62 $\pm$ 7	-	-	-	-	8.0 $\pm$ 1.2	-	-	-
	Aug 15, 2023	-	-	300 $\pm$ 30	134 $\pm$ 14	4.5 $\pm$ 0.6	4.6 $\pm$ 0.6	13 $\pm$ 2.2	3.1 $\pm$ 0.7	15 $\pm$ 2.0	-
	1971-1975	(3.8 $\pm$ 0.7)E-13	16 $\pm$ 3	294 $\pm$ 35	-	-	-	-	-	-	-
	Aug 11, 1988	(7.1 $\pm$ 0.9)E-13	15 $\pm$ 2	300 $\pm$ 30	-	-	-	-	-	-	-
	Jul 07, 2005	-	-	298 $\pm$ 30	-	3.2 $\pm$ 0.4	5.3 $\pm$ 0.7	10 $\pm$ 1.5	2.5 $\pm$ 0.5	4.5 $\pm$ 0.8	15 $\pm$ 2.5
	Jul 19, 2005	-	-	300 $\pm$ 30	-	-	-	-	-	4.3 $\pm$ 0.6	13 $\pm$ 2.5
	Sep 20, 2006	-	-	300 $\pm$ 30	-	-	-	-	-	-	-
	Jun 21, 2007	(4.3E $\pm$ 0.7)E-13	16 $\pm$ 2	289 $\pm$ 30	-	3.9 $\pm$ 0.4	5.8 $\pm$ 0.7	11 $\pm$ 1.3	-	-	-
	Jun 21, 2012	(4.3 $\pm$ 0.5)E-13	16 $\pm$ 2	300 $\pm$ 30	-	3.0 $\pm$ 0.4	5.0 $\pm$ 0.6	9.3 $\pm$ 1.5	-	-	-
PK 38+12.1 Cn3-1 C(H β) = 0.36	Jun 30, 2014	(4.6 $\pm$ 0.6)E-13	17 $\pm$ 2	300 $\pm$ 30	-	3.1 $\pm$ 0.4	5.6 $\pm$ 0.6	9.6 $\pm$ 1.3	-	-	-
	May 18, 2015	(4.7 $\pm$ 0.7)E-13	20 $\pm$ 2	300 $\pm$ 30	-	3.5 $\pm$ 0.4	5.5 $\pm$ 0.6	10 $\pm$ 1.2	2.8 $\pm$ 0.5	-	-
	Jun 28, 2016	(5.5 $\pm$ 0.9)E-13	20 $\pm$ 2	300 $\pm$ 30	-	3.3 $\pm$ 0.5	5.4 $\pm$ 0.4	10 $\pm$ 1.2	-	-	-
	Jul 22, 2017	(5.6 $\pm$ 0.7)E-13	-	300 $\pm$ 30	-	-	-	-	-	-	-
	Jun 05, 2018	(5.6 $\pm$ 0.7)E-13	22 $\pm$ 2	299 $\pm$ 30	-	3.5 $\pm$ 0.5	4.8 $\pm$ 0.6	9.0 $\pm$ 1.0	5.0 $\pm$ 0.6	-	-
	Aug 05, 2018	-	-	300 $\pm$ 30	130 $\pm$ 15	3.8 $\pm$ 0.5	5.4 $\pm$ 0.6	9.2 $\pm$ 1.0	3.9 $\pm$ 0.5	3.4 $\pm$ 0.5	14 $\pm$ 1.6
	May 28, 2019	-	-	300 $\pm$ 30	136 $\pm$ 15	3.9 $\pm$ 0.5	4.8 $\pm$ 0.6	8.2 $\pm$ 0.9	2.9 $\pm$ 0.5	2.9 $\pm$ 0.5	15 $\pm$ 1.8
	May 23, 2020	(5.8 $\pm$ 0.6)E-13	21 $\pm$ 2	-	-	-	-	-	-	-	-
	Jul 15, 2022	(5.9 $\pm$ 0.6)E-13	21 $\pm$ 2	-	-	-	-	-	-	-	-
PK 55-2.3 He1-2 C(H β) = 1.3	Jun 15, 2023	(5.8 $\pm$ 0.6)E-13	21 $\pm$ 2	-	-	-	-	-	-	-	-
	Aug 14, 2023	(5.8 $\pm$ 0.6)E-13	22 $\pm$ 2	300 $\pm$ 30	134 $\pm$ 15	4.4 $\pm$ 0.4	5.2 $\pm$ 0.6	9.4 $\pm$ 1.0	3.6 $\pm$ 0.5	4.3 $\pm$ 0.6	15 $\pm$ 1.8
	1970-1973	-	-	-	-	2.7 $\pm$ 0.6	5.0 $\pm$ 0.9	11 $\pm$ 2.8	3.6 $\pm$ 0.7	5.0 $\pm$ 0.9	-
	1970-1973 [34]	(1.2 $\pm$ 0.1)E-11	16	289 $\pm$ 30	193 $\pm$ 20	1.0 $\pm$ 0.1	5.0 $\pm$ 0.6	12 $\pm$ 1.4	-	-	-
	1977 [36]	(8.9 $\pm$ 0.1)E-12	17	289 $\pm$ 30	195 $\pm$ 20	1.4 $\pm$ 0.2	4.4 $\pm$ 0.6	6.7 $\pm$ 0.9	-	-	-
	Jun 1988 [12]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Aug 2001 [35]	(1.1 $\pm$ 0.1)E-11	21	-	-	-	-	-	-	-	-
	Jul 21, 2006	-	-	-	-	2.1 $\pm$ 0.3	6.1 $\pm$ 0.7	12 $\pm$ 1.5	2.8 $\pm$ 0.5	4.6 $\pm$ 0.6	-
	Jun 17, 2007	-	-	-	-	1.9 $\pm$ 0.3	5.8 $\pm$ 0.7	12 $\pm$ 1.5	3.7 $\pm$ 0.5	-	-
PK 55-2.3 He1-2 C(H β) = 1.3	Jul 10, 2008	(1.1 $\pm$ 0.2)E-11	23	299 $\pm$ 30	196 $\pm$ 25	2.5 $\pm$ 0.3	6.5 $\pm$ 0.8	12 $\pm$ 1.5	3.5 $\pm$ 0.5	-	12.5 $\pm$ 1.6
	Aug 06, 2018	(1.1 $\pm$ 0.1)E-11	24	300 $\pm$ 30	198 $\pm$ 20	2.4 $\pm$ 0.3	5.9 $\pm$ 0.7	12 $\pm$ 1.5	3.2 $\pm$ 0.5	5.8 $\pm$ 0.7	11.9 $\pm$ 1.6
	Jul 05, 2020	(1.2 $\pm$ 0.1)E-11	25	300 $\pm$ 30	195 $\pm$ 20	2.2 $\pm$ 0.3	5.9 $\pm$ 0.7	10 $\pm$ 1.3	3.2 $\pm$ 0.5	5.7 $\pm$ 0.7	11.5 $\pm$ 1.6
	Jul 15, 2022	(1.1 $\pm$ 0.1)E-11	25	298 $\pm$ 30	184 $\pm$ 20	2.2 $\pm$ 0.3	5.2 $\pm$ 0.7	10 $\pm$ 1.3	2.8 $\pm$ 0.4	4.6 $\pm$ 0.6	11.5
	Jun 15, 2023	(1.1 $\pm$ 0.1)E-11	26	-	-	-	-	-	-	-	-
	May 26, 2024	-	-	300 $\pm$ 30	193 $\pm$ 20	1.8 $\pm$ 0.3	5.3 $\pm$ 0.6	11 $\pm$ 1.5	2.4 $\pm$ 0.4	5.8 $\pm$ 0.7	-
	1971-1973	-	-	298 $\pm$ 35	187 $\pm$ 30	-	14 $\pm$ 4.2	23 $\pm$ 4.5	-	-	-
	1991 [22]	(9.1 $\pm$ 1.0)E-14	-	324 $\pm$ 32	206 $\pm$ 20	-	8.3 $\pm$ 0.9	31 $\pm$ 3.2	-	-	-
	Jul 07, 2005	(1.0 $\pm$ 0.2)E-13	-	300 $\pm$ 30	207 $\pm$ 22	-	18 $\pm$ 2.5	28 $\pm$ 3.0	-	-	-
PK 55-2.3 He1-2 C(H β) = 1.3	Jul 21, 2006	(9.9 $\pm$ 1.2)E-14	-	290 $\pm$ 30	210 $\pm$ 22	-	17 $\pm$ 3.0	29 $\pm$ 3.2	-	-	-
	Aug 13, 2007	(1.2 $\pm$ 0.1)E-13	-	290 $\pm$ 30	189 $\pm$ 20	-	17 $\pm$ 2.5	32 $\pm$ 3.8	-	-	-
	May 18, 2015	(1.5 $\pm$ 0.2)E-13	-	300 $\pm$ 30	187 $\pm$ 20	-	18 $\pm$ 2.8	33 $\pm$ 3.8	-	-	-
	Jul 20, 2016	(1.5 $\pm$ 0.2)E-13	-	289 $\pm$ 30	200 $\pm$ 20	-	19 $\pm$ 2.0	27 $\pm$ 3.5	-	-	-

Таблица 1 (Окончание)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Jul 22, 2018	(1.4±0.2)E-13	-	300±30	197±20	-	12±1.7	25±3.3	-	-	-
	Aug19, 2020	(1.4±0.2)E-13	-	300±30	225±25	-	14±1.7	26±3.3	-	-	-
	Aug 16, 2023	-	-	-	-	-	11±1.5	24±3.4	-	-	-
PK 89-2.1 M1-77 C(H β) = 1.05	Jul 21, 1976	(1.2±0.2)E-13	-	299±35	180±20	-	-	-	-	-	-
	1983 [36]	(2.4±0.3)E-13	-	288±28	72±15	-	9±1.0	10±1.1	-	-	-
	1984-1987 [37]	(1.3±0.2)E-13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Nov 25, 1995	-	-	-	-	-	11±1.5	16±2.5	-	-	-
	Sep 18, 2004	(4.4±0.6)E-13	-	299±30	130±15	-	4.8±0.7	6.2±2.0	-	-	-
	Oct 11, 2005	-	-	-	-	-	5.0±0.7	9.8±1.0	-	-	-
	Aug 09, 2007	(5.4±0.7)E-13	-	299±30	107±13	-	5.3±0.6	9.5±1.6	-	-	-
	Sep 01, 2011	(8.1±0.9)E-13	-	300±30	116±13	-	4.6±0.5	7.0±1.0	-	-	-
	Jun 21, 2012	-	-	300±30	98±12	-	4.6±0.5	6.7±0.9	-	-	-
	Aug 17, 2015	-	-	300±30	96±10	-	4.6±0.6	6.7±0.9	-	-	-
	Jun 09, 2016	(9.3±1.2)E-13	-	300±30	95±10	-	3.9±0.5	7.0±0.9	-	-	-
	Sep 16, 2017	(9.5±0.1)E-13	-	300±30	96±10	-	4.1±0.5	6.2±0.8	-	-	-
	Jul 18, 2018	(8.6±0.9)E-13	-	300±30	96±10	-	4.0±0.6	6.1±0.7	-	-	-
	Oct 19, 2019	(9.6±1.1)E-13	-	299±30	94±10	-	4.2±0.5	7.3±0.9	-	-	-
	Oct 24, 2019	(9.5±1.1)E-13	-	299±30	95±10	-	-	-	-	-	-
	Jul 27, 2020	(9.5±1.0)E-13	-	300±30	94±10	-	3.6±0.5	5.6±0.9	-	-	-
	Jul 31, 2021	(9.6±1.1)E-13	-	299±30	93±10	-	4.9±0.6	7.3±0.9	-	-	-
	Jul 25, 2023	-	-	300±30	94±10	-	3.8±0.5	6.2±0.8	-	-	-
	Oct 10, 2023	-	-	300±30	93±10	-	3.6±0.5	5.7±0.8	-	-	-

к интенсивности линии H β . В табл.2 приведены спектральные данные для объектов умеренного и высокого возбуждения в том же формате, что и в табл.1. Фотометрические данные представлены в табл.3.

Таблица 2

АБСОЛЮТНЫЕ ПОТОКИ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ЭМИССИОННЫХ ЛИНИЙ В СПЕКТРАХ ОБЪЕКТОВ УМЕРЕННОГО И ВЫСОКОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

Объект	Дата наблюдений	F(H β) 4861	HeII 4685	[OIII] 5007	H α 6563	[NII] 6583	HeI 6678	[SII] 6717	[SII] 6731	[HeI] 7065	[ArIII] 7135	[OI] 7324
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
PK 211-03.1 M1-6 C(H β) = 1.8	Mar 03, 1975	(6.3±1.0)E-13	-	93±13	285±30	124±14	2.1±0.4	1.9±0.2	4.1±0.6	-	-	-
	Jan 1986 [12]	-	-	122±13	285±30	140±15	-	1.1±0.1	2.5±0.3	-	-	-
	Dec 17, 1989	-	-	107±12	290±30	131±15	2.3±0.4	1.5±0.2	2.1±0.4	-	-	-
	Mar 1996 [38]	(6.2±0.7)E-13	-	97±10	285±30	135±14	-	5.0±0.5	7.2±0.8	-	-	-
	Feb 2007 [29]	(4.6±0.6)E-13	-	113±11	298±30	136±14	2.7±0.3	1.2±0.2	2.6±0.4	5.4±0.6	-	-
	Jan 12, 2016	(5.1±0.6)E-13	2.8±0.4	128±14	289±32	141±16	3.1±0.5	1.2±0.2	2.5±0.4	-	7.2±0.8	-
	Feb 19, 2018	(4.9±0.6)E-13	-	129±14	292±35	142±15	3.0±0.5	-	-	6.8±0.8	4.9±0.7	-
	Dec 04, 2018	(5.1±0.6)E-13	-	128±13	278±35	140±15	-	-	-	6.8±0.8	5.0±0.6	-

Таблица 2 (Продолжение)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	Dec 17, 2020	(4.8±0.6)E-13	-	134±14	300±35	146±16	3.7±0.5	1.0±0.2	2.8±0.4	6.5±0.8	5.6±0.6	-
	Nov 21, 2021		-	135±14	300±35	141±15	3.2±0.5	1.0±0.2	2.5±0.4	5.5±0.7	4.8±0.5	33±5
	Jan 18, 2022	(4.9±0.6)E-13	4.0±0.6	138±14	298±33	136±15	2.8±0.4	1.2±0.2	2.6±0.4	5.1±0.7	4.7±0.6	31±4
	Mar 21, 2023	(4.6±0.6)E-13	-	-	300±32	141±15	2.7±0.4	1.0±0.2	2.5±0.3	5.1±0.6	5.6±0.7	34±4
	Feb 09, 2024	(4.4±0.5)E-13	2.7±0.6	142±15	299±34	147±17	2.9±0.5	1.2±0.2	2.9±0.4	5.3±0.6	5.2±0.6	29±4
PK 212+4.3 M1-9 C(Hβ)=0.46	1971-1975	(8.2±1.2)E-13	-	-	300±35	68±9	3.7±0.5	2.4±0.5	4.1±0.5	5.5±0.7	5.9±0.7	-
	Dec 1982 [12]	(2.1±0.2)E-12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1991 [22]	(2.2±0.2)E-12	-	530±60	-	-	-	-	-	-	6.8±0.8	-
	Jan-Jul 2007 [29]	(2.2±0.3)E-12	-	-	-	53±6	3.7±0.5	1.4±0.2	2.6±0.3	7.1±0.8	-	10±2
	Jan 2011 [39]	(2.6±0.3)E-12	-	440±48	286±39	52±5	-	-	-	-	-	-
	Dec 05, 2018	(2.5±0.3)E-12	-	497±50	300±30	54±7	2.8±0.5	-	2.3±0.4	7.0±0.8	-	-
	Jan 11, 2021	-	-	-	300±30	52±6	3.3±0.5	-	-	-	5.3±0.6	-
	Feb 18, 2022	-	-	-	300±30	54±6	3.1±0.5	1.4±0.3	2.2±0.3	5.6±0.7	5.9±0.7	-
PK 184-2.1 M1-5 C(Hβ) = 2.5	1966-1968 [34]	(8.9±0.9)E-13	-	-	310±31	-	-	-	-	-	-	-
	Apr 1982 [12]	(9.1±0.9)E-13	-	338±40	286±29	100±14	2.0±0.3	-	-	5.3±0.6	4.3±0.5	-
	Mar 1997 [40]	(9.1±0.9)E-13	-	-	299±30	90±10	4.1±0.4	1.2±0.2	2.2±0.3	9.3±1.0	8.4±0.9	-
	Aug 2001 [41]	-	-	-	300±30	90±10	3.8±0.4	1.0±0.2	2.2±0.3	9.3±1.0	8.4±0.9	-
	Feb 07, 2008	-	-	-	300±30	85±10	-	-	-	-	-	-
	Feb 03, 2016	(8.6±0.9)E-13	-	339±40	300±30	89±10	3.0±0.5	0.9±0.2	1.8±0.2	7.2±0.9	6.3±0.8	-
	Dec 04, 2018	(8.6±0.9)E-13	-	350±40	298±35	84±9	3.1±0.5	1.2±0.2	2.1±0.3	6.9±0.8	6.4±0.7	-
	Jan 15, 2021	-	-	-	300±30	80±9	2.7±0.5	-	-	7.3±0.8	5.8±0.7	-
	Feb 01, 2022	(8.6±0.9)E-13	-	344±40	310±36	79±9	4.2±0.6	1.0±0.2	2.0±0.3	6.8±0.8	-	17±3
	Dec 20, 2022	-	-	-	298±35	78±8	3.8±0.5	0.7±0.1	2.0±0.3	6.7±0.7	6.2±0.7	16±3
	Nov 21, 2023	-	-	-	300±35	82±9	3.7±0.6	1.3±0.2	2.1±0.3	6.8±0.7	5.6±0.7	15±2
	Jan 03, 2024	-	-	-	299±35	86±9	3.4±0.5	1.0±0.2	2.0±0.3	6.8±0.7	6.0±0.8	16±2
PK 118-8.1 Vyl-1 C(Hβ)=0.95	1982-1983 [12]	(3.2±0.4)E-12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1984-1985 [28]	(3.0±0.3)E-12	-	600±65	-	-	-	-	-	-	-	-
	1992 [22]	(2.9±0.3)E-12	-	800±90	-	-	-	-	-	-	-	-
	Sep 25, 2006	(2.4±0.3)E-12	-	760±85	-	-	-	-	-	-	-	-
	Oct 04, 2007	(2.5±0.3)E-12	-	740±80	300±35	2.9±0.4	4.0±0.6	-	-	-	-	-
	Oct 06, 2013	-	-	-	290±35	3.2±0.5	4.0±0.6	-	-	2.5±0.5	7.6±0.9	-
	Dec 15, 2015	(2.7±0.3)E-12	-	740±80	300±35	3.7±0.6	3.7±0.6	-	-	-	-	-
	Nov 01, 2016	(2.7±0.3)E-12	-	750±80	298±35	2.9±0.5	4.0±0.6	-	-	-	-	-
	Sep 15, 2017	(2.9±0.3)E-12	-	740±80	-	-	-	-	-	-	-	-
	Aug 16, 2022	-	-	-	298±30	3.5±0.5	3.4±0.5	-	-	2.5±0.3	6.7±0.8	-
PK 19.4-5.3 M1-61 C(Hβ)=1.24	Apr 1985 [22]	-	2.8±0.3	850±90	310±30	81±8	5.1±0.6	1.8±0.2	3.6±0.4	3.6±0.4	22±2	18±2
	Jun 1994 [42]	(1.8±0.2)E-12	-	844±85	300±30	-	3.6±0.4	1.2±0.3	2.4±0.2	2.4±0.3	14±2	12±2
	Jun 2010 [43]	(2.4±0.3)E-12	5.6±0.6	896±90	285±29	57±6	4.6±0.5	1.4±0.1	3.1±0.3	3.1±0.4	22±2	10±1
	Aug 15, 2018	(3.0±0.3)E-12	3.0±0.4	1050±100	300±30	70±7	5.3±0.7	1.5±0.2	4.1±0.5	4.1±0.5	31±3	18±2
	Jun 21, 2020	(3.1±0.4)E-12	-	1100	300±30	68±7	4.9±0.6	1.6±0.2	4.1±0.6	4.1±0.6	24±3	-
	Jul 20, 2022	-	-	-	300±30	68±8	4.9±0.6	1.6±0.2	4.2±0.5	4.2±0.5	21±3	11±1
	Aug 15, 2023	(3.0±0.3)E-12	-	1100±100	300±30	68±7	5.0±0.5	1.9±0.2	5.8±0.6	5.8±0.6	25±3	18±2
PK 119-6.1 Hu1-1 C(Hβ)=0.67	1973-1975		20±5	1100±150	289±30	230±35	2.8±0.7	23±4	25±4	2.1±0.6	14±3	-
	1978 [34]	(2.0±0.2)E-12	15±2	1195±120	279±28	280±30	3.5±0.4	28±3	39±4	2.2±0.6	8.4±1	19±2
	1979 [44]	(1.9±0.2)E-12	18±2	1174±120	281±28	224±23	3.1±0.3	20±2	26±3	3.9±0.5	20±2	-
	1982 [27]	(2.3±0.3)E-12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Aug 1986 [22]	(2.6±0.3)E-12	21±2	1251±120	289±30	194±20	-	-	-	-	-	-
	Sep 21, 2007	-	19±4	1215±120	300±30	281±28	3.4±0.4	25±3	35±5	2.9±0.4	14±2	-

Таблица 2 (Окончание)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	Oct 06, 2015	-	17±4	1219±120	300±30	318±35	3.5±0.4	33±4	41±6	2.8±0.3	17±2	-
	Dec 20, 2016	-	17±4	1202±120	300±30	299±32	4.1±0.5	31±3	38±5	3.5±0.4	15±2	-
	Sep 15, 2017	(1.8±0.2)E-12	-	-	-	-	4.1±0.5	32±4	40±5	3.9±0.4	17±2	-
	Aug 16, 2023	-	-	-	300±30	299±30	4.0±0.5	32±4	39±5	3.1±0.4	17±2	-
PK000.1+17.2 PC 12 C(Hβ)=0.20	1971 [23]	(1.3±0.3)E-12	-	280±30	-	-	-	-	-	-	-	-
	1993 [12]	(2.7±0.3)E-12	-	293±30	300±30	96±10	8.3±0.9	5.0±0.6	9.6±2	7.1±0.8	12±2	-
	1996 [30]	(1.5±0.2)E-12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Jun 17, 2015	(1.4±0.2)E-12	-	293±30	300±30	100±12	3.9±0.5	4.2±0.5	8.0±2	5.2±0.7	10±2	-
	Jun 29, 2016	(1.5±0.2)E-12	-	310±35	300±30	105±12	4.1±0.5	4.7±0.5	8.6±2	5.6±0.7	9.2±1	-

Таблица 3

ОЦЕНКИ БЛЕСКА ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ
В ФИЛЬТРАХ BVRc

Объект	Дата наблюдений	B	V	Rc
1	2	3	4	5
PK211-03.1 M1-6	Nov 1985 [13]	15.7±0.05	-	12.2±0.04
	Dec 1990 [22]	15.68±0.04	-	12.36±0.04
	Jan 2014 [45]	16.28±0.04	15.14±0.04	13.59±0.04
	Jan 05, 2019	16.27±0.02	15.25±0.01	13.40±0.02
	Sep 25, 2019	16.25±0.01	15.19±0.01	13.40±0.02
	Jan 26, 2022	16.24±0.01	15.24±0.01	13.39±0.01
	Feb 22, 2022	16.26±0.01	15.24±0.01	13.39±0.01
	Mar 01, 2023	16.27±0.01	15.24±0.01	13.39±0.01
	Nov 13, 2023	16.24±0.01	15.21±0.01	13.38±0.04
	Jan 03, 2024	16.28±0.02	15.24±0.01	13.39±0.01
PK 232-4.1 M1-11	1984-1985 [27]	14.81±0.01	14.07±0.02	-
	1984-1987 [37]	14.7±0.10	13.83±0.10	-
	Jan 04, 2021	14.56±0.01	13.77±0.08	-
	Jan 26, 2022	14.53±0.02	13.73±0.07	12.51±0.01
	Feb 22, 2022	14.54±0.01	13.77±0.04	12.53±0.01
	Jan 24, 2024	14.53±0.01	13.73±0.04	12.52±0.01
PK 235-3.1 M1-12	Jul 1985 [38]	14.44±0.04	14.08±0.04	-
	Jan 17, 2021	14.00±0.01	13.95±0.08	12.56±0.01
	Jan 26, 2023	14.0±0.01	13.90±0.08	12.49±0.01
PK 15+3.1 M1-39	May 07, 2018	17.62±0.01	16.4±0.01	13.74±0.02
	Jul 27, 2019	17.85±0.02	16.47±0.01	13.70±0.02
	Jun19, 2020	17.61±0.02	16.38±0.02	13.73±0.01
PK 16-1.1 M1-46	1984-1987 [37]	13.14±0.05	12.83±0.05	-
	Jul 18, 2015	13.28±0.02	12.85±0.01	12.82±0.01
	Jul 15, 2019	13.36±0.01	12.89±0.01	12.06±0.04
	Jun 19, 2020	13.30±0.02	12.91±0.01	12.12±0.04

Таблица 3 (Окончание)

1	2	3	4	5
PK 43+3.1 M1-65	Jul 1985 [18]	15.06±0.08	14.24±0.02	-
	Jul 30, 2014	15.20±0.01	14.58±0.01	-
	May 15, 2015	15.12±0.09	14.50±0.01	-
	Sep 2016 [27]	15.06±0.07	14.41±0.02	-
	May 07, 2018	15.09±0.01	14.21±0.03	-
	Jul 19, 2019	15.14±0.01	14.22±0.02	-
	May 25, 2020	15.08±0.01	14.21±0.03	-
	Jun 14, 2021	15.03±0.04	14.19±0.04	-
	Aug 10, 2021	15.07±0.01	14.18±0.01	-
	Aug 09, 2023	15.00±0.01	14.12±0.01	-
PK 38+12.1 Cn3-1	1984-1987 [37]	12.30±0.05	12.49±0.05	-
	Jun 09, 2016	12.38±0.02	12.16±0.02	11.33±0.01
	May 07, 2018	12.30±0.01	12.24±0.01	11.01±0.01
	Aug 05, 2019	12.28±0.01	12.25±0.01	11.02±0.01
	Apr 01, 2024	12.26±0.01	12.21±0.01	11.00±0.01
PK 55+2.3 He1-2	1984-1987 [37]	17.70±0.35	16.70±0.35	-
	Aug 12, 2007	16.70±0.05	15.80±0.05	14.19±0.04
	Sep 14, 2018	16.60±0.02	15.58±0.02	14.18±0.01
	Jun 04, 2019	16.58±0.02	15.53±0.01	14.15±0.02
	Sep 22, 2019	16.56±0.01	15.53±0.02	14.13±0.02
PK 89-2.1 M1-77	1983 [36]	12.75±0.05	12.15±0.01	-
	1984-1985 [37]	12.70±0.05	12.10±0.01	-
	Aug 09, 2007	12.94±0.03	12.15±0.01	11.29±0.01
	Jun 21, 2012	12.65±0.02	11.83±0.02	11.17±0.01
	Oct 03, 2013	12.84±0.01	12.11±0.01	11.34±0.01
	Sep 01, 2014	12.96±0.01	12.23±0.01	11.40±0.01
	Jul 15, 2015	12.91±0.01	12.23±0.01	11.38±0.01
	Jul 08, 2018	12.81±0.01	12.10±0.01	-

4. *Анализ данных по отдельным объектам.* На рис.1-3 представлены абсолютные потоки в эмиссионных линиях H β и интенсивности эмиссионных линий [OIII] 5007 Å, нормированные к $I(\text{H}\beta)=100$. Объекты в таблице расположены в порядке возрастания степени возбуждения их спектров.

Планетарные туманности M1-11 и M1-12 относятся к объектам с наименьшей степенью возбуждения. В спектрах центральных звезд присутствуют слабые эмиссионные линии. Температуры центральных звезд определены по методу Занстра: $T(\text{H})=28000-29000$ К, электронная плотность газа в туманностях, $n_e[\text{SII}]=(2.7-2.9)\cdot 10^4$ см. За время наблюдений произошло значительное (в 3-4 раза) усиление линий [OIII]. Значения $F(\text{H}\beta)$, полученные в ранний период разными авторами, имеют большой разброс (рис.1) и тенденция их изменения плохо просматривается. Наблюдается небольшое усиление линий

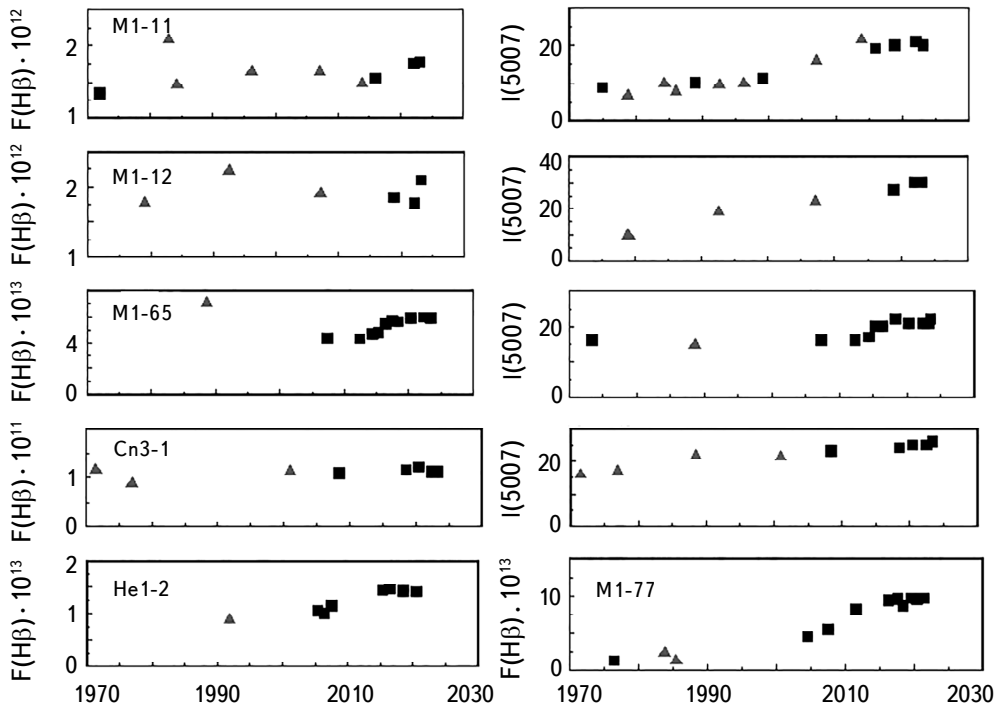


Рис.1. Абсолютные потоки излучения в линии $H\beta$ и относительные интенсивности линии [OIII], 5007 Å в спектрах объектов низкого возбуждения. Ось X - дата наблюдений в годах, ось Y - поток в шкале эрг/см²с. Результаты, полученные в АФИФ, обозначены квадратами. Треугольниками обозначены данные других авторов.

HeI, в то же время эмиссионные линии [NII] и [SII] оставались стабильными в пределах ошибок измерений.

Планетарные туманности M1-65 и Cn3-1. Эти объекты также имеют спектры низкого возбуждения. Температуры центральных звезд равны $T(HI) = 35000$ K и 28000 K, соответственно. В спектрах M1-65 наблюдается усиление потоков излучения во всех эмиссионных линиях и уверенное увеличение относительных интенсивностей линий [OIII]. Значения $F(H\beta)$ в спектре Cn 3-1 имеют большой разброс (рис.1) и тенденция их изменений не просматривается. В обзоре [12] не обнаружено изменений относительных интенсивностей линий [OIII]. Однако их постепенное увеличение (от 20 до 30) заметно на рис1.

Объект M1-77 принадлежит к типу "cool variable central star" В спектре присутствуют эмиссионные линии HI, [OII], [NII], [SII], наложенные на сильный континуум. Линии HeI и [OIII] отсутствуют из-за низкой температуры центральной звезды (18000-20000K). Наблюдается значительное увеличение потоков излучения. За 40 лет наблюдений (1976-2016гг.) поток излучения в линии $H\beta$ увеличился в 8 раз и стабилизировался лишь в последние годы.

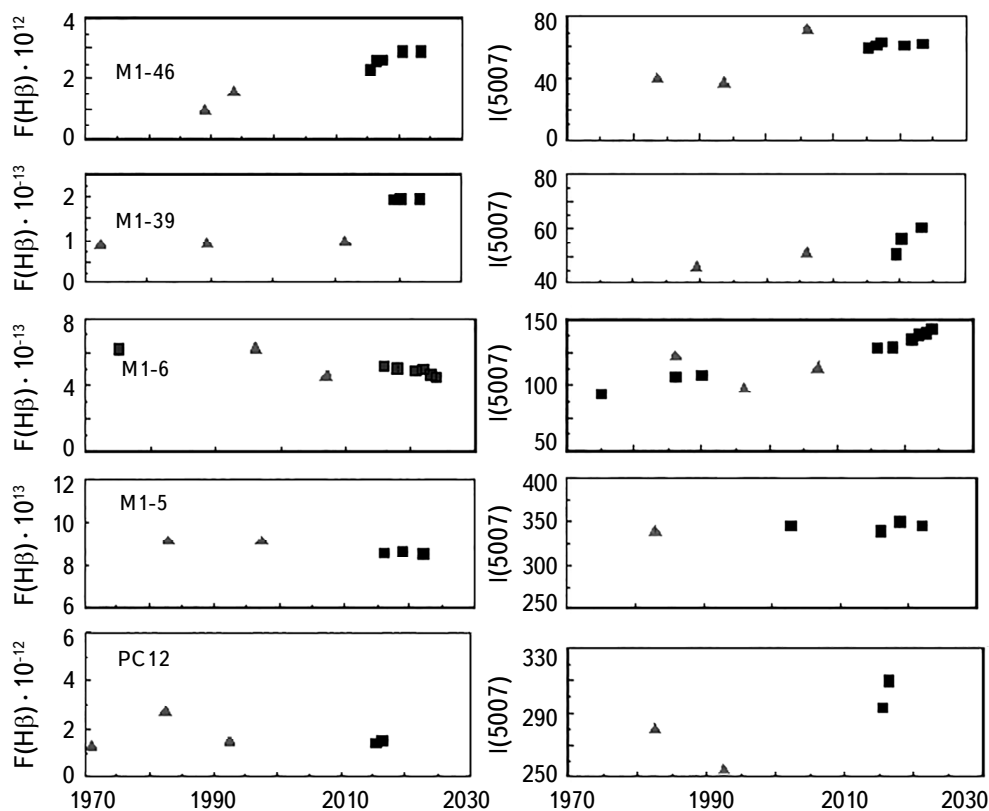


Рис.2. Абсолютные потоки излучения в линии $H\beta$ и относительные интенсивности линии [OIII], 5007 Å в спектрах объектов умеренного возбуждения. Ось X - дата наблюдений в годах, ось Y - поток в шкале $\text{эрг/см}^2\text{с}$. Обозначения такие же как на рис.1.

Скорее всего, увеличение потоков было вызвано постепенным расширением зоны ионизованного газа. Процесс прекратился, когда оболочка стала полностью ионизованной.

Планетарная туманность He1-2. Ее спектр аналогичен спектру предыдущего объекта. Температура центральной звезды $T(HI) = 20000$ К. Эмиссионные линии [OIII] отсутствуют. Изменения других эмиссионных линий (в 1.5 раза за период 1991-2018гг.) не столь впечатляющие, если сравнивать с M1-77. Последние годы, начиная с 2015г., потоки оставались неизменными.

Планетарные туманности M1-39 и M1-46. Отчетливое усиление потоков в линии $H\beta$ видно на рис.2. В то же время интенсивности почти всех эмиссионных линий, нормированных к $H\beta$, меняются незначительно. Иными словами изменения потоков в этих линиях происходят синхронно с потоками в $H\beta$, только линии [OIII] усиливаются быстрее.

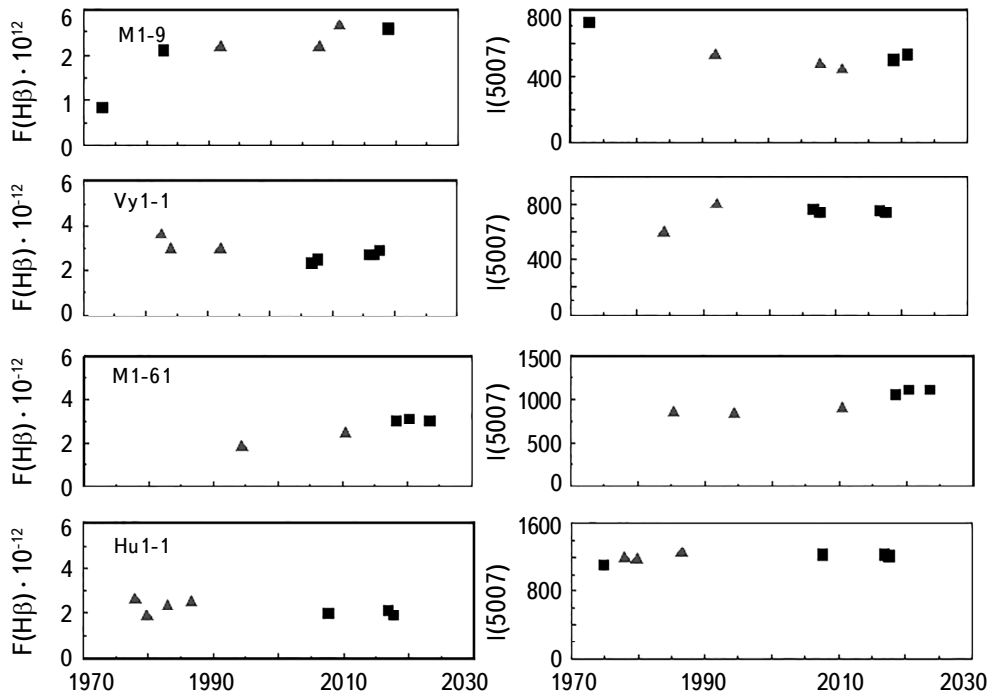


Рис.3. Абсолютные потоки излучения в линии $H\beta$ и относительные интенсивности линии [OIII], $5007 \text{ \AA}$ в спектрах объектов высокого возбуждения. Ось X - дата наблюдений в годах, ось Y - поток в шкале $\text{эрг/см}^2\text{с}$. Обозначения такие же как на рис.1.

Планетарная туманность M1-6. Этот объект также относится к объектам низкого возбуждения. Центральная звезда имеет в спектре слабые эмиссионные линии [21]. Наблюдения M1-6 начались в 70-х годах прошлого столетия. На протяжении более 40 лет регистрировалось непрерывное увеличение относительных интенсивностей линий [OIII]. В 2014-2016гг. произошло ослабление всех эмиссионных линий, в том числе линий водорода (рис.2) и небольшое понижение блеска объекта (табл.3).

Планетарные туманности M1-61 и M1-9. В спектре M1-61 наблюдаются небольшие изменения потока в линии $H\beta$ и интенсивности $5007 \text{ \AA}$, нормированной к $H\beta$. В спектре M1-9 потоки в линии $H\beta$ незначительно усиливаются, а относительные интенсивности остальных эмиссионных линий не меняются.

Спектры остальных объектов не показали никаких изменений на протяжении всего периода наблюдений.

5. Обсуждение. Основные характеристики объектов приведены в табл.4: угловые размеры из работы [22], расстояния [23], электронные плотности,

рассчитанные по отношениям интенсивностей линий $[SII] 6717, 6731 \text{ \AA}$. Эффективные температуры центральных звезд оценивались методом Занстра для линий $H\beta$ и эмпирическим методом Калера [24]. Содержание остальных столбцов относится к моделям и будет описано ниже. В спектрах большинства объектов наблюдается постепенное увеличение интенсивности линии $5007 \text{ \AA}$ (рис.1-3). Большой разброс данных, взятых из литературы, может быть связан с различной шириной входной щели (от $2''$ до $8''$), используемой разными

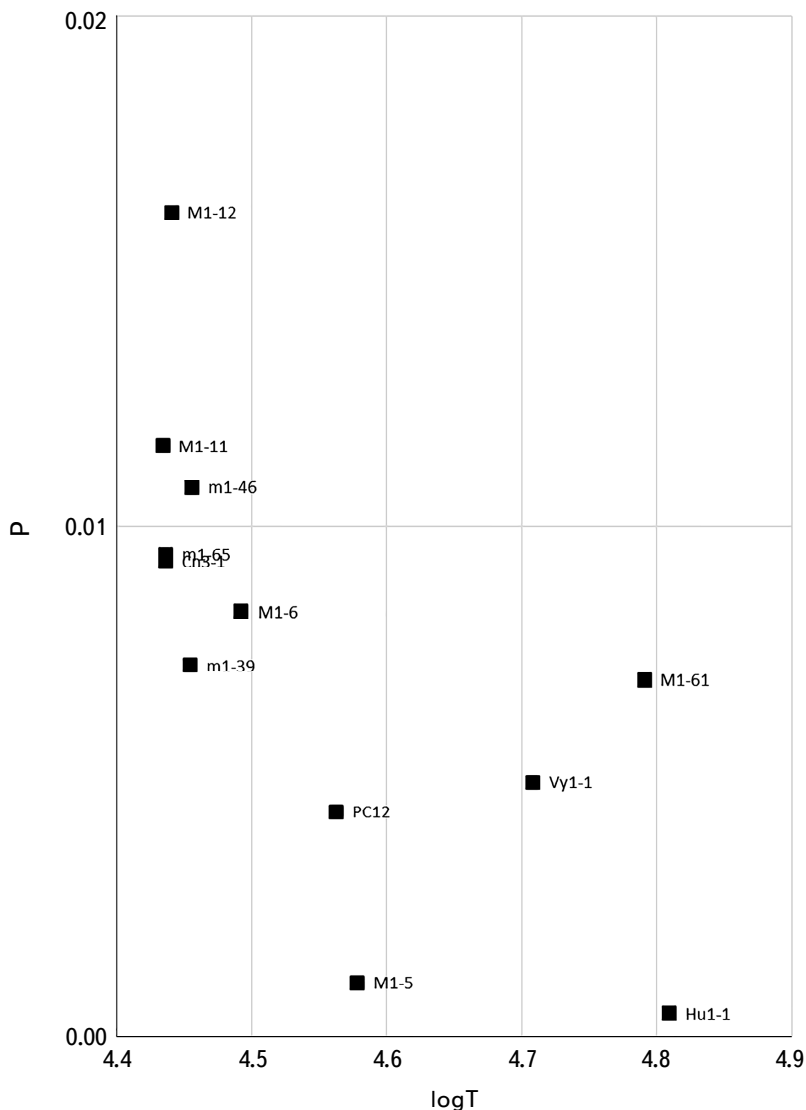


Рис.4. Скорость изменения степени возбуждения туманностей в зависимости от температуры центральной звезды. Ось X - параметр P , ось Y - $\log T$.

наблюдателями. Мы рассчитали параметр P - скорость изменения нормированной интенсивности линии $5007 \text{ \AA}$ в объектах различной степени возбуждения.

$$P = \frac{I(5007)_n - I(5007)_0}{I(5007)_{aver} \Delta t},$$

где $I(5007)_n$ и $I(5007)_0$ - интенсивности линии $5007 \text{ \AA}$ в конце и в начале наблюдений, $I(5007)_{aver}$ - среднее значение интенсивности за период наблюдений, Δt - количество лет. На рис.4 ось Y представляет параметр P , ось X - $\log(T)$. Максимальные изменения параметра P , т.е. степени возбуждения газа, происходят в объектах с низкими температурами центральных звезд - группа объектов, расположенных в верхнем левом углу графика (рис.4). Это наиболее молодые планетарные туманности в нашей группе с размерами меньше 0.07 пк , вероятно, они эволюционируют быстрее по сравнению с более возрастными представителями этого класса. Мы воспользовались результатами расчетов работы [16]. Модели для наших объектов выбирались по начальным и конечным значениям температуры звезды и времени наблюдений в годах (7-9 столбцы табл.4). В 10-м столбце приводятся соответствующие временные промежутки, рассчитанные в моделях. Их номера указаны в столбце 11. Для наших наиболее молодых объектов: M1-5, M1-6, M1-11, M1-12, M1-39, подошли модели с начальной массой звезды $1.0-1.25 M_{\odot}$. Еще одна молодая туманность M1-61 при той же скорости изменения степени возбуждения достигла более высоких

Таблица 4

ХАРАКТЕРИСТИКИ ИССЛЕДУЕМЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ

Объект	2R (")	D (kpc)	2R (pc)	Ne[SII]	T(HI) 10^{-4}	T_0 [OIII] 10^{-4}	T_1 [OIII] 10^{-4}	Δt_{obs} (years)	Δt_{omod} (years)	Model [16]	Age year
M1-6	5	2.65	0.06	$(3.5 \pm 0.5) \times 10^4$	3.3 ± 0.06	2.95 ± 0.07	3.10 ± 0.07	35	30	№2 $M = 1.25 M_{\odot}$	525
M1-11	St	2.12	<0.01	$(2.7 \pm 0.3) \times 10^4$	2.7 ± 0.01	2.69 ± 0.07	2.71 ± 0.07	32	32	№3 $M = 1.25 M_{\odot}$	2160
M1-12	St	3.75	<0.01	$(2.9 \pm 0.7) \times 10^4$	2.7 ± 0.03	2.71 ± 0.03	2.75 ± 0.03	45	43	№3 $M = 1.25 M_{\odot}$	2170
M1-39	5	2.69	0.07	$(2.9 \pm 0.2) \times 10^4$	2.8 ± 0.03	2.80 ± 0.03	2.84 ± 0.03	34	36	№3 $M = 1.25 M_{\odot}$	2250
M1-46	11	3.78	0.20	$(3.3 \pm 0.2) \times 10^4$	2.8 ± 0.03	2.78 ± 0.02	2.85 ± 0.02	31	34	№1 $M = 1 M_{\odot}$	1000
M1-65	3.6	6.54	0.11	$(2.1 \pm 0.1) \times 10^4$	3.0 ± 0.05	2.71 ± 0.01	2.73 ± 0.01	50	39	№4 $M = 1 M_{\odot}$	5060
Cn3-1	4.5	3.58	0.08	$(2.4 \pm 0.1) \times 10^4$	2.7 ± 0.01	2.71 ± 0.01	2.73 ± 0.01	51	63	№4 $M = 1 M_{\odot}$	5060
He1-2	5.4	6.17	0.16	$(2.2 \pm 0.5) \times 10^4$	2.0 ± 0.02	-	-	-	-	-	-
M1-77	7.0	5.50	0.18	$(1.0 \pm 0.1) \times 10^4$	1.8 ± 0.03	-	-	-	-	-	-
M1-9	4.8	4.88	0.11	$(4.3 \pm 0.3) \times 10^3$	4.1 ± 0.02	4.32 ± 0.04	4.39 ± 0.04	40	-	-	-
M1-5	2.5	2.92	0.03	$(2.9 \pm 0.6) \times 10^4$	4.0 ± 0.01	3.74 ± 0.02	3.78 ± 0.02	37	36	№4 $M = 1 M_{\odot}$	7500
Vy1-1	5.2	6.19	0.16	$(3.4 \pm 0.6) \times 10^3$	3.0 ± 0.03	4.64 ± 0.06	5.10 ± 0.06	37	35	№2 $M = 1.7 M_{\odot}$	550
M1-61	St	2.37	<0.01	$(1.0 \pm 0.1) \times 10^5$	3.8 ± 0.01	5.49 ± 0.02	6.11 ± 0.02	38	38	№4 $M = 2.2 M_{\odot}$	300
Hu1-1	5.0	4.70	0.11	$(4.0 \pm 0.5) \times 10^3$	4.0 ± 0.01	6.40 ± 0.02	6.44 ± 0.02	40	33	№3 $M = 2 M_{\odot}$	730
PC 12	4.6	6.22	0.14	$(4.3 \pm 0.5) \times 10^3$	4.0 ± 0.03	3.55 ± 0.05	3.65 ± 0.05	45	46	№1 $M = 1 M_{\odot}$	1380

температур. Это возможно, если ее звезда имеет большую начальную массу (табл.4).

Таким образом, можно сделать вывод о том, что ускоренная эволюция центральных звезд в целом неплохо объясняет наблюдаемые данные. Иными словами основным источником спектральных изменений является повышение температуры центральных звезд. Если электронная плотность в зонах формирования линий [OIII] близка к критическому значению ($\sim 5 \cdot 10^5 - 10^6 \text{ см}^{-3}$), то небольшие изменения плотности, связанные с расширением оболочки, могут привести к дополнительному усилению этих линий.

Некоторые планетарные туманности из нашего списка демонстрируют несколько необычное поведение эмиссионных линий. Так, в спектре M1-6 с 2014г. излучение ослабевает во всех линиях, включая линии H β (рис.2). Потоки излучения в линиях [OIII] также уменьшались, но медленнее, чем в H β , поэтому тенденция к увеличению нормированных значений сохранялась. При этом наблюдалось понижение яркости объекта в оптических фильтрах. Возможно, все эти эффекты связаны с ослаблением ионизирующего потока центральной звезды, вызванным ее частичным экранированием каким-то плотным фрагментом газа в оболочке.

Исследование финансируется Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (программа № BR20280974).

Астрофизический Институт им. В.Г.Фесенкова, Алматы, Казахстан,
e-mail: lu_kondr@mail.ru

VARIABILITY OF PLANETARY NEBULAE. RESULTS OF THE LONG-TERM OBSERVATIONS

L.N.KONDRATYEVA, E.K.DENISSYUK, S.A.SHOMSHEKOVA,
I.V.REVA, A.K.AIMANOVA, M.A.KRUGOV

The results of spectroscopic and photometric observations of 14 compact planetary nebulae are presented. The observations were carried out at the Fesencov Astrophysical Institute (Republic of Kazakhstan) since 1973. Our goal was to obtain data on the variability of our objects over long-time intervals. The intensities of the [OIII] lines normalized to H β intensity were used as a criterion for determining the excitation degree of gas in the nebula. Analysis of data obtained over 40-50 years showed significant changes in the spectra of the most of our

objects, most likely associated with an increase of the temperature of the central stars and/or with a change in the internal structure of the envelopes.

Keywords: *planetary nebulae: evolution of the central stars: photometry: spectro-photometry*

ЛИТЕРАТУРА

1. *G.Handler, R.Prinja et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **430**, 2923, 2013.
2. *B.Hrivnak, W.Lu, W.Bakke et al.*, Astrophys. J., **939**, 32, 2022.
3. *P.Patriachi, M.Perinotto*, Astron. Astrophys. Suppl., **126**, 385, 1997.
4. *E.Paunzen, M.Netopil, M.Rode-Paunzen*, IBVS, **6194**, 1, 2017.
5. *O. De Marko, T.Hillwig, A.Smith*, Astron. J., **136**, 323, 2008.
6. *T.Hillwig, D.Frew, M.Louie*, Astron. J., **150**, 30, 2015.
7. *L.Aller, J.Lillo-Box, D.Jones et al.*, Astron. Astrophys., **635**, 128, 2020.
8. *T.Hillwig, H.Bond, D.Frew et al.*, Astron. J., **152**, 34, 2016.
9. *L.Miranda, J.Torrelles, J.Lillo-Box*, Astron. Astrophys., **657L**, 9, 2022.
10. *L.Kondratyeva, E.Denissyuk, M.Krugov*, Astrophysics, **60**, 497, 2017.
11. *M.Hajduk, P. van Hoof, K.Gesicki et al.*, Astron. Astrophys., **567**, 15, 2014.
12. *M.Hajduk, P. van Hoof, A.Zijlstra*, ASPC, **493**, 533, 2015.
13. *T.Mocnik, M.Lloyd, D.Pollacco et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **451**, 870, 2015.
14. *V.Arkipova, N.Ikonnikova, A.Kniazev et al.*, Astron. Lett., **39**, 201, 2013.
15. *V.Arkipova, M.Burlak, N.Ikonnikova et al.*, Astron. Lett., **46**, 100, 2020.
16. *M.Miguel, M.Bertolami*, Astron. Astrophys., **588**, A25, 2016.
17. *N.Ikonnikova, I.Shaposhnikov, V.Esipov et al.*, Astron. Lett., **47**, 560, 2021.
18. *E.Denissyuk*, A&AT, **22**, 175, 2003.
19. *A.Kharitonov, V.Tereschenko, L.Knyzeva*, Spectrophotometric catalog of stars, Kazakh University, Almaty, 2011.
20. *A.Landolt*, Astron. J., **146**, 131, 2013.
21. *L.Kondrateva*, Astron. Lett., **20**, 644, 1994.
22. *A.Acker, F.Ochsenbein, B.Stenholm*, The Strasbourg-ESO Catalogue of the galactic planetary nebulae, ESO, Strasbourg, 1992.
23. *J.Cahn, J.Kaler, B.Stanghellini*, Astron. Astrophys. Soc., **94**, 399, 1992.
24. *J.Kaler*, Astrophys. J., **220**, 889, 1978.
25. *R.Kingsburgh, M.Barlow*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **271**, 257, 1994.
26. *L.Carasco, A.Serrano, R.Costero*, RMxAA, **8**, 187, 1983.
27. *R.Shao, J.Kaler*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **69**, 495, 1989.
28. *J.Kaler, K.Kwitter, R.Shao et al.*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **108**, 980, 1996.
29. *R.Henry, K.Kwitter, A.Jaskot et al.*, Astrophys. J., **724**, 748, 2010

30. *F.Cuisinier, A.Acker, J.Koeppen*, *Astron. Astrophys.*, **307**, 215, 1996.
31. *D.Frew, I.Bojičić, O.Parker et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **431**, 2, 2013.
32. *M.Guererro, A.Manchado, L.Stanghellini et al.*, *Astrophys. J.*, **464**, 847, 1996.
33. *O.Cavichia, R.Costa, W.Maciel*, *RMxAA*, **46**, 159, 2010.
34. *N.Barker*, *Astrophys. J.*, **219**, 914, 1978.
35. *W.Wesson, X-W.Liu, M.Barlou*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **362**, 424, 2001.
36. *F.Sabbadin, S.Ortolanin, A.Bianchini et al.*, *Astron. Astrophys.*, **123**, 147, 1983.
37. *R.Tylenda, A.Acker, B.Stenholm et al.*, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **89**, 77, 1991.
38. *M.Dopita, C.Hua*, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **108**, 515, 1997.
39. *J.Bohigas*, *RMxAA*, **48**, 267, 2012.
40. *K.Kwitter, R.Henry, J.Milingo*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **115**, 80, 2003
41. *S.Huang, L.Aller*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **278**, 551, 1996.
42. *P.Girard, J.Koeppen, A.Acker*, *Astron. Astrophys.*, **463**, 265, 2007.
43. *J.Garcia-Rojas, M.Pena, M.Morisset et al.*, *Astron. Astrophys.*, **538**, 54, 2012
44. *L.Aller, S.Czyzak*, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **51**, 211, 1983.
45. *N.Zacharias, C.Finch, A.Subasavage et al.*, *yCat*, 1329, 2015.

DOI: 10.54503/0571-7132-2025.68.1-77

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ ДОПЛЕРОВСКИХ СКОРОСТЕЙ И ПОЛУШИРИН СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ В СОЛНЕЧНЫХ СПИКУЛАХ И ПРОТУБЕРАНЦАХ

М.СИХАРУЛИДЗЕ², Д.ХУЦИШВИЛИ², Е.ХУЦИШВИЛИ¹,
В.КАХИАНИ¹, Т.ЦИНАМДЗГВРИШВИЛИ³

Поступила 27 июля 2024

Принята к печати 14 февраля 2025

Цель исследования - изучение нестационарных физических процессов, происходящих в солнечных спикулах и протуберанцах, и взаимосвязь между ними. Изучение спикул и протуберанцев и сравнение полученных результатов друг с другом внесет некоторую новизну в происходящих в них физических процессах. В связи с этим в Абастуманской астрофизической обсерватории с помощью большого внезатменного коронографа были получены спектрограммы в линии гелия D_3 для высоты 8000 км. Спектрограммы в линии D_3 получены во втором порядке, где обратная дисперсия равна $0.96 \text{ \AA/мм}$. Стандартные ошибки доплеровских скоростей и полуширин спектральной линии составляют 0.35 км/с и $0.04 \text{ \AA}$, соответственно. Время жизни почти всех измеренных спикул составило около 20 мин, поэтому они относятся к спикулам I типа. Изучены доплеровские смещения и изменения полуширин со временем, используя алгоритм периодограммы Ломба для неравномерно распределенных рядов данных. В результате обработки и анализа полученного наблюдательного материала были получены следующие основные результаты: доплеровские скорости в "ногах" протуберанцев изменяются примерно в диапазоне $17\text{--}18 \text{ км/с}$, а в спикулах - в диапазоне $16\text{--}24 \text{ км/с}$. Наблюдается асимметрия изменения доплеровских скоростей и полуширин во времени. Из 5-ти исследованных нами спикул асимметрия изменения во времени наблюдается у 4-х спикул. Для D_3 -протуберанцев период колебаний доплеровских скоростей изменяется в среднем в течение 3-4 мин, а период колебаний полуширин - в течение 2-3 мин, а в D_3 -спикулах период колебаний доплеровских скоростей изменяется в среднем в течение 2-5 мин, а период колебаний полуширин - в течение 2-5 мин. В "ногах" протуберанца антикорреляция между доплеровскими скоростями и полуширинами более выражена в "ноге", где солнечная плазма движется из нижних слоев в верхние. Наблюдаемые противофазные колебания с большими периодами можно объяснить движениями турбулентной плазмы вверх и вниз в спикулах I типа, а колебания с более короткими периодами могут быть вызваны винтовым движением оси спикулы, образующимся в результате суперпозиции двух линейно поляризованных магнитогидродинамических кинк-волн.

Ключевые слова: *спикулы; протуберанцы; спектральные линии*

1. **Введение.** Энергия в фотосфере в некоторой степени передается в верхние слои атмосферы Солнца, где она может рассеиваться, что приводит к нагреву плазмы короны. Сценарием передачи энергии могут быть магнитогидродинамические (МНД) волны, возбуждаемые конвективными

движениями и глобальными солнечными колебаниями в фотосфере, которые могут распространяться через хромосферу в корону и передавать некоторую энергию. Спикулы и протуберанцы - одни из основных элементов тонкой структуры верхней атмосферы Солнца. Это магнитные образования [1-3]. В верхних слоях атмосферы Солнца магнитные трубки являются основными каналами передачи энергии, которые, в свою очередь, влияют на солнечное излучение. В этом направлении решающее значение для нагрева внешней атмосферы имеет магнитное поле.

Спикулы классического типа I имеют время жизни 5-15 мин, а диаметр и доплеровские скорости составляют примерно 500 км и 15-40 км/с, соответственно [4-8]. Спикулы в линиях CaIIH и D₃ шире, чем в Na [9]. По наземным наблюдениям длина/ширина спикул Na варьируется в среднем от 5000 до 9000 км [9] и могут достигать высот в 11000 км. С другой стороны, на более низких высотах доминируют спикулы II типа. Они самые высокие в корональных дырах (5000 км) и короче в активных областях [3]. Есть очень длинные спикулы, называемые макроспикулами, которые наблюдаются главным образом вблизи полярных областей. В спикулах I типа температура плазмы варьируется в пределах 6000-60000 К [10]. Полуширина D₃ спикул порядка $\Delta\lambda = 0.3\text{\AA}$ [11].

Известно, что в спикулах распределение доплеровских скоростей по высоте имеет периодический характер. Колебания длительностью примерно 3-7 мин (пик 5 мин) обнаружены как в ходе наземных, так и внеатмосферных наблюдений [10,12-17]. Это периодическое распределение может быть вызвано поперечными волнами. Исследователи [13,16,18-27] изучили периоды и амплитуды изменений доплеровских скоростей спикул, построены теоретические модели спикул [28,29]. В работе [30] была обнаружена асимметрия изменений во времени для доплеровских скоростей и полуширин спикул.

Колебания в спикулах наблюдаются уже давно. Возможность колебаний в магнитной трубке спикул описана в работах [31-34]. Периоды колебаний формально можно разделить на две группы: относительно короткие периоды (<2 мин) и длительные периоды (>2 мин). Наблюдаемые периоды в основном располагаются в интервалах 3-7 мин и 50-110 с [35]. В работе [36] упоминаются четыре интервала возможных периодов колебаний спикул 358-167 с, 156-114 с, 108-81 с и 76-50 с. В работе [1,17,37] исследованы колебания с периодом 5 мин. Беккерс [4,9] и Стерлинг [38] предоставили превосходные для того времени обзоры наблюдений и теоретических моделей спикул.

В работах [26,27] авторы отмечают, что в магнитной трубке спикулы распространяются кинк-волны с длиной волны около 3400-4400 км, а периоды варьируют в пределах 40-50 с. Предполагается, что кинк-волны генерируются при столкновении грануляционных образований на конце опущенной в

фотосферу магнитной трубки. Авторы высказали мнение, что длина кинк-волн порядка диаметра гранул. Там же приведена модель спикеры, где отмечено, что она представляет собой длинную магнитную трубку, один конец которой опущен в фотосферу, а другой достигает короны. Эта модель близка к реальной модели, на ее основе можно говорить о механизме нагрева короны [39].

Космические наблюдения высокого разрешения с помощью оптического телескопа (например, Hinode/SOT) выявили спикеры II типа, которые, как было показано, имеют разные характер и механизмы формирования, различные времена жизни, скорости и многое другое [2,5,6,40-46]. Они имеют время жизни около 10-150 с, диаметр около 200 км и достигают относительно высоких скоростей 50-150 км/с. Авторы [46] утверждают, что быстрый нагрев спикер II типа до высоких температур может привести к их исчезновению. По мнению исследователей [1-3], спикеры I типа обладают еще одним свойством: они демонстрируют меньшие скорости и исчезают в короне или падают вниз.

Протуберанец представляет собой частично ионизированную, относительно холодную ($\sim 10^4$ К) и конденсированную ($\sim 10^9 - 10^{11}$ см $^{-3}$) плазму, присутствующую в ионизированной горячей ($(1 - 2) \cdot 10^6$ К) короне [47-52]. Протуберанцы окружены относительно горячей корональной плазмой, "ноги" которых спускаются через хромосферу в фотосферу [53]. Наблюдения показали, что средняя скорость на периферии протуберанца менее 15 км/с, а скорость в его центре равна 10 км/с. Скорость восходящего потока около 25 км/с, нисходящего потока - 10 км/с. Исследователи объяснили это низкой температурой в центре протуберанца (менее $6 \cdot 10^3$ К). Эмиссионные линии протуберанцев наблюдаются в широком спектральном диапазоне от видимого до инфракрасного [54-60], поэтому обработка и анализ спектрального наблюдательного материала может дать нам много интересной информации о них.

Наличие колебаний в протуберанцах и их свойства изучались многими исследователями [61-64]. В протуберанцах наблюдаются движения плазмы в разных направлениях, а также иногда наблюдаются движения, параллельные поверхности Солнца. На основе анализа данных временного изменения доплеровских скоростей были обнаружены колебания с длинным периодом ($T > 40$ мин), промежуточным ($10 \text{ мин} < T < 40 \text{ мин}$) и коротким периодом ($T < 10 \text{ мин}$). Хотя, иногда фиксируются колебания, например, и с периодом порядка 30 с [65] и сверхдлиннопериодические колебания с периодом 8 ч. [66]. Исследователи [67] обнаружили период распространения волны в протуберанце в интервале 28-95 мин. Авторы [68] связывают колебания в "ногах" протуберанца с глобальными колебаниями в фотосфере и хромосфере (3 и 5 мин). Авторы [69-71] исследовали физические процессы, происходящие в смерчах.

Периодичность можно объяснить либо утечкой фотосферных p -мод через наклонное магнитное поле [1], либо квазипериодическими отраженными ударными волнами [28,29], которые приводят к периодическим восходящим потокам хромосферной плазмы [72]. Колебания и волны в солнечных спикулах также рассмотрены в [35].

Что касается связи между доплеровскими скоростями и полуширинами линий, то они изучены мало. Важно выявить связь динамики тонкой структуры Солнца с физическими процессами, происходящими в нижних и верхних слоях солнечной атмосферы (например в спикулах и протуберанцах).

Наша цель: исследование нестационарных физических процессов, происходящих в солнечных протуберанцах и спикулах, и выявление взаимосвязи между ними на основе анализа материала, полученного при наблюдениях в линии гелия D_3 (мы планируем провести аналогичную работу в линии водорода $H\alpha$). Такие исследования могут позволить нам связать физические процессы, происходящие в спикулах и протуберанцах. Возможно удастся найти связь между спикулами и волнами, распространяющимися в протуберанцах. В статье анализируются результаты, полученные на внезатменном 53 см коронографе национальной астрофизической обсерватории Грузии им. Е.Харадзе.

В разделе 1 представлен краткий обзор исследований спикул и протуберанцев. В разделе 2 описаны методы наблюдения и обработка данных. В разделе 3 обсуждаются результаты наблюдений, таких как доплеровские скорости и полуширины спектральных линий (FWHM). В разделе 4, представлены обсуждение и выводы.

2. Наблюдения и обработка данных. Наблюдения солнечных спикул и протуберанцев в спектральных линиях гелия D_3 проводились с помощью большого внезатменного коронографа Абастуманской астрофизической обсерватории (D-53 см, F-800 см) на одной и той же высоте солнечной атмосферы в течение длительного периода время (рис.1).

Спектрограф системы Эберта-Фасти телескопа оснащен дифракционной решеткой размером 230 мм $\times$ 250 мм. Решетка имеет 600 штрих/мм и в видимой области имеет максимальную концентрацию во 2-м порядке. Разрешающая способность в фокальной плоскости спектрографа составляет 25 линий на миллиметр. Разрешение спектрографа во 2-м порядке составляет 0.04 Å /мм. Диаметр изображения в фокальной плоскости составляет 125 мм. Эквивалентное фокусное расстояние в фокусе Куде составляет 13 м. Спектрограф имеет круглую, концентрическую с солнечным лимбом щель диаметром, немного превышающим диаметр лимба и размером примерно до 60° дуги лимба Солнца, в то время как рабочая область в CCD U9000 покрывает лишь 20°

дуги лимба. Угловой масштаб спектров в фокальной плоскости спектрографа равен 16 угл./с на мм. Во время наблюдения перед светоприемником размещается специальный комбинированный фильтр, составленный из нескольких светофильтров, изготовленных в обсерватории, который пропускает как линию D_3 для 2-3 порядков спектрографа, так и опорную линию 4410 Å для 3-4 порядков спектрографа. Комбинированный светофильтр состоит из двух разных светофильтров: (1) узкого D_3 -фильтра, пропускающего только спектральные изображения второго порядка, и блокирующего все остальные порядки, и (2) зеленого светофильтра, пропускающего только опорные спектральные линии третьего порядка от фотосферы, и блокирующие все остальные порядки.

На рис.1 представлены две типичные D_3 -спектрограммы спикул и протуберанцев, полученные 07.2023. Временной интервал между первой и второй спектрограммами составляет примерно 16 мин (2023г., 05:41:30 UT, 2023г., 05:57:20 UT). Время экспозиции составляет примерно 0.3с. Продолжительность наблюдений 20 мин. Наблюдения проводились на высоте 8000 км над краем Солнца. Около 30% кадров были исключены из обработки данных из-за низкого качества изображения. Таким образом, средний интервал между

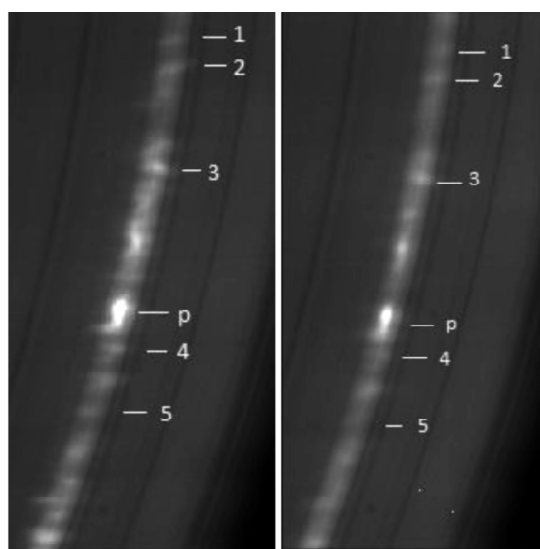


Рис.1. Типичные D_3 -спектральные CCD изображения спикул и протуберанцев, полученные 07.2023. Изображения центрированы на солнечном экваторе и охватывают примерно $\pm 10^\circ$ солнечной широты в вертикальном направлении изображений. Спектральная дисперсия с масштабом около 0.93 Å/мм (уточнение масштаба производится в процессе обработки каждой серии спектрограмм) ориентирована вдоль горизонтальной оси изображения. Спектральные D_3 -изображения спикул и протуберанцев видны вдоль лимба Солнца в вертикальном направлении на высоте 8000 км от фотосферы Солнца. Самые яркие объекты, видимые на изображениях протуберанцы.

кадрами достигает примерно 4.5 с. Серия наблюдений проводилась нами на восточной стороне лимба Солнца в пределах $\pm 10^\circ$ интервала широты от солнечного экватора.

Были выбраны спикеры, которые можно было однозначно идентифицировать на каждой спектрограмме и которые были изолированы от других спикер. В результате были отобраны: 1 протуберанец и 5 спикер, все они изолированы от соседних спикер и надежно идентифицированы на каждой спектрограмме. Из обработанных наблюдательных спектрограмм из-за низкого качества мы исключили почти 30%. Временные ряды распределены неравномерно и авторы использовали алгоритм периодограммы Ломба [73] для изучения периодических изменений доплеровских скоростей и полуширин линий отдельных спикер и протуберанца.

Авторы использовали обновленную версию оригинального программного обеспечения для обработки астрономических изображений AImaP 3.59, разработанную одним из авторов статьи В.Кахиани.

Для определение доплеровского смещения и полуширины линий применялась следующая методика:

1. Для каждой серии спектров проводилась калибровка масштаба на изображении спектров (масштаб может незначительно меняться из-за погрешностей фокусировки для разных серий спектров) при помощи опорных линий спектра: TiI - 5886.791, MnI - 5889.711, FeI - 5891.88.

2. Определялась кривая континуума в районе исследуемой линии спектра посредством интерполяции по областям континуума слева и справа от исследуемой линии полиномом 2 или 3 степени, затем полученная кривая континуума вычиталась из исходного спектра.

3. Методом скользящего среднего из 3 или 5 пикселей (MA3, MA5) определялся максимум исследуемой линии (и соответственно длина волны) и ее полуширина (FWHM). Метод скользящего среднего использовался из-за несимметричности исследуемых линий, поскольку в этом случае фиттинг гауссианой или параболой не дает удовлетворительного результата.

4. Пункты 2 и 3 повторялись для каждого спектра данной серии, после чего строилась кривая изменений доплеровских скоростей и полуширин в зависимости от времени и проводился дальнейший анализ полученных временных рядов.

Для оценки точности измерений доплеровской скорости и FWHM спектральной линии D_3 к полученным временным рядам авторы применили фильтр верхних частот FFT с частотой среза 0.016 Гц и вычислили стандартные отклонения отфильтрованных данных, которые равны следующим значениям: ± 0.35 км/с для доплеровских скоростей и $\pm 0.04 \text{ \AA}$ для FWHM.

3. *Анализ данных.* Морфологический анализ амплитуд колебаний доплеровских скоростей и FWHM для спектральных линий спикул и протуберанцев четко показывает наличие квазипериодических изменений во времени. Наблюдаются и "случайные" изменения. График изменения доплеровской скорости (черные линии) и FWHM (черные пунктирные линии) во времени для спикул показан на рис.2 (первое изображение нефильТРованное), а для протуберанца - на рис.3 (первое изображение без фильтра). В результате наблюдений было получено 300 спектрограмм. Из спектрограмм были выбраны и измерены 5 спикул (спикулам условно даны номера 1-5) и один протуберанец (р). Доплеровские скорости в протуберанце измерялись в его центре и симметрично относительно центра в двух местах/слоях с каждой стороны. Расстояние от центра протуберанца до первого слоя составляет примерно 400 км. Расстояние от первого слоя до второго одинаковое - 400 км (расстояние от центра до второго слоя равно 800 км).

В данной работе для спектральных линий был использован метод построения периодограммы Ломба-Скаргла (Lomb-Scargle Periodogram [73]), который удобен для поиска синусоидальных сигналов, так как данный метод использует Фурье-разложения в виде синусоид. Этот метод находит широкое применение в астрофизике, например для определения периодов в кривых доплеровских скоростей. Более того, данный метод применяется для неравномерно распределенных данных по времени (неравномерно сэмплированные, нерегулярные в промежутках времени).

Частоты колебаний доплеровских скоростей для спикул (№ 3), полученные методом периодограммы Ломба [73], приведены на рис.4. Там же приведены уровни доверия в 99% (верхняя горизонтальная линия) и в 95% (нижняя линия). Здесь данные для доплеровских скоростей обрабатывались без фильтрации. Проводились исследования переменности спектральных линий методом анализа временных рядов.

Затем использовался известный метод фильтрации нижних частот БПФ для повышения точности анализа данных доплеровских скоростей в диапазоне 0.005 - 0.015 Гц. Отфильтрованные данные сначала обрабатывались методом периодограмм Ломба и рассчитывались частоты. Мы выбрали частоты, уровень доверия которых превышал 95% (по этому принципу отбирались спикулы для исследования).

Для иллюстрации на рис.5 приведены графики изменений доплеровской скорости (черные линии) и FWHM (черные пунктирные линии) для спикул 1 и 3, а на рис.6 показаны изменения доплеровской скорости (черные линии) и FWHM (черные пунктирные линии) для протуберанца. Как отмечалось ранее [74], и в этом случае доплеровские скорости спикул D_3 колеблются около не нулевых скоростей, что указывает на относительно непериодические

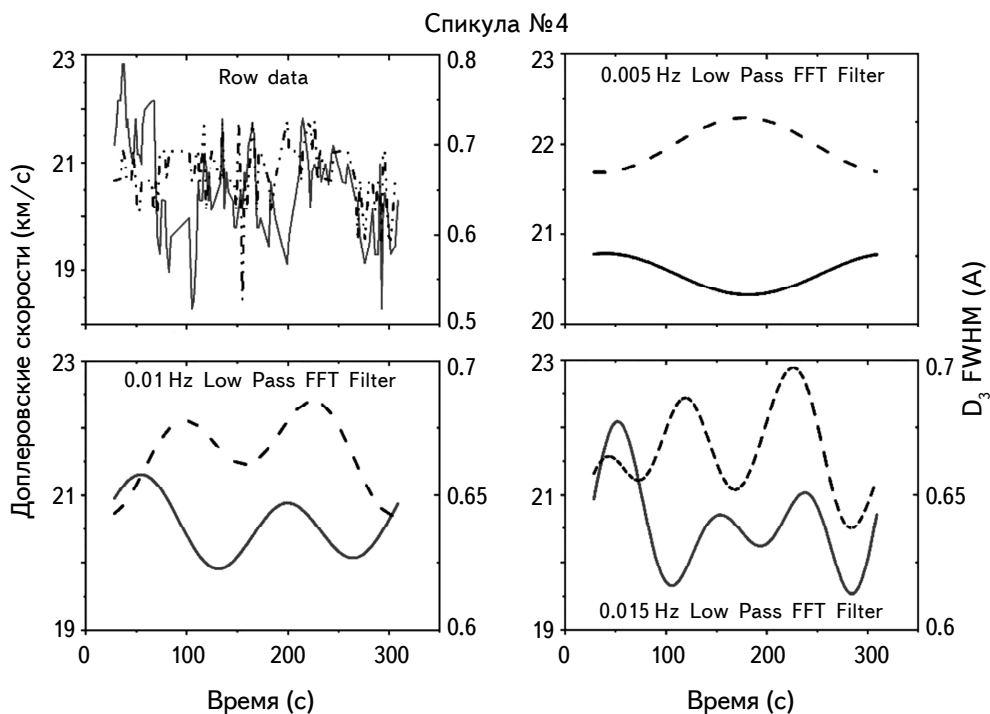


Рис.2. График изменений доплеровской скорости и полуширины (FWHM) во времени для спикул.

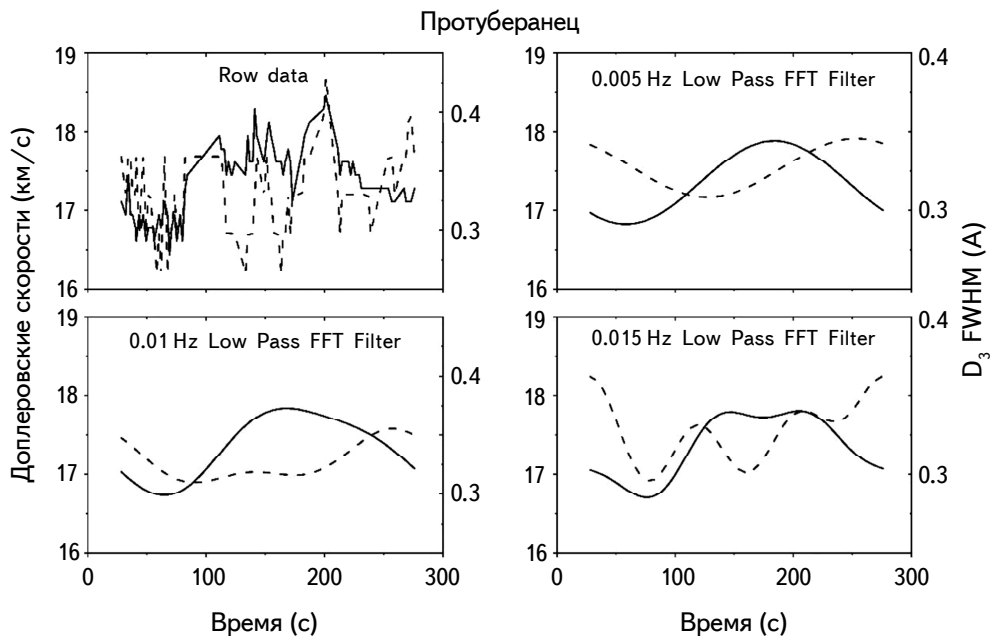


Рис.3. График изменений доплеровской скорости и полуширины (FWHM) со временем для протуберанца (в его центре).

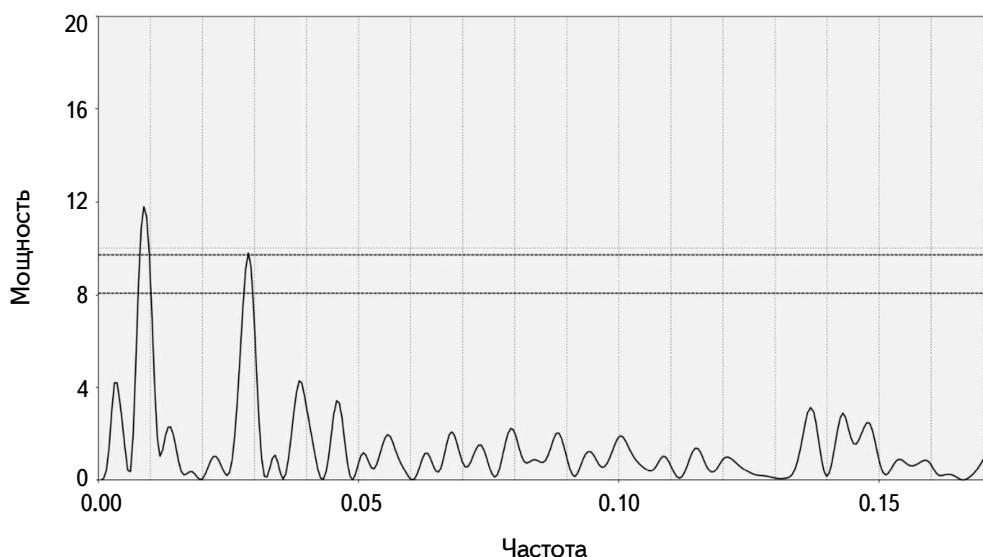


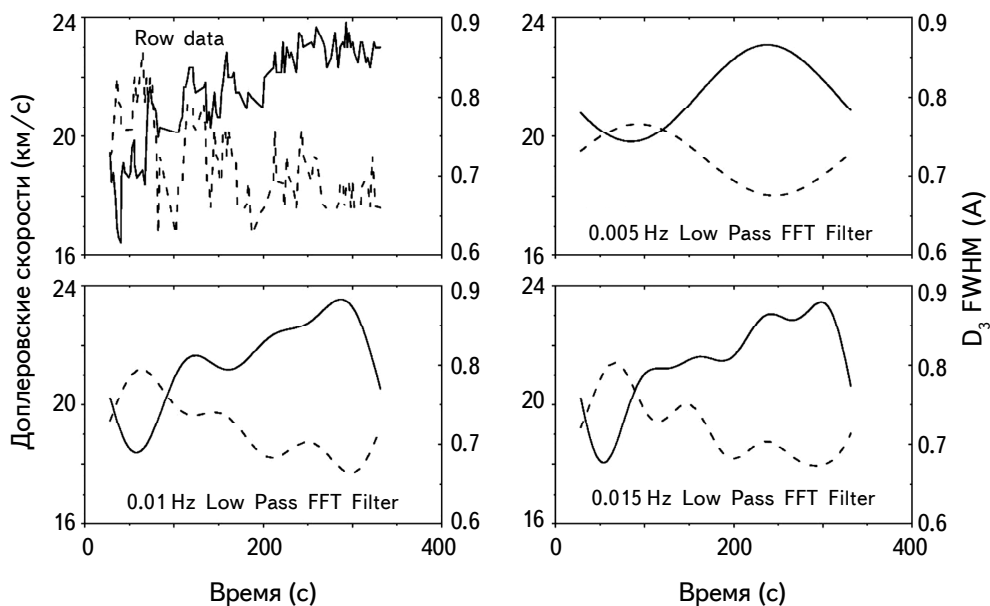
Рис.4. Периодограмма Ломба для доплеровских колебаний скорости спикул (№3).

колебания плазмы в спикулах. Такой тренд доплеровских скоростей может быть вызван общими движениями хромосферной плазмы относительно отклоненных от радиального направления спикул. Для спикул средняя доплеровская скорость колеблется в пределах 16-24 км/с, а полуширина - в пределах $0.6 - 0.9 \text{ \AA}$.

Как видно из графика, для обеих спикул наблюдается асимметрия изменений доплеровской скорости и FWHM во времени. Наши результаты показывают, что доплеровская скорость и FWHM претерпевают периодические изменения, а наблюдаемые периоды в основном превышают 2 мин ($>125 \text{ с}$). Наиболее часто периоды попадают в интервал от 125 до 225 с. Для изучения физического механизма периодических изменений мы проанализировали фазовые соотношения между доплеровской скоростью и колебаниями FWHM. По этой причине мы отфильтровали данные FFT фильтром нижних частот с разными периодами среза: 60 с, 100 с и 200 с.

Как видно из рис.3, асимметрия изменения доплеровской скорости и полуширины FWHM в центре протуберанца во времени явно не наблюдается, хотя она может существовать. Измеренный нами протуберанец имеет две "ноги". Первая - это "нога" (магнитная трубка), по которой плазма распространяется от короны к нижним слоям Солнца. Второй "ногой" станет, соответственно, магнитная трубка, по которой плазма распространяется в противоположном направлении. Известно, что доплеровская скорость восходящей плазмы выше, чем нисходящей [53].

Спикула №3



Спикула №1

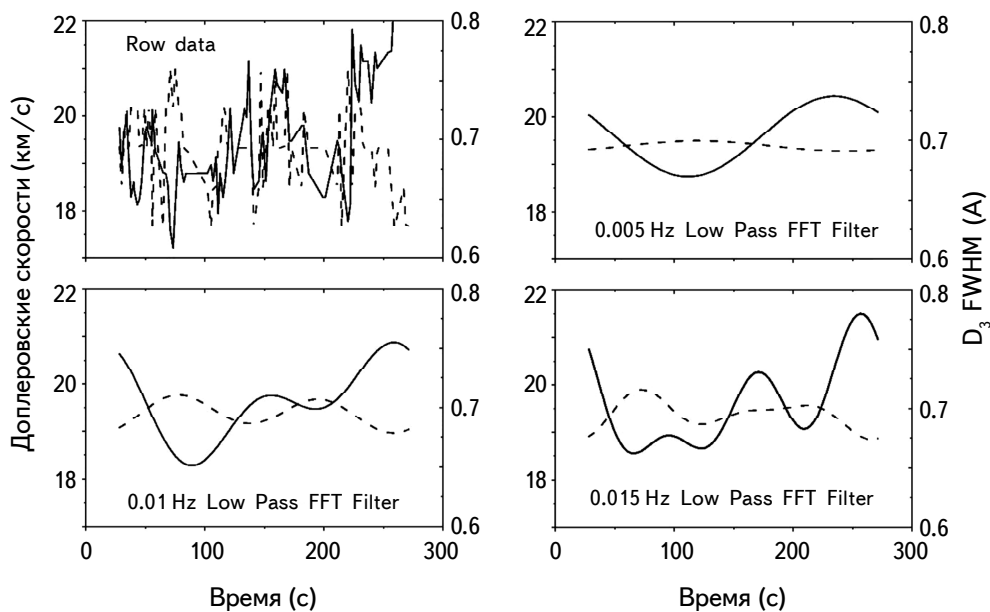


Рис.5. График изменения доплеровской скорости и полуширины FWHM во времени для спикул 1 и 3.

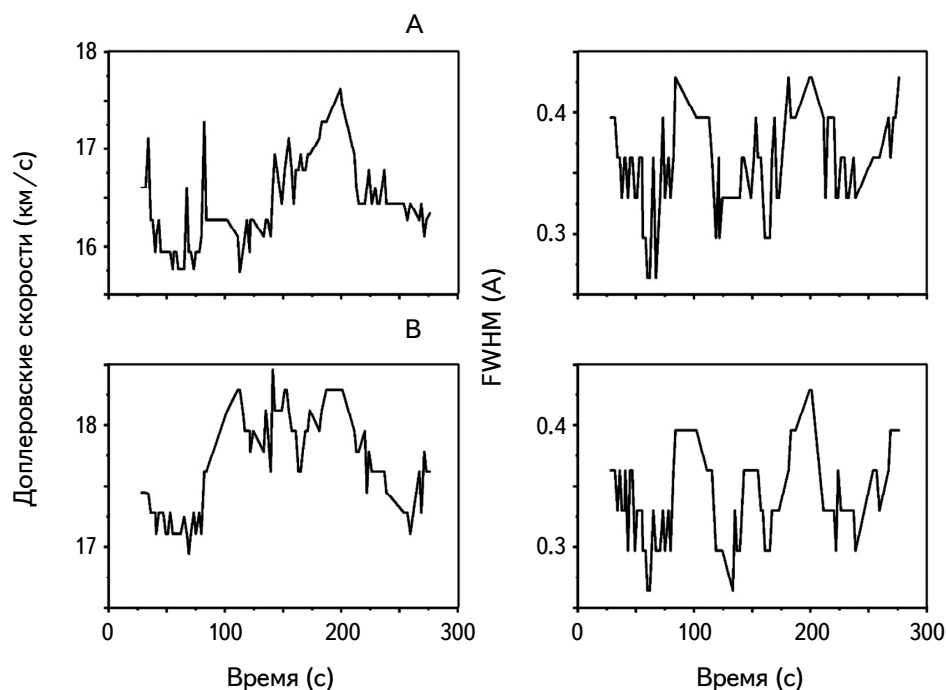


Рис.6. Графики изменений доплеровской скорости и полуширины по времени для протуберанца (А - первая нога, В - вторая нога).

На рис.7 графики а-б (пунктирные линии) соответствуют первой ноге протуберанца, где, как было показано, доплеровская скорость ниже, чем во второй. Здесь наблюдается асимметрия изменений доплеровской скорости и полуширины с фазовым сдвигом. На графике d-f (пунктирные линии), где доплеровская скорость относительно выше, асимметрия по времени более заметна, чем в первом случае. Можно предположить, что там, где скорость выше, асимметрия изменений доплеровской скорости и полуширины наблюдается лучше, чем там, где доплеровская скорость ниже.

На рис.7 график а соответствует участку на расстоянии 400 км от центра протуберанца, график b - участку на расстоянии 800 км, график с - центральной части протуберанца, график d находится в противоположном направлении от центра протуберанца на 400 км от центра, график f - в области на расстоянии 800 км. Графики d и f соответствуют "ноге" протуберанца, где плазма распространяется от нижних слоев солнечной атмосферы в сторону короны, а графики а и b соответствуют "ноге" протуберанца, где плазма распространяется от короны к нижним слоям.

На рис.8 представлены графики изменений полуширин FWHM для спикул и протуберанца во времени. В измеренных нами спектрограммах наблюдается

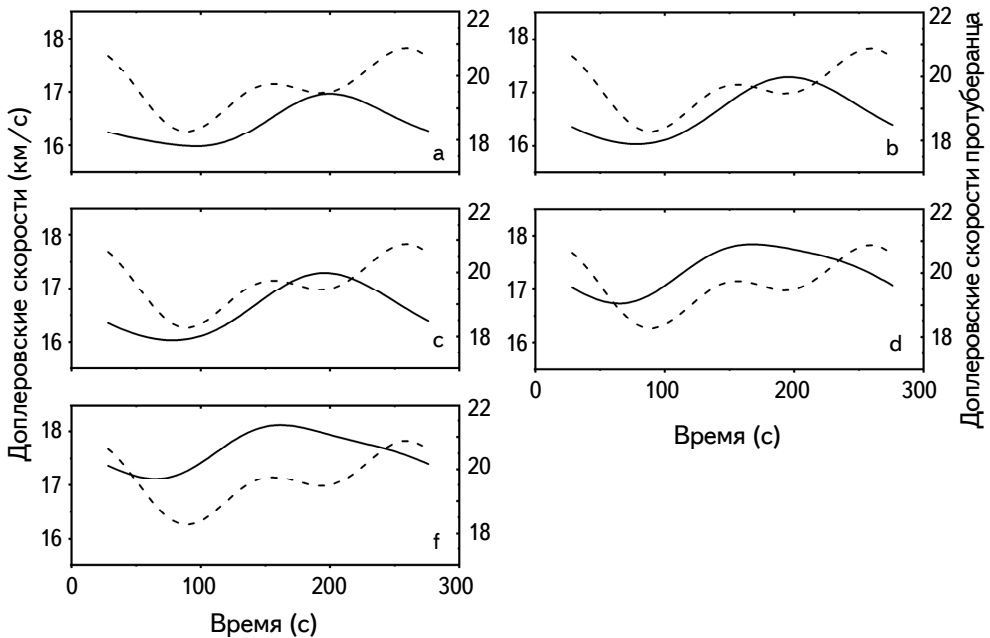


Рис.7. График изменений доплеровских скоростей спикул и протуберанца во времени (Сплошная линия - спикула, пунктирная линия - протуберанец).

асимметрия изменений (максимум) доплеровских скоростей спикул и протуберанца во времени со сдвикутой.

В наших измерениях точность определения доплеровской скорости достигает ± 0.35 км/с, а полуширины ± 0.04 Å.

4. Обсуждение и выводы. Одной из актуальных проблем физики Солнца является исследование в протуберанцах физических процессов вещества, представленного в виде холодных волокон, нитей, трубок и петель. Колебания в протуберанцах и их свойства изучались многими исследователями [51,75,76,]. После измерений доплеровских скоростей были обнаружены колебания с периодами от нескольких минут до нескольких часов.

Что касается колебаний доплеровских скоростей и полуширин FWHM в противофазе, можно предложить два разных механизма. Во-первых, колебания могут быть вызваны параболическими траекториями, т.е. последовательным движением от солнечного края вверх и вниз [30]. Во-вторых, они могут возникнуть при повышенной турбулентности из-за нестабильности потока (например, нестабильность Кельвина-Гельмгольца). Если турбулентность (следовательно, ширина линии) неоднородна по высоте и меньше вблизи вершины, то ширина линии будет антикоррелирована с доплеровским сдвигом. Ширина линии может иметь максимальное значение, когда восходящая

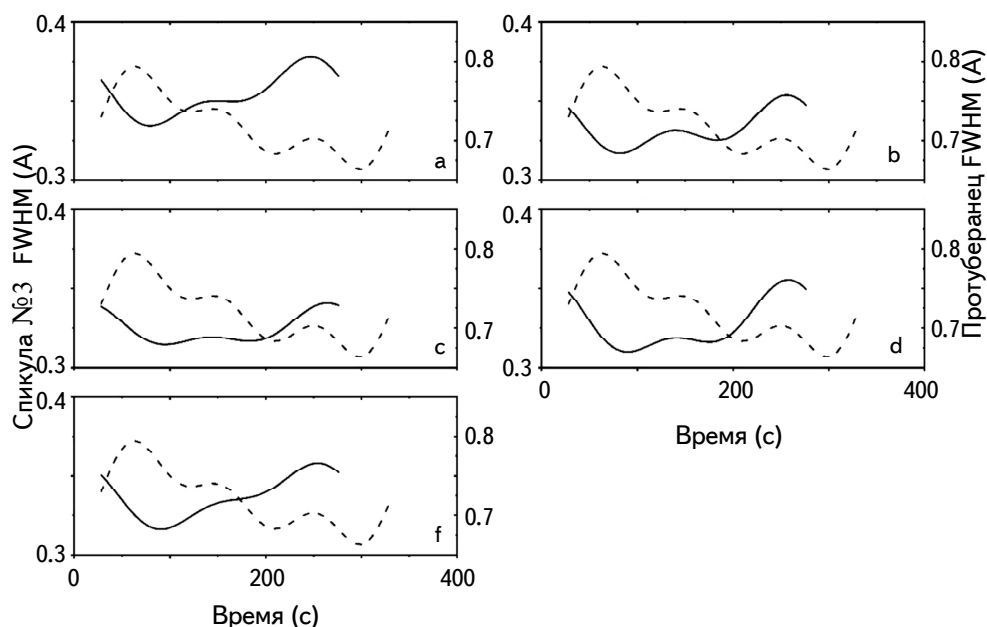


Рис.8. График изменений полуширины спикул №3 и протуберанца во времени.

плазма достигает максимальной высоты. Спиральные движения также могут вызывать антикорреляцию между доплеровской скоростью и FWHM. Конечно, для изучения этих вопросов необходимы дополнительные наблюдения [29]. В будущем было бы хорошо одновременно наблюдать две разные (например, $H\alpha$ и D_3) спектральные линии, которые имеют различную температуру возбуждения и излучают из разных областей.

С помощью наблюдений с высоким пространственным и временным разрешением исследователи [75,77-79] изучили периоды колебаний в трубках - волокнах протуберанцев и установили, что периоды колебаний лежат в диапазоне 3-20 мин. Главный вопрос в таких исследованиях заключается в том, всегда ли такие периодические колебания связаны с их структурой или нет? Проанализировав численные исследования, автор [80] пришел к выводу, что волокна колеблются группами, а не индивидуально.

На основе анализа наших наблюдений были получены следующие основные результаты:

Доплеровские скорости в основаниях D_3 -протуберанцев изменяются примерно в пределах 17-18 км/с, а в спикулах - в диапазоне 16-24 км/с.

В D_3 -протуберанцах наблюдается асимметрия изменения доплеровских скоростей и полуширин FWHM во времени.

Для D_3 -протуберанцев период колебаний доплеровских скоростей изменяется в среднем в течение 3-4 мин, а период колебаний FWHM - в течение 2-3 мин.

В D_3 -спикулах период колебаний доплеровских скоростей и период колебаний FWHM изменяются в среднем в течение 2-5 мин. Из 5 исследованных нами спикул асимметрия изменения во времени наблюдается у 4-х спикул.

В "ногах" протуберанца антикорреляция между FWHM и доплеровскими флуктуациями скорости более выражена в "ноге", где солнечная плазма движется из нижних слоев в верхние. В статье [30] нами предложены/описаны два разных механизма, которые могут вызывать наблюдаемые противофазные колебания доплеровских скоростей и ширины линий в спикулах.

Работа поддержана грантом Национального Научного Фонда им. Шота Руставели FR-22-8920. Мы также благодарим рецензента за весьма полезную дискуссию и предложения.

¹ Евгений Харадзе Национальная астрофизическая обсерватория Грузии, Грузия

² Грузинский технический университет, 0160, Грузия, Тбилиси, e-mail: daviti.khutsishvili@gmail.com

³ Государственный университет им. Ильи, Тбилиси, Грузия

STUDY OF CHANGES IN DOPPLER VELOCITIES AND HALF-WIDTHS IN SOLAR SPICULES AND PROMINENCES

M.SIKHARULIDZE², D.KHUTSISHVILI², E.KHUTSISHVILI¹,
V.KAKHIANI¹, T.TSINAMDZGVRISHVILI³

The aim of this research is to study the non-stationary physical processes occurring in solar spicules and prominences, and to explore the relationship between them. By studying spicules and prominences and comparing the results, this research aims to provide novel insights into the physical processes involved. In this regard, spectrograms in the helium D_3 line at the altitude (8000 km) were obtained in the Abastumani astrophysical observatory using a coronagraph, without the need for a solar eclipse. Spectrograms in the D_3 line were acquired in the second row of the spectrograph, where the inverse dispersion is $0.96 \text{ \AA /mm}$. The standard errors for the Doppler velocities and the full width at half maximum (FWHM) are $\pm 0.35 \text{ km/s}$ and $0.04 \text{ \AA}$, respectively. The lifetimes of nearly all measured spicules were 20 min, indicating that they resemble type I spicules. The Doppler and half-width changes over time was analyzed using the Lomb periodogram

algorithm for non-uniform distributions. The main results of this study are as follows: The Doppler velocities in the legs of the prominences vary approximately between 17-18 km/s, while in the spicules, they range from 16-24 km/s. An asymmetry in the changes of Doppler velocities and half-widths over time is observed in the prominences. Four out of five analyzed spicules show asymmetrical changes over time. In prominences, the oscillation period of Doppler velocities in the D_3 line averages between 3-4 min, while the oscillation period of half-widths averages between 2-3 min. In D_3 spicules, the oscillation period of Doppler velocities averages between 2-5 min, and the oscillation period of half-widths is also between 2-5 min. In the "legs" of the prominence, the anticorrelation between FWHM and Doppler velocity fluctuations is more pronounced in the leg where solar plasma moves from the lower to the upper layers. The observed anti-phase oscillation with longer periods can be explained by the up and down motions of turbulent plasma in type I spicules, while oscillations with shorter periods may be caused by the helical motion of the spicule axis formed by the superposition of two linearly polarized magnetohydrodynamic kink waves.

Keywords: *spicules: prominence: spectral lines*

ЛИТЕРАТУРА

1. B. De Pontieu, R.Erdélyi, S.P.James, Nature, **430**, 536D, 2004.
2. B. De Pontieu et al., PASJ, **59**, S655, 2007a.
3. B. De Pontieu et al., PASJ, **59**, S655, 2007b.
4. J.M.Beckers, Solar spicules (Invited Review Paper). Solar Phys., **3**, 367, 1968.
5. T.M.D.Pereira, B. De Pontieu, M.Carlsson, Astrophys. J., **759**, 18, 2012.
6. T.M.D.Pereira et al., Astron, Astrophys., **611**, L6, 2018.
7. J.M.Pasachoff, W.A.Jacobson, A.C.Sterling, Solar Phys., **260**, 59, 2009.
8. G.Tsiropoula, K.Tziotziou, I.Kontogiannis et al., Space Sci. Rev., **169**, 181, 2012.
9. J.M.Beckers, Solar spicules, **10**, 73, 1972.
10. L.D.Xia, M.D.Popescu et al., Astron. Astrophys., **438**, 1115, 2005.
11. Г.М.Никольский, А.А.Сазанов, Астрон. ж., **43**, 928, 1966.
12. G.M.Nikolsky, Solar Phys., **12**, 379, 1970.
13. V.I.Kulidzanishvili, G.M.Nikolsky, Solar Phys., **59**, 21, 1978.
14. V.I.Kulidzanishvili, Solar Phys., **66**, 251, 1980.
15. V.I.Kulidzanishvili, Iu.D.Zhugzhda, Solar Phys., **88**, 35, 1983.
16. E.V.Khutsishvili, Solar Phys., **106**, 75, 1986.

17. *B. De Pontieu, R.Erdelyi, A.G. De Wijn*, *Astrophys. J.*, **595**, L63, 2003.
18. *Э.В.Хуцишвили*, *Бюлл. Солн. Данн.*, **5**, 116, 1981,
19. *Э.В.Хуцишвили, Л.А.Геонджян*, *Бюлл. АБАО*, **56**, 123, 1983.
20. *Э.В.Хуцишвили*, *Сообщ. АН ГССР*, **108**, 57, 1983.
21. *Э.В.Хуцишвили*, *Бюлл. АБАО*, **60**, 65, 1985.
22. *E.V.Khutsishvili*, *Astron. Nachr.*, **316**, 291, 1995.
23. *Э.В.Хуцишвили и др.*, *Бюлл. АБАО*, **76**, 177, 2004.
24. *D.Khutsishvili et al.*, *Astrophysics*, **65**, 522, 2022.
25. *D.Khutsishvili et al.*, *Astrophysics*, **58**, 567, 2015,
26. *V.T.Kukhianidze, T.V.Zaqarashvili, E.V.Khutsishvili*, *Astron. Astrophys.*, **449**, L35, 2006.
27. *T.V.Zaqarashvili, E.V.Khutsishvili et al.*, *Astron. Astrophys.*, **474**, 627, 2007.
28. *K.Murawski, T.V.Zaqarashvili*, *Astron. Astrophys.*, **519**, 8, 2010.
29. *K.Murawski, A.K.Srivastava, T.V.Zaqarashvili*, *Astron. Astrophys.*, **535**, A58, 9, 2011.
30. *D.Khutsishvili et al.*, *Astrophys. Space Sci.*, **362**, Issue 12, article id. 235, 10, 2017.
31. *B.K.Carter, R.Erdelyi*, *Astron. Astrophys.*, **475**, 323, 2007.
32. *D.B.Jess et al.*, *Science*, **323**, 1582, 2009.
33. *R.Erdelyi, V.Fedun*, *Science*, **318**, 1572, 2007.
34. *T.V.Zaqarashvili*, in *3rd School and Workshop on Space Plasma Physics*, eds. I, 2011.
35. *T.V.Zaqarashvili, R.Erdelvi*, *Space Science Reviews*, **149**, 355, 2009.
36. *E.V.Khutsishvili et al.*, *Astrophys. Space Sci.*, **354**, 259, 2014.
37. *B. De Pontieu, R.Erdelyi*, *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, **364**, 383, 2006.
38. *A.C.Sterling*, *Solar Phys.*, **196**, 79, 2000.
39. *Mahajan et al.*, *Physics of Plasmas*, **8**, 1340, 2011.
40. *T.M.D.Pereira, B. De Pontieu, M.Carlsson*, *Astrophys. J.*, **764**, 69, 2013.
41. *D.H.Sekse et al.*, *Astrophys. J.*, **769**, 44, 2013b.
42. *Y.Z.Zhang et al.*, *Astrophys. J.*, **750**, 9, 2012.
43. *P.Antolin et al.*, *Astrophys. J.*, **856**, 44, 2018.
44. *Martínez-Sykora et al.*, *Astrophys. J.*, **860**, 116, 2018.
45. *T.V.Zaqarashvili*, *Astrophys. J. Lett.*, **893**, L46, 2020.
46. *T.M.D.Pereira et al.*, *Astrophys. J.*, **792**, 15, 2014.
47. *S.F.Martin, R.Bilimoria, P.W.Tracadas*, in *Solar Surface Magnetism*, ed. R.J.Rutten, C.J.Schrijver (Dordrecht: Academic Publishers), 303, 1994.
48. *E.Tandberg-Hanssen*, *The nature of solar prominences* (Dordrecht, Boston: Kluwer), 1995.
49. *V.Gaizauskas*, in *IAU Colloq. 167, New Perspectives on Solar Prominences*, ed. D.F.Webb, B.Schmieder, D.M.Rust (San Francisco, CA: PASP), **150**, 257, 1998.
50. *N.Labrosse, P.Heinzel, J.V.Vial et al.*, *Space Sci. Rev.*, **151**, 243, 2010.
51. *D.H.Mackay et al.*, *Space Sci. Rev.*, **151**, 333, 2010.
52. *S.R.Habbal et al.*, *Astrophys. J.*, **719**, 1362, 2010.

53. *S.Gunár et al.*, *Astron. Astrophys.*, **543**, A93, 2012.
54. *E.J.Schmahl et al.*, *Sol. Phys.*, **39**, 337, 1974.
55. *Y.Hanaoka et al.*, *PASJ*, **46**, 205, 1994.
56. *M.J.Penn, J.Arnaud, D.L.Mickey et al.*, *Astrophys. J.*, **436**, 368, 1994.
57. *F.C.Drago et al.*, *Solar Phys.*, **199**, 115, 2001.
58. *N.Labrosse, P.Gouttebroze*, *Astron. Astrophys.*, **380**, 323, 2001.
59. *G.Stellmacher, E.Wiehr, I.E.Dammasch*, *Solar Phys.*, **217**, 133, 2003.
60. *S.Parenti, J.-C.Vial, P.Lemaire*, *Astron. Astrophys.*, **443**, 679, 2005a.
61. *O.Ramón, B.J.Luis*, *Solar Phys.*, **206**, 45, 2002.
62. *D.Banerjee et al.*, *Sol. Phys.*, **246**, 3, 2007.
63. *D.Mackay, J.Karpen, J.L.Ballester et al.*, *Space Sci. Rev.*, **151**, 333, 2010.
64. *M.Zapiyr et al.*, *Solar Phys.*, **290**, 1647, 2015.
65. *H.Balthasar et al.*, *Astron. Astrophys.*, **277**, 635, 1993.
66. *C.Foullon, E.Verwichte, V.M.Nakariakov*, *Astron. Astrophys.*, **427**, L5, 2004.
67. *R.Molowny-Horas et al.*, *JOSO Ann. Rep.*, 126, 1999.
68. *A.Costa, R.González, A.C.Sicardi Schifino*, *Astron. Astrophys.*, **427**, 353, 2004.
69. *I.Mghebrishvili, T.V.Zaqarashvili, V.Kukhianidze et al.*, Dynamics of a Solar Prominence Tornado Observed by SDO/AIA on 2012 November 7-8, *Astrophys. J.*, **810**, Issue 2, article id. 89, 9, 2015.
70. *I.Mghebrishvili, T.Zaqarashvili, V.Kukhianidze et al.*, Association between Tornadoes and Instability of Hosting Prominences, Catalyzing Solar Connections, 2018 SDO Science Workshop held October 29 - November 2, 2018 in Ghent, Belgium, 2018a.
71. *I.Mghebrishvili, T.V.Zaqarashvili, V.Kukhianidze et al.*, Association between Tornadoes and Instability of Hosting Prominences, *Astrophys. J.*, **861**, Issue 2, article id. 112, 10, 2018b.
72. *P.G.Judge, A.Tritschler, B.Chye Low*, *Astrophys. J.*, **730**, L4, 2011.
73. *W.H.Press, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling et al.*, Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
74. *D.Khutsishvili, R.Khutsishvili, V.Kakhiani et al.*, *Astrophysics*, **65**, 522, 2022.
75. *R.Oliver, J.L.Ballester*, *Solar Phys.*, **206**, 45, 2002.
76. *D.Banerjee, R.Erdélyi, R.Oliver et al.*, *Solar Phys.*, **246**, 3, 2007.
77. *Yi.Zhang, E.Oddbjorn*, Vertical velocities and oscillations in quiescent, filaments, 1991.
78. *O.Engvold, H.Jakobsson, E.Tandberg-Hanssen et al.*, *Solar Phys.*, **202**, 293, 2001.
79. *A.J.Díaz, R.Oliver, J.L.Ballester*, Fast magnetohydrodynamic oscillations in a multifibril Cartesian prominence model, *Astronomy and Astrophysics*, Volume 440, Issue 3, September IV, p.1167, 2005.
80. *A.J.Díaz, R.Oliver, R.Erdélyi et al.*, Fast MHD oscillations in prominence fine structures, *Astron. Astrophys.*, **379**, p.1083, 2001.

A COSMOLOGICAL MODEL WITH SECOND LAW OF THERMODYNAMICS IN $f(R, T)$ GRAVITY

R.K.TIWARI¹, J.BHARALI², B.CHETRY³, A.BEESHAM⁴

Received 21 September 2024

Accepted 14 February 2025

In the context of $f(R, T)$ modified gravity theory, we investigate a cosmological model with homogeneous and anisotropic properties, specifically the Locally Rotationally Symmetric (LRS) Bianchi type-I model. By considering Einstein's field equations in $f(R, T)$ gravity, we solve them with the choice $f(R, T) = R + 2f(T)$, where R represents the Ricci scalar and T denotes the trace of the stress-energy momentum tensor T_{ij} . In this case, we set $f(T) = -\lambda T$, with λ being an arbitrary constant. It is worth noting that the cosmic jerk parameter j is directly proportional to the negative value of the deceleration parameter q , namely $j \propto -q$. We analyze the physical and geometrical properties of the models, and also employ the statefinder diagnostic pair to gain insight into the geometrical nature of the model. We also investigate the validity of the generalized second law of thermodynamics (GSLT) on the apparent and event horizons. Our findings reveal that GSLT holds on both the horizons.

Keywords: $f(R, T)$: *Bianchi type-I: Jerk parameter: generalised second law of thermodynamics: deceleration parameter: statefinder parameter*

1. Introduction. The discovery of the accelerating expansion of the Universe has been a significant advancement in modern cosmology [1-8]. This phenomenon is attributed to dark energy (DE), an exotic form of energy with negative pressure, which currently constitutes approximately 70% of the total energy content of the cosmos [9-11]. The cosmological constant Λ , characterized by the equation of state (EOS) $\omega = p/\rho$ where p represents the pressure and ρ is the energy density of DE with $\omega = -1$, is considered the most appealing and simplest candidate for DE. However, the cosmological constant faces challenges such as the fine-tuning problem and cosmic coincidence problem [12,13]. To address these issues, various dynamical scalar fields have been proposed as alternatives to DE, including quintessence [9-11,14-16], k -essence [17,18], phantom [19] and quintom fields [20,21].

On the other hand, modified gravity theory is the prominent gravity theory which can explain the present acceleration of the universe without any dark energy. It may also provide the explanation of dark matter. It may resolve the coincidence problem simply by the fact of the universe expansion, describe the transition from

deceleration to acceleration of the universe and also useful for high-energy physics problems (i.e., unifications of all interactions, hierarchy problem resolution). Even if the current universe is entering the phantom phase, modified gravity effectively describes the transition from the non-phantom to phantom era without the need to introduce exotic matter (phantom) with extremely strange properties [22].

The modified gravity description of our universe cosmological evolution is one physically appealing theoretical framework, which can potentially explain the various evolution era's of the universe, for the simple reason that it can provide a unified and theoretically consistent description. In addition, modified gravity provides an alternative view of classical particle physics problems, like the baryogenesis issue. Particularly, it is possible to generate non-zero baryon to entropy ratio in the universe by using the gravitational baryogenesis mechanism [23]. Then, in the context of modified gravity it is possible to generalize the gravitational baryogenesis mechanism, and various proposals towards this issue have appeared in the literature [24].

The $f(R, T)$ gravity theory, proposed by Harko et al. [25], is an intriguing and promising version of modified gravity. It introduces a gravitational Lagrangian that is an arbitrary function of the Ricci scalar R and the trace of the stress-energy tensor T . In their work, Harko et al. derived the gravitational field equations in the metric formalism and the equation of motion for test particles, which arises from the covariant divergence of the stress-energy tensor. These $f(R, T)$ gravity models offer an explanation for the cosmic accelerated expansion observed in the late Universe.

Several researchers have since investigated cosmological models in $f(R, T)$ gravity within different Bianchi-type space-times. Specifically, Chaubey and Shukla [26], Adhav [27], Samanta [28], and Reddy et al. [29-31] have studied such models. Tiwari et al. [32] found an exact solution for the field equations of $f(R, T)$ gravity in the LRS Bianchi type-I model, assuming a linear relationship between the deceleration parameter and the Hubble parameter. Sofuoğlu [33] reconstructed the $f(R, T)$ model, allowing for the Gödel Universe. Tiwari et al. [34] investigated the time dependence of the gravitational and cosmological constants by considering a Bianchi type-I universe in $f(R, T)$ gravity. Tiwari and Beesham [35] examined the LRS Bianchi type-I space-time with a decaying cosmological term in this theory. Tiwari et al. [36] studied the Bianchi type-I space-time with a constant jerk parameter $j=1$ in $f(R, T)$ gravity. Chaubey and Shukla [37] explored the exact solutions for anisotropic Bianchi cosmological models in $f(R, T)$ gravity with a time-dependent cosmological constant $\Lambda(t)$. Singh and Bishi [38] discussed the presence of a cosmological constant Λ and a quadratic EOS in Bianchi type-I Universe within $f(R, T)$ gravity. Bharali and

Das [39] investigated the Bianchi type VI_0 space-time with modified Renyi holographic dark energy (MRHDE) in $f(R, T)$ gravity. Kumrah et al. [40] explored a homogeneous and isotropic cosmological model within the framework of $f(R, T)$ gravity, where the gravitational and cosmological constants are generalized as coupling scalars. Mishra et al. [41] presented a Bianchi type-I metric with an anisotropic variable parameter in $f(R, T)$ gravity. Nagpal et al. [42] have studied flat FLRW Universe in $f(R, T) = R + \alpha R^2 + 2\lambda T$ gravity with α being an arbitrary constant.

In recent years, Bianchi Universes have gained significance in observational cosmology due to the findings from the WMAP data [43–45]. These data suggest the need for an extension to the standard cosmological model, incorporating a positive cosmological constant that exhibits similarities with the Bianchi morphology [46–51]. Various studies have explored the implications of varying vacuum energy density in this context [52–62].

Interestingly, contrary to generic inflationary models [63–69], the WMAP data suggest that the Universe should possess a slightly anisotropic spatial geometry even after the inflationary phase. This indicates a non-trivial isotropization history of the Universe influenced by the presence of an anisotropic energy source. To account for the observed homogeneity and flatness of the Universe, it is commonly assumed that the Universe underwent a period of exponential expansion [63, 65–67]. The majority of discussions about the expansion of the Universe take place within the framework of the homogeneous and isotropic Friedman-Robertson-Walker (FRW) cosmology. This preference is primarily due to the simplicity of the field equations and the availability of analytical solutions in most cases. However, there is no compelling physical reason to assume homogeneity prior to the inflationary period. Although dropping the homogeneity assumption would result in an intractable problem, relaxing the assumption of isotropy can lead to anisotropy. Several authors [70–75] have studied specific cases of anisotropic models and found that the predictions of the FRW model remain largely unaffected even when significant anisotropies were present before the inflationary period.

Furthermore, gravitational thermodynamics plays a crucial role in determining the viability of cosmological models. If two cosmological models satisfy the same observational constraints but one adheres to thermodynamic laws while the other does not, the later can be ruled out. Therefore, it is essential for any physical system to comply with thermodynamic laws. In this regard, extensive research has been done on the apparent and event horizons within various gravity theories [76–79]. The Generalized Second Law of Thermodynamics (GSLT) has garnered significant interest in the context of an accelerating Universe. Wang et al. demonstrated that thermodynamic laws are satisfied on the apparent horizon but fail to hold on the event horizon [80].

In [81], the second law of thermodynamics was discussed in the context of horizon cosmology. They consider various forms of entropy (i.e., Tsallis entropy, Renyi entropy, Kaniadakis entropy etc.) on the apparent horizon and determine the appropriate condition for entropic parameters for validation of the second law of thermodynamics. They found that the second law of thermodynamics is satisfied during wide range of cosmic eras of the universe particularly, from inflation to radiation-dominated eras followed by the reheating stage.

Moreover, in another paper [82], authors have discussed various issues that arise in the relationship of gravity and thermodynamics, where thermodynamic law is given by $TdS = -dE + WdV$. Also, they discussed the different problems that lead to some inconsistency in the Equation of State (EoS) parameter. They modified the thermodynamic law to $TdS = -dE + \rho dV$ on the apparent horizon to get rid of this issue and found that the modified thermodynamic law is valid for all values of EoS.

However, Chakraborty later showed that by modifying the horizon temperature, the GSLT can be satisfied on the event horizon [83]. Consequently, numerous studies have been undertaken to investigate the validity of the GSLT in the context of the event horizon [84-88]. Moreover, the validity of the GSLT has been explored in the framework of anisotropic Bianchi-I Universe models. Sharif and Saleem demonstrated that the GSLT is satisfied on the apparent horizon in the Bianchi-I model [89]. Their findings reveal that the GSLT consistently holds on the apparent horizon. In a separate study, Sharif and Khanum investigated the validity of the GSLT, considering various parameters such as shear, skewness, and equation of state in an anisotropic dark energy model [90].

This paper focuses on investigating the LRS Bianchi type-I cosmology within the framework of the modified $f(R, T)$ gravity theory. Specifically, we consider the choice $f(R, T) = R + 2f(T)$, where $f(T) = -\lambda T$, λ is an arbitrary constant. By utilizing this specific form, we obtain explicit solutions for the field equations, which are discussed in detail in Section 4. To provide a comprehensive understanding, we first introduce the basic formalism of $f(R, T)$ gravity in Section 2. The field equations are then presented in Section 3. Moving forward, Section 5 is devoted to examining the GSLT (Generalized Second Law of Thermodynamics) on both the apparent and event horizons. Furthermore, we explore the statefinder diagnostic, the physical acceptability of the solutions, and engage in graphical discussions of various parameters in Sections 6, 7, and 8 respectively. Finally, the paper ends with concluding remarks in Section 9.

2. The basic formalism of $f(R, T)$ gravity. The gravitational action of $f(R, T)$ gravity is given by [25]

$$S = -\frac{1}{16\pi Gc^4} \int f(R, T) \sqrt{-g} d^4x + \int L_m \sqrt{-g} d^4x. \quad (1)$$

where $f(R, T)$ is an arbitrary function of the ricci scalar R and the trace T of the energy-momentum tensor $T_{\mu\nu}$ i. e. ($T = g^{\mu\nu}T_{\mu\nu}$), and L_m corresponds to the matter Lagrangian density and g is the determinant of metric tensor $g_{\mu\nu}$.

Using natural units ($c=1=8\pi G$), a variation of action of Eq. (1) w.r. to metric tensor gives the following field equations of $f(R, T)$ gravity

$$f_R(R, T)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R, T)g_{\mu\nu} - (g_{\mu\nu}\square - \nabla_\mu\nabla_\nu)f(R, T) = -T_{\mu\nu} - f_T(R, T)T_{\mu\nu} - f_T(R, T)\Theta_{\mu\nu}, \quad (2)$$

where $f_R = \partial f(R, T)/\partial R$, $f_T = \partial f(R, T)/\partial T$, $\square = \nabla^\mu\nabla_\mu$ is the D'Alembert operator, ∇_μ is the covariant derivative, $R_{\mu\nu}$ is the Ricci tensor, and $T_{\mu\nu}$ is the energy-momentum tensor given by

$$T_{\mu\nu} = \frac{-2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g}L_m)}{\delta g^{\mu\nu}}, \quad (3)$$

and $\Theta_{\mu\nu}$ is

$$\Theta_{\mu\nu} = g^{\alpha\beta} \frac{\delta T_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}}. \quad (4)$$

Using Eqs. (3) and (4), we obtain

$$\Theta_{\mu\nu} = -2T_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}L_m - 2g^{\alpha\beta} \frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{\mu\nu} \partial g^{\alpha\beta}}. \quad (5)$$

By contracting Eq. (2), we get

$$f_R(R, T)R + 3f_R(R, T) - 2f(R, T) = \{-1 - f_T(R, T)\}T - f_T(R, T)\Theta. \quad (6)$$

where $\Theta = g^{\mu\nu}\Theta_{\mu\nu}$. If we assume that the matter Lagrangian density L_m depends on the metric tensor components $g_{\mu\nu}$ and does not depend on its derivatives, then Eq. (3) reads

$$T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}L_m - 2 \frac{\partial L_m}{\partial g^{\mu\nu}}. \quad (7)$$

If the matter-energy source of the Universe is a perfect fluid, then the energymomentum tensor can be defined as

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu + pg_{\mu\nu}, \quad (8)$$

where ρ and p are the energy density and the pressure of the fluid, respectively, and u^μ is the four-velocity vector satisfying $u^\mu u_\mu = -1$ and $u^\nu \nabla_\mu u_\nu = 0$. Now, for a perfect fluid distribution one can write the matter Lagrangian density as $L_m = -p$, which on using, Eq. (5) gives

$$\Theta_{\mu\nu} = -pg_{\mu\nu} - 2T_{\mu\nu}. \quad (9)$$

Then the field equations (2) take the form

$$f_R(R, T)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R, T)g_{\mu\nu} - (\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu} \square)f_R(R, T) = -T_{\mu\nu} + f_T(R, T)(T_{\mu\nu} + pg_{\mu\nu}). \quad (10)$$

We note that Harko et al. [25] have mentioned the following functional forms of $f(R, T)$ function:

$$f(R, T) = \begin{cases} R + 2f(T) \\ f_1(R) + f_2(T) \\ f_1(R) + f_2(R)f_3(T). \end{cases} \quad (11)$$

In this paper, we focus on the first one of these functional forms i.e. $f(R, T) = R + 2f(T)$ and choose $f(T) = -\lambda T$, where λ is an arbitrary constant. For this choice of the function, Eq. (10) becomes

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = -(1 + 2\lambda)T_{\mu\nu} + \lambda(-T - 2p)g_{\mu\nu}. \quad (12)$$

A comparison of Eq. (12) with the following Einstein's field equations

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = -T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}, \quad (13)$$

yields $\Lambda = \Lambda(T) = -\lambda(T + 2p)$. Thus, one can write the field equations of $f(R, T)$ gravity with varying cosmological constant Λ as

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = -(1 + 2\lambda)T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}. \quad (14)$$

3. Line element and field equations. The spatially homogeneous and anisotropic LRS Bianchi type-I Universe model is described by the line element

$$ds^2 = -dt^2 + A^2 dx^2 + B^2(dy^2 + dz^2), \quad (15)$$

where A and B are time-dependent metric potentials. For the model defined by the line element (15), the field equations (14) in $f(R, T)$ gravity give the following system of equations

$$2\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{B}^2}{B^2} = \lambda\rho - (1 + 7\lambda)p, \quad (16)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} = \lambda\rho - (1 + 7\lambda)p, \quad (17)$$

$$2\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}^2}{B^2} = (1 + 3\lambda)\rho - 5\lambda p, \quad (18)$$

where the dot (.) represent time derivative. Using the expression of the trace of the energy-momentum tensors $T = -\rho + 3p$, yields $\Lambda = \lambda(\rho - 5p)$.

The spatial volume V , mean scale factor a and the mean Hubble parameter

H for the Bianchi type-I Universe are given by

$$V = AB^2, \quad (19)$$

$$a = (AB^2)^{1/3} = V^{1/3}, \quad (20)$$

$$H = \frac{1}{3}(H_x + H_y + H_z), \quad (21)$$

where H_x , H_y and H_z are directional Hubble parameters in the directions of x ; y and z , respectively, which are defined as

$$H_x = \frac{\dot{A}}{A}, \quad H_y = H_z = \frac{\dot{B}}{B}. \quad (22)$$

Eqs. (21) and (22) provide us an important relation:

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{3}(H_x + 2H_y). \quad (23)$$

The expansion rate θ and shear scalar σ are obtained as follows

$$\theta = u^\mu_{;\mu} = 3 \frac{\dot{a}}{a}, \quad (24)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sigma_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} = \frac{k^2}{a^6}. \quad (25)$$

where $\sigma_{\mu\nu}$ is the shear tensor and k is a constant which comes from the anisotropy of the model. For LRS Bianchi type-I model, the average anisotropy parameter A_p and deceleration parameter q are defined as

$$A_p = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{H_i - H}{H} \right)^2. \quad (26)$$

$$q = \frac{-a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = - \left(\frac{\dot{H} - H^2}{H^2} \right). \quad (27)$$

Thus, field equations (16)-(18), can be written in terms of Hubble and deceleration parameters as

$$3H^2 = (1 + 2\lambda)\rho + \sigma^2 + \Lambda. \quad (28)$$

$$H^2(2q - 1) = (1 + 2\lambda)p + \sigma^2 - \Lambda. \quad (29)$$

One can express Eq. (28) in the form of

$$\frac{\sigma^2}{3H^2} = 1 - \frac{(1 + 2\lambda)\rho}{3H^2} - \frac{\Lambda}{3H^2} = 1 - \Omega - \Omega_\Lambda, \quad (30)$$

where $\Omega_\Lambda = \rho_\Lambda/\rho_c$ is cosmological constant density parameter and $\Omega = \Omega_m + \Omega_\Lambda$ is total density parameter. Here $\rho_c = 3H^2$ is critical density, $\rho_\Lambda = \Lambda$ is cosmological constant density, $\Omega_m = \rho/\rho_c$ is density parameter of matter and $\Omega_\Lambda = \rho_\Lambda/\rho_c$

with $\rho_\lambda = 2\lambda\rho$ may be considered as a correction term to density parameter of matter which comes from $f(R, T)$.

From Eqs. (16) and (17), we have

$$\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} = \frac{k_1}{a^3}, \quad (31)$$

$$A = Bk_2 \exp\left(\int \frac{k_1}{a^3} dt\right), \quad (32)$$

where k_1 and k_2 are constants of integration.

Using Eqs. (20) and (32), we get the scale factors A and B as

$$A = ak_2^{2/3} \exp\left(\int \frac{2k_1}{3a^3} dt\right), \quad (33)$$

$$B = ak_2^{-1/3} \exp\left(-\int \frac{k_1}{3a^3} dt\right). \quad (34)$$

4. Solution of the field equations. Eqs. (16)-(18) form a system of three independent equations involving four unknowns: A , B , ρ and p . To fully solve this system, we need to make one physically reasonable assumption. Therefore, we adopt a kinematical condition where the jerk parameter j is directly proportional to the negative of the deceleration parameter q i.e. $j \propto -q$. The jerk parameter represents the dimensionless third derivative of the average scale factor a w.r. to cosmic time t . This parameterization offers an alternative approach to describe a model that closely resembles the Λ CDM model [91].

In the flat Λ CDM models, the jerk parameter remains constant, specifically $j=1$ [92]. The jerk parameter, its implications, and further details can be found in the works of Tiwari et al. [36,93], Poplawski [94] and relevant references therein. For our study, we assume the proportionality $j \propto -q$, thus incorporating the relationship between the jerk and deceleration parameters.

$$\frac{\ddot{a}}{aH^3} + \beta q = 0, \quad (35)$$

where $j = \ddot{a}/aH^3$ and β is a constant of proportionality.

Without loss of generality, we take $\beta=1$ and solving Eq. (35), we get

$$a = k_1 \sinh(k_2 t + k_3), \quad (36)$$

where k_2 and k_3 are constants of integration. For the above mean scale factor, the solutions of metric potentials are given in Eqs. (33) and (34) are

$$A = k_1 k_2^{2/3} \sinh(k_2 t + k_3) \exp\left(\frac{2}{3k_1^2} F(t)\right), \quad (37)$$

$$B = k_1 k_2^{-1/3} \sinh(k_2 t + k_3) \exp\left(-\frac{1}{3k_1^2} F(t)\right), \quad (38)$$

where

$$\begin{aligned} F(t) &= \int [\sinh(k_2 t + k_3)]^{-3} dt \\ &= 1 + \frac{2}{3} \cosh^2(k_2 t + k_3) + \frac{3}{5} \cosh^2(k_2 t + k_3) + o[\cosh(k_2 t + k_3)]^6. \end{aligned} \quad (39)$$

For this model, the directional Hubble parameters H_x , H_y and H_z are obtained as

$$H_x = \frac{\dot{A}}{A} = k_2 \coth \tau + \frac{2}{3k_1^2 \sinh^3 \tau}, \quad (40)$$

$$H_y = H_z = \frac{\dot{B}}{B} = k_2 \coth \tau - \frac{1}{3k_1^2 \sinh^3 \tau}, \quad (41)$$

where $\tau = k_2 t + k_3$. The anisotropy parameter A_p is obtained as

$$A_p = \frac{2}{27k_1^4 k_2^2 \coth^2 \tau \sinh^6 \tau}. \quad (42)$$

Anisotropy, in general, affects the dynamics of the universe. The anisotropy parameter A_p gives a measure of the anisotropy of the model and is given by Eq. (42), which is large early on as $t \rightarrow 0$ but decreases rapidly [95]. Hence, our model reaches to isotropy after some finite time which matches with the recent observations as the universe is isotropic at large scale [96]. For $\beta = 1$, the universe has an accelerated expansion throughout the evolution which resembles with the result obtained in [97]. Thus as the universe evolves, the anisotropy damps out, leading to the currently observable universe [98].

Further, the Hubble parameter H , spatial volume V , expansion scalar θ , shear scalar σ^2 and deceleration parameter q take the following forms

$$H = k_2 \coth \tau, \quad (43)$$

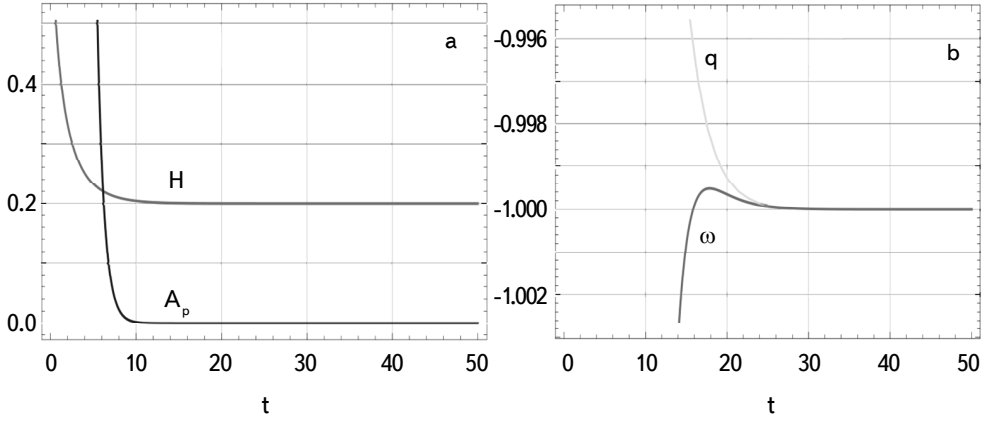
$$V = k_1^3 \sinh^3 \tau, \quad (44)$$

$$\theta = 3H = 3k_2 \coth \tau, \quad (45)$$

$$\sigma^2 = \frac{k^2}{k_1^6 \sinh^6 \tau}, \quad (46)$$

$$q = -\tanh^2 \tau. \quad (47)$$

Using Eqs. (16)-(18), (36), (40) and (41), energy density ρ and pressure p are obtained as

Fig.1. (a) H , A_p , (b) q , ω .

$$p = \left(\frac{3\lambda + 1}{-16\lambda^2 - 10\lambda - 1} \right) \left[3k_2^2 \left(\frac{2\lambda + 1}{3\lambda + 1} \right) \coth^2 \tau - 2k_2 \operatorname{csch}^2 \tau + \left(\frac{2 - 2k_2}{k_1^2} \right) \coth \tau \operatorname{csch}^3 \tau + \frac{1}{3k_1^4 \sinh^6 \tau} \left(\frac{4\lambda + 1}{3\lambda + 1} \right) \right]. \quad (48)$$

$$\rho = \left[3k_2^2 \coth^2 \tau - \frac{1}{3k_1^4 \sinh^6 \tau} - \left(\frac{15\lambda^2 + 5\lambda}{16\lambda^2 + 10\lambda + 1} \right) \right] \left[3k_2^2 \left(\frac{2\lambda + 1}{3\lambda + 1} \right) \coth^2 \tau - 2k_2 \operatorname{csch}^2 \tau + \left(\frac{2 - 2k_2}{k_1^2} \right) \coth \tau \operatorname{csch}^3 \tau + \frac{1}{3k_1^4 \sinh^6 \tau} \left(\frac{4\lambda + 1}{3\lambda + 1} \right) \right] \left(\frac{1}{1 + 3\lambda} \right). \quad (49)$$

The EOS parameter $\omega = p/\rho$ can be obtained by dividing Eqs. (48) and (49). For the present model, we obtain, the density parameter $\Omega = \rho/3H^2$ as

$$\Omega = \frac{\rho}{3k_2^2 \coth^2 \tau}, \quad (50)$$

where ρ is given by Eq. (49). Fig.1 shows graphical representation of these results. In the following we shall discuss the GSLT on the apparent and event horizon in Bianchi-I model.

5. Generalized second law of thermodynamics. This section is devoted to study the generalised second law thermodynamics (GSLT). The GSLT is one of the most prominent principles to check the viability of a cosmological model. It states that the rate of change of the total entropy of the system must be non-negative, i.e. derivative (w.r. to cosmic time) sum of horizon entropy and entropy of the matter within the horizon is always greater than or equal to zero. To evaluate the rate of change of the entropy of the matter within the horizon, we

use Gibb's equation and for the horizon entropy, we use the first law of thermodynamics. In this study, we shall use Hawking and modified Hawking temperatures for the homogeneous and anisotropic Bianchi type-I Universe bounded by apparent and event horizon separately. While the apparent horizon forms a Bekenstein's system in the accelerating Universe, the event horizon does not exhibit the usual definitions of entropy and temperature as proposed by Bekenstein [80]. However, it has been demonstrated that the event horizon can be considered as a Bekenstein's system in the context of an accelerating Universe through modifications to the Hawking temperature [83]. Now from the first law of thermodynamics, we get

$$T_X dS_X = -dE_X = 4\pi R_X^3 H(\rho + p)dt, \quad (51)$$

where dE_X is the energy crossing through the horizon in time dt (here $X=A$ denote the apparent and $X=E$ denote event horizon). Also, T_X and R_X denote the temperature and radius of the horizon respectively. From the above equation, we get the rate of change of horizon entropy as

$$\frac{dS_X}{dt} = \frac{4\pi R_X^3 H}{T_X}(\rho + p). \quad (52)$$

The Gibb's equation is given by [80,99]

$$T_X dS_m = dE_m + p dV, \quad (53)$$

where $E_m = \rho V$ is the energy flow across the horizon containing matter and $V = 4/3\pi R_X^3$ is the volume with R_X is the horizon (apparent or event) radius. Also, we assume that the temperature of the matter is the same as the temperature of the horizon (i.e., $T_m = T_X$) by the local equilibrium hypothesis as the temperature difference is very small between matter fluid and the horizon at cosmological scales [99-102]. So, the rate of change of the matter entropy inside horizon dS_m/dt is given by

$$\frac{dS_m}{dt} = \frac{4\pi R_X^2}{T_X}(\rho + p) \left(\frac{dR_X}{dt} - H R_X \right). \quad (54)$$

Now, adding Eqs. (52) and (54), we get the total rate of change of entropy dS_{TX}/dt at the horizon as

$$\frac{dS_{TX}}{dt} = \frac{dS_X}{dt} + \frac{dS_m}{dt} = \frac{4\pi R_X^2}{T_X}(\rho + p) \frac{dR_X}{dt}. \quad (55)$$

For validity of GSLT, we must have the condition $dS_{TX}/dt \geq 0$. Assuming, a positive temperature, we see that GSLT will be valid as long as $(\rho + p) \geq 0$ and $dR_X/dt \geq 0$ (or $(\rho + p) \leq 0$ and $dR_X/dt \leq 0$). In what follows, we shall discuss the validity of GSLT for the homogeneous and anisotropic Bianchi type-I Universe bounded by apparent and event horizon respectively in the following

subsections:

5.1. *Apparent horizon.* For the homogeneous and anisotropic Bianchi type-I Universe, the radius of the apparent horizon is inverse of the Hubble parameter and given by

$$R_A = \frac{1}{H} \quad (56)$$

and the rate of change of the apparent horizon is given by

$$\frac{dR_A}{dt} = -\frac{dH}{dt} \frac{1}{H^2} = 1 + q. \quad (57)$$

The Hawking temperature associated with the apparent horizon is [103]

$$T_A = \frac{1}{2\pi R_A} = \frac{H}{2\pi}. \quad (58)$$

Now, the rate of change of horizon entropy dS_A/dt and matter entropy dS_m/dt are given by Eqs. (52) and (54) as,

$$\frac{dS_A}{dt} = \frac{4\pi^2}{H^3} (\rho + p), \quad (59)$$

$$\frac{dS_m}{dt} = \frac{4\pi^2}{H^3} (\rho + p) \left(\frac{dR_A}{dt} - HR_A \right). \quad (60)$$

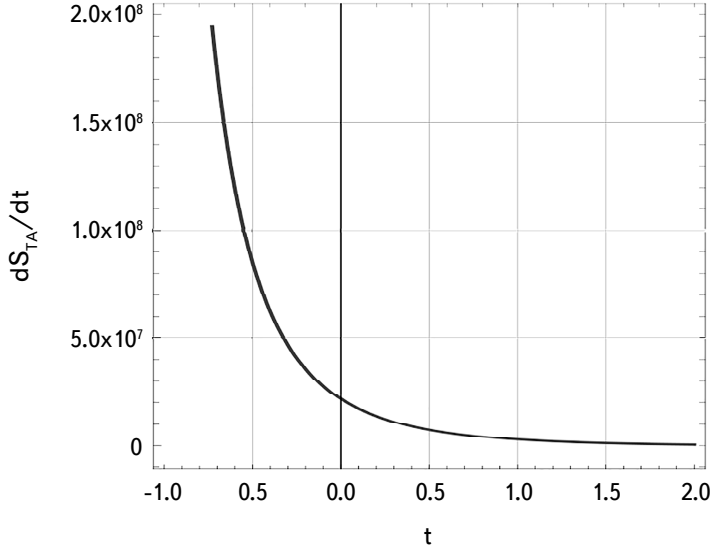


Fig.2. The rate of change of the total entropy at the apparent horizon dS_{TA}/dt is plotted against time (t) with $k_2 = 0.2$, $k_3 = 0.3$ and $\lambda = -0.1$.

Therefore, the rate of change of total entropy at the apparent horizon from Eq. (55) is given by

$$\frac{dS_{TA}}{dt} = \frac{4\pi^2}{H^3} (\rho + p) \frac{dR_A}{dt}. \quad (61)$$

Now using Eqs. (28), (29) and (57), the above Eq. (61) becomes

$$\frac{dS_{TA}}{dt} = \frac{8\pi^2 \{H^2(1+q)^2 - \sigma^2(1+q)\}}{H^3(1+2\lambda)}. \quad (62)$$

Eq. (62) represents the rate of change of total entropy on the apparent horizon. The validity of the GSLT on the apparent horizon requires that $dS_{TA}/dt \geq 0$. Due to the complexity of the expression, we examine the validity of GSLT through a graphical approach. Fig.2 illustrates the plot of the rate of change of total entropy dS_{TA}/dt against cosmic time t . It is evident from the graph that GSLT is consistently satisfied on the apparent horizon.

5.2. Event horizon. The radius of event horizon R_E is given by

$$R_E = a(t) \int_t^\infty \frac{dt'}{a(t')}. \quad (63)$$

From Eq. (63) we get,

$$\frac{dR_E}{dt} = HR_E - 1. \quad (64)$$

In this case, the thermodynamical system bounded by the event horizon may not be a Bekenstein system [80], so we consider modified Hawking temperature instead of Hawking temperature. The modified Hawking temperature on the event horizon is defined as [83]

$$T_E = \frac{H^2 R_E}{2\pi}. \quad (65)$$

Now, the rate of change of horizon entropy $\dot{S}_E$ and matter entropy $\dot{S}_m$ are respectively given by the Eqs. (52) and (54) as,

$$\frac{dS_E}{dt} = \frac{8\pi^2 R_E^2}{H} (\rho + p), \quad (66)$$

$$\frac{dS_m}{dt} = \frac{8\pi^2 R_E}{H^2} (\rho + p) \left(\frac{dR_E}{dt} - HR_E \right). \quad (67)$$

Therefore, the rate of change of total entropy at the event horizon from Eq. (55) is given by

$$\frac{dS_{TE}}{dt} = \frac{8\pi^2 R_E^2}{H^2} (\rho + p) \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_E} \right). \quad (68)$$

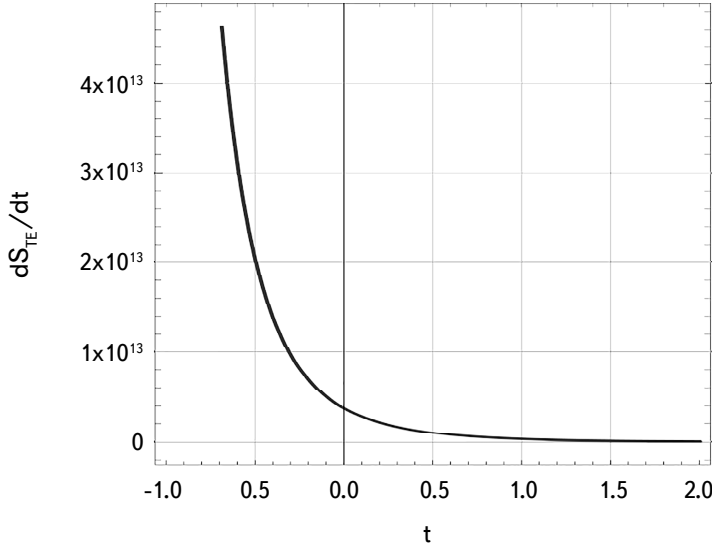


Fig.3. The rate of change of the total entropy at the event horizon dS_{TE}/dt is plotted against time t with $k_2 = 0.2$, $k_3 = 0.3$ and $\lambda = -0.1$.

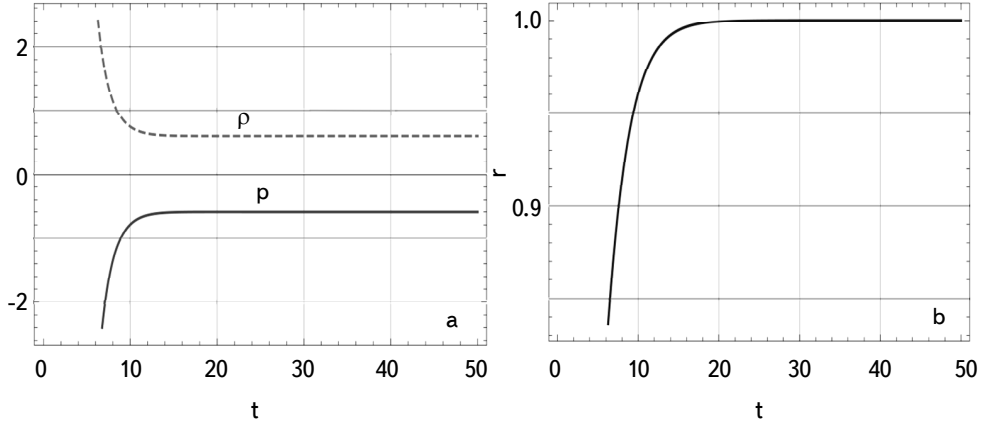
From the above Eq. (68) we see that GSLT is satisfied as long as $(\rho + p) \geq 0$ under the realistic assumption that the radius of event horizon is greater than the radius of apparent horizon [83]. Using Eqs. (28), (29) and (64), the above Eq. (68) becomes

$$\frac{dS_{TE}}{dt} = \frac{16\pi^2 R_E^2 \{H^2(1+q) - \sigma^2\}}{H^2(1+2\lambda)} \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_E} \right). \quad (69)$$

In order to ensure the validity of GSLT at the event horizon, it is necessary to have $dS_{TE}/dt \geq 0$. However, the expression of GSLT at the event horizon is quite complex. Therefore, we discuss it graphically. We have created a graphical representation that illustrates the plot of the rate of change of total entropy dS_{TE}/dt versus cosmic time t , as depicted in Fig.3. Upon observing the figure, it becomes evident that GSLT is consistently satisfied.

6. Statefinder diagnostic. Sahni et al. [104] introduced a statefinder diagnostic approach, which utilizes the third derivative of the average scale factor w.r. to cosmic time t , to define a geometrical statefinder pair $\{r, s\}$. This diagnostic tool serves as a useful test for distinguishing between different dark energy models. Moreover, the statefinder diagnostic pair also characterizes the Λ CDM model, where the cosmological constant Λ plays the role of dark energy.

The Λ CDM model is considered the fundamental model in the study of the


 Fig.4. (a) p , ρ . (b) r .

evolution of the accelerating Universe, and it is characterized by the fixed point $\{r, s\} = \{1, 0\}$.

The state finder diagnostic pair is mathematically defined as follows:

$$r = 1 + \frac{3\dot{H}}{H^2} + \frac{\ddot{H}}{H^3}, \quad (70)$$

$$s = \frac{r-1}{3(q-1/2)}. \quad (71)$$

Now, we apply the statefinder diagnostic approach to our model for testing its behavior in accordance with Λ CDM model (Fig.4). For our model, the expression of parameters $\{r, s\}$ are obtained as follows

$$r = 1 - \text{sech}^2 \tau, \quad (72)$$

$$s = \frac{2\text{sech}^2 \tau}{3(1 + 2\text{tanh}^2 \tau)}. \quad (73)$$

7. Physical acceptability of the solutions. For the stability of corresponding solutions, we should check that our model is physically acceptable.

- **Sound speed:** It is required that the velocity of sound v_s should be less than the velocity of light c . The positive value of v_s implies that the model is stable whereas the negative value implies that the model is unstable.

The sound speed v_s for our model is obtained as

$$v_s = \frac{dp}{d\rho} = \frac{l(t)}{m(t)},$$

where

$$l(t) = \left(\frac{3\lambda + 1}{16\lambda^2 + 10\lambda + 1} \right) \left[\left(6k_2^3 \left(\frac{2\lambda + 1}{3\lambda + 1} \right) - 4k_2^2 \right) \coth\tau \operatorname{csch}^2\tau + \right. \\ \left. \frac{2k_2(1-k_2)}{k_1^2} \operatorname{csch}^3\tau (\operatorname{csch}^2\tau + 3\coth^2\tau) + \frac{8\lambda + 2}{3\lambda k_1^4 + k_1^4} \operatorname{csch}^6\tau \coth\tau \right], \\ m(t) = \frac{1}{1+3\lambda} \left\{ -6k_2^3 \coth\tau \operatorname{csch}^2\tau - \frac{2k_2}{k_1^4} \coth\tau \operatorname{csch}^6\tau - \left(\frac{15\lambda^2 + 5\lambda}{16\lambda^2 + 10\lambda + 1} \right) \left[\left(6k_2^3 \left(\frac{2\lambda + 1}{3\lambda + 1} \right) - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. 4k_2^2 \right) \coth\tau \operatorname{csch}^2\tau + \frac{2k_2(1-k_2)}{k_1^2} \operatorname{csch}^3\tau (\operatorname{csch}^2\tau + 3\coth^2\tau) + \frac{8\lambda + 2}{3\lambda k_1^4 + k_1^4} \operatorname{csch}^6\tau \coth\tau \right] \right\}.$$

Fig.5b depicts the plot of sound speed with cosmic time. We observe that $v_s > 1$ throughout the evolution of the Universe.

• Energy conditions (EC): The weak energy conditions (WEC) and dominant energy conditions (DEC) are given by (i) $\rho \geq 0$, (ii) $\rho - p \geq 0$ and (iii) $\rho + p \geq 0$. The strong energy conditions (SEC) are given by $\rho + 3p \geq 0$ [105-108]. Various

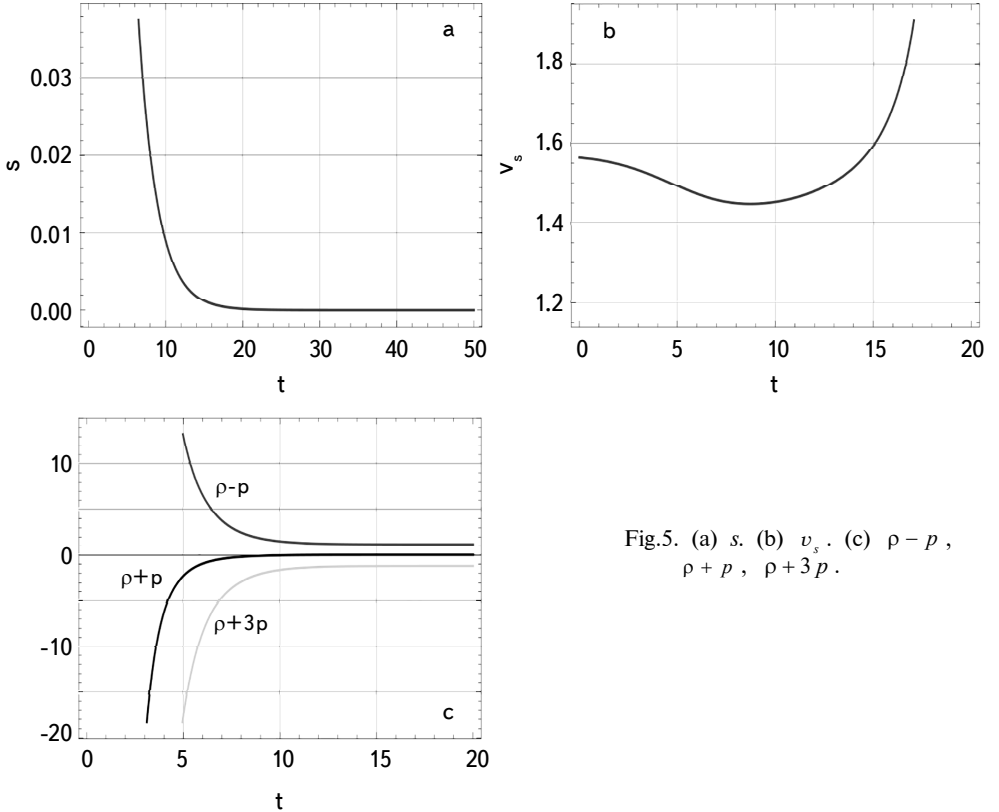


Fig.5. (a) s . (b) v_s . (c) $\rho - p$, $\rho + p$, $\rho + 3p$.

authors [109-112] have studied energy conditions in different theories of gravities. The lefthand side of energy conditions have been graphed in Fig.4a and Fig.5c. From these figures, we observe that WEC and DEC for the derived model are satisfied whereas SEC is violated.

8. *Graphical discussions.* In all the graphs, t denotes cosmic evolution time, generally measured in Giga years ($1 \text{ Gyr} = 10^9$) years along the x axis. Along the y axis, all physical quantities like anisotropy parameter A_p , EOS parameter ω , energy conditions etc. are measured in geometrized units, where the speed of light $c=1$ and the gravitational constant $G=1$. The numerical values used in the graphs are $\lambda = -0.1$, $k_1 = 0.5$, $k_2 = 0.2$ and $k_3 = 0.3$.

9. *Conclusions.* In this study, we have investigated the properties of a spatially homogeneous and anisotropic LRS Bianchi type-I model within the framework of $f(R, T)$ gravity. Specifically, we consider the choice $f(R, T) = R + 2f(T)$, where $f(T) = -\lambda T$ and λ is an arbitrary constant. To fully solve the field equations, we adopt the condition $\ddot{a}/aH^3 + \beta q = 0$, where the jerk parameter j is directly proportional to the negative of the deceleration parameter q . As the cosmic time evolves, both the Hubble parameter H and the anisotropy parameter A_p decreases and eventually approaches to zero at the later stage of the Universe. This implies that the Universe exhibits anisotropy in its early stage and tends towards isotropy at later times. The deceleration parameter $q \rightarrow -1$, indicates that the model is experiencing cosmic acceleration. At the early stage of the Universe, the EOS parameter $\omega < -1$, suggests a behavior similar to phantom dark energy. However, as the Universe evolves, it approaches the phantom-divide line $\omega = -1$. Verma et al. [113] have arrived at a conclusion that EOS greater than -1 which is in line with the recent findings from DESI collaboration. The satefinder parameters $r \rightarrow 1$, $s \rightarrow 0$, respectively, as cosmic time progresses, indicating that our model corresponds to the Λ CDM model at the later epoch. Further, we check the validity of this model by examining the GSLT on both the apparent and event horizons. For this, we consider the Hawking temperature for the apparent horizon and the modified Hawking temperature for the event horizon. It is crucial for a viable model to satisfy both observational constraints and thermodynamic principles. Our investigation reveals that the GSLT is consistently fulfilled on both horizons. Therefore, based on thermodynamic considerations, it can be concluded that the given cosmological model is viable.

Throughout the evolution of the Universe, the sound speed v_s remains positive, indicating the stability of our model. For our model, WEC is satisfied whereas DEC and SEC are violated. Thus, the derived solutions represent accelerating Universe models that are consistent with the current observations of SNe Ia and CMB.

Acknowledgments. The authors are grateful to their respective institutions for providing facilities and support to carry out this research work. The authors are also thankful to the anonymous reviewer for making valuable comments and suggestions which helped us to improve the quality of paper in present form.

¹ Department of Mathematical Sciences, A.P.S. University, Rewa, 486003, Madhya Pradesh, India, e-mail: rishitiwari59@rediffmail.com

² Department of Mathematics, Handique Girls' College, Guwahati, 781001, Assam, India, e-mail: jumibharali2@gmail.com

³ Department of Mathematics, Digboi College (Autonomous), Tinsukia, 786171, Assam, India, e-mail: binodchetry93@gmail.com

⁴ Department of Mathematical Sciences, University of Zululand, P Bag X1001, 3886, Kwa-Dlangezwa, South Africa, e-mail: abeesham@yahoo.com

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СО ВТОРЫМ ЗАКОНОМ ТЕРМОДИНАМИКИ В ГРАВИТАЦИИ $f(R, T)$

Р.К.ТИВАРИ¹, Д.БХАРАЛИ², Б.ЧЕТРИ³, А.БИШАМ⁴

В рамках модифицированной теории гравитации $f(R, T)$ исследована космологическая модель с однородными и анизотропными свойствами, в частности, локально вращательно-симметричная (LRS) модель Бьянки типа I. Представлены решения уравнения поля Эйнштейна в гравитации $f(R, T) = R + 2f(T)$, где R скаляр Риччи, а T - след тензора энергии импульса T_{ij} . В этом случае принято $f(T) = -\lambda T$, где λ произвольная константа. Надо отметить, что параметр космического толчка j прямо пропорционален отрицательному значению параметра замедления q , а именно $j \propto -q$. Анализированы физические и геометрические свойства моделей, использованы диагностические диаграммы, чтобы получить представление о геометрической природе модели. Рассмотрен вопрос применимости обобщенного второго закона термодинамики (GSLT) на видимом горизонте и горизонте событий. Полученные результаты показывают, что GSLT выполняется на обоих горизонтах.

Ключевые слова: $f(R, T)$: тип Бьянки-I: параметр рывка: обобщенный второй закон термодинамики: параметр замедления: параметр определения состояния

REFERENCES

1. *D.J.Eisenstein et al.*, *Astrophys. J.*, **633**, 560, 2005.
2. *W.J.Percival et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **401**, 2148, 2010.
3. *T.Koivisto, D.F.Mota*, *Phys. Rev. D*, **73**, 083502, 2006.
4. *S.F.Daniel et al.*, *Phys. Rev. D*, **77**, 103513, 2008.
5. *R.R.Caldwell, M.Doran*, *Phys. Rev. D*, **69**, 103517, 2004.
6. *Z.Y.Huang et al.*, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **05**, 013, 2006.
7. *C.L.Bennett et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **148**, 1, 2003.
8. *D.N.Spergel et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **148**, 175, 2003.
9. *P.J.E.Peebles, B.Ratra*, *Astrophys. J. Lett.*, **325**, L17, 1988.
10. *B.Ratra, P.J.E.Peebles*, *Phys. Rev. D*, **37**, 3406, 1988.
11. *C.Wetterich*, *Nucl. Phys. B*, **302**, 668, 1988.
12. *S.Weinberg*, *Rev. Mod. Phys.*, **61**, 1, 1989.
13. *J.M.Overduin, F.I.Cooperstock*, *Phys. Rev. D*, **58**, 043506, 1998.
14. *R.R.Caldwell, R.Dave, P.J.Steinhardt*, *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 1582, 1998.
15. *I.Zlatev, L.Wang, P.J.Steinhardt*, *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 896, 1999.
16. *M.Doran, J.Jäckel*, *Phys. Rev. D*, **66**, 043519, 2002.
17. *C.A.Picón, T.Damour, V.Mukhanov*, *Phys. Lett. B*, **458**, 209, 1999.
18. *T.Chiba, T.Okabe, M.Yamaguchi*, *Phys. Rev. D*, **62**, 023511, 2000.
19. *R.R.Caldwell*, *Phys. Lett. B*, **545**, 23, 2002.
20. *E.Elizalde, S.Nojiri, S.D.Odintsov*, *Phys. Rev. D*, **70**, 043539, 2004.
21. *B.Feng, X.Wang, X.Zhang*, *Phys. Lett. B*, **607**, 35, 2005.
22. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, *Phys. Rept.*, **505**, 59, 2011.
23. *H.Davoudiasl et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 201301, 2004.
24. *S.Nojiri, S.D.Odintsov, V.K.Oikonomou*, *Phys. Rept.*, **692**, 59, 2017.
25. *T.Harko et al.*, *Phys. Rev. D*, **84**, 024020, 2011.
26. *R.Chaubey, A.K.Shukla*, *Astrophys. Space. Sci.*, **343**, 415, 2013.
27. *K.S.Adhav*, *Astrophys. Space Sci.*, **339**, 365, 2012.
28. *G.C.Samanta*, *Int. J. Theor. Phys.*, **52**, 2303, 2013.
29. *D.R.K.Reddy, R.Santikumar, R.L.Naidu*, *Astrophys. Space. Sci.*, **342**, 249, 2012.
30. *D.R.K.Reddy, R.L.Naidu, B.Satyanaryana*, *Int. J. Theor. Phys.*, **51**, 3222, 2012.
31. *D.R.K.Reddy, R.S.Kumar, T.V.P.Kumar*, *Int. J. Theor. Phys.*, **52**, 239, 2013.
32. *R.K.Tiwari, A.Beesham, B.K.Shukla*, *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.*, **15**, 1850115, 2018.
33. *D.Sofuoğlu*, *Int. J. Mod. Phys. D*, **28**, 1950089, 2019.
34. *R.K.Tiwari et al.*, *Astrophys. Space Sci.*, **362**, 143, 2017.
35. *R.K.Tiwari, A.Beesham*, *Astrophys. Space Sci.*, **363**, 234, 2018.
36. *R.K.Tiwari et al.*, *Gravit. Cosmol.*, **28**, 196, 2022.
37. *R.Chaubey, A.K.Shukla*, *Pramana J. Phys.*, **88**, 65, 2017.
38. *G.P.Singh, B.K.Bishi*, *Adv. High Energy Phys.*, **2015**, 816826, 2015.
39. *J.Bharali, K.Das*, *Astrophysics*, **64**, 512, 2021.
40. *L.Kumrah, S.S.Singh, L.A.Devi*, *New Astron.*, **93**, 101760, 2022.

41. *B.Mishra, F. Md Esmeili, S.Ray*, Indian J. Phys., **95**, 2245, 2021.
42. *R.Nagpal et al.*, arXiv: 1903.08562v2 [gr-qc], 2022.
43. *G.Hinshaw et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **148**, 135, 2003.
44. *G.Hinshaw et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **170**, 288, 2007.
45. *J.P.Singh, R.K.Tiwari*, Pramana J. Phys., **70**, 565, 2008.
46. *T.R.Jaffe et al.*, Astrophys. J., **629**, L1, 2005.
47. *T.R.Jaffe et al.*, Astrophys. J., **644**, 701, 2006.
48. *T.R.Jaffe et al.*, Astron. Astrophys., **460**, 393, 2006.
49. *L.Campanelli, P.Cea, L.Tedesco*, Phys. Rev. Lett., **97**, 131302, 2006.
50. *L.Campanelli, P.Cea, L.Tedesco*, Phys. Rev. D **76**, 063007, 2007.
51. *J.Hoftuft et al.*, Astrophys. J, **699**, 985, 2009.
52. *M.S.Berman, M.M.Som*, Int. J. Theor. Phys., **29**, 1411, 1990.
53. *M.S.Berman*, Phys. Rev. D, **43**, 1075, 1991.
54. *W.Chen, Y.S.Wu*, Phys. Rev. D, **41**, 695, 1990.
55. *J.C.Carvalho, J.A.S.Lima, I.Waga*, Phys. Rev. D, **46**, 2404, 1992.
56. *V.Sahni, A.Starobinsky*, Int. J. Mod. Phys. D, **09**, 373, 2000.
57. *H.A.Borges, S.Carneiro*, Gen. Relat. Gravit., **37**, 1385, 2005.
58. *A.K.Yadav*, Electron. J. Theor. Phys., **10**, 169, 2013.
59. *R.K.Tiwari, R.Singh*, Eur. Phys. J. Plus, **129**, 253, 2014.
60. *R.K.Tiwari, R.Singh*, Astrophys. Space Sci., **357**, 1, 2015.
61. *R.K.Tiwari, R.Singh*, Int. J. Theor. Phys., **54**, 1417, 2015.
62. *R.K.Tiwari, R.Singh*, Int. J. Theor. Phys., **54**, 2652, 2015.
63. *A.H.Guth*, Phys. Rev. D, **23**, 347, 1981.
64. *V.M.Canuto, J.V.Narlikar*, Astrophys. J., **236**, 6, 1980.
65. *A.Albrecht, P.J.Steinhardt*, Phys. Rev. Lett., **48**, 1220, 1982.
66. *A.D.Linde*, Phys. Lett. B, **108**, 389, 1982.
67. *A.D.Linde*, Phys. Lett. B, **129**, 177, 1983.
68. *A.D.Linde*, Phys. Lett. B, **259**, 38, 1991.
69. *A.D.Linde*, Phys. Rev. D, **49**, 748, 1994.
70. *J.D.Barrow, M.S.Turner*, Nature, **292**, 35, 1981.
71. *L.S.Levitt*, Lett. Nuovo Cimento, **29**, 23, 1980.
72. *A.Beesham*, Int. J. Theor. Phys., **25**, 1295, 1986.
73. *A.Beesham*, Nuovo Cim. B, **96**, 17, 1986.
74. *Ø.Grøn*, Phys. Rev. D, **33**, 1204, 1986.
75. *R.K.Tiwari, A.Beesham, B.K.Shukla*, Universe, **7**, 319, 2021.
76. *K.Karami, M.S.Khaledian, N.Abdollahi*, Europhys. Lett., **98**, 30010, 2012.
77. *H.M.Sadjadi*, Phys. Rev. D, **76**, 104024, 2007.
78. *A.Abdolmaleki, T.Najafi, K.Karami*, Phys. Rev. D, **89**, 104041, 2014.
79. *A.Sheykhi*, J. Cosmol. Astropart. Phys., **05**, 019, 2009.
80. *B.Wang, Y.Gong, E.Abdalla*, Phys. Rev. D, **74**, 083520, 2006.
81. *S.D.Odintsov, T.Paul, S.SenGupta*, Phys. Rev. D, **109**, 103515, 2024.
82. *S.Nojiri, S.D.Odintsov, T.Paul et al.*, Phys. Rev. D, **109**, 043532, 2024.
83. *S.Chakraborty*, Eur. Phys. J. C, **74**, 2876, 2014.

84. *J.Dutta, S.Mitra, B.Chetry*, Int. J. Theor. Phys., **55**, 4272, 2016.
85. *J.Dutta, S.Chakraborty*, Gen. Relativ. Gravit., **42**, 1863, 2010.
86. *B.Chetry, J.Dutta, A.Abdolmaleki*, Gen. Relativ. Gravit., **50**, 1, 2018.
87. *B.Chetry, J.Dutta, U.Debnath et al.*, Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys., **16**, 1950173, 2019.
88. *B.Chetry, J.Dutta, W.Khylllep*, Int. J. Mod. Phys. D, **28**, 1950163, 2019.
89. *M.Sharif, R.Saleem*, Mod. Phys. Lett. A, **27**, 1250187, 2012.
90. *M.Sharif, F.Khanum*, Phys. Scr., **84**, 065901, 2011.
91. *M.Visser*, Gen. Relativ. Gravit., **37**, 1541, 2005.
92. *D.Rapetti et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **375**, 1510, 2007.
93. *R.K.Tiwari, A.Beesham, B.K.Shukla*, Int. J. Geom. Methods Mod. Phys., **15**, 1850189, 2018.
94. *N.J.Poplawski*, Phys. Lett. B, **640**, 135, 2006.
95. *C.B.Collins, S.W.Hawking*, Astrophys. J., **180**, 317, 1973.
96. *K.Adhav, R.Wankhade, A.Bansod*, J. Mod. Phys., **4**, 1037, 2013.
97. *S.Ram, Priyanka, M.K.Singh*, Pramana J. Phys., **81**, 67, 2013.
98. *R.K.Tiwari, A.Beesham, S.Mishra et al.*, Universe, **7**, 226, 2021.
99. *G.Izquierdo, D.Pavón*, Phys. Lett. B, **633**, 420, 2006.
100. *B.Wang, C.Y.Lin, D.Pavón et al.*, Phys. Lett. B, **662**, 1, 2008.
101. *D.Pavón, B.Wang*, Gen. Relativ. Gravit., **41**, 1, 2009.
102. *J.Zhou, B.Wang, D.Pavón et al.*, Mod. Phys. Lett. A, **24**, 1689, 2009.
103. *R.G.Cai, S.P.Kim*, J. High Energy Phys., **0502**, 050, 2005.
104. *V.Sahni et al.*, J. Exp. Theor. Phys. Lett., **77**, 201, 2003.
105. *S.Capozziello, S.Nojiri, S.D.Odintsov*, Phys. Lett. B, **781**, 99, 2018.
106. *P.H.R.S.Moraes, P.K.Sahoo*, Eur. Phys. J. C, **77**, 480, 2017.
107. *P.K.Sahoo, P.Sahoo, B.K.Bishi*, Int. J. Geom. Methods Mod. Phys., **14**, 1750097, 2017.
108. *M.Sharif, H.I.Fatima*, Astrophys. Space Sci., **353**, 259, 2014.
109. *S.Capozziello, F.S.N.Lobo, J.P.Mimoso*, Phys. Rev. D, **91**, 124019, 2015.
110. *S.Capozziello, F.S.N.Lobo, J.P.Mimoso*, Phys. Lett. B, **730**, 280, 2014.
111. *C.S.Santos, J.Santos, S.Capozziello et al.*, Gen. Rel. Grav., **49**, 50, 2017.
112. *J.P.Mimoso, F.S.N.Lobo, S.Capozziello*, J. Phys. Conf. Ser., **600**, 012047, 2015.
113. *A.Verma et al.*, arXiv: 2408.08740v1 [astro-ph.CO], 2024.

DOI: 10.54503/0571-7132-2025.68.1-117

LGV ANALYSIS OF HYDROPEROXY RADICAL (HO₂): SPECTRAL LINES FOR ITS DETECTION IN A COSMIC OBJECT

S.CHANDRA

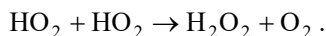
Received 17 October 2024

Accepted 14 February 2025

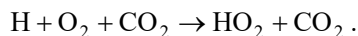
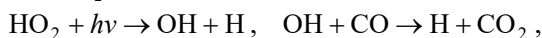
Knowing rotational and centrifugal distortion constants in conjunction with electric dipole moment for HO₂ radical, we have calculated energies for rotational levels (without fine-structure splitting), and probabilities for radiative transitions between the levels. The radiative transition probabilities in conjunction with the scaled values for rate coefficients for collisional transitions between the levels, the Large Velocity Gradient (LVG) analysis for HO₂ is performed. Two observed lines, 2₀₂-1₀₁ and 4₀₄-3₀₃ of HO₂ are found to show MASER action. Seven lines 1₁₀-1₁₁, 2₁₁-2₁₂, 3₁₂-3₁₃, 4₁₃-4₁₄, 5₁₄-5₁₅, 6₁₅-6₀₆ and 7₁₆-7₀₇ are found to show anomalous absorption and five more lines, 7₁₆-7₁₇, 1₁₀-1₀₁, 2₂₁-3₁₂, 4₂₃-3₁₂ and 4₄₁-3₃₀ are found to show MASER action. These 14 lines are analyzed here and they may play key role in the identification of HO₂ in a cosmic object.

Keywords: *ISM: molecules: radiative transitions: collisional transitions: HO₂: LGV analysis*

1. Introduction. The hydroperoxy radical HO₂ is a short-lived species which plays important role as a transient intermediate in a large number of chemical reactions. The HO₂ radical is found in the boundary layer of coastal Antarctica [1], upper troposphere [2,3], middle atmosphere [4], North Atlantic free troposphere [5], upper stratosphere [6]. It is considered a potential tracer of interstellar molecular oxygen [7]. Widicus Weaver et al. [8] have discussed if HO₂⁺ is detectable in interstellar medium. It has important role, for example, in the chemistry of atmospheric ozone cycle and in the formation of hydrogen peroxide H₂O₂, found in the interstellar medium and on the martian surface, through the reaction:



The formation of HO₂ is discussed through the series of reactions:



The contributing molecules CO, O₂ and H₂O are abundant in the molecular regions. The HO₂ is analyzed in laboratories from time to time [9-11]. The

rotational and centrifugal distortion constants derive by Charo and de Lucia [11] in I^r representation with A-reduction of Watson Hamiltonian are given in Table 1. The planar radical HO_2 has electric dipole moment with components $\mu_a = 1.41$ Debye and $\mu_b = 1.54$ Debye [12]. The HO_2 is detected towards ρ Ophiuchi A by Parise et al. [13] through the fine-structure of two rotational transitions $2_{02}-1_{01}$ and $4_{04}-3_{03}$. In order to find other potential lines of HO_2 , which may help in its detection, we have gone for the Large Velocity Gradient (LVG) analysis.

Using the rotational and centrifugal distortion constants in conjunction with electric dipole moment, we have calculated energies for 100 rotational levels (without fine-structure splitting), and probabilities for radiative transitions between the levels. The radiative transition probabilities in conjunction with the scaled values for rate coefficients for collisional transitions between the levels, the LVG analysis is performed.

In section 2, we have discussed the optimization of HO_2 , in section 3, we have discussed the molecular symmetries. Section 4 is devoted for the LVG analysis. Results and discussion is given in section 5, and the conclusion is given in section 6.

2. Optimization of HO_2 . With the help of GAUSSIAN, we have optimized the radical HO_2 where we have employed the method B3LYP and basis sets, aug-cc-pVDz, aug-cc-pVTz and aug-cc-pVQz, separately. The rotational and centrifugal distortion constants, obtained from optimization are also given in Table 1. The

Table 1

ROTATIONAL AND CENTRIFUGAL DISTORTION CONSTANTS IN MHz

Constant	Experimental	aug-cc-pVDz	aug-cc-pVTz	aug-cc-pVQz
A	610273.223	594875.9274	620241.5483	623206.4161
B	33517.816	31752.3379	33712.1785	33842.9333
C	31667.654	30143.3921	31974.2712	32099.7703
Δ_N	0.11693	0.113154308	0.109667331	0.109728139
Δ_{NK}	3.44552	-0.941687383	3.259860266	3.286684145
Δ_K	123.572	141.266600505	96.768558195	97.857592968
δ_N	0.00613	0.007082461	0.005402967	0.005401713
δ_K	2.017	0.798954199	1.655319807	1.668854530
H_{NK}^{NK}	$2.29 \cdot 10^{-5}$			
H_{KN}^{KN}	$1.051 \cdot 10^{-3}$			
H_K^K	$9.69 \cdot 10^{-2}$			

coordinates of its constituent atoms obtained from GAUSSIAN using B3LPY/aug-cc-pVTz are shown in the following table:

STRUCTURE OF HO₂ RADICAL

Atom	Coordinates (Å)		
	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
H	-0.869263	-0.886030	0.000000
O	0.055377	-0.609725	0.000000
O	0.055377	0.718382	0.000000

3. *Molecular symmetries.* The selection rules for the rotational quantum number *J* for the non-radiative (collisional) transitions are:

$$\Delta J = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Let us consider the collisional transitions only for k_a , k_c levels. Each of the pseudo quantum number, k_a and k_c can independently assume even (*e*) and odd (*o*) positive integer values, including zero. When the electric dipole moment is along the *a*-axis of inertia, the following collisional transitions for $k_a k_c$ are not allowed.

$$(e, o) \leftrightarrow (o, e), \quad (e, e) \leftrightarrow (o, o) \quad (1)$$

$$(e, o) \leftrightarrow (o, o), \quad (e, e) \leftrightarrow (o, e). \quad (2)$$

These rules divide the rotational levels into the ortho and para species. The allowed collisional transitions are:

$$(o, e) \leftrightarrow (o, o) \quad (o, o) \leftrightarrow (o, o) \quad (o, e) \leftrightarrow (o, e) \quad (\text{Group I}) \quad (3)$$

$$(e, o) \leftrightarrow (e, e) \quad (e, o) \leftrightarrow (e, o) \quad (e, e) \leftrightarrow (e, e) \quad (\text{Group II}) \quad (4)$$

The above can be verified from the papers published for *a*-type molecules. When the electric dipole moment is along the *b*-axis of inertia, the following collisional transitions for k_a , k_c are not allowed.

$$(e, o) \leftrightarrow (e, e) \quad (o, e) \leftrightarrow (o, o) \quad (5)$$

$$(e, o) \leftrightarrow (o, o) \quad (o, e) \leftrightarrow (e, e) \quad (6)$$

These rules divide the rotational levels into the ortho and para species. The allowed collisional transitions are:

$$(e, o) \leftrightarrow (o, e) \quad (e, o) \leftrightarrow (e, o) \quad (o, e) \leftrightarrow (o, e) \quad (\text{Group III}) \quad (7)$$

$$(e, e) \leftrightarrow (o, o) \quad (e, e) \leftrightarrow (e, e) \quad (o, o) \leftrightarrow (o, o) \quad (\text{Group IV}). \quad (8)$$

The above can be verified from the papers published for *b*-type molecules.

The electric dipole moment of HO₂ has components: $\mu_a = 1.41$ Debye and $\mu_b = 1.54$ Debye. We have considered both *a* and *b* type transitions together. Thus, the transitions (5) are allowed due to a component of dipole moment, and the transitions (1) are allowed due to b component of dipole moment. However, still

the transitions (6) as well as the transitions (2) are not allowed. Considered 100 levels given in Table 2, may be classified into 4 groups, I, II, III and IV, as the following (here, the digits are the Nos. of the levels):

Group I:

1, 2, 3, 4, 7, 12, 15, 18, 21, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 32, 33, 34, 37, 38, 39, 41, 42, 44, 45, 46, 49, 50, 51, 58, 59, 60, 67, 68, 69, 73, 74, 78, 81, 82, 87, 88, 89, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

Group II:

5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 28, 30, 35, 36, 40, 43, 47, 48, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 70, 71, 72, 75, 76, 77, 79, 80, 83, 84, 85, 86, 90, 91, 92, 93.

Group III:

2, 4, 6, 8, 11, 12, 13, 17, 18, 19, 23, 24, 27, 28, 29, 31, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 45, 48, 51, 53, 54, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 71, 72, 73, 76, 78, 80, 82, 84, 85, 88, 90, 92, 94, 96, 98, 100.

Table 2

ENERGY LEVELS AND THEIR ENERGIES IN cm^{-1}

No.	Level	Energy	No.	Level	Energy	No.	Level	Energy	No.	Level	Energy
1	0 _{0.0}	0.0000	26	3 _{2.2}	89.9894	51	9 _{2.7}	174.7055	76	8 _{3.6}	251.1057
2	1 _{0.1}	2.1728	27	3 _{2.1}	89.9901	52	3 _{3.1}	185.9971	77	8 _{3.5}	251.1058
3	2 _{0.2}	6.5183	28	8 _{1.8}	96.3350	53	3 _{3.0}	185.9971	78	15 _{0.15}	260.1737
4	3 _{0.3}	13.0358	29	9 _{0.9}	97.6987	54	12 _{1.12}	186.1981	79	9 _{3.7}	270.6340
5	1 _{1.1}	21.3938	30	8 _{1.7}	98.5433	55	12 _{1.11}	190.9765	80	9 _{3.6}	270.6342
6	1 _{0.4}	21.4552	31	4 _{2.3}	98.6760	56	4 _{3.2}	194.6795	81	13 _{2.12}	274.4470
7	4 _{0.4}	21.7247	32	4 _{2.2}	98.6782	57	4 _{3.1}	194.6795	82	13 _{2.11}	274.6446
8	2 _{1.2}	25.6775	33	5 _{2.4}	109.5334	58	10 _{2.9}	196.3579	83	15 _{1.15}	275.9893
9	2 _{1.1}	25.8617	34	5 _{2.3}	109.5385	59	10 _{2.8}	196.4297	84	15 _{1.14}	283.3302
10	3 _{1.3}	32.1028	35	9 _{1.9}	115.5975	60	13 _{0.13}	197.4025	85	10 _{3.8}	292.3296
11	3 _{1.2}	32.4711	36	9 _{1.8}	118.3571	61	5 _{3.3}	205.5320	86	10 _{3.7}	292.3300
12	5 _{0.5}	32.5841	37	10 _{0.10}	119.3876	62	5 _{3.2}	205.5320	87	16 _{0.16}	294.7781
13	4 _{1.4}	40.6692	38	6 _{2.5}	122.5610	63	13 _{1.13}	213.9983	88	14 _{2.13}	304.8014
14	4 _{1.3}	41.2831	39	6 _{2.4}	122.5712	64	6 _{3.4}	218.5542	89	14 _{2.12}	305.0646
15	6 _{0.6}	45.6128	40	10 _{1.10}	136.9963	65	6 _{3.3}	218.5542	90	16 _{1.16}	310.1767
16	5 _{1.5}	51.3764	41	7 _{2.6}	137.7582	66	13 _{1.12}	219.5707	91	11 _{3.9}	316.1920
17	5 _{1.4}	52.2970	42	7 _{2.5}	137.7765	67	11 _{2.10}	220.2237	92	11 _{3.8}	316.1926
18	7 _{0.7}	60.8092	43	10 _{1.9}	140.3682	68	11 _{2.9}	220.3275	93	16 _{1.15}	318.4916
19	6 _{1.6}	64.2235	44	11 _{0.11}	143.2364	69	14 _{0.14}	227.7141	94	4 _{4.1}	328.7455
20	6 _{1.5}	65.5123	45	8 _{2.7}	155.1240	70	7 _{3.5}	233.7456	95	4 _{4.0}	328.7455
21	8 _{0.8}	78.1718	46	8 _{2.6}	155.1545	71	7 _{3.4}	233.7457	96	17 _{0.17}	331.5234
22	7 _{1.7}	79.2101	47	11 _{1.11}	160.5303	72	14 _{1.14}	243.9292	97	15 _{2.14}	337.3156
23	7 _{1.6}	80.9280	48	11 _{1.10}	164.5751	73	12 _{2.11}	246.2539	98	15 _{2.13}	337.6593
24	2 _{2.1}	83.4740	49	12 _{0.12}	169.2422	74	12 _{2.10}	246.3990	99	5 _{4.2}	339.5898
25	2 _{2.0}	83.4742	50	9 _{2.8}	174.6576	75	14 _{1.13}	250.3559	100	5 _{4.1}	339.5898

Group IV:

1, 3, 5, 7, 9, 10, 14, 15, 16, 20, 21, 22, 25, 26, 30, 32, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 46, 47, 49, 50, 52, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 70, 74, 75, 77, 79, 81, 83, 86, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99.

The radiative as well as collisional transitions are within each group, separately. The radiative transitions follow the selection rules whereas the collisional transitions do not follow any selection rules. However, they are confined within a group, individually. Thus, a level is not connected to all other 99 levels.

4. *LVG analysis*. For investigation, suppose, z lower rotational levels of a given molecule are considered. These levels are connected through radiative and non-radiative (collisional) transitions, as the pumping may be collisional as well as radiative. In the steady state, for these z levels, a set of statistical equilibrium equations coupled with the equations of radiative transfer is expressed as (Large Velocity Gradient LVG analysis)

$$n_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^z P_{ij} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^z n_j P_{ji}, \quad i = 1, 2, \dots, z, \quad (9)$$

where n denotes the population density of energy level and the parameter P is expressed as the following.

$$P_{ij} = \begin{cases} A_{ij} \beta_{ij} + B_{ij} \beta_{ij} I_{v,bg} + n_{H_2} C_{ij}, & i > j, \\ B_{ij} I_{v,bg} \beta_{ij} + n_{H_2} C_{ij}, & i < j. \end{cases} \quad (10)$$

Here, understanding is that for the optically allowed transitions, both the A and B Einstein coefficients are non-zero, whereas for the optically forbidden transitions, the A and B both are zero. To account for the LVG analysis, the Einstein A and B coefficients are multiplied by the escape probability β . Further, we have

$$I_{v,bg} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT_{bg}) - 1}, \quad (11)$$

where T_{bg} is background temperature 2.73 K, C is the rate coefficient for collisional transition and n_{H_2} is density of molecular hydrogen (colliding partner) in the region. The escape probability β for transition is

$$\beta_{lu} = \beta_{ul} = \frac{1 - \exp(-\tau_v)}{\tau_v}, \quad (12)$$

where optical thickness τ_v is expressed as

$$\tau_v = h\gamma[B_{lu}n_l - B_{ul}n_u], \quad (13)$$

where $\gamma = N_{mol}/\Delta\nu_r$; N_{mol} is the column density of the molecule in the object and $\Delta\nu_r$ is the radial velocity-shift in the object.

4.1. *Radiative transitions.* The electric dipole moment of HO_2 has components $\mu_a = 1.41$ Debye and $\mu_b = 1.54$. Using the electric dipole moment components, Einstein A -coefficients for both a and b type rotational transitions are calculated. The Einstein A -coefficient is related to the Einstein B -coefficients, for a radiative transition between upper and lower levels u and l , respectively, through the relations:

$$A_{ul} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{ul}, \quad \text{and} \quad B_{lu} = \frac{g_u}{g_l} B_{ul}, \quad (14)$$

where g_u and g_l denote the statistical weights for the upper and lower levels, respectively. The 100 rotational levels are connected through 463 radiative transitions. Before calculating Einstein A -coefficients, we looked for the JPL database. There we could find information for 399 out of 463 transitions. Therefore, we have decided for calculations of Einstein A -coefficients

4.2. *Collisional transitions.* Though the collisional transitions between the levels of each group do not follow any kind of selection rules, but their computation is very difficult task [14-16]. Using a scaling law, discussed by Sharma et al. [17,18] the collisional rate coefficients are calculated.

4.3. *Radiative life-time.* For a rotational level j , the radiative life-time T_j is defined as

$$T_j = 1 / \sum_i A_{ji}, \quad (15)$$

where A_{ji} denotes the Einstein A -coefficient for radiative transition from the level j to a lower level i and the summation is taken for all the downward radiative transitions. The radiative life-time of upper level, in general, is smaller than that of the lower level. For some transitions, the reverse is the case.

5. *Results and discussion.* For the assigned values of kinetic temperature T , molecular hydrogen density n_{H_2} , and γ , equation (9) is a homogeneous set of equations, and therefore cannot have unique solution. In order to make the set of equations inhomogeneous, one of the equations in the set is replaced by the following equation.

$$\sum_{i=1}^z n_i = n_{\text{total}}. \quad (16)$$

The value of n_{total} can be taken as 1, as we deal with the ratio of population densities of levels. We have solved a set of statistical equilibrium equations coupled with the equations of radiative transfer through iterative procedure, where the initial population densities are taken as the thermal population densities corresponding to the kinetic temperature in the region.

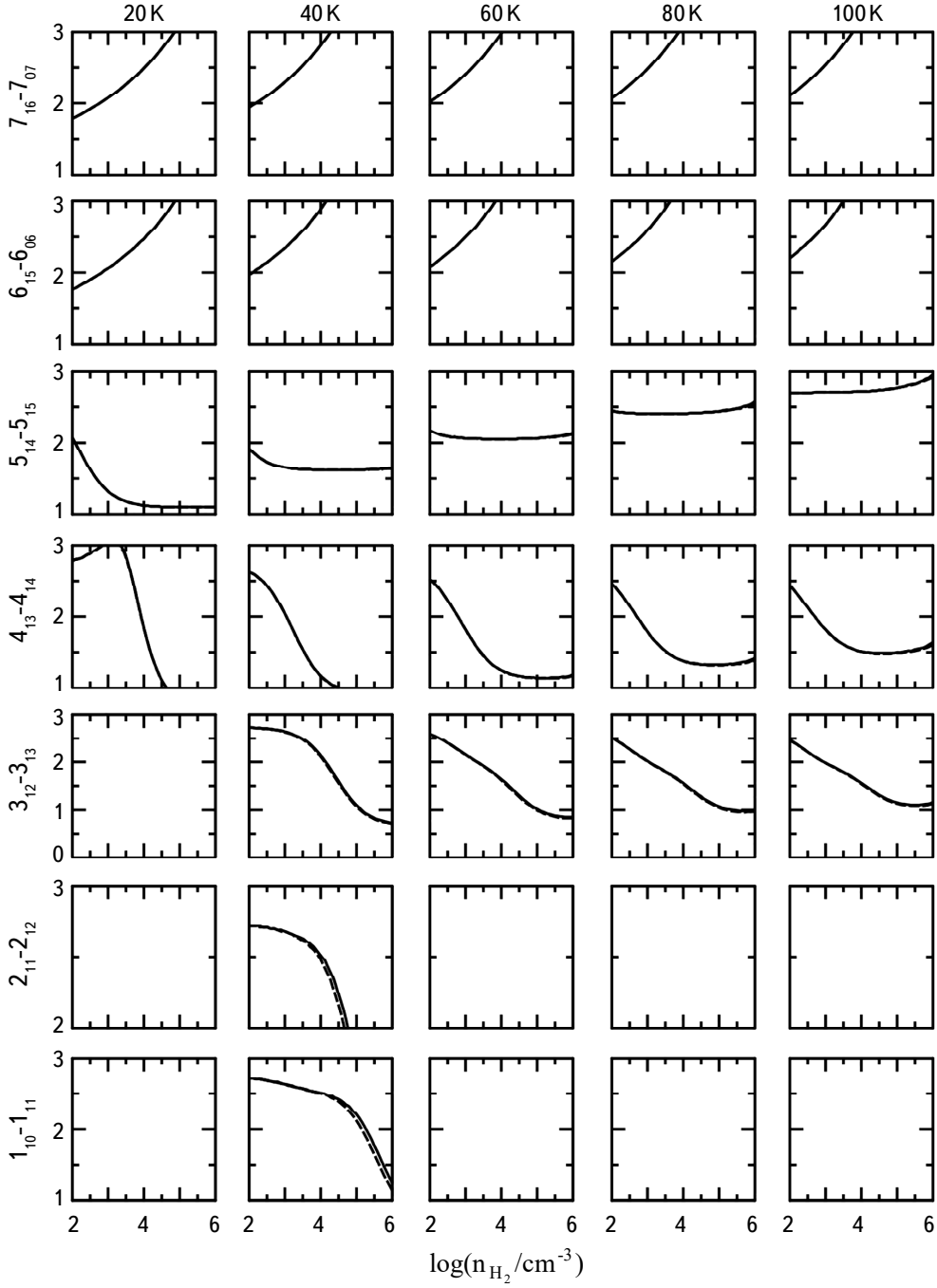


Fig.1. Variation of excitation temperatures T_{ex} (K) versus molecular hydrogen density n_{H_2} for kinetic temperatures of 20, 40, 60, 80 and 100 K (written on the top) for seven transitions, $1_{10}-1_{11}$, $2_{11}-2_{12}$, $3_{12}-3_{13}$, $4_{13}-4_{14}$, $5_{14}-5_{15}$, $6_{15}-6_{06}$, $7_{16}-7_{07}$ (written on the left) of HO_2 . Solid line is for $\gamma = 10^{-5} \text{ cm}^{-3} (\text{km/s})^{-1} \text{ pc}$, and the dotted line for $\gamma = 10^{-6} \text{ cm}^{-3} (\text{km/s})^{-1} \text{ pc}$.

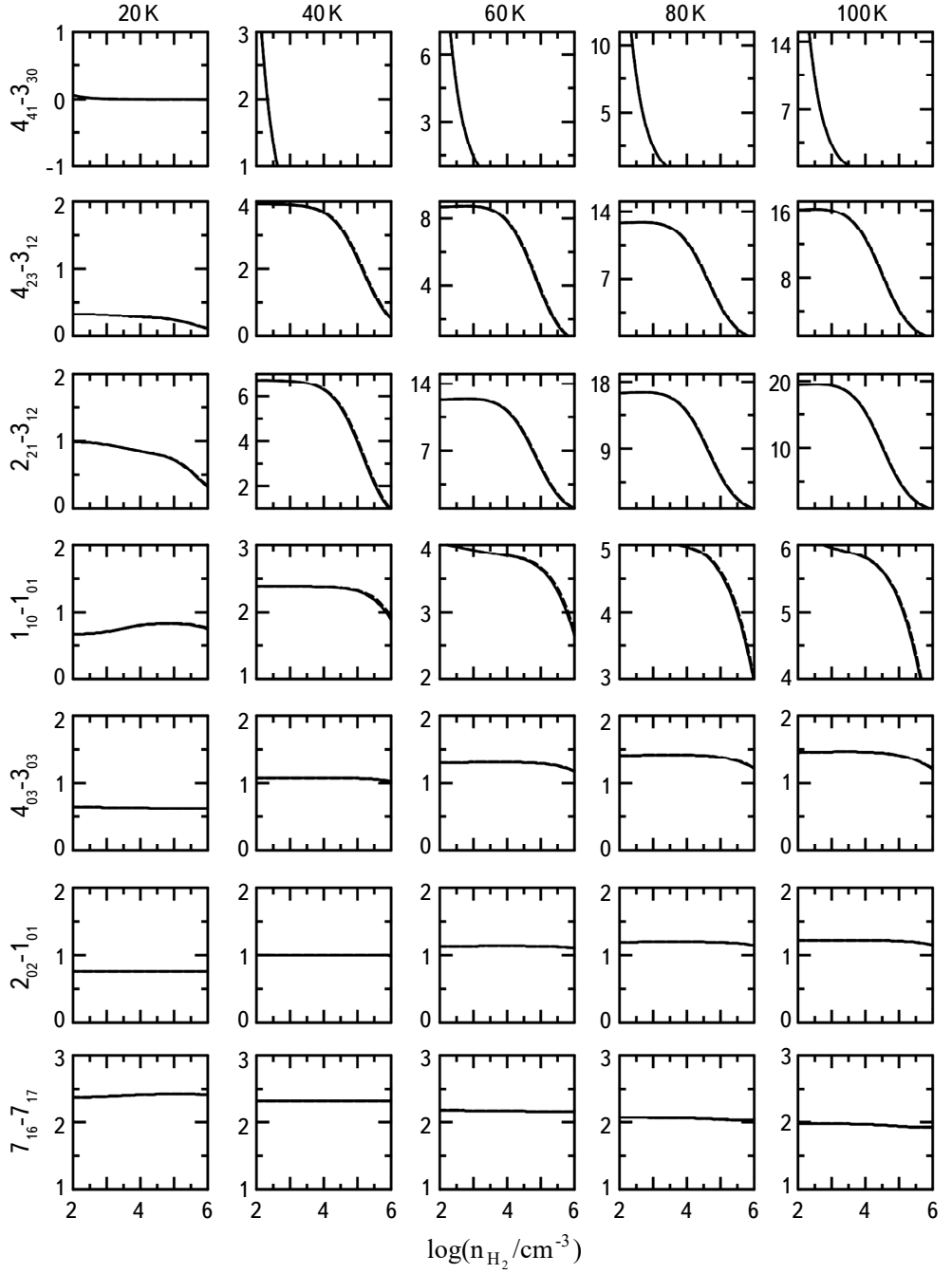


Fig.2. Variation of $n_u g_l / n_l g_u$ versus molecular hydrogen density n_{H_2} for kinetic temperatures of 20, 40, 60, 80 and 100 K (written on the top) for seven transitions, $7_{16}-7_{17}$, $2_{02}-1_{01}$, $4_{03}-3_{03}$, $1_{10}-1_{01}$, $2_{21}-3_{12}$, $4_{23}-3_{12}$ and $4_{41}-3_{30}$ (written on the left) of HO_2 . Solid line is for $\gamma = 10^{-5} \text{ cm}^{-3} (\text{km/s})^{-1} \text{ pc}$, and the dotted line for $\gamma = 10^{-6} \text{ cm}^{-3} (\text{km/s})^{-1} \text{ pc}$.

The excitation temperature T_{ex} for a line between an upper level u and a lower level l is expressed as

$$T_{ex} = -\frac{\Delta E_{ul}}{k \ln(n_u g_l / n_l g_u)},$$

where ΔE_{ul} is the energy difference between the two levels. For low density in a region, the collisional rates are very small as compared to the radiative transition rates, and the population densities of levels are governed by the radiative transitions. Therefore, the excitation temperature tends to the CMB temperature of 2.73 K.

Seven lines $1_{10}-1_{11}$, $2_{1.1}-2_{1.2}$, $3_{1.2}-3_{1.3}$, $4_{1.3}-4_{1.4}$, $5_{1.4}-5_{1.5}$, $6_{1.5}-6_{0.6}$ and $7_{1.6}-7_{0.7}$ are found to show anomalous absorption. Variation of excitation temperatures T_{ex} (K) versus molecular hydrogen density n_{H_2} for kinetic temperatures of 20, 40, 60, 80 and 100 K for these lines are shown in Fig.1. For first two lines, the graphs are shown for 40 K only, where the variation is smooth.

For the MASER action, population inversion ($n_u g_l / n_l g_u > 1$) between the upper level u and lower level l is required.

$$\frac{n_u g_l}{n_l g_u} > 1.$$

Table 3

FREQUENCY ν , A - COEFFICIENT A_{ul} , ENERGY E_u OF UPPER LEVEL RADIATIVE LIFE-TIME t_u OF UPPER LEVEL AND t_l OF LOWER LEVEL FOR TRANSITIONS

Transition	ν (MHz)	A_{ul} (s ⁻¹)	E_u (cm ⁻¹)	t_u (s)	t_l (s)
MASER transitions					
$7_{1.6}-7_{1.7}$	51538.846	5.658E-08	80.928	2.49E+02	1.16E+02
$2_{0.2}-1_{0.1}$	130362.828	2.051E-05	6.518	4.88E+04	4.68E+05
$4_{0.4}-3_{0.3}$	260668.262	1.822E-04	21.725	5.49E+03	1.35E+04
$1_{1.0}-1_{0.1}$	578471.150	2.672E-03	21.455	3.74E+02	4.68E+05
$2_{2.1}-3_{1.2}$	1530086.220	3.316E-03	83.474	1.24E+01	3.58E+02
$4_{2.3}-3_{1.2}$	1986146.090	4.508E-02	98.676	1.21E+01	3.58E+02
$4_{4.1}-3_{3.0}$	4282451.060	8.429E-01	328.745	9.63E-01	2.64E+00
Anomalous absorption transitions					
$1_{1.0}-1_{1.1}$	1842.045	7.232E-11	21.455	3.74E+02	3.52E+02
$2_{1.1}-2_{1.2}$	5525.841	6.508E-10	25.862	3.69E+02	3.10E+02
$3_{1.2}-3_{1.3}$	11050.792	2.602E-09	32.471	3.58E+02	2.62E+02
$4_{1.3}-4_{1.4}$	18415.991	7.227E-09	41.283	3.39E+02	2.16E+02
$5_{1.4}-5_{1.5}$	27620.197	1.625E-08	52.297	3.14E+02	1.76E+02
$6_{1.5}-6_{0.6}$	596985.070	2.890E-03	65.512	2.83E+02	1.57E+03
$7_{1.6}-7_{0.7}$	603563.850	2.970E-03	80.928	2.49E+02	9.78E+02

Seven lines $7_{16}-7_{17}$, $2_{02}-1_{01}$, $4_{03}-3_{03}$, $1_{10}-1_{01}$, $2_{21}-3_{12}$, $4_{23}-3_{12}$ and $4_{41}-3_{30}$ are found to show MASER action. The variation of $\nu_{\text{gl}}/\nu_{\text{lu}}$ versus molecular hydrogen density n_{H_2} for kinetic temperatures of 20, 40, 60, 80 and 100 K for these lines are shown in Fig.2.

Information about these 14 anomalous absorption and MASER lines are given in Table 3, where we have given the frequency, Einstein A -coefficient, energy of upper level of transition, and radiative life-times of upper and lower levels of the transition.

6. *Conclusion.* For known rotational and centrifugal distortion constants, and electric dipole moment for HO_2 radical, energies of 100 rotational levels are calculated. As both the a and b components of electric dipole moment are considered together, the levels are classified in four groups. The radiative and collisional transitions between the rotational levels are considered in each group, separately. The LVG analysis is performed, where collisional rate coefficients are calculated using a scaling law. Seven lines are found to show anomalous absorption and seven lines are found to show MASER action. Two observed lines of HO_2 are among the lines showing the MASER action.

Acknowledgments. Thanks are due to the learned reviewer for encouraging and constructive comments. The author is grateful to Hon'ble Dr. Ashok K. Chauhan, Founder President, Hon'ble Dr. Atul Chauhan, Chancellor, and Hon'ble Prof. Dr. Balvinder Shukla, Vice Chancellor, Amity University, Noida for valuable support and encouragements.

Amity Centre for Astronomy & Astrophysics, Amity Institute of Applied Sciences, Amity University Uttar Pradesh, India, e-mail: schandra2@amity.edu

LGV-АНАЛИЗ ГИДРОПЕРОКСИРАДИКАЛА (HO_2): СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЛИНИИ ДЛЯ ЕГО ОБНАРУЖЕНИЯ В КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ

С.ЧАНДРА

С помощью известных вращательных и центробежных констант аберрации, в сочетании с электрическим дипольным моментом для радикала HO_2 , были вычислены энергия вращательных уровней (без расщепления тонкой структуры) и вероятности радиационных переходов между уровнями. Для HO_2

был проведен анализ LVG с использованием вероятностей радиационных переходов в сочетании с масштабированными значениями коэффициентов скорости столкновительных переходов между уровнями. Показано, что две наблюдаемые линии, $2_{02}-1_{01}$ и $4_{04}-3_{03}$ HO₂, являются мазерными. Кроме них обнаружено еще пять мазерных линий - $7_{1.6}-7_{1.7}$, $1_{1.0}-1_{0.1}$, $2_{2.1}-3_{1.2}$, $4_{2.3}-3_{1.2}$ и $4_{4.1}-3_{3.0}$. Семь линий, $1_{10}-1_{11}$, $2_{1.1}-2_{1.2}$, $3_{1.2}-3_{1.3}$, $4_{1.3}-4_{1.4}$, $5_{1.4}-5_{1.5}$, $6_{1.5}-6_{0.6}$ и $7_{1.6}-7_{0.7}$, показывают аномальное поглощение. Эти 14 линий могут играть ключевую роль в идентификации HO₂ в космических объектах.

Ключевые слова: *ISM: молекулы: радиационные переходы: столкновительные переходы: HO₂: анализ LVG*

REFERENCES

1. *W.J.Bloss, J.D.Lee, D.E.Heard et al.*, Atmos. Chem. Phys. Discuss., **7**, 2893, 2007.
2. *L.Jaegle, D.J.Jacob et al.*, Geophys. Res. Lett., **24**, 3181, 1997.
3. *R.M.Stimpfle, P.O.Wennberg, L.B.Lapson et al.*, Geophys. Res. Lett., **17**, 1905, 1990.
4. *S.Wang, Q.Zhang et al.*, Geophys. Res. Lett., **42**, 10, 2015.
5. *W.H.Brune, D.Tan et al.*, Geophys. Res. Lett., **26**, 3077, 1999.
6. *K.W.Jucks, D.G.Johnson, K.V.Chance et al.*, Geophys. Res. Lett., **25**, 3935, 1998.
7. *R.I.Kaiser, G.Eich, A.Gabrysch et al.*, Astron. Astrophys., **346**, 340, 1999.
8. *S.L.Widicus Weaver, D.E.Woon, B.Ruscic et al.*, Astrophys. Lett., **697**, 601, 2009.
9. *Y.Beers, C.J.Howard*, J. Chem. Phys., **63**, 4212, 1975.
10. *S.Saito*, J. Mol. Spectrosc., **65**, 229, 1977.
11. *A.Charo, F.C. de Lucia et al.*, J. Mol. Spectrosc., **94**, 426, 1982.
12. *S.Saito, C.Matsumura*, J. Mol. Spectrosc., **80**, 34, 1980.
13. *B.Parise, P.Bergman, F.Du*, Astron. Astrophys., **541**, L11, 2012.
14. *M.Sharma, M.K.Sharma, U.P.Verma et al.*, Adv. Space Res., **54**, 252, 2014a.
15. *M.K.Sharma, M.Sharma, U.P.Verma et al.*, Adv. Space Res., **54**, 1963, 2014b.
16. *M.K.Sharma, M.Sharma, U.P.Verma et al.*, Adv. Space Res., **55**, 434, 2015.
17. *M.K.Sharma, M.Sharma, S.Chandra*, Astrophys. Space Sci., **362**, 168, 2017.
18. *M.K.Sharma, M.Sharma, S.Chandra*, Mol. Astrophys., **12**, 20, 2018.

DOI: 10.54503/0571-7132-2025.68.1-129

A STUDY ON GEODESICS AND LIFESPAN OF THE RINDLER-MODIFIED SCHWARZSCHILD BLACK HOLE. I. TIME-LIKE GEODESICS

T.HUO, C.LIU

Received 12 November 2024

Accepted 14 February 2025

We study the time-like geodesics in the spacetime of the Rindler-modified Schwarzschild black hole (RMSBH) with a cosmological constant. We find that for massive particles, whether undergoing radial motion or orbital motion, are unable to escape the black hole. Meanwhile, at larger orbital radii, the cosmological constant significantly modifies the proper velocity of particles. Additionally, in the case where $\Lambda = 0$, we have presented a special solution: if the particle is located on a specific circular orbit, its proper velocity will remain unaffected by the Rindler acceleration. Furthermore, we discuss the stability of circular orbits by employing the Lyapunov exponent, and draw the dividing line between stable and unstable circular orbits.

Keywords: *Rindler-modified Schwarzschild black hole; cosmological constant; geodesics; circular orbits*

1. Introduction. As one of the greatest achievements of classical physics, the General Theory of Relativity (GR) has been widely tested and proven to be correct since its proposal. Among them, many gravitational effects near black holes, such as gravitational redshift [1], perihelion precession [2], light bending [3], quasi-normal modes [4], and gravitational waves [5] can provide tests for GR. The recent release of the first image of a black hole by the Event Horizon Telescope collaboration to the world has further confirming the existence of the most famous celestial bodies predicted by the theory [6]. As we all know, GR is a theory about the geometry of space-time, which explains gravity as the curvature of space-time. Particles will move along geodesics when they are not subjected to any interactions. One of the best ways to investigate the gravitation of a black hole is by studying the particle's motion around it. In fact, the two earliest and most famous verifications of the relativistic effect are the perihelion precession of Mercury and the deflection of light near the sun. There have been extensive studies on the calculation of geodesics around black holes [7-18]. In addition, to investigate the scalar curvature invariants, time-like geodesics or null geodesics are another important criterion for examining the singularity of spacetime. Recently, there have been several interesting results regarding the completeness of geodesics and

spacetime singularities, which one can refer to [19-21].

In fact, our understanding of gravity on a large scale is still not perfect, which is mainly reflected in the problems of cosmological constant and dark matter [22]. The dark matter puzzle originated from Zwicky's observation of the abnormal velocity distribution in the Coma Cluster, where the galaxies were moving at such high speeds that it was difficult for them to remain bound within the cluster. Zwicky pointed out that this might be due to the existence of some matter that we cannot see [23,24]. Another puzzling gravitational anomaly is the anomalous deceleration of the Pioneer spacecraft. Although this deceleration is very slight, it remains unexplained by our current theories. Another explanation for the above-mentioned problem of gravitational behavior at large scales is to modify the existing theories of gravitation. For example, the Modified Newtonian Dynamics (MOND) [25] and $f(R)$ theory [26,27] can, to a certain extent, explain the dark matter problem. In [22], Grumiller proposed an effective model, or the RMSBH model, to explain the anomalous acceleration of the Pioneer spacecraft. In this model, besides the attraction provided by the central celestial body, there is also an additional Rindler term. If the Rindler term is positive, it would also provide an additional attractive force to nearby celestial bodies. This term is directly proportional to r , and thus its effect on the geodesics of particles becomes evident at large distances. Based on this property of the Rindler term, it can explain the rotation curves of local galaxies, making it a possible candidate theory to solve dark matter problem [28]. Lin et al. [29] showed that the Rindler acceleration parameter a in the RMSBH metric plays the role of dark matter. Authors [30-32] further verify the acceleration parameter by considering the HI Nearby Galaxy Survey, and the resulting Rindler acceleration parameter was approximately $a \approx 3 \cdot 10^{-9} \text{ cm/s}^2$. Iorio [33] considered the Rindler acceleration as a perturbation and computed the effects on the range ρ and range-rate $\dot{\rho}$ between the two bodies in orbital motion. He derived an upper limit for the additional acceleration a_{Rin} provided by the Rindler term, which for the Earth is $7 \cdot 10^{-16} \text{ m/s}^2$. Carlone et al. [34] discussed the classical tests of general relativity in the presence of Rindler acceleration. In their study, the perihelion shifts, light bending, and gravitational redshift of the solar system planets were calculated. The tightest constraint on Rindler acceleration they obtained, with no caveats, comes from radar echo delay, with the result $|a| < 3 \text{ nm/s}^2$. One can also refer to [35] for the calculation of light bending in the presence of Rindler acceleration. Halilsay et al. [36] further discussed the impact of Rindler acceleration on the radial and circular motions of test particles, including both massive and massless particles.

However, in the aforementioned studies on geodesics for the RMSBH, the influence of the cosmological constant was not taken into account. In such cases, the RMSBH degenerates into the Grumiller-Mazharimousavi-Halilsoy black hole

(GMHBH) [37]. The effect of the cosmological constant on geodesics has been extensively reported, for example, Mohammadi et al. [38] studied the null geodesic of Schwarzschild black hole in anti-de Sitter spacetime with Gaussian matter distribution, Hegde et al. [39] investigated the null Geodesics of four-dimensional Gauss-Bonnet AdS black hole, geodesic motions in AdS Soliton background space-time can be found in [40]. Additionally, black hole thermodynamics, considering the cosmological constant as pressure and introducing extended phase space has significantly expanded the field. Here, we will not delve into the details. For research on black hole thermodynamics in extended phase space, one can refer to [41-50].

The organization of this paper is as follows. In Sections 2 and 3, we will briefly introduce the geometric structure of the RMSBH spacetime and the basic concepts of geodesics, respectively. In Section 4, we will study the geodesics of radial motion of particles in the RMSBH spacetime. Sections 5 and 6 will focus on the geodesics of massive particles in circular orbits. Finally, we summarize and discuss the results and present future prospects. In our study, we consider a positive Rindler acceleration ($a > 0$) and a negative cosmological constant ($\Lambda < 0$).

2. Space time structure. In this section, we will briefly study the space-time structure of a RMSBH. To construct the effective model for gravity of a central object at large scales, Grumiller [22] considered the following four-dimensional spherically symmetric line element

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}(x^i)dx^\alpha dx^\beta + \Phi^2(x^i)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (1)$$

where the 2-dimensional metric $g_{\alpha\beta}(x^i)$ and the surface radius $\Phi(x^i)$ depend only on the coordinates $x^i = \{t, r\}$. To obtain specific solutions for the metric, it is necessary to further describe the dynamics of the field $g_{\alpha\beta}$ and Φ . This is possible in two dimensions, as both the metric g and the scalar field Φ are essentially two-dimensional objects. The process of "spherical reduction" [51] simplifies the 4-dimensional Einstein-Hilbert action to a specific 2-dimensional dilaton gravity model [52]. Grumiller constructed the most general 2-dimensional theory with the field content g and Φ compatible with the following assumptions [22]. First of all, he required the theory to be power-counting renormalizable, assuming that non-renormalizable terms are suppressed. This leads uniquely to the action [53,54]

$$S = -\frac{1}{\kappa^2} \int d^2x \sqrt{-g} \left[f(\Phi)R + 2(\partial\Phi)^2 - 2V(\Phi) \right]. \quad (2)$$

Here, $g = \det(g_{\alpha\beta})$ and R is the Ricci scalar. The gravitational coupling constant κ does not play a role in the discussion. Further, Grumiller et al. assumed that the functions f and V are analytic with respect to Φ when Φ is large, as in

spherically eliminated GR [52]. The analysis of the motion equations indicates that, in order to replicate the Newtonian potential $-M/r$, the coupling function f multiplied by the Ricci scalar R must be specified as $f = \Phi^2$. If considering $f = c\Phi^2$, then the potential energy would transform into $-M/r^{1/c}$, and the experimental constraint on c is $|c-1| < 10^{-10}$ [55]. Grumiller [22] conservatively assumed that $f = \Phi^2$ remains unrenormalized in the infrared region, which is highly consistent with experimental data. Next, in fourdimensional terms, Grumiller [22] considered a large surface area surrounding a central object. After spherical reduction, the limit of a large surface area leads to the limit of a large Dilaton field Φ . The potential V is assumed to behave as follows

$$V = \tilde{\Lambda}\Phi^2 + \tilde{a}\Phi + \tilde{b} + O(1/\Phi). \quad (3)$$

At large Φ , the dominant term of the potential V is quadratic. If higher-order terms of Φ were present, the resulting metric would exhibit curvature singularities at large Φ . By rescaling Φ and κ simultaneously, the subleading coefficients in the asymptotic potential (3) are fixed. Without loss of generality, Grumiller chose $\tilde{b} = b = 2$. By eliminating all asymptotic subleading terms and selecting an appropriate normalization for the coupling constant $\kappa = 1$, the action (2) simplifies to [22]

$$S = -\int d^2x \sqrt{-g} \left[\Phi^2 R + 2(\partial\Phi)^2 - 6\Lambda\Phi^2 + 8a\Phi + 2 \right], \quad (4)$$

where a and Λ represent the Rindler acceleration and the cosmological constant, respectively. By varying the action (4) and solving the Einstein field equations, one can obtain a spherically symmetric line element as [22,37]

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + f(r)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (5)$$

with

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} - \Lambda r^2 + 2ar. \quad (6)$$

Here, M represents the mass of the black hole and a is the parameter for Rindler acceleration with the range $a < 3 \text{ nm/s}^2$. Λ represents the cosmological constant. It is clear that the black hole solution mentioned above is an extended version of the Schwarzschild-de Sitter solution, or an extension of the Schwarzschild Anti-de Sitter black hole. To examine the singularity of spacetime at the origin of the coordinates, we will proceed to calculate the Kretschmann scalar, which is given by

$$K(r) = R_{\sigma\tau\alpha\beta} R^{\sigma\tau\alpha\beta} = \frac{48M^2}{r^6} + \frac{32a^2}{r^2} - \frac{48a\Lambda}{r} + 24\Lambda^2. \quad (7)$$

At the origin, we have $\lim_{r \rightarrow 0} K(r) = \infty$, thus, there exists a singularity at the origin. Additionally, the Kretschmann scalar of RMSBH is larger than that of SBH with the same mass. The horizon of the black hole is given by setting $f(r_h) = 0$, where

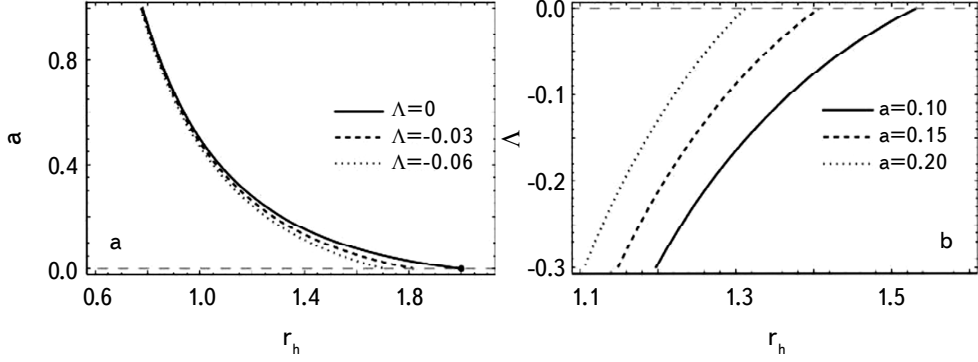


Fig.1. (a) r_h as a function of a for different values of Λ with $M=1$. Black dot denotes the event horizon for the SBH. (b) r_h as a function of Λ for different values of a with $M=1$.

r_h represents the radius of the horizon. As a result, we can obtain the relationship between M and r_h as

$$M = \frac{1}{2} r_h (1 + 2ar_h - \Lambda r_h^2). \quad (8)$$

From Eq. (8), we can observe that when $r_h > 0$, $r_h(1 + 2ar_h - \Lambda r_h^2)/2$ is an increasing function of r_h . Therefore, Eq. (8) will only yield one solution, indicating that the RMSBH has only one horizon. Since the expression of the horizon radius r_h is too complicated, we will not present it here. In Fig.1, we show the trend of r_h changing with a and Λ . It can be observed that as the influence of the acceleration parameter a and the cosmological constant Λ increases, the horizon radius r_h gradually decreases.

3. Introduction to geodesics. In order to study the geodesic structure of the spacetime described by (5) and (6), we introduce the following Lagrangian

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu, \quad (9)$$

where a dot indicates the derivative with respect to the affine parameter ξ . Combining Eq. (6), we can specifically write the Lagrangian of the RMSBH as

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left[f(r) \left(\frac{dt}{d\xi} \right)^2 - \frac{1}{f(r)} \left(\frac{dr}{d\xi} \right)^2 - r^2 \left(\frac{d\theta}{d\xi} \right)^2 - r^2 \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

Substitute the Lagrangian into the Euler-Lagrange equation

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\alpha} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^\alpha} = 0, \quad (11)$$

we can obtain the equations of motion. Since the RMSBH metric is spherically symmetric, the metric is not a function of the coordinate time t and the rotation

angle φ , so two conserved quantities can be derived from the Lagrangian, namely

$$E = f(r) \left(\frac{dt}{d\xi} \right), \quad (12)$$

$$L = r^2 \sin^2 \theta \left(\frac{d\varphi}{d\xi} \right). \quad (13)$$

Here, E and L are two conserved quantities, representing energy and angular momentum, respectively. Generally speaking, E and L are not the quantities measured by static observers in curved spacetime, but rather they are the quantities measured by static observers only at infinity. In addition, we can also obtain an equation for θ through Eq. (10) and Eq. (11)

$$r^2 \left(\frac{d^2 \theta}{d\xi^2} \right) = r^2 \left(\frac{d\varphi}{d\xi} \right)^2 \sin \theta \cos \theta - 2r \left(\frac{dr}{d\xi} \right) \left(\frac{d\theta}{d\xi} \right). \quad (14)$$

Without loss of generality, we adopt the following initial conditions

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{d\theta_0}{d\xi} = 0. \quad (15)$$

Hence the angular momentum can be simplified as

$$L = r^2 \left(\frac{d\varphi}{d\xi} \right). \quad (16)$$

By choosing the Lagrangian $\mathcal{L} = \eta/2$ and combining with Eq. (10), we can obtain

$$f(r) \left(\frac{dt}{d\xi} \right)^2 - \frac{1}{f(r)} \left(\frac{dr}{d\xi} \right)^2 - r^2 \left(\frac{d\theta}{d\xi} \right)^2 - r^2 \sin^2 \theta \left(\frac{d\varphi}{d\xi} \right)^2 = \eta. \quad (17)$$

Substituting Eq. (12) and Eq. (16) into Eq (17), we can obtain

$$\left(\frac{dr}{d\xi} \right)^2 = E^2 - V_{eff}, \quad (18)$$

where the effective potential is defined as

$$V_{eff} = f(r) \left(\eta + \frac{L^2}{r^2} \right). \quad (19)$$

Eq. (12), Eq. (16), Eq. (18) and Eq. (19) are the basis for studying geodesics.

4. *Radical geodesics.* For time-like geodesics, which represent the motion of massive particles ($\eta=1$), the effective potential is

$$V_{eff} = 1 - \frac{2M}{r} - \Lambda r^2 + 2ar. \quad (20)$$

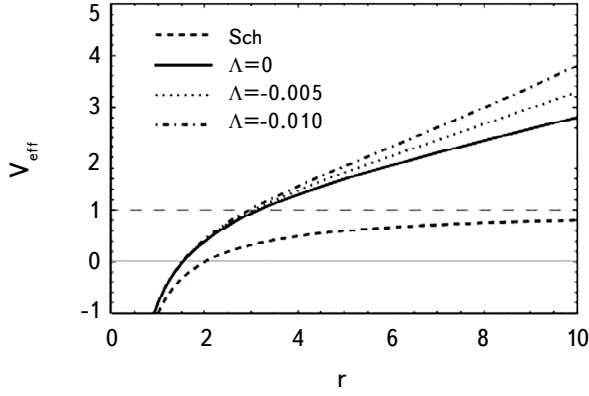


Fig.2. V_{eff} vs r for some Λ with $M=1$, $a=0.1$.

It should be noted that at infinity, the effective potential becomes infinitely large. Therefore, for a massive particle undergoing radial motion, it is impossible for it to escape to infinity. This is a notable difference between RMSBH and SBH, as shown in Fig.2. Additionally, compared to the influence of the Rendler acceleration a on the effective potential energy, the cosmological constant term is proportional to the square of the radius. Therefore, at large distances, the cosmological constant plays a dominant role in governing the motion of particles.

Now, we introduce a test particle to observe its radial motion in the RMSBH spacetime. Our test particle is initially located at $r=r_i$ and is released from rest, thus we have

$$E^2 = V_{eff}(r_i) = 1 - \frac{2M}{r_i} + 2ar_i - \Lambda r_i^2. \quad (21)$$

By substituting E^2 into Eq. (18), we can obtain the equation of motion for the test particle as

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = 2M\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_i}\right) + 2a(r_i - r) + \Lambda(r^2 - r_i^2). \quad (22)$$

Therefore, the proper time for the particle to travel from r_i to r is

$$\tau(r) = \int_{r_i}^r \left[2M\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_i}\right) + 2a(r_i - r) + \Lambda(r^2 - r_i^2) \right]^{-1/2} dr. \quad (23)$$

Furthermore, combining Eq. (12) and Eq. (22), the differential relationship between r and the coordinate time t can be written as

$$\frac{dr}{dt} = \frac{d\tau}{dt} \frac{dr}{d\tau} = \frac{f(r)}{E} \frac{dr}{d\tau} = \frac{f(r)}{E} \sqrt{E^2 - V_{eff}(r)}. \quad (24)$$

Integrating the above equation and combining the initial conditions of the test

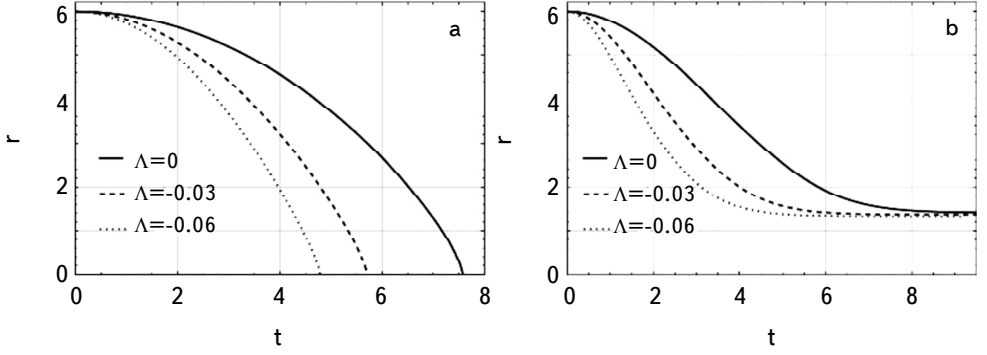


Fig.3. (a) τ vs r for some with Λ with $M=1$, $a=0.15$. (b) The $t(r)$ curve corresponding to (a).

particle, we obtain the coordinate time for the test particle as

$$t(r) = \int_{r_i}^r \frac{1}{f(r)} \sqrt{\frac{V_{eff}(r_i)}{V_{eff}(r_i) - V_{eff}(r)}} dr. \quad (25)$$

As shown in Fig.3a, a test particle is initially stationary at $r_i=6$, after being released, will reach the singularity in a finite proper time. Meanwhile, an increase in the absolute value of cosmological constant will cause the particle to experience less proper time before hitting the singularity, where the geodesic will also terminate. In Fig.3b, it can be observed that as the influence of the cosmological constant increases, an observer at infinity will see the particle approaching the black hole's event horizon in less time, but the particle will never be able to cross the event horizon and enter the black hole.

5. Orbital geodesics.

5.1. *The behavior of effective potential for massive particles.* In this section, we will study geodesic motion with $L \neq 0$. Thus, the effective potential is

$$V_{eff} = \left(1 - \frac{2M}{r} - \Lambda r^2 + 2ar\right) \left(1 + \frac{L^2}{r^2}\right). \quad (26)$$

For convenience, in this section, we will set $M=1$. Also, we won't provide too many calculations in this section, most of the calculations actually come from the next section. The purpose of this section is to provide a qualitative analysis of the orbital geodesics of massive particles around a RMSBH from the perspective of effective potential. Based on the angular momentum of test particles, the orbital motion can be classified into the following three scenarios:

(1) When $L < 4.34$, test particles will eventually fall into the black hole, this is because $\lim_{r \rightarrow \infty} V_{eff} = \infty$, therefore, in this case, there is no escape orbit for

the particle, as shown in Fig.4a;

(2) When $L=4.34$, the innermost stable circular orbit (ISCO) will appear at $r=r_A$, as shown in Fig.4b. Given that the ISCO is an unstable circular orbit, particles on it will eventually fall into the black hole due to even slight perturbations. If the particle is not on the ISCO, it will also eventually fall into the black hole;

(3) When $L>4.34$, if the particle's energy satisfies $E^2 = E_1^2$, the particle may be located at $r=r_A$ or may be in a stable circular orbit at $r=r_B$, as shown in Fig.4c. Particles located at $r=r_A$ will inevitably fall into the black hole. Meanwhile, particles on the stable circular orbit, upon experiencing a certain perturbation causing its energy to increase from E_1 to E_2 , will move in a bound orbit between perihelion C and aphelion D. If the particle's energy satisfies $E^2 = E_3^2$, it may be in an unstable circular orbit at $r=r_E$, and after experiencing a slight perturbation, the particle may either fall into the black hole or move in a bound orbit between r_E and r_F .

Through the above discussion, it can be observed that a notable difference from the SBH spacetime is that particles moving on orbital orbits in the RMSBH spacetime do not possess escape orbits. This is due to the significant changes in the effective potential brought about by the acceleration parameter a and the

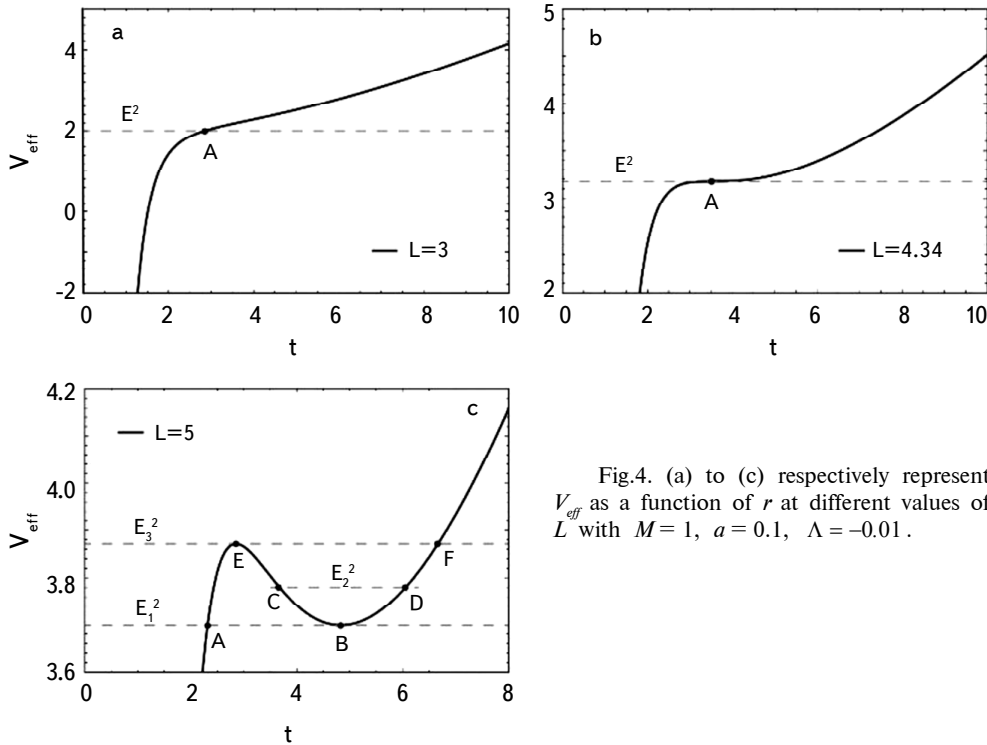


Fig.4. (a) to (c) respectively represent V_{eff} as a function of r at different values of L with $M=1$, $a=0.1$, $\Lambda=-0.01$.

cosmological constant Λ . Meanwhile, compared to the GMHBH, the cosmological constant term in the RMSBH significantly increases the effective potential at large distances. Consequently, the energy required for particles to perform circular motion at these large distances will also increase.

5.2. Circular orbits. In this section, we mainly focus on circular time-like orbits. From Eq. (18), we can see that for a particle to maintain a circular orbit, it requires

$$\frac{dr}{d\tau} = 0 \quad \text{or} \quad E^2 = V_{\text{eff}}. \quad (27)$$

We notice that under such conditions, the radial proper velocity is

$$v_{pr} = \frac{dl_r}{d\tau} = \left(1 - \frac{2M}{r} - \Lambda r^2 + 2ar\right)^{-1/2} \frac{dr}{d\tau} = 0, \quad (28)$$

therefore, when a particle moves in a circular orbit, its coordinate distance from the central celestial body remains constant, and so does its proper distance, both of which remain unchanged over time. In the calculation of the aforementioned proper velocity, Eq. (A6) in Appendix A is utilized. Since circular orbits occur at the extrema of the effective potential, we can determine the conditions for a particle to be on a circular orbit by

$$\frac{dV_{\text{eff}}}{dr} = \frac{-2L^2(-3M + r + ar^2) + 2r^2[M + r^2(a - \Lambda r)]}{r^4} = 0. \quad (29)$$

Eq. (29) can give the angular momentum that particles on circular orbits need to satisfy

$$L^2 = \frac{Mr^2 + ar^4 - \Lambda r^5}{-3M + r + ar^2}. \quad (30)$$

To ensure that $L^2 > 0$, the radius of the circular orbit must satisfy

$$-3M + r + ar^2 > 0. \quad (31)$$

Thus, we have

$$r > r_b = \frac{6M}{\sqrt{1 + 12aM} + 1}, \quad (32)$$

where r_b represents the boundary of the circular orbit radius. Obviously, r_b is a decreasing function of a and is not affected by the cosmological constant. When $a \rightarrow 0$, $r_b \rightarrow 3M$, corresponding to the case of the SBH. Substituting L^2 into the effective potential (26), we can obtain the effective potential as

$$V_{\text{eff}} = \frac{[2M + r(-1 - 2ar + \Lambda r^2)]^2}{r(-3M + r + ar^2)}. \quad (33)$$

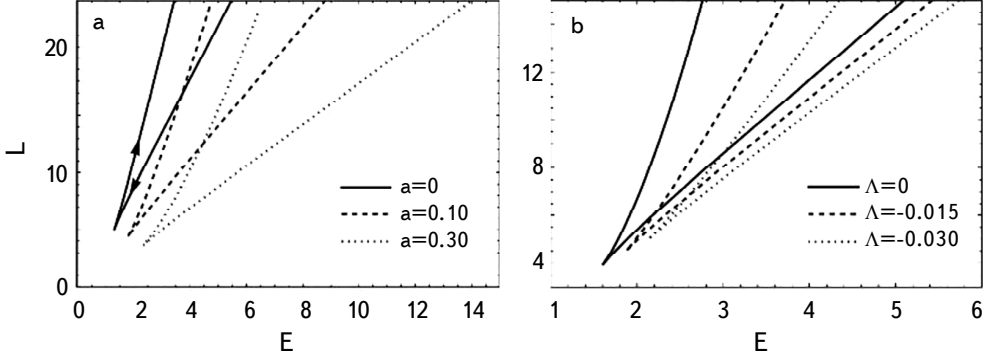


Fig.5. (a) The relationship between the angular momentum and energy of particles located on circular orbits for different values of a with $\Lambda = -0.01$. The arrow direction indicates the increasing direction of r . (b) The relationship between L and E for different values of Λ with $a = 0.1$.

Considering the conditions for circular orbits, we can further derive

$$E^2 = V_{\text{eff}} = \frac{[2M + r(-1 - 2ar + \Lambda r^2)]^2}{r(-3M + r + ar^2)}. \quad (34)$$

Using Eq. (30) and Eq. (34), we plotted the relationship between L and E with r as the parameter, as shown in Fig.5. It can be observed that for particles on unstable circular orbits, as the radius r increases, both their energy and angular momentum decrease. The minimum values of energy and angular momentum correspond to the ISCO. After that, as the radius of the circular orbit increases, both the energy and angular momentum of particles on stable circular orbits begin to increase. At the same time, it can be noticed that as the value of a increases, the curve shifts downwards and to the right, while with the increase in the absolute value of Λ , the curve shifts upwards and to the right.

The ISCO refers to the circular orbit with the smallest radius among all stable circular orbits. In addition to satisfying the conditions of Eq. (29), the radius of ISCO r_{ISCO} also needs to meet $d^2V_{\text{eff}}/dr^2_{\text{ISCO}} = 0$, namely,

$$6M^2 - Mr_{\text{ISCO}} + 12aMr_{\text{ISCO}}^2 + (-3a - 15\Lambda M)r_{\text{ISCO}}^3 + (-2a^2 + 4\Lambda)r_{\text{ISCO}}^4 + 3a\Lambda r_{\text{ISCO}}^5 = 0, \quad (35)$$

the solution is

$$\Lambda = \frac{-6M^2 + ar_{\text{ISCO}}^3(3 + 2ar_{\text{ISCO}}) + M(r_{\text{ISCO}} - 12ar_{\text{ISCO}}^2)}{r_{\text{ISCO}}^3(-15M + 4r_{\text{ISCO}} + 3ar_{\text{ISCO}}^2)}. \quad (36)$$

This is the condition that the r_{ISCO} of a RMSBH satisfies. Setting $\Lambda = 0$, we can derive the r_{ISCO} of a GMHBH satisfies

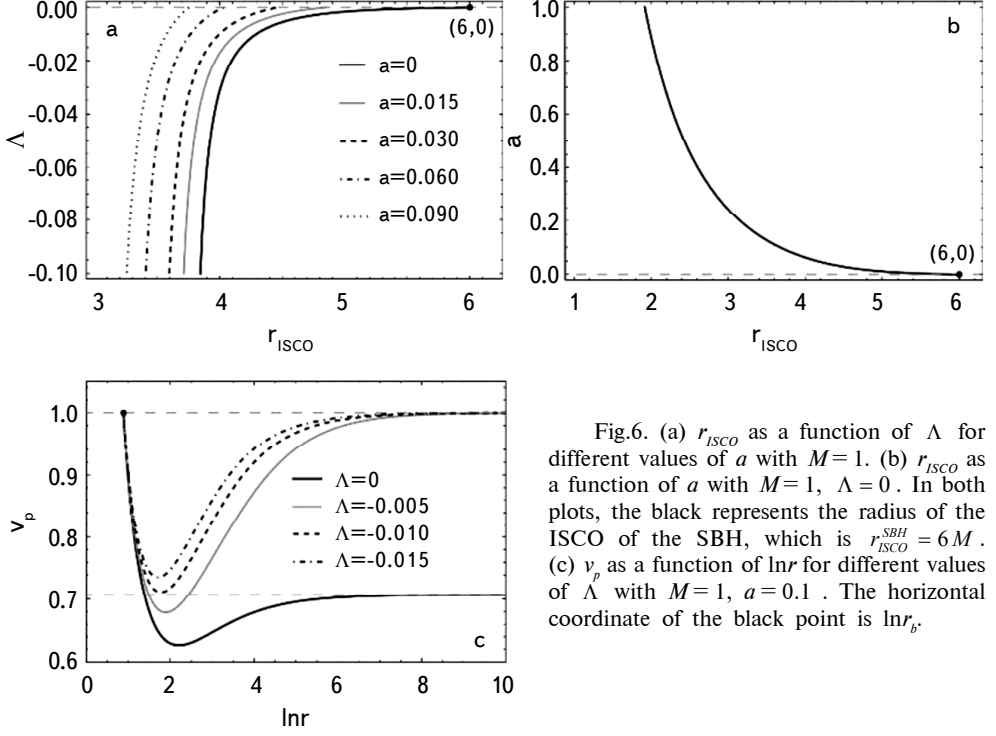


Fig.6. (a) r_{ISCO} as a function of Λ for different values of a with $M=1$. (b) r_{ISCO} as a function of a with $M=1$, $\Lambda=0$. In both plots, the black represents the radius of the ISCO of the SBH, which is $r_{ISCO}^{SBH} = 6M$. (c) v_p as a function of $\ln r$ for different values of Λ with $M=1$, $a=0.1$. The horizontal coordinate of the black point is $\ln r_b$.

$$a = \frac{12M - 3r_{ISCO} + \sqrt{192M^2 - 80Mr_{ISCO} + 9r_{ISCO}^2}}{4r_{ISCO}^2}. \quad (37)$$

Further setting $a=0$ in Eq. (37), we can get the radius of the ISCO of a SBH, which is $r_{ISCO}^{SBH} = 6M$ [56]. As can be seen from Fig.6a, the radius of the ISCO decreases with the increase of the absolute value of the cosmological constant, so compared with the GMHBH of the same mass, the RMSBH has a smaller radius of the ISCO. Similarly, as shown in Fig.6b, the radius of the ISCO of the RMSBH decreases with the increase of a . Therefore, we have the following relationship: $r_{ISCO}^{RMSBH} < r_{ISCO}^{GMHBH} < r_{ISCO}^{SBH}$.

Next, we will continue to find out the angular velocity Ω of the particles moving in circular orbits. Substituting Eq. (34) into Eq. (12), we can obtain

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{E}{f(r)} = \sqrt{\frac{r}{-3M + r + ar^2}}. \quad (38)$$

On the other hand, combining Eq. (30) and Eq. (16), we can obtain

$$\frac{d\phi}{d\tau} = \frac{L}{r^2} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{M + r^2(a - \Lambda r)}{-3M + r + ar^2}}. \quad (39)$$

Thus, the angular velocity is

$$\Omega^{RMSBH} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \sqrt{\frac{M+ar^2}{r^3} - \Lambda}. \quad (40)$$

By setting $\Lambda = 0$, Ω degrades to the GMHBH scenario. Further setting $a = 0$, we can get the radius of the angular velocity of the SBH: $\Omega^{SBH} = \sqrt{M/r^3}$. Obviously, in Eq. (40), Ω^{RMSBH} is an increasing function of a and Λ , therefore we have: $\Omega^{RMSBH} > \Omega^{GMHBH} > \Omega^{SBH}$.

With the angular velocity at hand, we can derive the proper velocity of a particle moving on a circular orbit, which can be expressed as

$$v_p^{RMSBH} = \frac{1}{\sqrt{f(r)}} \left(r \frac{d\phi}{dt} \right) = \frac{r \Omega^{RMSBH}}{\sqrt{f(r)}} = \sqrt{\frac{M+r^2(a-\Lambda r)}{-2M+r+2ar^2-\Lambda r^3}}. \quad (41)$$

In the process of calculating (41), we used Eq. (A7) in Appendix A. Regarding proper velocity, as shown in Fig.6c, the relationship is as follows: $v_p^{RMSBH} > v_p^{GMHBH}$. When r approaches r_b , both the proper velocities of RMSBH and GMHBH tend to unity, which is the speed of light, indicating that their circular orbit radii must be larger than r_b . The difference lies in the fact that, due to the influence of the cosmological constant, v_p^{RMSBH} tends to the speed of light at infinity. In contrast, v_p^{GMHBH} tends to $\sqrt{2}/2$.

For a GMHBH, Eq. (41) can be rewritten in the following form

$$\left[2(v_p^{GMHBH})^2 - 1 \right] ar^2 + (v_p^{GMHBH})^2 r - \left[2(v_p^{GMHBH})^2 + 1 \right] M = 0 \quad (42)$$

If $v_p^{GMHBH} = 1/\sqrt{2}$, then the coefficient of a in the above equation will vanish, and we have $r = 4M$. This interesting solution indicates that regardless of the value of a , the proper velocity v_p^{RMSBH} at $r = 4M$ is always $1/\sqrt{2}$. From Fig.7a, we can observe that as r increases, v_p^{RMSBH} first decreases and then increases, approaching

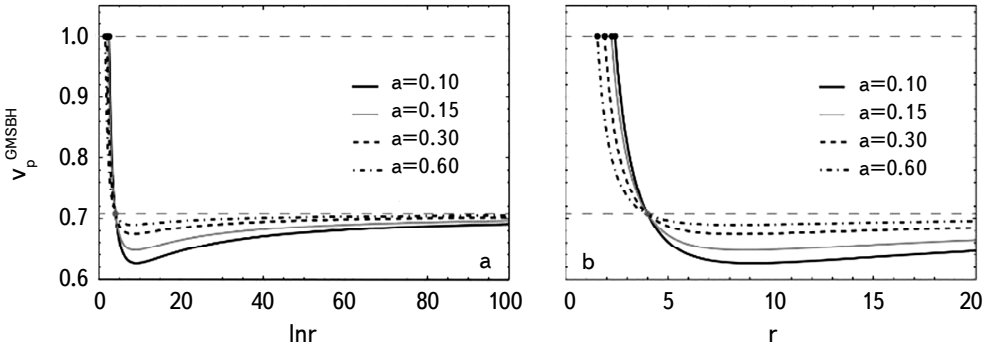


Fig.7. (a) v_p as a function of r for some different values of a , with $M = 1$. (b) The local enlargement of (a), with the grey point having coordinates $(4, 1/\sqrt{2})$.

$1/\sqrt{2}$ at infinity. Fig.7b allows us to observe the special solution mentioned above. The proper velocity curve in the SBH scenario also passes through this point.

5.3. Lyapunov exponent for circular time-like orbits. In this section, we use Lyapunov exponent as a measure of the stability of circular orbit. The Lyapunov exponent can measure the average convergence rate or divergence rate of nearby orbits in phase space [57]. In general, a real Lyapunov exponent indicates that nearby orbits are divergent, while an imaginary Lyapunov exponent indicates that nearby orbits are convergent. When the Lyapunov exponent vanishes, it indicates that the orbit is critically stable. The Lyapunov exponent in coordinate time is given by [58]

$$\lambda = \sqrt{-\frac{V_{eff}''(r)}{2[\dot{t}(r)]^2}}, \quad (43)$$

where r is the radius of the circular orbits. With this definition, we can derive the Lyapunov exponent for circular orbits around a RMSBH as

$$\lambda^{RMSBH} = \frac{1}{r^2} \sqrt{6M^2 - Mr(1 - 12ar + 15\Lambda r^2) + r^3[-2a^2r + 4\Lambda r + 3a(-1 + \Lambda r^2)]}. \quad (44)$$

Setting $\Lambda = 0$, Eq. (44) degenerates into the Lyapunov exponent for a

$$\lambda^{GMHBH} = \frac{1}{r^2} \sqrt{6M^2 - Mr(1 - 12ar) + r^3(-3a - 2a^2r)}. \quad (45)$$

It can be easily verified that by setting $a = 0$ in Eq. (45), we can obtain the Lyapunov exponent for the SBH. The black line in Fig.8a represents $\lambda^{RMSBH} = 0$, with the region to its right (λ^{RMSBH} is a complex number) indicating the area of stable circular orbits, and the region to its left indicating the area of unstable

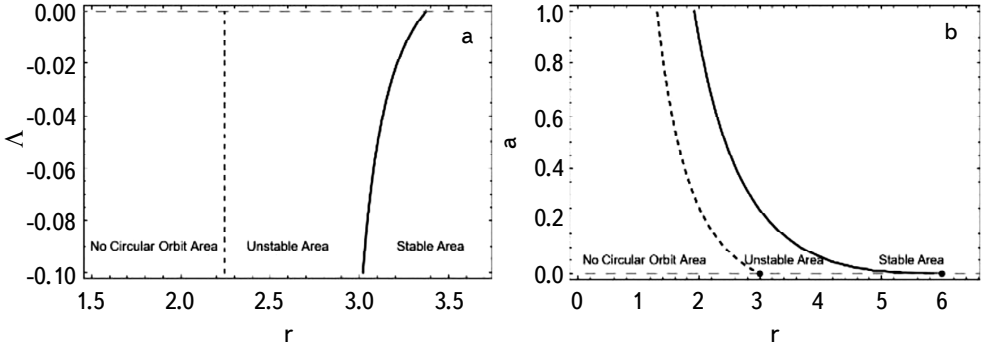


Fig.8. (a) The black line represents $\lambda^{RMSBH} = 0$, which is the dividing line between stable circular orbits and unstable circular orbits. The dashed line represents r_b , which is not a function of Λ , hence it is a straight line. (b) The trend of the stable and unstable circular orbit regions of the GMHBH varying with a is depicted, with horizontal the black dashed line representing the scenario for the SBH. In both figures, we set $M = 1$.

circular orbits. It is important to note that the radius of circular orbits need to satisfy the condition of $r > r_b$. Therefore, unstable circular orbits are located in the region between the black line and the dashed line. It can be observed that as the absolute value of the cosmological constant increases, the region of unstable circular orbits gradually shrinks, and r_{ISCO} shifts towards the left. Fig.8b shows the trend of the Lyapunov exponent of the GMHBH varying with a . Similarly, the region of stable circular orbits expands to the left. However, unlike the previous case, the radius r_b also contracts towards the left as a increases, resulting in an overall leftward contraction of the unstable circular orbit region.

6. Conclusions. In this paper, we studied the time-like geodesics of RMSBH. It is found that, due to the introduction of acceleration parameter a and cosmological constant Λ , a massive particle undergoing radial motion cannot escape the black hole and will ultimately fall into it. Similarly, massive particles in circular orbits are also unable to escape the black hole to infinity, which significantly differ from the scenario in a SBH. Furthermore, for particles in circular motion, we derived their effective potential V_{eff} , energy E , angular velocity Ω , proper velocity v_p , and coordinate velocity v_c . Both the acceleration parameter and the cosmological constant are found to increase the coordinate velocity of the particles. Interestingly, for a GMHBH, we uncovered a unique solution: the acceleration parameter a does not affect the proper velocity of particles orbiting on the $r=4M$ circular orbit.

Additionally, regarding the time-like geodesics, we discussed the stability of circular orbits by employing the Lyapunov exponent, and drew the dividing line between stable and unstable circular orbits.

Acknowledgments. The work was supported by the Natural Science Foundation of Zhejiang Province of China (No.LY14A030001).

Department of Physics, Shaoxing University, Shaoxing 312000,
China, e-mail: czlbj20@163.com

APPENDIX A

The spacetime geometry is of essential to the motion of particles within it. Therefore, we will briefly introduce the spacetime geometry of a RMSBH. In a four-dimensional curved spacetime, the proper spatial distance is defined as

$$dl = \sqrt{\gamma_{ij} dx^i dx^j}, \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (\text{A1})$$

in which

$$\gamma_{ij} = g_{ij} - \frac{g_{0i}g_{0j}}{g_{00}}. \quad (A2)$$

Here, γ_{ij} is defined as spatial metric. By substituting the line element (3) into the definition, we can find the proper distances along the r , θ , and φ directions in a RMSBH, respectively, as

$$dl_r = \left(1 - \frac{2M}{r} - \Lambda r^2 + 2ar\right)^{-1/2} dr, \quad dl_\theta = r d\theta, \quad dl_\varphi = r \sin\theta d\varphi. \quad (A3)$$

If we set $dr=0$ in the line element (3), we can obtain the line element for surface of constant r as

$$dl_s^2 = r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (A4)$$

It is obvious that (A4) is identical to the line element for a spherical surface in threedimensional flat space. The proper time and coordinate time of a RMSBH have the following relationship

$$d\tau = \sqrt{-g^{00}} dt = \left(1 - \frac{2M}{r} - \Lambda r^2 + 2ar\right)^{1/2} dt. \quad (A5)$$

Based on this, the radial proper velocity and tangential proper velocity of a particle are, respectively

$$v_{pr} = \frac{dl_r}{d\tau} = \left(1 - \frac{2M}{r} - \Lambda r^2 + 2ar\right)^{-1} \frac{dr}{dt}, \quad (A6)$$

$$v_{ps} = \frac{dl_s}{d\tau} = \frac{r \sqrt{d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2}}{\left(1 - \frac{2M}{r} - \Lambda r^2 + 2ar\right)^{1/2} dt}. \quad (A7)$$

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЛИНИЙ И ВРЕМЕНИ СУЩЕСТВОВАНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОЙ РИНДЛЕРОМ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ ШВАРЦШИЛЬДА. I. ВРЕМЕНИПОДОБНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНИИ

Т.ХО, Ч.ЛЮ

Исследованы времениподобные геодезические линии в пространственно-временной метрике модифицированной Риндлером черной дыры Шварцшильда (RMSBH) с учетом космологической постоянной. Установлено, что массивные частицы, находящиеся в радиальном или орбитальном движении, не могут

покинуть черную дыру. Между тем на больших радиусах орбит космологическая постоянная существенно влияет на собственную скорость частиц. Кроме того, в случае, когда $\Lambda = 0$, представлено особое решение: если частица находится на определенной круговой орбите, ее собственная скорость останется неизменной под воздействием ускорения Риндлера. Также анализирована устойчивость круговых орбит, используя показатель Ляпунова, и определена граница между устойчивыми и неустойчивыми круговыми орбитами.

Ключевые слова: *модифицированная Риндлером черная дыра Шварцшильда: космологическая постоянная: геодезические линии: круговые орбиты*

REFERENCES

1. D.K.Ross, Il Nuovo Cimento B, **2**, 55, 1971.
2. R.Greenberg, Astron. J., **86**, 912, 1981.
3. V.A. De Lorenci, N.Figueiredo, H.H.Fliche et al., Astron. Astrophys., **369**, 690, 2001.
4. V.Cardoso, R.Konoplya, J.P.S.Lemos, Phys. Rev. D, **68**, 044024, 2003.
5. B.P.Abbott, R.Abbott, T.D.Abbott et al., Phys. Rev. Lett., **116**, 061102, 2016.
6. The Event Horizon Telescope Collaboration, APJL, **L1**, 875, 2019.
7. G.Sanzeni, J. Math. Phys., **65**, 082503, 2024.
8. M.Heydari-Fard, M.Heydari-Fard, Int. J. Mod. Phys. D, **31**, 2250066, 2022.
9. S.Giri, H.Nandan, Gen. Relativ. Gravity, **53**, 76, 2021.
10. A.Ramos, C.Arias, R.Ávalos et al., Ann. Phys., **431**, 168557, 2021.
11. J.P.Hu, Y.Zhang, Li-LiShi et al., Gen. Relativ. Gravity, **50**, 89, 2018.
12. M.A.A.Paula, L.C.S.Leite, L.C.B.Crispino, Phys. Rev. D, **102**, 104033, 2020.
13. T.C.Frost, V.Perlick, Class. Quantum Grav., **38**, 085016, 2021.
14. A.Das, A.Saha, S.Gangopadhyay, Class. Quantum Grav., **38**, 065015, 2021.
15. L.Herrera, A. Di Prisco, J.Ospino et al., Phys. Rev. D, **101**, 064071, 2020.
16. R.Carballo-Rubio, F. Di Filippo, S.Liberati et al., Phys. Rev. D, **101**, 084047, 2020.
17. S.W.We, Y.X.Liu, Chinese Phys. C, **44**, 115103, 2020.
18. M.Momennia, S.H.Hendi, Phys. Rev. D, **99**, 124025, 2019.
19. T.Zhou, L.Modesto, Phys. Rev. D, **107**, 044016, 2023.
20. M.E.Rodrigues, H.A.Vieira, Eur. Phys. J. Plus, **138**, 974, 2023.
21. M.Guerrero, G.J.Olmo, D.Rubiera-Garcia, Eur. Phys. J. C, **83**, 785, 2023.
22. D.Grümiller, Phys. Rev. Lett. **105** 211303 (2010).
23. F.Zwicky, Helvetica Physica Acta, **6**, 110, 1933.
24. F.Zwicky, Astrophys. J., **86**, 217, 1937.
25. M.Milgrom, Astrophys. J., **270**, 365, 1983.

26. *S.Capozziello, V.F.Cardone, A.Troisi*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **375**, 1423, 2007.
27. *T.P.Sotiriou, V.Faraoni*, Rev. Mod. Phys., **82**, 451, 2010.
28. *H.N.Lin, M.H.Li, X.Li et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **430**, 450, 2013.
29. *S.H.Mazharimousavi, M.Halilsoy*, Mod. Phys. Lett. A, **28**, 1350073, 2013.
30. *F.Walter et al.*, Astron. J., **136**, 2563, 2008.
31. *J.Mastache, J.L.Cervantes-Cota, A. de la Macorra*, Phys. Rev. D, **87**, 063001, 2013.
32. *J.L.Cervantes-Cota, J.A.Gomez-Lopez*, Phys. Lett. B, **728**, 537, 2014.
33. *L.Iorio*, JCAP, **05**, 019, 2011.
34. *S.Carloni, D.Grumiller, F.Preis*, Phys. Rev. D, **83**, 124024, 2011.
35. *J.Sultana, D.Kazanas*, Phys. Rev. D, **85**, 081502(R), 2012.
36. *M.Halilsoy, O.Gurtug, S.H.Mazharimousavi*, Gen. Relativ. Gravity, **45**, 2363, 2013.
37. *S.Mandal, S.Das, D.J.Gogoi et al.*, Phys. Dark. Universe Phys., **42**, 101349, 2023.
38. *A.Mohammadi, N.Doustimotlagh, T.Golanbari et al.*, arXiv:2101.08842v3.
39. *K.Hegde, A.N.Kumara, C.L.Rizwan et al.*, Ann. Phys., **429**, 168461, 2021.
40. *H.Q.Shi, D.F.Zeng*, arXiv:1603.08624v1.
41. *D.Kubiznak, R.B.Mann*, JHEP, **1207**, 033, 2012.
42. *W.Javed, Z.Yousaf, Z.Akhtar*, Mod. Phys. Lett. A, **33**, 1850089, 2018.
43. *F.Simovic, I.Soranidis*, Phys. Rev. D, **109**, 044029, 2024.
44. *Y.Guo, H.Xie, Y.G.Miao*, Nucl. Phys. B, **1000**, 116491, 2024.
45. *S.Murk, I.Soranidis*, Phys. Rev. D, **108**, 044002, 2023.
46. *D.V.Singh, S.Siwach*, Phys. Lett. B, **808**, 135658, 2020.
47. *P.Paul, S.Upadhyay, D. Veer Singh*, Eur. Phys. J. Plus, **138**, 6, 2023.
48. *S.I.Kruglov*, Grav. Cosmol., **29**, 57, 2023.
49. *M.Chabab, H.ElMoumni, S.Iraoui et al.*, LHEP, **2**, 02, 2018.
50. *C.Li, P.Z.He, P.Li et al.*, Gen. Relativ. Gravity, **52**, 50, 2020.
51. *B.K.Berger, D.M.Chitre, V.E.Moncrief et al.*, Phys. Rev. D, **5**, 2467, 1972.
52. *D.Grumiller, W.Kummer, D.V.Vassilevich*, Phys. Rep., **369**, 327, 2002.
53. *J.G.Russo, A.A.Tseytlin*, Nucl. Phys. B, **382**, 259, 1992.
54. *S.D.Odintsov, I.L.Shapiro*, Phys. Lett. B, **263**, 183, 1991.
55. *C.Talmadge, J.P.Berthias, R.W.Hellings et al.*, Phys. Rev. Lett., **61**, 1159, 1988.
56. *V.Ferrari, L.Gualtieri, P.Pani*, General relativity and its Applications:Black Holes, Compact Stars and Gravitational Waves, CRC Press, Boca Raton London New York, p.192, 2020.
57. *A.AI-Badawi, M.Q.Owaidat*, Gen. Relativ. Gravity, **55**, 131, 2023.
58. *V.Cardoso, A.S.Miranda, E.Berti et al.*, Phys. Rev. D, **79**, 064016, 2009.

DOI: 10.54503/0571-7132-2025.68.1-147

ELECTROMAGNETIC RADIATION FROM A RELATIVISTIC JET INDUCED BY A PLANE GRAVITATIONAL WAVE

V.EPP¹, K.OSETRIN^{1,2,3}, E.OSETRINA¹

Received 8 December 2024

Accepted 14 February 2025

Electromagnetic radiation of a relativistic gas or plasma jet in the field of a plane gravitational wave is investigated. The gravitational wave is considered as a weak (linearized) field on flat Minkowski spacetime. It is assumed that the relativistic jet has large regions with uncompensated electric charge. The deformation of these areas under the action of a gravitational wave leads to the appearance of electric currents that generate electromagnetic radiation. The angular distribution of the intensity of this radiation is found. Cases are considered when the jet and the gravitational wave move in the same direction or towards each other.

Keywords: *gravitational wave: charged cloud: plasmas: electromagnetic radiation: Cherenkov radiation*

1. *Introduction.* Direct detection of gravitational waves took place in the fall of 2015 [1,2]. However, direct detection of those waves is only possible when they have a sufficiently short period and high enough intensity, for example, when black holes merge. Registration of long gravitational waves is quite problematic today. This is especially true for relic gravitational waves, which can have a fairly large wavelength [3-9].

Therefore, the proposal of alternative methods for detecting gravitational waves is very relevant. Recently, many works have appeared devoted to the problem of interaction of gravitational waves with electromagnetic fields and charged particles. As a result of such interaction, electromagnetic radiation can arise. In an early work, Heintzmann [10] proposed a method of successive approximations for solving Maxwell's equations in the field of a spherical gravitational wave. Wickramasinghe [11] and coauthors showed that charged particles can convert the energy of a gravitational wave into electromagnetic radiation. Boughn [12] solved Maxwell's equations for a point charge in the field of a plane gravitational wave by expanding the electromagnetic field potential in a series of spherical harmonics. An analysis of the coefficients of this expansion showed that the total radiation intensity, summed over harmonics, diverges. Sasaki and Sato [13] used the method

of successive approximations to study the field of a relativistic point charge colliding with a plane gravitational wave. It was shown that the charge radiates into a narrow cone in the direction of its motion. At the same time, the intensity of the charge's radiation diverges in the direction of propagation of the gravitational wave. As we see, most authors encounter difficulties associated with divergences of various kinds when calculating the electromagnetic field of point charges interacting with a plane gravitational wave. The works cited above used a linearized theory of gravity. A number of works are devoted to the construction of exact models of gravitational waves, including models of relic gravitational waves [14-18].

Radiation of a stationary charged cloud under the action of a gravitational wave is studied in [19]. The frequency of this radiation coincides with the frequency of the gravitational wave, which under normal conditions is considered very small. One of the main sources of gravitational waves are close pairs of stars or black holes. The minimum observable period of rotation of such pairs is about half an hour (AM Canum Venaticorum stars). Registration of radio waves of such frequency is practically impossible. However in the case of a plasma or gas jet with an unevenly distributed charge, the Doppler effect can lead to a significant increase in the frequency of radiation induced by a gravitational wave.

In this paper we investigate electromagnetic radiation induced by a gravitational wave in a relativistic jet of plasma or gas. We assume that instabilities in such a jet can generate significant regions of uncompensated electric charge. The gravitational wave deforms these regions in a known manner, which leads to displacement of charges and the appearance of electric currents. This process generates a variable electromagnetic field and, in particular, electromagnetic radiation.

2. A model of relativistic jet. We consider a model of a relativistic jet of gas, dust or plasma in which there are fairly large regions with a predominance of positive or negative charge. A plane gravitational wave incident on the jet, and can excite the relative motion of charges and the currents associated with this motion. Currents, in turn, generate an electromagnetic field, including a radiation field. The properties of this radiation depend on the speed of particles in the jet, the charge distribution by volume, the size and shape of the charged region.

To obtain analytical expressions for the analysis of radiation properties, we simplify the model of such a region as follows. The charged region has a cylindrical shape of radius r_0 and length L , the charge density within this region is constant and equal to ρ . We will assume that the relativistic jet containing charged regions is in the field of a weak plane gravitational wave with metric

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad h \ll 1, \quad (1)$$

$$h_{\mu\nu} = a_{\mu\nu} \exp(i \kappa_\sigma x^\sigma), \quad (2)$$

where $\eta_{\mu\nu}$ is the metric tensor of Minkowski space, $a_{\mu\nu}$ is the amplitude of gravitational wave, $\kappa^\sigma = (\omega/c, 0, 0, \omega/c)$ is the wave vector of gravitational wave, ω is its frequency. In case of transverse traceless gauge, the wave amplitude can be represented as

$$a_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & b & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

for a wave propagating in the direction of the z axis. To simplify the calculations and concentrate on the physical effects, we set $b=0$.

To calculate the electromagnetic radiation induced by a gravitational wave, we proceed as follows. We find the induced electromagnetic field in the reference frame associated with the jet, then we move to the reference frame associated with the observer. In the article [19] the radiation field of a stationary charged cloud, in the field of a gravitational wave is found. In particular, it is shown that the gravitational wave excites an electric current in the cloud in a plane perpendicular to the direction of propagation of the wave with a current density (from here onward $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$)

$$\mathbf{j}(x, y, z) = \frac{1}{2}(x, -y, 0)\rho a \omega \sin \kappa(ct - z). \quad (4)$$

From the continuity equation it follows that the charge density in the cloud

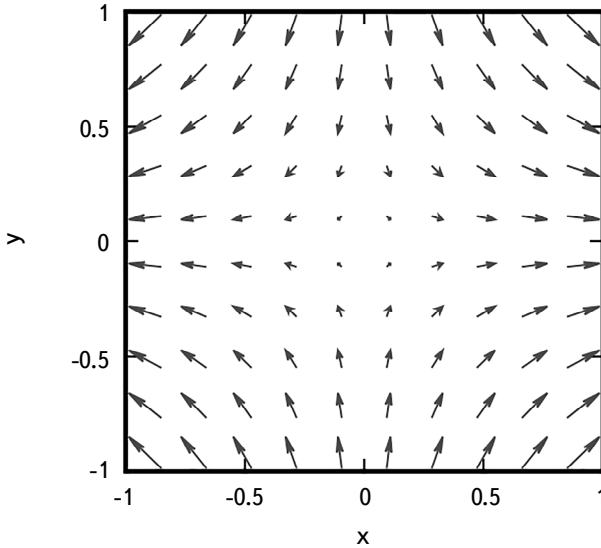


Fig.1. Currents induced by gravitational wave in a charged cloud.

remains constant. The current density map (4) for a certain fixed moment of time is shown in Fig.1.

3. *Radiation from a charged cloud.* In our paper [19] the angular distribution of the radiation intensity of a charged cylindrical cloud under the action of a gravitational wave with the metric (1)-(3) is obtained

$$\frac{dI}{d\Omega} = \frac{\pi a^2 \rho^2 \omega^4 R^6 L^2}{8c^3} \frac{\sin^2 \chi}{\chi^2} \frac{1}{u^2} J_2^2(u). \quad (5)$$

Here $dI/d\Omega$ is the energy emitted into a solid angle $d\Omega$ per unit time, a is the amplitude of the gravitational wave, ρ is the charge density in the cloud, ω is the frequency of the gravitational wave, R and L are the radius and length of the cloud, respectively,

$$\chi = \frac{L\omega}{2c}(1 - n \cos \theta), \quad u = \frac{\omega n R}{c} \sin \theta, \quad (6)$$

n is the refractive index of the cloud matter, $J_2(u)$ is the Bessel function, θ is the angle between the direction of radiation and the wave vector of the gravitational wave. The frequency of electromagnetic radiation is equal to the frequency of the gravitational wave.

The angular distribution of radiation is determined by the function

$$f(\theta) = \left(\frac{\sin \chi}{\chi} \frac{J_2(u)}{u} \right)^2. \quad (7)$$

If the cloud size is measured in gravitational wavelengths,

$$l_{\perp} = \frac{\omega R}{2\pi c}, \quad l_{\parallel} = \frac{\omega L}{2\pi c},$$

then the variables in the equation (7) are equal to

$$\chi = \pi l_{\parallel} (1 - n \cos \theta), \quad u = 2\pi n l_{\perp} \sin \theta, \quad (8)$$

The picture of the angular distribution of electromagnetic radiation is presented in Fig.2 for different values of the reduced dimensions of the cloud and the refractive index of the cloud substance. The plots show that the main part of the radiation is concentrated within the cone forming an acute angle with the direction of propagation of the gravitational wave. Outside and inside the main cone of radiation there are side lobes of radiation. Their intensity and number depend on the size of the charged cloud and on the permittivity of the cloud substance. The angular width of the main lobe depends significantly on the size of the cloud in units of gravitational wave lengths. This is due to the fact that the currents in the cloud are induced by the gravitational wave and, therefore, change coherently with time.

We use Eq. (5) to calculate the electromagnetic radiation of a relativistic jet.

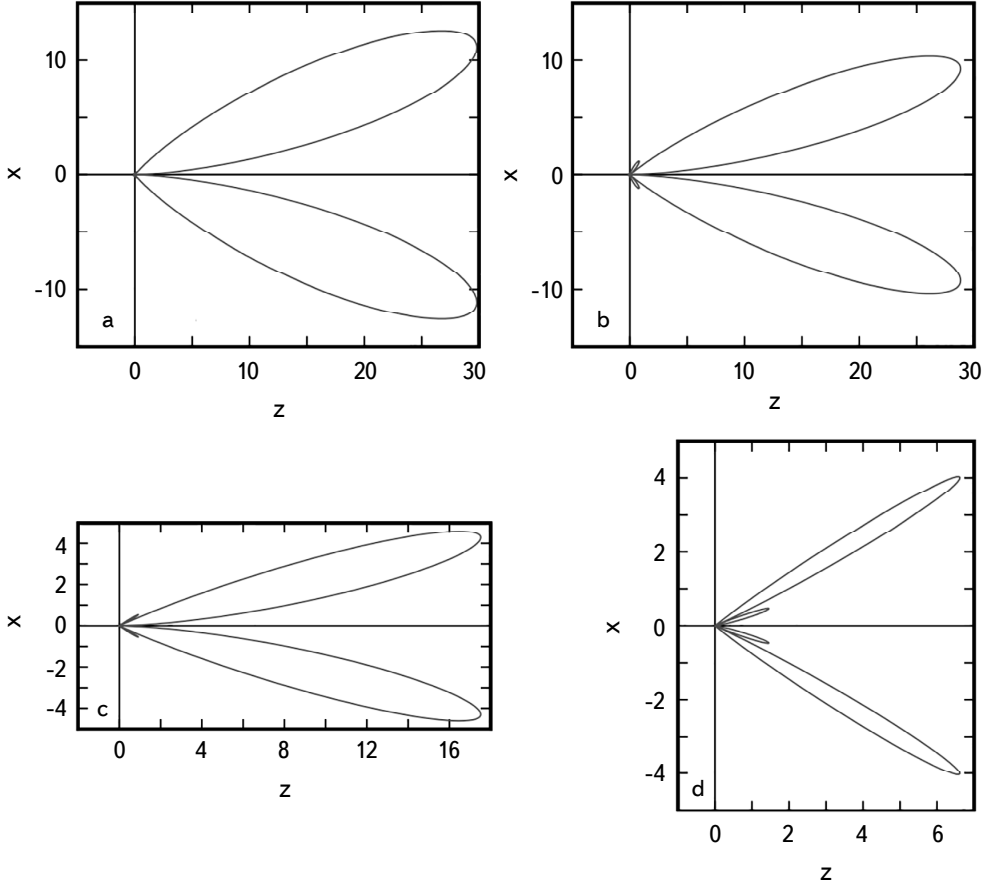


Fig.2. Angular distribution $f(\theta) \cdot 10^3$ of electromagnetic radiation. a) $l_{\perp} = l_{\parallel} = 1$, $n = 1$; b) $l_{\perp} = l_{\parallel} = 1$, $n = 1.2$; c) $l_{\perp} = 1$, $l_{\parallel} = 10$, $n = 1$; d) $l_{\perp} = 1$, $l_{\parallel} = 10$, $n = 1.2$.

According to our model, such a jet may contain regions with distributed uncompensated charge. In the reference frame associated with such a moving region, Eq. (5) is applicable. All quantities in this associated reference frame will be denoted by primes:

$$\frac{dI'}{d\Omega'} = \frac{\pi a'^2 \rho'^2 \omega'^4 R'^6 L'^2}{8c^3} \frac{\sin^2 \chi' J_2^2(u')}{\chi'^2 u'^2}. \quad (9)$$

We will assume that the jet moves parallel to the z -axis with the velocity v_z which can be positive or negative. If the jet moves in the direction of the gravitational wave, $v_z > 0$, if the velocity is directed opposite to the gravitational wave, $v_z < 0$.

The Lorentz transformations into the observer's frame of reference for the

quantities in the Eq. (13) have the form [20]

$$\cos\theta' = \frac{\cos\theta - \beta_z}{1 - \beta_z \cos\theta}, \quad \sin\theta' = \frac{\sqrt{1 - \beta_z^2} \sin\theta}{1 - \beta_z \cos\theta}, \quad \omega' = \omega \sqrt{\frac{1 - \beta_z}{1 + \beta_z}}$$

$$d\Omega' = \frac{(1 - \beta_z^2) d\Omega}{(1 - \beta_z \cos\theta)^2}, \quad \frac{dI'}{d\Omega'} = \frac{(1 - \beta_z \cos\theta)^3}{(1 - \beta_z^2)^2} \frac{dI}{d\Omega}.$$

The Lorentz transformations do not change the transverse component of the gravitational wave amplitude: $a' = a$. The variables (6) are transformed as follows

$$\chi' = \frac{L' \omega'}{2c} (1 - n' \cos\theta') = \frac{L \omega}{2c(1 + \beta_z)} \left(1 - n' \frac{\cos\theta - \beta_z}{1 - \beta_z \cos\theta} \right), \quad (10)$$

$$u' = \frac{\omega' n' R'}{c} \sin\theta' = \frac{\omega R n'}{c} \frac{(1 - \beta_z) \sin\theta}{1 - \beta_z \cos\theta}. \quad (11)$$

We leave the values of permittivity and refractive index in the accompanying frame of reference, since they depend on the internal parameters of the substance in the jet.

After these transformations, the angular distribution of radiation in the observer's frame of reference takes the form

$$\frac{dI}{d\Omega} = \frac{\pi a^2 \rho^2 \omega^4 R^6 L^2 (1 - \beta_z)^4}{8c^3 (1 - \beta_z \cos\theta)^3} \frac{\sin^2 \chi' J_2^2(u')}{\chi'^2 u'^2}. \quad (12)$$

Fig.3 shows the angular distribution of radiation from a charged cloud moving at a speed of $\beta_z = \pm 0.8$ towards the gravitational wave (inserts a , b , the gravitational wave propagates to the right, the cloud moves to the left) and in the direction of propagation of the gravitational wave (inserts c , d , both, the gravitational wave and the cloud move to the right). The radiation patterns are plotted according to the function

$$f_{rel}(\theta) = \frac{(1 - \beta_z)^4}{(1 - \beta_z \cos\theta)^3} \frac{\sin^2 \chi' J_2^2(u')}{\chi'^2 u'^2}. \quad (13)$$

If we compare Fig.2 and Fig.3, we can see that the radiation is amplified in the direction of the cloud's motion in accordance with the Doppler effect. As already noted, the main part of the radiation is emitted in the same direction as the gravitational wave propagates. If the cloud moves toward the gravitational wave, the back lobes are amplified significantly. This is clearly seen in Fig.3b.

If the cloud and the gravitational wave move in the same direction, then the electromagnetic radiation relative to a stationary observer is significantly weakened. The relativistic motion of the charged cloud leads to the amplification of only

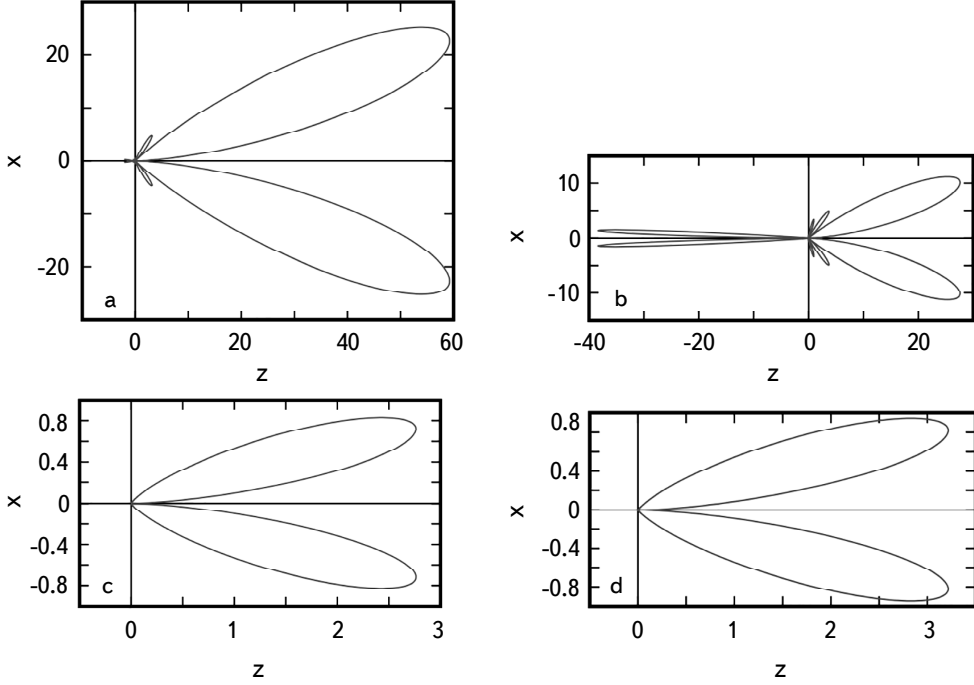


Fig.3. Angular distribution $f_{rel}(\theta) \cdot 10^3$ of electromagnetic radiation from relativistic cloud. All plots are built for $l_{\perp} = l_{\parallel} = 1$, but different n and β_z . From top left to bottom right: a) $n = 1$, $\beta_z = -0.8$; b) $n = 1.1$, $\beta_z = -0.8$; c) $n = 1$, $\beta_z = 0.8$; d) $n = 1.1$, $\beta_z = 0.8$.

the side and back lobes of the radiation pattern. In this case, motion of the cloud does not significantly improve the conditions for observing induced radiation.

4. *Discussion.* The main advantage of a relativistic cloud in terms of recording electromagnetic radiation is the Doppler frequency shift. A stationary cloud radiates with the same frequency as the metric tensor of a gravitational wave changes. The period of gravitational waves generated by close binary cosmic objects is days or hours at best. Registration of radio waves of such length is associated with known technical difficulties. The relativistic motion of the charged cloud towards the Earth significantly reduces the wavelength of the induced electromagnetic radiation.

The frequency of radiation in the reference frame accompanying the cloud is determined by

$$\omega' = \omega \sqrt{\frac{1 - \beta_z}{1 + \beta_z}}, \quad (14)$$

where ω is the frequency of the gravitational wave in the frame of reference of

a stationary observer. The frequency of radiation relative to the stationary frame of reference is equal to

$$\omega_{rad} = \omega' \frac{\sqrt{1-\beta_z^2}}{1-\beta_z \cos \theta} = \frac{\omega(1-\beta_z)}{1-\beta_z \cos \theta}. \quad (15)$$

If the cloud is moving towards the gravitational wave ($\beta_z < 0$) and the direction to the observer makes a small angle with the direction of the velocity ($\theta \sim \pi$), then $\omega_{rad} \sim \gamma^2$ where $\gamma = (1-\beta_z^2)^{-1/2}$ is the relativistic factor. Relativistic jets accompanying gamma-ray bursts can have a speed up to $\gamma \sim 10^3$ [21].

In addition, binary stars rotating in very elongated orbits generate gravitational waves of a wide spectrum. The short-wave part of this spectrum, combined with the Doppler effect of frequency increase, can induce electromagnetic radiation in relativistic jets with a sufficiently short wavelength, accessible for registration by modern means.

Acknowledgments. The study was supported by the Russian Science Foundation, grant No. 23-22-00343, <https://rscf.ru/en/project/23-22-00343/>.

¹ Tomsk State Pedagogical University, Kievskaya, 60, Tomsk, 634061, Russia, e-mail: epp@tspu.ru elena.osetrina@tspu.ru

² National Research Tomsk State University, Lenina pr. 36, Tomsk, 634050, Russia, e-mail: osetrin@tspu.ru

³ Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Lenina pr. 40, Tomsk, 634050, Russia

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТРУИ, ИНДУЦИРОВАННОЕ ПЛОСКОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНОЙ

В.Я.ЭПП¹, К.Е.ОСЕТРИН^{1,2,3}, Е.И.ОСЕТРИНА¹

Исследовано электромагнитное излучение релятивистской газовой или плазменной струи в поле плоской гравитационной волны. Гравитационная волна рассматривается как слабое (линеаризованное) поле на плоском пространстве-времени Минковского. Предполагается, что релятивистская струя имеет большие области с нескомпенсированным электрическим зарядом. Деформация этих областей под действием гравитационной волны приводит к появлению электрических токов, которые генерируют электромагнитное

излучение. Найдено угловое распределение интенсивности этого излучения. Рассмотрены случаи, когда струя и гравитационная волна движутся в одном направлении или навстречу друг другу.

Ключевые слова: *гравитационная волна: заряженное облако: плазма: электромагнитное излучение: Черенковское излучение*

REFERENCES

1. *B.P.Abbott, R.Abbott, T.D.Abbott et al.*, Phys. Rev. Lett., **116**, 061102, 2016, <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.061102>.
2. *B.P.Abbott, R.Abbott, T.D.Abbott et al.*, Phys. Rev. X, **9**, 031040, 2019, <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.9.031040>.
3. *S.D.Odintsov, V.K.Oikonomou*, Fortschritte der Physik, **70**(5), 2100167, 2022, <https://doi.org/10.1002/prop.202100167>, <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/prop.202100167>.
4. *S.D.Odintsov, V.K.Oikonomou, F.P.Fronimos*, Physics of the Dark Universe, **35**, 100950, 2022, <https://doi.org/10.1016/j.dark.2022.100950>.
5. *S.D.Odintsov, V.K.Oikonomou*, Phys. Lett. B, **824**, 136817, 2022, <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2021.136817>.
6. *S.Capozziello, S.Nojiri, S.D.Odintsov*, Physics of the Dark Universe, **33**, 100867, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.dark.2021.100867>.
7. *S.Nojiri, S.D.Odintsov, V.Faraoni*, Astrophysics, **65**, 534, 2022, <https://doi.org/10.1007/s10511-023-09759-1>.
8. *K.Bamba, S.Nojiri, S.D.Odintsov*, Phys. Rev. D, **98**, 024002, 2018, <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.024002>.
9. *K.Osetrin, I.Kirmos, E.Osetrin*, Universe, **9**(8), 2023, <https://doi.org/10.3390/universe9080356>.
10. *H.Heintzmann*, Z. Physik A, **210**, 380, 1968, <https://doi.org/10.1007/BF01449004>.
11. *T.Wickramasinghe, W.Rhodes, M.Revalski*, Interaction of gravitational waves with charged particles. In: Gravitational Wave Astrophysics, ed. C.F.Sopuerta, p.295, Springer, Cham, 2015.
12. *S.Boughn*, Phys. Rev. D, **11**, 248, 1975, <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.11.248>.
13. *M.Sasaki, H.Sato*, Progress of Theoretical Physics, **60**(1), 148, 1978, <https://doi.org/10.1143/PTP.60.148>.
14. *K.Osetrin, E.Osetrin, E.Osetrina*, European Phys. J. C, **82**(10), 2022, <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-10852-6>.
15. *K.E.Osetrin, E.K.Osetrin, E.I.Osetrina*, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, **56**(32), 325205, 2023, <https://doi.org/10.1088/1751-8121/ace6e3>.

16. *K.Osetrin, E.Osetrin, E.Osetrina*, Symmetry, **15**(7), 2023, <https://doi.org/10.3390/sym15071455>.
17. *V.V.Obukhov*, Universe, **8**(4), 2022, <https://doi.org/10.3390/universe8040245>.
18. *V.V.Obukhov*, Symmetry, **15**(3), 2023, <https://doi.org/10.3390/sym15030648>.
19. *V.Y.Epp, K.Osterin*, Astrophysics, **67**(1), 110, 2024, <https://doi.org/10.1007/s10511-024-09821-6> arXiv:2311.18247 [gr-qc].
20. *L.D.Landau, E.M.Lifshitz*, The Classical Theory of Fields, 4th edn. Course of Theoretical Physics Series, vol. 2, p.402. Butterworth-Heinemann, Oxford (UK), 1975.
21. *H.Dereli-Bégué, A.Pe'er, F.Ryde et al.*, Nat. Commun., **13**, 5611, 2022, <https://doi.org/10.1038/s41467-022-32881-1> arXiv:2207.11066.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. Рукописи могут быть представлены в печатном виде (hard copies) в двух экземплярах, отпечатанные на одной стороне листа формата А4, вместе с соответствующей электронной версией. Один из экземпляров должен быть подписан всеми авторами. Указываются сведения об авторах: фамилия, имя, отчество, название учреждения, электронный адрес.

2. *Рукопись* может быть набрана в виде файла с расширениями .doc, .docx, .rtf, через 1.5 интервала, используя Font 12pt.

3. *Рисунки* должны быть выполнены предельно аккуратно с разборчивыми надписями. Необходимые объяснения даются в подписях к рисункам, которые не должны повторяться в тексте. Рисунки необходимо отправить в виде .jpg, .bmp, .wmf, .eps файлов. С учетом формата журнала размеры рисунков редакцией могут быть изменены. В тексте рисунки нумеруются в порядке очередности (рис.1, рис.2, и т.д.). Если рисунок, состоит из двух или более панелей, то возможны обозначения типа рис.1a или рис.1a, b.

4. *Таблицы* должны иметь номера и информативные названия. Примечания должны быть сведены к минимуму и пронумерованы надстрочными арабскими цифрами.

5. *Цитирование литературы.* Цитируемая литература дается порядковым номером в строчку в квадратных скобках (например, [5]) и соответствует номеру в списке литературы. Список литературы должен быть оформлен следующим образом:

а) Для журнальных статей указываются инициалы и фамилии авторов курсивным шрифтом (в оригинальной транскрипции), название журнала в принятом сокращении (сокращения для некоторых наиболее часто встречаемых журналов, применяемых в "Астрофизике", дается в сайте журнала), номер тома жирным шрифтом, номер первой страницы, год издания. Для русскоязычных журналов, которые переводятся на английский язык, в скобках приводятся соответствующее название журнала на английском, том, страница и год публикации.

б) Для книг следует указывать инициалы и фамилию автора курсивом, место и год издания.

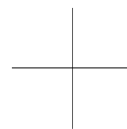
6. *Оформление рукописи.* На первой странице дается название статьи (по возможности кратко и информативно), инициалы, фамилия каждого автора и аннотация на русском языке. На второй странице приводятся название статьи, инициалы, фамилия каждого автора и текст аннотации на английском языке, который должен полностью соответствовать русскому. В аннотации должны быть изложены главные результаты работы без ссылок на литературу. Максимальный объем аннотации не должен превышать 5% основного текста. Таблицы, список литературы, рисунки и надписи к рисункам печатаются на отдельных страницах. Расположение таблиц и рисунков отмечается на полях основного текста. Аннотации, основной текст, список литературы и таблицы должны иметь одну общую нумерацию страниц. Суммарный объем не должен превышать 16 стандартных страниц. Объем краткого сообщения - не более 4 страниц.

Статья состоит из пронумерованных разделов, начиная с "1. *Введение*". Названия разделов печатаются курсивом в строке, они должны быть краткими и содержательными. Подразделы могут быть пронумерованы как 2.1, 2.2 и т.д. Необходимые сокращения терминов или названий могут быть использованы во всей статье, однако их объяснение дается лишь один раз при первом упоминании.

7. В случае представления двух или более статей одновременно необходимо указать желательный порядок их публикации.

8. Рукописи авторам не возвращаются.

9. Авторам статьи (независимо от их количества) представляется 10 оттисков бесплатно.



CONTENTS

To the memory of G.N.Salukvadze	5
X-ray properties of blazars	7
<i>G.M.Paronyan</i>	7
Astrometric and photometric studies for some selected open star clusters	21
<i>R.M.Hariry, A.A.Haroon, A.A.Malawi</i>	21
The total C+N+O abundance in atmospheres of red giants of various metallicity	37
<i>L.S.Lyubimkov, D.V.Petrov</i>	37
Spectral variations and physical conditions of BY Draconis in the ultraviolet	47
<i>M.R.Sanad</i>	47
Variability of planetary nebulae. Results of the long-term observations	59
<i>L.N.Kondratyeva, E.K.Denissyuk, S.A.Shomsheva,</i>	59
<i>I.V.Reva, A.K.Aimanova, M.A.Krugov</i>	59
Study of changes in doppler velocities and half-widths in solar spicules and prominences	77
<i>M.Sikharulidze, D.Khutsishvili, E.Khutsishvili,</i>	77
<i>V.Kakhiani, T.Tsinamdzgvrishvili</i>	77
A cosmological model with second law of thermodynamics in f(R, T) gravity	95
<i>R.K.Tiwari, J.Bharali, B.Chetry, A.Beesham</i>	95
LGV analysis of hydroperoxy radical (HO ₂): Spectral lines for its detection in a cosmic object	117
<i>S.Chandra</i>	117
A study on geodesics and lifespan of the Rindler-modified Schwarzschild black hole. I. Time-like geodesics	129
<i>T.Huo, C.Liu</i>	129
Electromagnetic radiation from a relativistic jet induced by a plane gravitational wave	147
<i>V.Epp, K.Osetrin, E.Osetrina</i>	147

СОДЕРЖАНИЕ (продолжение)

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СО ВТОРЫМ ЗАКОНОМ ТЕРМОДИНАМИКИ В ГРАВИТАЦИИ $f(R, T)$	
<i>Р.К.Тивари, Д.Бхарали, Б.Четри, А.Бишам</i>	95
LGV-АНАЛИЗ ГИДРОПЕРОКСИРАДИКАЛА (HO_2): СПЕКТ- РАЛЬНЫЕ ЛИНИИ ДЛЯ ЕГО ОБНАРУЖЕНИЯ В КОСМИЧЕС- КИХ ОБЪЕКТАХ	
<i>С.Чандра</i>	117
ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЛИНИЙ И ВРЕМЕНИ СУЩЕСТВОВАНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОЙ РИНДЛЕРОМ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ ШВАРЦШИЛЬДА. I. ВРЕМЕНИПОДОБНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНИИ	
<i>Т.Хо, Ч.Лю</i>	129
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТРУИ, ИНДУЦИРОВАННОЕ ПЛОСКОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНОЙ	
<i>В.Я.Эпп, К.Е.Осетрин, Е.И.Осетрина</i>	147