

DOI: 10.54503/0571-7132-2024.67.4-495

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ЧАСТОТЫ ВСПЫШЕК И ЗАПЯТНЕННОСТИ АКТИВНЫХ ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД, ОБНАРУЖЕННЫХ "КЕПЛЕР"

А.А.АКОПЯН

Поступила 6 ноября 2024

По данным орбитальной обсерватории "Кеплер" проведено исследование наиболее активных вспыхивающих звезд, показавших по 250 и более вспышек за период функционирования "Кеплер". Основными направлениями исследования были: а) анализ кривых блеска, выявление физических особенностей у отдельных звезд, б) определение периодической/циклической функции частоты вспышек (ПФЧВ) вспыхивающих звезд, обусловленной осевыми/орбитальными вращениями, в) представление нового способа определения запятненности звезд с помощью ПФЧВ и его применение. Получены соответствующие ПФЧВ с периодичностью близкой к периоду вращения звезды. Построены ожидаемые распределения вспышек по фазам, которые сравнены с аналогичным наблюдаемым распределением вспышек при данном значении периода вращения. Для всех без исключения звезд это сравнение (с помощью критерия χ^2) свидетельствует в пользу периодичности частоты вспышек. Показано, что распределение пятен вспыхивающих звезд можно представить круговым распределением фон Мизеса, параметры которого определяются через соответствующие параметры функции частоты вспышек. Получены оценки запятненности исследованных звезд.

Ключевые слова: *вспыхивающие звезды; частота вспышек; периодическая переменность; звездные пятна; распределение фон Мизеса*

1. *Введение.* Изучение звездных пятен имеет давнюю историю, восходящую к наблюдениям солнечных пятен, зафиксированных и зарисованных в древних хрониках различных народов - от Китая до цивилизации Майя (например, [1-7] и ссылки в них). Первое известное на данный момент упоминание о пятнах на Солнце приводится на найденной в Китае гадальной кости, которой около 3000 лет [1,3,4]. К далекой древности относятся также первые сообщения о возможном влиянии солнечных пятен на земные явления. Однако их целенаправленное и систематическое исследование стало возможным после изобретения телескопа и сразу же привело к очень важным открытиям. Галилей, Шайнер, Йоханнес Фабрициус и др. [8] обнаружили пятна на Солнце и с их помощью показали, что Солнце обладает осевым вращением и вычислили его период. Далее, Шайнер обнаружил, что скорость вращения разная для пятен на разных широтах Солнца. После этих работ исследование

солнечных пятен стало одним из главных направлений астрономии на несколько столетий. Идея же о существовании пятен на звездах принадлежит французскому астроному Исмаэлу Буйо (Ismaël Bouillaud, латинизированный - Bullialdus). В 1667г. он предположил [9], что переменность звезды Мира Кита, обнаруженная Давидом Фабрициусом в 1596г., можно объяснить наличием холодных темных пятен на поверхности звезды. Логически безупречная версия Буйо, хоть и оказалась неверной применительно к звезде Мира Кита, не могла не найти свое применение, но для этого понадобилось около 300 лет.

В 1947г. Крон [10] сообщил о возможной регистрации пятен на поверхности звезды AR Lacertae В. Последующие работы Крона и других авторов послужили основанием для введения нового, сравнительно малочисленного типа переменных звезд - вращательные переменные - с восьмью подтипами (ACV-Alpha2 Canum Venaticorum, ACVO-Rapidly oscillating Alpha2 CVn, BY-BY Draconis-type variables, ELL-Rotating ellipsoidal variables (b Per, Alpha Vir), FKCOM- FK Comae Berenices-variables, PSR-Optically variable pulsars (CM Tau), R-R Close binary systems, Prototype: AU Ari, SXARI-SX Arietis-type variables), астрофизические параметры которых существенно отличаются друг от друга [11]. Из них наиболее близкими к вспыхивающим звездам являются звезды типа BY Dra.

В работе Осканяна и др. [12] было высказано предположение, что наблюдаемую переменность звезды BY Dra можно объяснить появлением и исчезновением звездных пятен, которые, в отличие от солнечных могут возникать в полярных областях звезды. Звездам этого типа присуща также переменная вспышечная активность [13]. Близкими к вспыхивающим звездам являются также звезды типа RS CVn (в каталоге переменных звезд они причислены одновременно к эруптивным и затменным переменным [11]). В 1976г. Халл [14] у звезд типа RS CVn среди прочих выделил и группу вспыхивающих звезд. В 1979г. Итон и Халл [15] объяснили присутствие плато в кривых блеска звезд RS CVn наличием звездных пятен. Звезды типа RS CVn и BY Dra являются тесными двойными звездами, и кроме упомянутой выше вспышечной активности, они обладают характерной для тесных двойных звезд усиленной активностью, тесно связанную с магнитным полем звезд.

Благодаря наблюдениям космических телескопов "Кеплер" и TESS, исследование вспыхивающих звезд и тесно связанных с ними вращательно-переменных звезд типа BY Dra, RS CVn вышло на совершенно новый уровень по своим возможностям, по качеству и количеству доступных данных. Эти данные позволяют: а) получить кривую блеска на протяжении достаточно долгого времени и исследовать циклы звездной активности (аналогично циклу солнечной активности), б) оценить период вращения, запятненность звезд и, соответственно, размеры и энергетические характеристики активных

областей, в) обнаружить дифференциальное вращение, миграцию активных областей и исследовать их взаимосвязь со вспышечной активностью, г) исследовать периодическую/циклическую переменность наблюдаемой частоты вспышек активных вспыхивающих звезд, обусловленную осевым вращением звезд и неравномерным распределением яркости на поверхности звезды. В частности, результаты, полученные автором в предыдущих работах [16-18], не противоречат предположению о том, что осевое вращение звезды модулирует наблюдаемую частоту вспышек.

Переменность наблюдаемой частоты вспышек может быть вызвана также реальным изменением вспышечной активности звезды в течение цикла звездной активности и другими эффектами, которые отражаются в нерегулярном поведении кривой блеска и в отдельных случаях серьезно осложняют наблюдаемую картину. В таких случаях независимый от вида кривой способ определения периода вращения, в данном случае через определение периодической переменности наблюдаемой частоты вспышек, может существенно облегчить интерпретацию наблюдаемой кривой.

Работы, выполненные с использованием данных наблюдений космических телескопов "Кеплер" и TESS, почти не оставляют сомнений, что вспышечно-активные области звезд тесно связаны со звездными пятнами. Следовательно, можно ожидать существование тесных связей между качественными/количественными характеристиками звездных пятен и вспышечной активностью звезд.

В данной работе предлагается способ определения запятненности вспыхивающих звезд (в том числе для звезд типа BY Dra, RS CVn) через определение периодической функции частоты вспышек (ПФЧВ). В разделе 2 приводится постановка задачи, в разделе 3 - описание исходных данных, в разделе 4 - полученные результаты. Заключительные замечания приводятся в разделе 5.

2. Постановка задачи. В представленной работе поставлена задача определения запятненности вращательно-переменных и вспыхивающих звезд через определение ПФЧВ этих звезд. В основе работы лежат следующие предположения и предпосылки:

- Из данных "Кеплер" и TESS следует, что вспыхивающие звезды, помимо прочего, обладают также вращательной переменностью, обусловленной их вращением и неравномерным распределением пятен по поверхности звезды.

- Базовым является предположение о случайном и независимом характере вспышек, что позволяет рассмотреть последовательность вспышек звезды как случайный пуассоновский процесс [19]. Из тесной связи вспышечной активности звезд с пятнами неизбежно следует, что частота регистрируемых вспышек модулируется вращением. Следовательно, в данном случае необходимо рассмотреть последовательность вспышек звезды как случайный пуассоновский

процесс с циклическим/периодическим параметром. В предыдущих работах в качестве параметра пуассоновского распределения использовалась функция

$$\lambda(t) = \frac{\lambda \exp[k \sin(\omega_0 t + \vartheta)]}{I_0(t)} \quad (k \geq 0, \omega_0 \geq 0, 0 \leq \vartheta \leq 2\pi, \lambda > 0), \quad (1)$$

где $k, \omega_0, \vartheta, \lambda$ - постоянные, а $I_0(k) = \int_0^{2\pi} \exp[k \sin(u)] du$ - модифицированная функция Бесселя нулевого порядка первого рода. Выбор этой функции был обусловлен тем, что в зависимости от значения параметра k обеспечивается разнообразие видов периодической функции.

- Согласно работе [20], вспышечная активность положительно коррелирует с размерами пятен (см. рис.10 в [20]), из чего следует, что такая же корреляция имеет место между размерами пятен и числом вспышек. Поскольку параметр пуассоновского процесса $\lambda(t)$ это среднее число событий, в данном случае вспышек за единицу времени, то из этого следует принципиальная возможность определения параметра запятненности звезд путем определения параметра $\lambda(t)$.

- Учитывая известные свойства тригонометрических функций, можно сказать, что функция $\lambda(t)$ по существу совпадает с функцией плотности распределения фон Мизеса:

$$M(x|\mu, k) = \frac{\exp[k \cos(x - \mu)]}{2\pi I_0(k)}, \quad (2)$$

где μ - среднее (одновременно мода и медиана) распределения, k - мера концентрации, $1/k$ - дисперсия, $1 - I_1(k)/I_0(k)$ - круговая дисперсия. К сожалению, это обстоятельство было упущено из виду в первых работах [16-17]. На сходство перечисленных выше функций впервые было обращено внимание в работе [18]. Распределение фон Мизеса известно также как круговое нормальное распределение или распределение Тихонова. Оно широко применяется при статистической обработке угловых (круговых) данных и является хорошим приближением к намотанному нормальному распределению (круговой аналог нормального распределения).

Отсюда следует, что для определения распределения запятненности обращенной к наблюдателю полусферы звезды, необходимо, во-первых, определить ПФЧВ звезды и представить его в виде функции плотности распределения фон Мизеса, которая, учитывая положительную корреляцию вспышечной активности с размерами пятен [20], одновременно будет функцией распределения эффективной площади пятен на обращенной к наблюдателю полусферы звезды.

Во-вторых, необходимо полученные ПФЧВ как-то соотнести к наблюдаемым кривым блеска (потока). В данной работе предложено это сделать при помощи крайних значений (экстремумов) ПФЧВ и кривой блеска. Естественно, что при максимуме кривой блеска наблюдается минимально запятненная (из

всех возможных) полусфера с минимальной вспышечной активностью и, наоборот, при минимуме блеска наблюдается максимально запятненная полусфера с максимальной вспышечной активностью. Из (1) следует, что отношение максимума наблюдаемой вспышечной активности к минимальному равно $\lambda_{\max}/\lambda_{\min} = \exp(2k)$ и легко догадаться, что отношение потоков в максимуме и минимуме можно выразить через это отношение.

При больших угловых наклонах оси ($60^\circ \div 90^\circ$) вращения звезды к лучу зрения эти полусферы, учитывая симметричность вышеприведенных функций, можно считать диаметрально противоположными, что дает возможность оценить запятненность звезды в целом.

3. *Использованные данные.* Для выполнения поставленной задачи были отобраны наиболее активные вспыхивающие звезды (88 звезд) из обновленного списка вспыхивающих звезд по данным наблюдения космической обсерватории "Кеплер" [21], у которых обнаружено по 250 вспышек и более. Ранее аналогичная работа была выполнена для 74-х вспыхивающих звезд по данным старого списка [20], который существенно отличается от нового обилием вспышек у отдельно взятых звезд. В работе [17] из списка [20] были отобраны звезды, показавшие по 400 и более вспышек, значительная часть которых оказалась ложными вспышками, согласно [21]. Выборки звезд, использованные в данной работе и в [17], частично (36 звезд) перекрываются, что позволяет провести не только сравнение полученных результатов, но и оценить влияние исключения ложных вспышек на результаты, полученные в представленной работе. Несмотря на существенное уменьшение количества вспышек на одну звезду, исключение вероятных ложных вспышек в подавляющем большинстве случаев привело к тому, что полученные ПФЧВ оказались статистически более достоверными в рамках использованных статистических критериев. Это скорее всего свидетельствует о том, что исключенные вспышки в основном были действительно ложными и, наверняка, были распределены более или менее равномерно во времени.

В табл.1 представлен неполный список вспыхивающих звезд использованных в данной работе, где приведены номера звезд в каталоге KIC, число вспышек, период переменности кривой блеска, тип переменности звезды в базе данных SIMBAD. В таблицу включены только те звезды, у которых периоды вращения и ПФЧВ отличаются друг от друга менее чем на 1% (см. табл.2). Распределения числа вспышек n и периодов P_r для полной выборки звезд приведены на рис.1 и рис.2 (см. в разделе 4).

Значения максимального и минимального потоков извлечены из кривых потоков звезд, скаченных с помощью программных средств Python [25]. Эти кривые использовались также для проверки значений периодов P_r , приведенных

Таблица 1

ВХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВЫБОРКИ ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД

KIC	n	P_r	Тип пере- менности, SIMBAD	KIC	n	P_r	Тип пере- менности, SIMBAD
2968811	291	14.80 [21]	RS V	9267818	354	10.66 [22]	ROT
4758595	325	20.00 [23]	ROT	9349698	346	1.36 [22]	ROT
5351320	254	0.91 [23]	ROT	9456920	303	1.78 [22]	ROT, E?
6117602	286	0.6047 [24]	ROT	9540467	332	8.56 [23]	ROT
6187639	325	2.98 [21]	ROT	9941718	292	3.7 [22]	ROT
6675714	252	6.76 [22]	ROT	10146539	271	5.17 [22]	ROT
7131515	401	3.86 [22]	ROT	10355809	381	1.52 [21]	ROT
7664485	279	3.16 [22]	ROT	10865206	260	2.42 [22]	BY Dra
7905458	265	17.98 [22]	ROT	10909367	280	2.98 [22]	BY Dra
8093473	438	6.04 [22]	BY Dra	10975238	310	1.95 [22]	BY Dra
8292758	286	2.88 [22]	ROT	11342883	288	3.64 [23]	ROT
8481420	296	2.04 [21]	CEP, LPV??	11515713	254	21.45 [23]	ROT
8507979	318	1.22 [22]	ROT	12258055	261	2.75 [22]	ROT
8811811	258	1.55 [22]	BY Dra	12314646	387	2.72 [22]	BY Dra
9116222	318	7.41 [21]	ROT	12646841	309	3.25 [23]	ROT
9201463	489	5.55 [21]	ROT				

в табл.1, с помощью двух взаимодополняющих алгоритмов - BLS (Box Least Square) [26] и Ломба-Скаргла [27,28]. Полученные значения незначительно отличаются от табличных и, во избежание субъективности, в табл.1 приведены уже опубликованные значения.

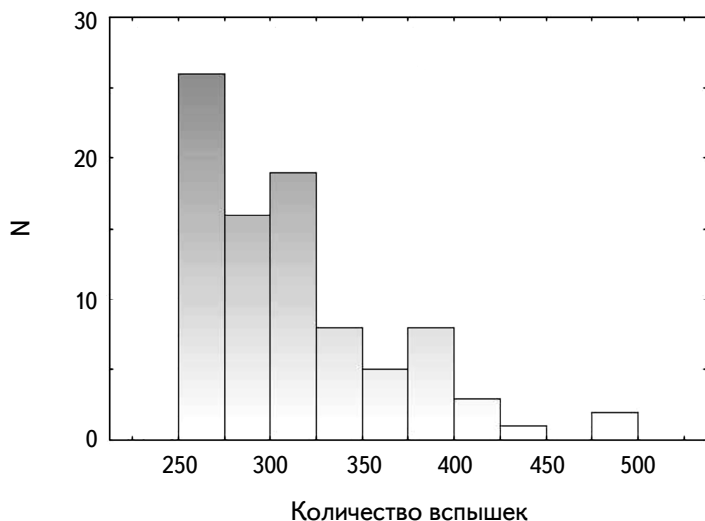


Рис.1. Распределение количества вспышек для полной выборки звезд.

Алгоритм BLS предназначен для обработки сигналов, характеризующихся периодическим чередованием двух дискретных уровней и широко используется для обнаружения и описания периодических транзитов внесолнечных планет. Использование алгоритма BLS применительно к вращательно-переменным звездам оправдано сходством транзита планет с перемещением звездных пятен в поле зрения наблюдателя. С помощью BLS можно определить продолжительность "плато" глубокого минимума, которая содержит определенную информацию о компактности распределения звездных пятен [18].

4. Результаты.

4.1. *Определение ПФЧВ.* Как было указано выше, в качестве периодической функции частоты вспышек-параметра пуассоновского распределения выбрана функция (1), предложенная Кутоянцом [29] для описания пуассоновского процесса с периодическим параметром. Применительно к нашей задаче, если рассмотреть в качестве статистического события реализацию n вспышек в интервале времени $(0, T)$, то функция правдоподобия такого события имеет вид:

$$e^{-\lambda T/2\pi} \left(\frac{\lambda}{I_0(k)} \right)^n \exp \left[k \sum_{i=1}^n \sin(\omega_0 t_i + \vartheta) \right],$$

где t_i - моменты вспышек.

Из постановки задачи следует, что величина ω_0 должна быть равна или близка к значению циклической частоты осевого вращения звезды, т.е. $\omega_0 \cong 2\pi/P_r$. В качестве исходных данных используются значения P_r (табл.1).

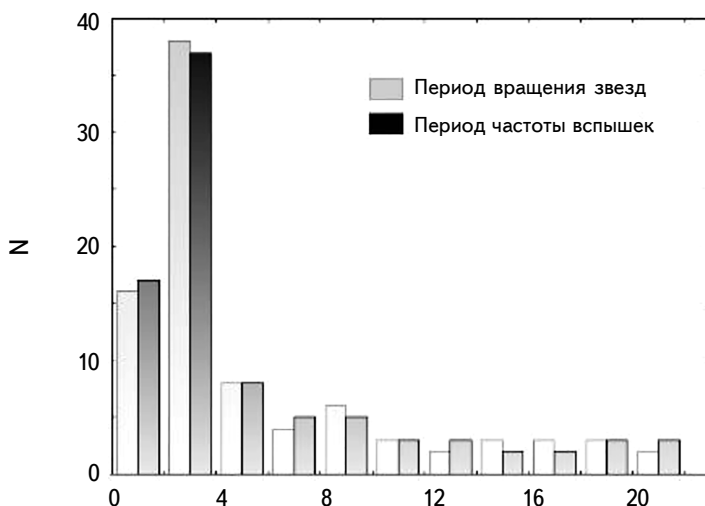


Рис.2. Распределение периодов вращения и частоты вспышек для полной выборки звезд.

Для оценок максимального правдоподобия остальных параметров имеем:

$$\hat{\lambda} = \frac{2\pi n}{T}, \quad \tan(\hat{\vartheta}) = \frac{\sum_{i=1}^n \cos(\omega_0 t_i)}{\sum_{i=1}^n \sin(\omega_0 t_i)}, \quad (3)$$

$$\left. \frac{d \log I_0(k)}{dk} \right|_{k=\hat{k}} = \frac{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \sin(\omega_0 t_i)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \cos(\omega_0 t_i)\right)^2}}{n}.$$

При этом интервал времени T должен быть кратным периоду $2\pi/\omega_0$, а из множества корней второго уравнения (3) $\hat{\vartheta}$ выбирается по следующему правилу:

$$\hat{\vartheta} = \begin{cases} \hat{\vartheta}, & \text{если } \operatorname{sgn}\left(\sum_{i=1}^n \sin(\omega_0 t_i)\right) = \operatorname{sgn}\left(\sum_{i=1}^n \cos(\omega_0 t_i)\right) \\ \hat{\vartheta} + 2\pi, & \text{если } \hat{\vartheta} < 0 \text{ и } \operatorname{sgn}\left(\sum_{i=1}^n \sin(\omega_0 t_i)\right) = \operatorname{sgn}\left(\sum_{i=1}^n \cos(\omega_0 t_i)\right) \\ \hat{\vartheta} + \pi, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (4)$$

Заданием ω_0 и определением параметров $\hat{\lambda}$, $\hat{\vartheta}$, $\hat{k}$ функция $\lambda(t)$ определяется полностью. Из-за неизбежных ошибок при обработке данных и неопределенностей, связанных со статистическим характером задачи, необходимо варьировать значение ω_0 в узком интервале значений циклических частот вокруг первоначального значения, чтобы получить правдоподобную ПФЧВ, которая обеспечит лучшее согласие с наблюдательными данными. Мерой правдоподобности является логарифм отношения функций правдоподобий двух пуассоновских процессов: с периодическим параметром (гипотеза H_1) и стационарным (гипотеза H_0), соответственно:

$$\ln L_{H_1/H_0} = k \sum_{i=1}^n \sin(\omega_0 t_i + \vartheta) - n \ln(I_0(k)). \quad (5)$$

В работе [17] было установлено, что гипотезу о стационарности можно уверенно отвергнуть, если логарифм отношения правдоподобий $\ln L_{H_1/H_0} > 3^1$. К этому результату привело применение критерия сравнения двух пуассоновских процессов - периодического и стационарного, приведенного в работе [30], согласно которому стационарность не отвергается, если

$$\left[\left(\sum_{i=1}^n \sin(\omega_0 t_i) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \cos(\omega_0 t_i) \right)^2 \right] / 3n \leq 1.$$

Согласие с наблюдательными данными проверено сравнением ожидаемого распределения всплесков по фазам с соответствующим наблюдаемым распределением с помощью критерия согласия χ^2 (критерий согласия Пирсона). Более подробное описание метода приведено в работах [17,18].

¹ В работе автора [18] в этой формуле есть опечатка. Вместо знака ">" поставлен знак "<".

Таблица 2

ВЫЧИСЛЕННЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДЛЯ НЕПОЛНОЙ ВЫБОРКИ ЗВЕЗД

KIC	P_f	P_r/P_f	$\hat{k}$	$\hat{\theta}$	$\ln L_{H_1/H_0}$	χ^2	$\hat{\mu}$	$\hat{\mu}_0$
2968811	14.722	0.995	0.17919	1.36459	2.32193	1.51178	0.5888	1.9969
4758595	20.130	1.007	0.23903	0.62775	4.59307	6.51034	0.6631	6.0032
5351320	0.901	0.990	0.25657	2.67321	4.12922	3.11193	3.1996	4.3020
6117602	0.604	0.998	0.21010	2.25872	3.13033	3.20167	2.0145	2.7024
6187639	2.992	1.004	0.25170	3.31417	5.08692	3.92036	0.0152	1.7586
6675714	6.760	1.000	0.24390	0.7625	3.70643	2.04663	0.7049	6.1798
7131515	3.854	0.999	0.17312	4.83821	2.98765	6.14257	5.2973	2.2816
7664485	3.153	0.998	0.25856	1.90688	4.60534	7.15711	1.8924	2.2285
7905458	18.045	1.004	0.20617	1.04902	2.79388	2.04278	4.5869	4.0651
8093473	6.058	1.003	0.19305	5.85648	4.05237	2.82382	4.1663	2.1688
8292758	2.873	0.997	0.29767	3.75708	6.23185	7.32981	5.5450	1.4481
8481420	2.047	1.003	0.24367	3.99111	4.34532	2.38966	1.4298	3.8501
8507979	1.226	1.005	0.21083	5.99714	3.50467	0.70206	3.6537	1.7968
8811811	1.553	1.002	0.29200	0.46721	5.41296	0.94671	1.2602	0.1566
9116222	7.415	1.001	0.22043	1.69782	3.82788	4.82591	1.4942	1.6212
9201463	5.581	1.006	0.18942	2.81767	4.35719	6.27405	5.2266	0.1594
9267818	10.569	0.992	0.16437	4.30767	2.37902	0.77738	4.5762	1.0299
9349698	1.349	0.992	0.21651	2.10742	4.01951	1.67937	0.3499	0.8866
9456920	1.791	1.006	0.22950	2.86364	3.95087	3.73247	5.6753	0.6850
9540467	8.640	1.009	0.20029	3.30475	3.30475	1.94747	0.7916	1.7024
9941718	3.702	1.001	0.25150	1.63789	4.56316	6.63292	2.3410	2.4081
10146539	5.118	0.990	0.21967	5.79978	3.23999	2.09252	1.9662	6.1952
10355809	1.534	1.009	0.24430	2.93176	5.62162	1.72234	1.5056	2.8665
10865206	2.442	1.009	0.22080	0.44784	3.14016	1.27875	4.3605	3.2376
10909367	2.952	0.991	0.24685	1.09566	4.21737	5.86557	0.3025	6.1106
10975238	1.940	0.995	0.23798	0.02141	4.34297	5.97322	2.6149	1.0656
11342883	3.636	0.999	0.20199	4.54076	2.91536	3.91743	5.7226	2.4093
11515713	21.282	0.992	0.14529	2.99114	1.33517	5.64332	2.1447	3.5650
12258055	2.737	0.995	0.19036	3.60906	2.34856	1.84612	1.7013	3.7395
12314646	2.719	1.000	0.20984	1.11513	4.22532	3.65024	0.5259	0.0703
12646841	3.275	1.008	0.21694	3.77042	3.6038	1.28178	3.8791	6.0787

В табл.2 представлены вычисленные параметры для выборки звезд, представленной в табл.1, где последовательно приведены номера звезд в каталоге KIC, период ПФЧВ P_f , отношение P_r/P_f , коэффициент концентрации $\hat{k}$, начальная фаза $\hat{\theta}$ (для чисто технического удобства вычислений принято, что начальный момент $t=0$ наблюдений для каждой звезды совпадает с моментом первой ее вспышки), логарифм отношения правдоподобий, значение критерия согласия χ^2 . Для полной выборки звезд на рис.2-4 приведены распределения P_f , P_r/P_f и $\hat{k}$.

На рис.5 приведены примеры определения ПФЧВ и соответствующих фазовых распределений вспышек для звезд KIC 8811811, 2968811, 6675714.

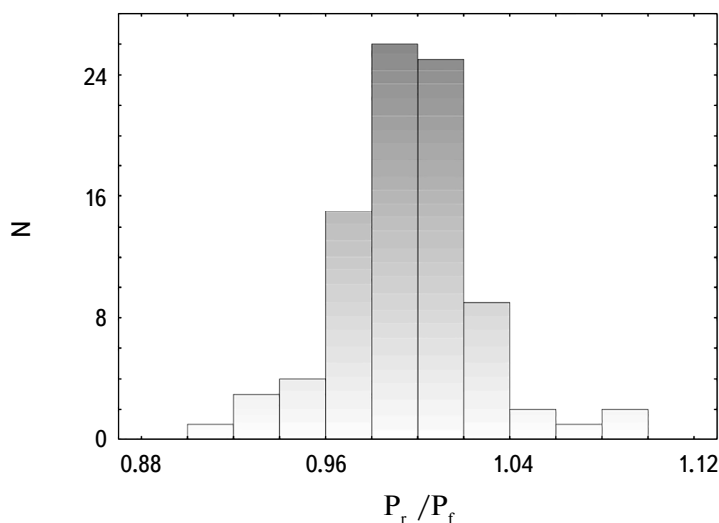


Рис.3. Распределение отношения P_r/P_f для полной выборки звезд.

Звезда KIC 8811811 одна из шести вероятных звезд типа BY Dra, представленных в табл.1. К тому же она представляет условную группу звезд, для которых статистическая достоверность высокая.

Другой тип тесных двойных систем со вспышечной активностью RS CVn представлен на рис.5 звездой KIC 2968811. Она представляет также сравнительно небольшую группу звезд, у которых значение логарифма отношения правдоподобий $\ln L_{H_1/H_0}$ меньше трех (рис.6), т.е. нельзя уверенно отвергнуть

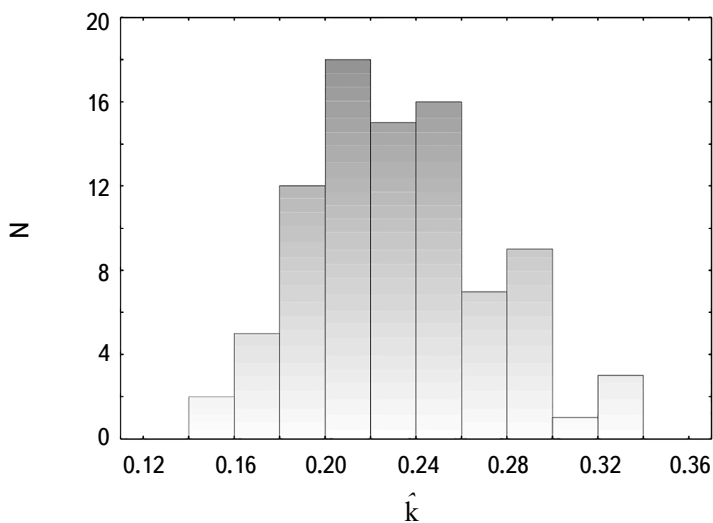


Рис.4. Распределение коэффициента концентрации $\hat{k}$ для полной выборки звезд.

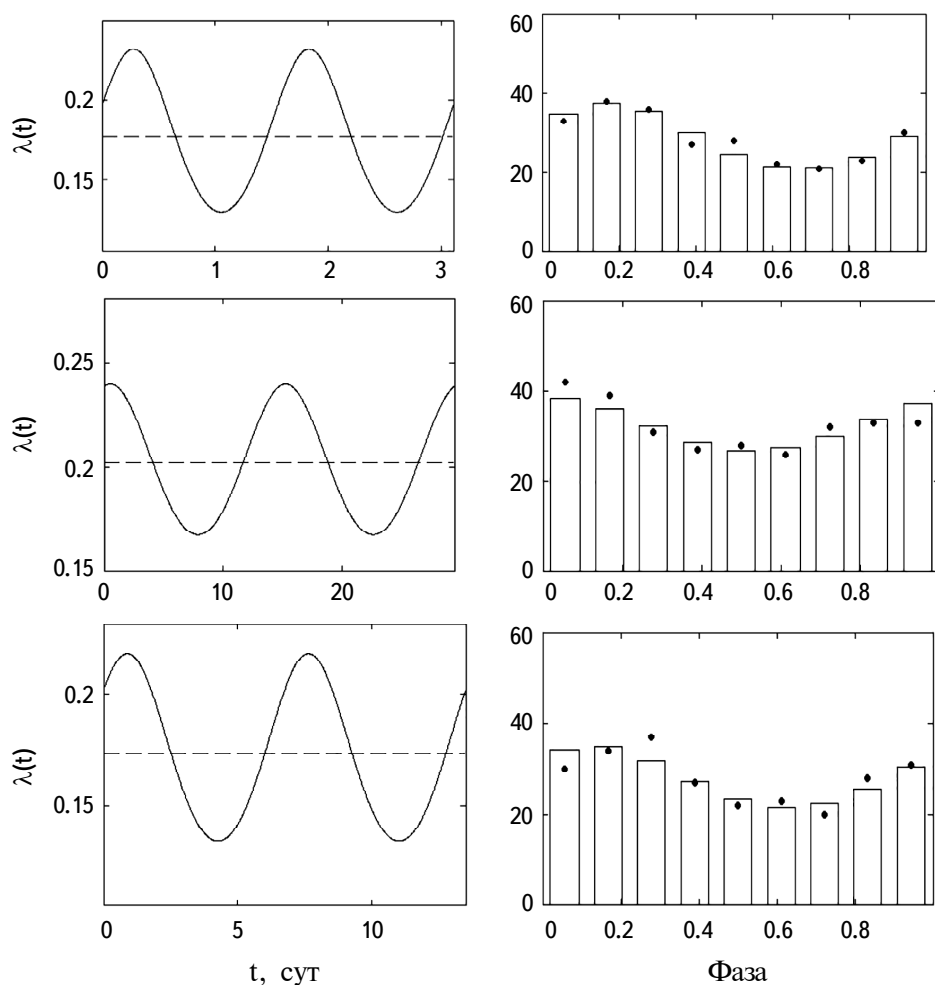
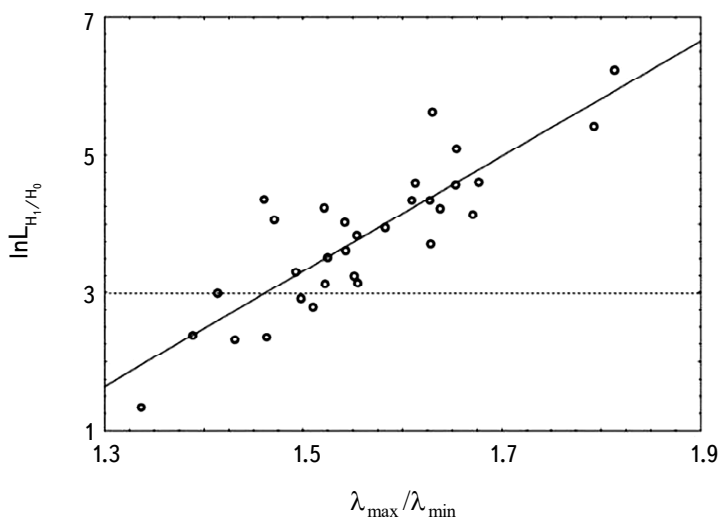


Рис.5. Функция частоты вспышки $\lambda(t)$ в условных единицах (левая панель), ожидаемые (бары) и наблюдаемые (точки) фазовые распределения вспышек звезд KIC 8811811, KIC 2968811, KIC 6675714 (правая панель, сверху вниз).

гипотезу о стационарности пуассоновского процесса. Как видно из рис.6 у таких звезд отношение $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ маленькое, что в рамках принятого в данной работе подхода можно интерпретировать как следствие более и менее равномерного распределения вспышечно-активных областей/пятен по долготе.

Звезда KIC 6675714 представляет "среднестатистическое" большинство звезд, входящих в табл.1.

Из рис.6 и табл.2 следует, что для подавляющего большинства звезд гипотеза о циклическом/периодическом характере изменения частоты вспышек не отвергается по критерию $\ln L_{H_1/H_0} > 3$. Критерий согласия χ^2 хорошо согласуется с этим выводом для всех звезд без исключения.

Рис.6. Зависимость $\ln L_{H_1/H_0} - \lambda_{\max}/\lambda_{\min}$.

4.2. Представление в виде кругового распределения фон Мизеса.

Для представления полученных в подразделе 4.1 результатов в виде кругового распределения фон Мизеса, необходимо иметь в виду, что среднее распределения $\hat{\mu}$ оценивается следующим образом:

$$\tan(\hat{\mu}) = \frac{\sum_{i=1}^n \sin(\omega_0 t_i)}{\sum_{i=1}^n \cos(\omega_0 t_i)}, \quad (6)$$

т.е. учитывая (3) $\tan(\hat{\vartheta}) = 1/\tan(\hat{\mu})$.

Из множества корней (6) $\hat{\mu}$ выбирается по следующему правилу:

$$\hat{\mu} = \begin{cases} \hat{\mu}, & \text{если } \left(\sum_{i=1}^n \cos(\omega_0 t_i)\right) > 0 \\ \hat{\mu} + \pi, & \text{если } \left(\sum_{i=1}^n \sin(\omega_0 t_i)\right) \geq 0 \text{ и } \left(\sum_{i=1}^n \cos(\omega_0 t_i)\right) < 0 \\ \hat{\mu} - \pi, & \text{если } \left(\sum_{i=1}^n \sin(\omega_0 t_i)\right) < 0 \text{ и } \left(\sum_{i=1}^n \cos(\omega_0 t_i)\right) < 0. \end{cases} \quad (7)$$

С учетом соотношений (3), (4), (6), (7) можно установить связь между параметрами $\hat{\mu}$ и $\hat{\vartheta}$, которая для полной выборки звезд приведена на рис.7. Для неполной выборки в последних двух столбцах табл.2 приводятся значения $\hat{\mu}$, $\hat{\mu}_0$. Величина $\hat{\mu}_0$ имеет чисто техническое происхождение и обусловлена, как отмечено выше, тем, что при определении ПФЧВ за начальный момент времени для удобства вычислений был принят момент первой зарегистрированной вспышки звезды, т.е. $t_1 \rightarrow 0$. Соответственно, моменты всех вспышек приняли отличные от каталожных значения $t_i \rightarrow (t_i - t_1)$. При определении же параметров

распределения фон Мизеса начальный момент совпадает с начальным моментом наблюдения за звездой. Это и приводит к появлению $\hat{\mu}_0$ равной

$$\hat{\mu}_0 = 2\pi \bmod(t_1, P_f) / P_f.$$

Другой основной параметр k остается общим для обоих распределений. Переход к распределению фон Мизеса существенно может облегчить дальнейшие статистические исследования, поскольку оно хорошо исследовано и представлено во многих программных пакетах, таких как R, Mathlab, NCSS и др. В данной работе использован пакет NCSS. Кроме того, распределение фон Мизеса привлекательно тем, что оно является аналогом нормального распределения для угловых данных.

На рис.8 приведены распределение фон Мизеса в виде диаграммы "роза ветров" и фазовое распределение вспышек для звезды KIC 8811811. Началом первого бина кругового распределения в данном случае является $\hat{\mu}_0 = 0.1566$ (соответствует углу $\sim 9^\circ$). Первый бин кругового распределения соответствует первому бину фазового распределения слева. Следующие бины по направлению против часовой стрелки совпадают с бинами фазового распределения слева направо. Точка рядом со вторым бином круговой диаграммы - это среднее (среднее направление) распределения фон Мизеса $\hat{\mu}$.

Эта же диаграмма, учитывая положительную корреляцию вспышечной активности с размерами пятен [20], по существу представляет угловое распределение эффективной площади покрытия пятен на обращенной к наблюдателю полусфере звезды, в виде кругового распределения фон Мизеса.

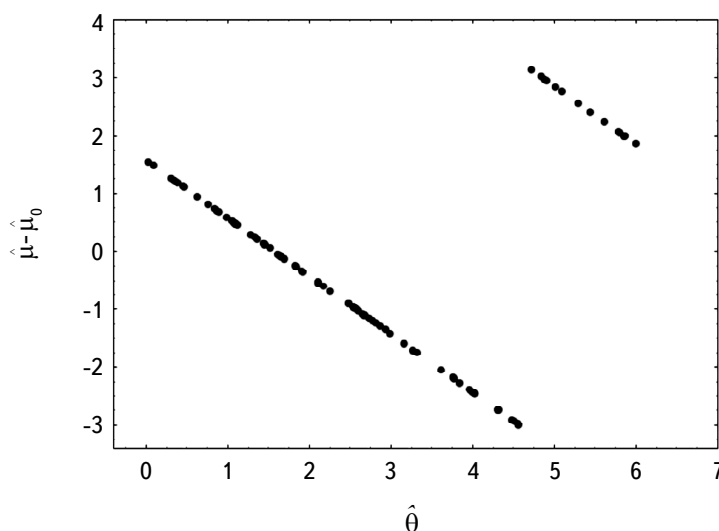


Рис.7. Связь между параметрами $\hat{\mu}$ и $\hat{\theta}$.

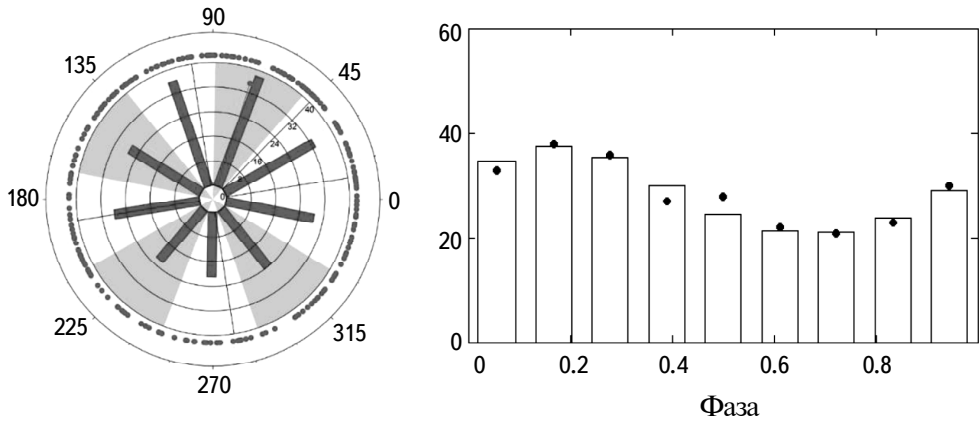


Рис.8. Распределение фон Мизеса в виде диаграммы "роза ветров" и фазовое распределение вспышек для звезды KIC 8811811.

4.3. *Определение запятненности.* В разделе 2 было уже отмечено, что отношение зарегистрированного потока в минимуме к максимальному потоку можно выразить через параметры ПФЧВ и определить запятненность звезды, которая также связана с этим отношением следующим образом:

$$\frac{F_{min}}{F_{max}} = \frac{L_{st}S_{st} - S_{spmin}(L_{st} - L_{sp})}{L_{st}S_{st} - S_{spmax}(L_{st} - L_{sp})},$$

где F_{min} , F_{max} - регистрируемые потоки, L_{st} , L_{sp} - средние поверхностные яркости незапятненной поверхности звезды и звездных пятен, соответственно, S_{st} - площадь поверхности полусферы звезды в проекции, а S_{spmin} , S_{spmax} - площади, занимаемые пятнами на этой же поверхности при минимальном и максимальном потоках.

Вышеупомянутую связь между размерами пятен и вспышечной активностью [20] можно представить в виде равенства

$$\frac{S_{spmin}}{S_{spmax}} = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = e^{2k}.$$

Вводя обозначения $F_{min}/F_{max} \equiv F_r$, $S_{spmax}/S_{st} \equiv A$, $L_{sp}/L_{st} \equiv L_r$, после несложных преобразований можно получить следующее выражение для параметра запятненности звезды A :

$$A = \frac{1 - F_r}{(e^{2k} - F_r)(1 - L_r)}.$$

В случае пренебрежения излучением пятен $L_r = 0$, соответственно

$$A = \frac{1 - F_r}{e^{2k} - F_r}. \quad (8)$$

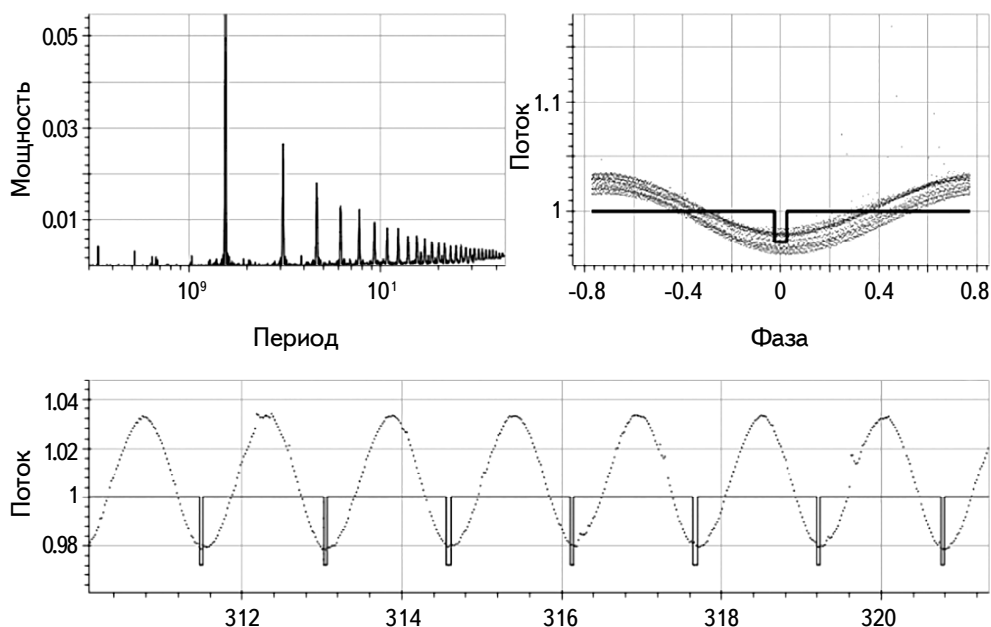


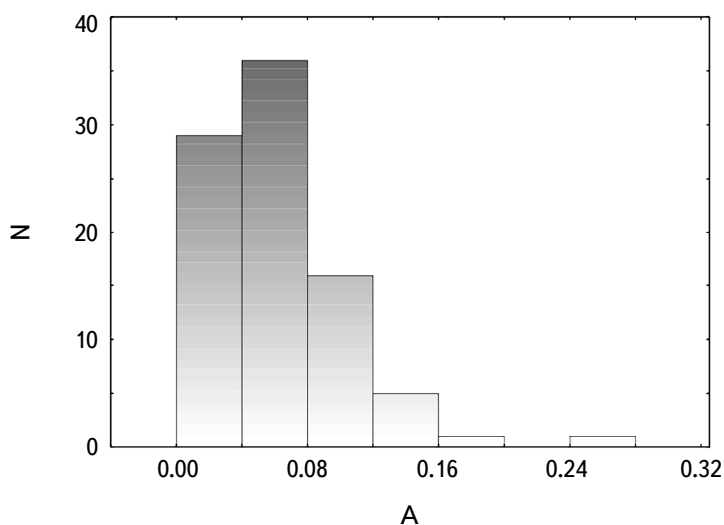
Рис.9. BLS периодограмма звезды типа BY Dra KIC 8811811.

В этом случае для параметра запятненности можно получить только оценку снизу. В приближении чернотельного излучения по аналогии с Солнцем можно принять $L_p = 0.2 \div 0.3$, что приводит к увеличению оценки на $25 \div 40\%$. К некоторому увеличению может привести также учет краевых эффектов, в частности, потемнение звезды к краю. По определению величина A является отношением площади поверхности пятен к площади поверхности минимально запятненной полусферы звезды в проекции. Для максимально запятненной полусферы оно больше на e^{2k} раза. Запятненность звезды в целом можно оценить только в том случае, если эти полусферы противоположны друг другу, что имеет место при наклоне оси вращения звезды на $\sim 90^\circ$. В этом случае параметр запятненности A_{total} равен:

$$A_{total} = \frac{A(1 + e^{2k})}{2}.$$

Необходимые для вычисления запятненности данные F_{min} , F_{max} были извлечены из кривых потоков звезд по данным космической обсерватории "Кеплер" с помощью программных средств Python. Для этого были отобраны участки с регулярным поведением кривой потока. Для примера на рис.9 приведена BLS периодограмма с таким участком для звезды типа BY Dra KIC 8811811, откуда видно что искомая величина $F_{min}/F_{max} \equiv F \approx 0.95$.

Применяя полученное выше выражение (8), можно оценить меру запятнен-

Рис.10. Распределение параметра запятненности A для полной выборки.

ности A . В табл.3 приведены итоговые результаты: запятненность минимально запятненной полусферы A , то же самое для максимально запятненной, и запятненность для звезды в целом, при предположении, что наклон оси вращения звезды близок к 90° . Среди представленных звезд наибольшие запятненности встречаются среди тесных двойных звезд типов BY Dra, RS CVn. Распределение параметра A для полной выборки представлено на рис.10.

Таблица 3

ЗАПЯТНЕННОСТЬ ЗВЕЗД

KIC	A	$A_{\text{exp}(2k)}$	A_{total}	KIC	A	$A_{\text{exp}(2k)}$	A_{total}
2968811	0.264	0.378	0.321	9267818	0.101	0.141	0.121
4758595	0.022	0.038	0.029	9349698	0.018	0.028	0.023
5351320	0.051	0.085	0.068	9456920	0.086	0.136	0.111
6117602	0.008	0.012	0.010	9540467	0.050	0.074	0.062
6187639	0.042	0.070	0.056	9941718	0.041	0.067	0.054
6675714	0.022	0.035	0.028	10146539	0.019	0.030	0.024
7131515	0.061	0.086	0.073	10355809	0.019	0.030	0.024
7664485	0.032	0.054	0.043	10865206	0.129	0.200	0.165
7905458	0.087	0.132	0.110	10909367	0.057	0.094	0.075
8093473	0.127	0.187	0.157	10975238	0.106	0.171	0.139
8292758	0.036	0.066	0.051	11342883	0.116	0.174	0.145
8481420	0.060	0.098	0.079	11515713	0.093	0.124	0.108
8507979	0.074	0.113	0.094	12258055	0.087	0.127	0.107
8811811	0.058	0.103	0.081	12314646	0.078	0.118	0.098
9116222	0.043	0.066	0.054	12646841	0.016	0.025	0.021
9201463	0.020	0.030	0.025	-	-	-	-

5. *Заключение.* На основе данных орбитальной обсерватории "Кеплер" изучены наиболее активные вспыхивающие звезды, которые продемонстрировали 250 или более вспышек в период миссии "Кеплер". Определены периодические функции частоты вспышек вспыхивающих звезд с периодичностью, близкой к периоду вращения звезды. Построены ожидаемые фазовые распределения вспышек, которые сравнены с наблюдаемыми распределениями вспышек за данный период. Для всех исследованных звезд это сравнение (с использованием критерия χ^2) подтверждает периодичность частоты вспышек.

Предложен новый способ определения запятненности звездных пятен с использованием ПФЧВ. Распределение пятен вспыхивающих звезд представлено угловым распределением фон Мизеса с параметрами, полученными из соответствующей функции частоты вспышек. Получены оценки запятненности исследуемых звезд. Представленный способ может служить хорошим дополнением к уже существующим методам (как напр. [31,32]). Особенно привлекательным представляется его применение к кратным системам со вспыхивающей звездой. Определение и выделение периода вспыхивающей звезды с помощью вспышек может существенно облегчить интерпретацию сложных кривых кратных систем.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.Амбарцумяна НАН,
Армении, e-mail: aakopian57@gmail.com

DETERMINING THE FREQUENCY FUNCTION OF FLARES AND STARSPOT COVERAGE IN ACTIVE FLARE STARS DISCOVERED BY "KEPLER"

A.A.AKOPIAN

Based on data from the "Kepler" orbital observatory, this study investigates the most active flare stars, which exhibited 250 or more flares during the "Kepler" mission period. The main research objectives were: (a) analyzing light curves to identify unique physical characteristics of individual stars; (b) defining the periodic/cyclic flare frequency function (PFFF) of flare stars, associated with axial/orbital rotations; and (c) presenting a novel method for determining starspot coverage using the PFFF and applying this method. The study produced corresponding PFFF values with periodicities close to the stars rotation periods. Expected phase

distributions of flares were constructed and compared with observed flare distributions for the given rotation period. For all stars examined, this comparison (using the χ^2 criterion) supports the periodicity of flare frequency. It is hypothesized that the starspot distribution of flare stars can be represented by the von Mises circular distribution, with parameters derived from the respective flare frequency function. Estimates of the starspot coverage for the stars studied were obtained.

Keywords: *flare stars: flare frequency: periodic variability: starspots: von Mises distribution*

ЛИТЕРАТУРА

1. *M.Vázquez, J.M.Vaquero* - The Sun Recorded Through History_ Scientific Data Extracted from Historical Documents, 2009.
2. *J.M.Vaquero*, Historical sunspot observations: A review. *Advances in Space Research*, **40**, 929, 2007.
3. *D.J.Schove*, Sunspot Cycles (Benchmark Papers in Geology, vol. 68). Stroudsburg: Hutchinson Ross. 1983, p.26.
4. *W.Wei-Hock Soon, S.H.Yaskell*, The Maunder Minimum And the Variable Sun-Earth Connection-World Scientific Publishing Company, 2003.
5. *R.W.Noyes*, The Sun, Our Star-Harvard University Press, 1982.
6. *F.R.Stephenson, D.M.Willis*, *Astronomy & Geophysics*, **40**, 6.21, 1999, <https://doi.org/10.1093/astrog/40.6.6.21>.
7. *R.Arlt, J.M.Vaquero*, *Living Reviews in Solar Physics*, **17**, 1, id.1, 2020.
8. *J.Casanovas*, Early observations of sunspots: Scheiner and Galileo, 1st Advances in Solar Physics Euroconference. *Advances in Physics of Sunspots*, **118**, 3, 1997.
9. *I.Bullialdi*, *Ad astronomos monita duo*, 1667.
10. *G.E.Kron*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **59**, 261, 1947. doi:10.1086/125964.
11. *N.N.Samus, E.V.Kazarovets, O.V.Durlevich et al.*, General Catalogue of Variable Stars: Version GCVS 5.1, *Astron. Rep.*, **61**, 80, 2017.
12. *V.S.Oskanyan, D.S.Evans, C.Lacy et al.*, An analysis of the slow light variability of BY Draconis, *Astrophys. J.*, **214**, 430, 1977. doi:10.1086/155268.
13. *А.Мелконян, К.Ола, А.В.Осканян и др.*, *Астрофизика*, **16**, 107, 1979.
14. *D.S.Hall*, IAU Colloquium, Multiple Periodic Variable Stars, **29**, 287, 1976, doi: <https://doi.org/10.1017/S0252921100062011>.
15. *J.A.Eaton, D.S.Hall*, *Astrophys. J.*, **227**, 907, 1979.
16. *A.A.Akopian*, *Astrophysics*, **58**, 62, 2015.

17. *A.A.Akopian*, *Astrophysics*, **62**, 518, 2019.
18. *A.A.Akopian*, *Astrophysics*, **66**, 516, 2023.
19. *В.А.Амбарцумян*, "Звезды, Туманности, Галактики", Изд. АН Арм ССР, 1969, с.283.
20. *H.Yang, J.Liu, Q.Gao et al.*, *Astrophys. J.*, **849**, 36, 2017.
21. *H.Yang, J.Liu*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **241**, 29, 2019.
22. *A.McQuillan, T.Mazeh, S.Aigrain*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **211**, 24, 2014.
23. *T.Reinhold, A.Reiners, G.Basri*, *Astron. Astrophys.*, **560**, A4, 2013.
24. *S.Rappaport, J.Swift, A.Levine et al.*, *Astrophys. J.*, **788**, 114, 2014.
25. Lightkurve Collaboration, J.V. de M.Cardoso, C.Hedges, M.Gully-Santiago et al., *Astrophysics Source Code Library*. ascl:1812.013, 2018.
26. *G.Kovacs, S.Zucker, T.Mazeh*, *Astron. Astrophys.*, **391**, 369, 2022.
27. *N.R.Lomb*, *Astrophys. Space Sci.*, **39**, 447, 1976.
28. *J.D.Scargle*, *Astrophys. J.*, **263**, 835, 1982.
29. *Ю.А.Кутоянц*, Оценивание параметров случайных процессов, Изд-во АН Армянской ССР, 1980.
30. *P.A.W.Lewis*, *J. Sound Vib.*, **12**(3), 353, 1970.
31. *S.Aigrain, F.Pont, S.Zucker*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **419**, 3147, 2012.
32. *I.S.Savanov, K.G.Strassmeier*, *Astron. Nachr.*, **329**, 364, 2008.