ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ ՎԵԿՏՈՐՆԵՐԻ ՈՐՈՇ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

ՀՏԴ 372.851, 372.853
DOI: 10.56246/18294480-2024.16-412

ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ ՎԱՐԴԱՆ
ՇՊՀ մաթեմատիկայի, ֆիզիկայի և ՏՏ ամբիոնի դասախոս,
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածու, դոցենտ
էլփոստ՝ mvardan_1972@mail.ru
ՆԻԿՈՂՈՍՅԱՆ ԳԱԳԻԿ
ՇՊՀ աշխատակազմի ղեկավար-պրոռեկտորի ժ/պ,
մաթեմատիկայի, ֆիզիկայի և ՏՏ ամբիոնի գիտաշխատող,
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածու
էլփոստ՝ gagonik@mail.ru
ՍԵՐՈԲՅԱՆ ԵՐՎԱՆԴ
ՇՊՀ ռեկտոր,
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածու,
դոցենտ
էլփոստ՝ eserobyan56@mail.ru

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում գրեթե չի խոսվում վեկտորների՝ հանրահաշվում հնարավոր կիրառությունների մասին: «Վեկտորներ» թեման ուսումնասիրվում է երկրաչափության դպրոցական դասընթացի շրջանակում, իսկ դիտարկվող խնդիրներն էլ խիստ տիպային են: Սույն աշխատանքը նվիրված է մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում տարբեր տիպային և ոչ տիպային խնդիրներ լուծելիս վեկտորների հնարավոր արդյունավետ կիրառությունների վերհանմանը, որն էլ աշխատանքի գիտամանկավարժական նորույթն է: Հոդվածի առաջին մասում հակիրճ անդրադարձ է կատարվում «վեկտոր» հասկացության էությանը, վեկտորների հետ կատարվող գործողություններին, մասնավորապես վեկտորների գումարման բազմանկյան (եռանկյան) և զուգահեռագծի կանոններին: Աշխատանքի երկրորդ մասում անդրադարձ է կատարվում վեկտորների՝ հանրահաշվում մեկից ավելի մոդուլ պարունակող որոշ հավասարումների և անհավասարումների լուծման ժամանակ հնարավոր արդյունավետ կիրառություններին, ինչը հնարավորություն է տալիս նմանօրինակ դեպքերում խուսափել ավանդաբար կիրառվող միջակայքերի եղանակից:

Դիտարկված և քննարկված են կոնկրետ օրինակներ, որոնց լուծման ժամանակ կիրառված է առաջարկվող մոտեցումը: Աշխատանքի երրորդ մասում անդրադարձ է կատարվում վեկտորների (մասնավորապես վեկտորական եռանկյունների)՝ ֆիզիկայում օգտակար, արդյունավետ կիրառման հնարավորություններին: Բերված են ֆիզիկայի դասընթացում հանդիպող որոշ տիպային և ոչ տիպային խնդիրներ, որոնց լուծման ընթացքում, համաձայն վեկտորների գումարման եռանկյան կանոնի, կիրառված են վեկտորական եռանկյուններ:

Բանալի բառեր՝ *վեկտոր, գումար, եռանկյան կանոն, զուգահեռագծի կանոն, մոդուլ, հավասարում, անհավասարում, վեկտորական եռանկյուն:*

<u>Վեկտորների մասին</u>: Ինչպես գիտենք, բազմաթիվ ֆիզիկական մեծություններ, օրինակ՝ ուժը, նյութական կետի արագությունը, տեղափոխությունը բնութագրվում են ոչ միայն թվային արժեքով, այլև տարածության մեջ ունեցած ուղղությամբ: Այդպիսի ֆիզիկական մեծությունները կոչվում են վեկտորական մեծություններ: Դրանից բացի՝ մաթեմատիկայում, մասնավորապես երկրաչափությունում տրվում է երկրաչափական վեկտորի սահմանումը՝ որպես ուղղի ուղղորդված հատված [1]: Ըստ էության, երկրաչափության դպրոցական դասընթացում քննարկում են ազատ վեկտորները, իսկ ֆիզիկայի դպրոցական դասընթացում՝ ազատ, սահող և կապված վեկտորները: Երկրաչափության դպրոցական դասընթացում սահմանվում են նաև վեկտորների գումարման, հանման, վեկտորը իրական թվով բազմապատկման գործողությունները, համահարթ և տարահարթ, համագիծ (համուղղված կամ հակուղղված) և տարագիծ վեկտորներ հասկացությունները, վեկտորների սկալյար արտադրյալը և այլն: Դիտարկվում են նաև տարբեր տիպային խնդիրներ վեկտորների և վերջիններիս հետ կատարվող գործողությունների վերաբերյալ: Սակայն թե՛ հանրահաշվի և թե՛ երկրաչափության դպրոցական դասընթացում գրեթե չի խոսվում հանրահաշվական և երկրաչափական տարբեր ոչ տիպային (վեկտորներին ամենևին չվերաբերող) խնդիրներում վեկտորների հնարավոր արդյունավետ կիրառությունների մասին: Այս համատեքստում սույն աշխատանքում կանդրադառնանք հանրահաշվական որոշ հավասարումներում և անհավասարումներում, ինչպես նաև ֆիզիկական որոշ խնդիրներում վեկտորների, մասնավորապես վեկտորների գումարման եռանկյան կանոնից ստացվող վեկտորական եռանկյունների որոշ հնարավոր արդյունավետ կիրառություններին:

<u>Հանրահաշվում վեկտորների որոշ կիրառությունների մասին:</u> Ստորև, օգտվելով վեկտորների գումարման եռանկյան և զուգահեռագծի կանոններից, ինչպես նաև եռանկյան անհավասարությունից, հանրահաշվի դպրոցական դասընթացում դիտարկվող մեկից ավել մոդուլ պարունակող որոշ հավարասումների լուծման համար կառաջարկենք մոտեցումներ, որոնք հնարավորություն կտան շրջանցել նմանօրինակ հավասարումների լուծման ժամանակ կիրառվող հայտնի միջակայքերի եղանակը [2]:

Կամայական $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորների համար, ի նկատի ունենալով վեկտորների գումարման զուգահեռագծի կանոնը [1] և եռանկյան անհավասարությունը [2], տեղի ունեն հետևյալ անհավասարությունները՝ $\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|\geq\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ (ընդ որում հավասարության դեպքը տեղի ունի այն և միայն այն դեպքում, երբ $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորները համուղղված են) և $\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|\geq\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$ (ընդ որում հավասարության դեպքը տեղի ունի այն և միայն այն դեպքում, երբ $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորները հակուղղված են): Դիցուք միաչափ կոորդինատային համակարգում $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորներն ունեն հետևյալ կոորդինատները՝ $\vec{a}\{\alpha\}$ և $\vec{b}\{\beta\}$: Այդ դեպքում, համաձայն վերոգրյալ անհավասարությունների, կարող ենք գրել՝ $\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|=\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\Leftrightarrow\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}\Leftrightarrow\alpha\beta\geq0$ և $\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|\Leftrightarrow\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}\Leftrightarrow\alpha\beta\leq0$: Նշանակենք $\alpha=f(x)$ և $\beta=g(x)$, որոնցում $f(x)$-ը և $g(x)$-ը իրական փոփոխականի կամայական ֆունկցիաներ են, համապատասխանաբար D_f և D_g որոշման տիրույթներով: Այդ դեպքում, ըստ էության, վերոգրյալ առնչությունները հնարավորություն են տալիս $\left|f(x)\right|+\left|g(x)\right|=\left|f(x)\pm g(x)\right|$ տիպի հավասարումներ, ինչպես նաև $\left|f(x)\right|+\left|g(x)\right|\geq\left|f(x)\pm g(x)\right|$ կամ $\left|f(x)\right|+\left|g(x)\right|<\left|f(x)\pm g(x)\right|$ տիպի անհավասարումներ լուծելիս, շրջանցելով հայտնի միջակայքերի եղանակը, կիրառել այլ մոտեցումներ, մասնավորապես.

$$\left|f(x)\right|+\left|g(x)\right|=\left|f(x)+g(x)\right|\Leftrightarrow f(x)\cdot g(x)\geq0\ ; \tag{1}$$

$$\left|f(x)\right|+\left|g(x)\right|\geq\left|f(x)\pm g(x)\right|\Leftrightarrow x\in D_f\cap D_g\ ; \tag{2}$$

$$\left|f(x)\right|+\left|g(x)\right|<\left|f(x)\pm g(x)\right|\Leftrightarrow x\in\varnothing\ ; \tag{3}$$

$$\left|f(x)\right|+\left|g(x)\right|=\left|f(x)-g(x)\right|\Leftrightarrow f(x)\cdot g(x)\leq0\ : \tag{4}$$

Այժմ դիտարկենք տարածության կամայական $A; B$ և X կետեր: Համաձայն վեկտորների գումարման եռանկյան և զուգահեռագծի կանոնների [1]՝ այս կետերի համար տեղի ունեն հետևյալ առնչությունները՝ $\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{XB}=0,5\cdot\overrightarrow{XM}$,

$\overrightarrow{XA}-\overrightarrow{XB}=\overrightarrow{BA}$, որտեղ M-ը AB հատվածի միջնակետն է: Քննարկելով մասնավոր միաչափ դեպքը, երբ $A; B$ և X կետերը պատկանում են աբսցիսների առանցքին և ունեն հետևյալ կոորդինատները՝ $A(a)$; $B(b)$ $(a<b)$ և $X(x)$ (պարզ է, որ այս դեպքում M կետն էլ կունենա $M((a+b)/2)$ կոորդինատը), անմիջականորեն կստանանք. $|x-a|+|x-b|\equiv|a-b|$, երբ $x\in[a;b]$ և $|x-a|+|x-b|\equiv\frac{1}{2}\cdot\left|\frac{a+b}{2}-x\right|$, երբ $x\notin[a;b]$: Ըստ էության, ստացված այս առնչությունները հնարավորություն են տալիս մեկից ավելի մոդուլ պարունակող որոշ հավասարումներում և անհավասարումներում երկու մոդուլների գումարը փոխարինել թվով կամ մեկ մոդուլով, ինչն էլ իր հերթին հնարավորություն է տալիս շրջանցել հայտնի միջակայքերի եղանակը: Մասնավորապես, համաձայն վերոգրյալի, $|f(x)-a|+|f(x)-b|=g(x)$ $(a<b)$ հավասարման համար կունենանք՝

$$|f(x)-a|+|f(x)-b|=g(x)\Leftrightarrow\left[a\le f(x)\le b\wedge g(x)=|a-b|\right]\vee$$
$$\vee\left[\left(f(x)<a\vee f(x)>b\right)\wedge g(x)=\frac{1}{2}\cdot\left|\frac{a+b}{2}-f(x)\right|\right]\quad; \qquad (5)$$

$\min\left(|f(x)-a|+|f(x)-b|\right)=b-a$, երբ $f(x)\in[a;b]$; (6)

$|f(x)-a|+|f(x)-b|>b-a$, երբ $f(x)\notin[a;b]$: (7)

Պարզ է, որ վերոգրյալ մոտեցումները կիրառելի են նաև $|f(x)-a|+|f(x)-b|>g(x)$ և $|f(x)-a|+|f(x)-b|<g(x)$ տիպի անհավասարումների համար:

Այժմ դիտարկենք մոդուլ պարունակող հավասարումներ և անհավասարումներ, որոնց լուծման ընթացքում կօգտվենք (1)-(7) առնչություններից որոշներին:

Խնդիր 1: Լուծել $|x^2-9|+|4-x^2|=5$ հավասարումը: [4]

Լուծում: I եղանակ: Նշանակենք $f(x)=x^2-9$ և $g(x)=4-x^2$: Ունենք՝ $|x^2-9|+|4-x^2|=5\Leftrightarrow$ $|f(x)|+|g(x)|=|f(x)+g(x)|$, հետևաբար համաձայն (1)-ի, կունենանք՝ $f(x)\cdot g(x)\ge 0$ $\Leftrightarrow$ $(x-3)(x+3)(2-x)(2+x)\ge 0$ $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ $x\in[-3;-2]\cup[2;3]$:

II եղանակ: Նշանակենք $f(x)=x^2$; $g(x)=5$; $a=4$; $b=9$ $(a<b)$:

Ունենք՝ $\left|x^2-9\right|+\left|4-x^2\right|=5 \Leftrightarrow \left|f(x)-a\right|+\left|f(x)-b\right|=g(x)$: Նկատենք, որ $g(x)=b-a$, հետևաբար, համաձայն (6)-ի, կունենանք՝ $f(x)\in[a;b]\Leftrightarrow x^2\geq 4\wedge x^2\leq 9\Leftrightarrow x\in[-3;-2]\cup[2;3]$:

Պատ.՝ $x\in[-3;-2]\cup[2;3]$:

Խնդիր 2: Լուծել $\sqrt{x^2-4x+4}+\left|4x-6-x^2\right|\geq\left|x^2-3x+4\right|$ անհավասարումը:

Լուծում: Ունենք՝

$$\sqrt{x^2-4x+4}+\left|4x-6-x^2\right|\geq\left|x^2-3x+4\right|\Leftrightarrow\sqrt{(x-2)^2}+\left|4x-6-x^2\right|\geq$$

$\geq\left|x^2-3x+4\right|\Leftrightarrow\left|x-2\right|+\left|x^2-4x+6\right|\geq\left|x^2-3x+4\right|$: Նշանակելով $f(x)=x-2$ և $g(x)=x^2-4x+6$, (2)-ից անմիջականորեն կստանանք՝ $x\in D_f\cap D_g\equiv R$:

Պատ.՝ $x\in R$:

Խնդիր 3: Լուծել $\left|x^2-3x+2\right|+\left|6x-8-x^2\right|<\left|6-3x\right|$ անհավասարումը: [4]

Լուծում: Նշանակենք $f(x)=x^2-3x+2$ և $g(x)=6x-8-x^2$: Ունենք՝ $\left|x^2-3x+2\right|+\left|6x-8-x^2\right|<\left|6-3x\right| \Leftrightarrow \left|f(x)\right|+\left|g(x)\right|<\left|f(x)+g(x)\right|$, հետևաբար, համաձայն (3)-ի, կունենանք՝ $x\in\varnothing$:

Պատ.՝ $x\in\varnothing$:

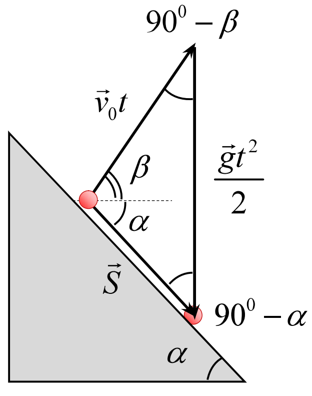
Խնդիր 4: Լուծել $\left|x^2-4x+3\right|+\left|x^2-5x+6\right|=\left|3-x\right|$ հավասարումը: [4]

Լուծում: Նշանակենք $f(x)=x^2-4x+3$ և $g(x)=x^2-5x+6$:

Ունենք՝ $\left|x^2-4x+3\right|+\left|x^2-5x+6\right|=\left|3-x\right| \Leftrightarrow \left|f(x)\right|+\left|g(x)\right|=\left|f(x)-g(x)\right|$, հետևաբար, համաձայն (4)-ի, կունենանք՝ $f(x)\cdot g(x)\leq 0 \Leftrightarrow$

$(x-1)(x-3)(x-2)(x-3)\leq 0 \Leftrightarrow x\in[1;2]\cup\{3\}$:

Պատ.՝ $x\in[1;2]\cup\{3\}$:



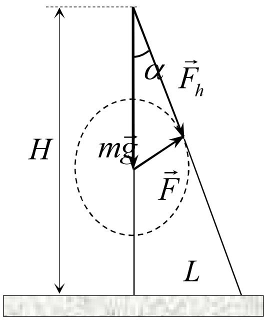
Նկ. 1.

<u>Ֆիզիկայում վեկտորների որոշ կիրառությունների մասին:</u> Ֆիզիկայի ուսուցման տարբեր մակարդակներում վեկտորներն ունեն բազմազան կիրառություններ: Վեկտորական առնչությունների հանդիպում ենք ինչպես տեսական նյութի շարադրանքներում, այնպես էլ խնդիրների լուծման գործընթացում: Երբեմն վեկտորների կիրառությունը կարող է անսպասելիորեն արդյունավետ լինել ֆիզիկայի ինչպես ստանդարտ, այնպես էլ ոչ ստանդարտ խնդիրներ լուծելիս: Ստորև կներկայացնենք երեք ֆիզիկական խնդիրներ, որոնք կարելի է լուծել նաև այլ ճանապարհներով, սակայն վեկտորների գումարի եռանկյան կամ զուգահեռագծի պարզ կանոնների կիրառումը հնարավորություն է տալիս դրանք լուծել բավականին արդյունավետ և ինքնատիպ ձևով: Սկզբում դիտարկենք [5] գրքի դժվարին խնդիրներից մեկի ընդհանրացված տարբերակը:

Նմանատիպ խնդիրների կարելի է հանդիպել նաև դպրոցական ֆիզիկայի խորացված ուսուցման տարբեր ձեռնարկներում:

Խնդիր 1: Հորիզոնի հետ α անկյուն կազմող սարալանջի որոշակի կետից v_0 արագությամբ հորիզոնի նկատմամբ β $(\beta > \alpha)$ անկյան տակ նետվում է գնդակը: Որքա՞ն է գնդակի թռիչքի տևողությունը: Նետման կետից ինչ l հեռավորության վրա գնդակը կընկնի սարալանջին:

Լուծում: Նշենք, որ կոորդինատական համակարգի հարմար ընտրության դեպքում անգամ (օրինակ OX-ը սարալանջի երկայնքով, OY-ը՝ նրան ուղղահայաց) խնդրի լուծումը կոորդինատային եղանակով բավականին աշխատատար է: Ինչպես կհամոզվենք ստորև, այս խնդրում վեկտորական եղանակի կիրառումը, իսկ առավել կոնկրետ «վեկտորական եռանկյան» դիտարկումը զգալիորեն արդյունավետ է և ռացիոնալ: Օգտվենք գնդիկի տեղափոխության վեկտորի բանաձևից. $\vec{S} = \vec{v}_0 t + \dfrac{\vec{g}t^2}{2}$: Նկար 1-ում $\vec{S}$-ը պատկերված է որպես $\vec{v}_0 t$ և $\dfrac{\vec{g}t^2}{2}$ վեկտորների գումար՝ եռանկյան կանոնով: Ինչպես տեսնում ենք $\left|\vec{S}\right| = l$: Օգտվելով սինուսների թեորեմից՝ ստանում ենք ինչպես որոնելի ժամանակը, այնպես էլ թռիչքի հասողությունը. $t = \dfrac{2v_0 \sin(\alpha+\beta)}{g\cos\alpha}$, $l = \dfrac{2v_0^2 \sin(\alpha+\beta)\cos\beta}{g\cos^2\alpha}$:



Նկ.

Այժմ դիտարկենք դինամիկայի մեկ խնդիր, որի լուծումն առանց «վեկտորական եռանկյան» անմիջական կիրառման բավականին բարդ է և դուրս է գալիս դպրոցական ֆիզիկայի իմացության շրջանակներից:

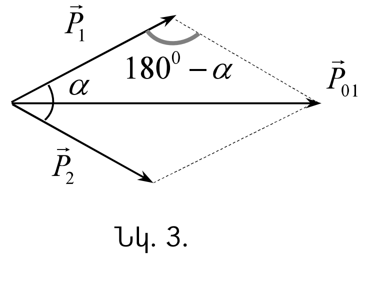
Խնդիր 2: Առանց սկզբնական արագության H բարձրությունից անկում կատարող սարքի ռեակտիվ շարժիչը զարգացնում է F հաստատուն ուժ $(F < mg)$: Մինչև գետնին հասնելը ի՞նչ առավելագույն չափով կարող է սարքը հորիզոնական ուղղությամբ հեռանալ իր սկզբնական դիրքից, եթե շարժիչը միացվում է շարժման սկզբից: [5]

Լուծում: Նախ նկատենք, որ շարժումը սկսելու պահին սարքի վրա ազդում են միայն ծանրության և ռեակտիվ ուժերը: Այդ պահին մարմնի արագությունը զրո է, իսկ օդի դիմադրության ուժը բացակայում է, քանի որ վերջինս ուղիղ համեմատական է արագությանը կամ արագության քառակուսուն: Այս ամենից պարզ է դառնում, որ սարքը կսկսի շարժվել ծանրության և ռեակտիվ ուժերի համազորի ուղղությամբ, իսկ ընթացքում առաջացող դիմադրության ուժը, լինելով այդ ուժերի համազորին և շարժմանը հակուղղված, անկախ իր մեծությունից, չի փոխի շարժման ուղղությունը: Այսպիսով, սարքը կկատարի փոփոխական արագությամբ ուղղագիծ շարժում: Առաջին հայացքից կարող է թվալ, թե հորիզոնական ուղղությամբ առավելագույն հեռացվածություն կունենանք, եթե ռեակտիվ ուժն ուղղված լինի հորիզոնական ուղղությամբ: Սակայն երբ վերլուծում ենք մարմնի վրա ազդող «ուժերի եռանկյունը», համոզվում ենք, որ ծանրության և ռեակտիվ ուժերի $\vec{F}_h$ համազորի կազմած α անկյունը ուղղաձիգի նկատմամբ ամենամեծը կլինի այն դեպքում, երբ այդ համազորը ուղղահայաց է $\vec{F}$ - ին (նկ. 2): Պարզ է, որ այդ դեպքում առավելագույնը կլինի նաև սարքի L հորիզոնական տեղափոխությունը: Գծագրից պարզ է, որ $F_h = \sqrt{(mg)^2 - F^2}$: Նկար 2-ում պատկերված ուղղանկյուն եռանկյունների նմանությունից ստանում ենք՝ $L/H = F/F_h$, որտեղից էլ որոշում ենք թռիչքի ընթացքում սարքի հորիզոնական ուղղությամբ տեղաշարժը՝ $L = \dfrac{HF}{\sqrt{(mg)^2 - F^2}}$:

Մեկ օրինակի դիտարկմամբ ներկայացնենք նաև մարմինների բախումների վերաբերյալ խնդիրները, որոնց լուծման համար վեկտորական եռանկյունների կիրառումը կարող է բավականին արդյունավետ լինել ինչպես ընդհանուր բնույթի, այնպես էլ կոնկրետ արդյունքների ստացման հարցերում:

Խնդիր 3: Համընթաց շարժում կատարող գունդը հարվածում է անշարժ գնդին: Ընդունելով հարվածը բացարձակ առաձգական և ոչ կենտրոնական՝ որոշել, թե ինչպիսի արժեքներ կարող է ընդունել գնդերի ցրման անկյունը: [5]

Լուծում: Ցրման անկյան հնարավոր արժեքների գնահատման հարցում բախման պրոցեսի կոորդինատային եղանակով վերլուծությունը պահանջում է մեծածավալ հանրահաշվական գործողություններ ու ձևափոխություններ: Նման մոտեցումը ոչ միայն



Նկ. 3.

ռացիոնալ չէ, այլև զուրկ է գրավչությունից: Ստորև ներկայացվող լուծման ընթացքում կօգտվենք իմպուլսի պահպանման օրենքի վեկտորական գրառումից և համապատասխան գծագրից: Բախումից առաջ շարժվող գնդի իմպուլսը նշանակենք $\vec{P}_{01}$ - ով, իսկ բախումից հետո գնդերի իմպուլսները համապատասխանաբար նշանակենք $\vec{P}_1$ - ով և $\vec{P}_2$ - ով: Այդ դեպքում իմպուլսի պահպանման օրենքից կստանանք. $\vec{P}_{01} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$: Այս վեկտորական գումարը պատկերենք զուգահեռագծի կանոնի համաձայն (Նկ. 3): Օգտվելով կոսինուսների թեորեմից ստանում ենք՝ $P_{01}^2 = P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\alpha$:

Մյուս կողմից, համաձայն էներգիայի պահպանման օրենքի.
$\frac{P_{01}^2}{2m_1} = \frac{P_1^2}{2m_1} + \frac{P_2^2}{2m_2} \Rightarrow P_{01}^2 = P_1^2 + \frac{m_1}{m_2}P_2^2,$ որտեղ m_1-ն ու m_2-ը համապատասխանաբար առաջին և երկրորդ գնդերի զանգվածներն են: Ստացված երկու հավասարություններից ցրման անկյան կոսինուսի համար ստանում ենք հետևյալ արտահայտությունը՝ $\cos\alpha = \frac{P_2}{2P_1}\cdot\left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right)$:

Ստացվածից պարզ է, որ եթե գնդիկների զանգվածները հավասար են (օրինակ միատեսակ ատոմների բախումներ կամ բիլիարդի գնդերի բախումներ), ապա նրանց ցրման անկյունը, անկախ հարվածի ձևից, միշտ կազմում է ուղիղ անկյուն: Եթե հարվածող գնդի զանգվածը մեծ է անշարժ գնդի զանգվածից $(m_1 > m_2)$, ապա $\cos\alpha > 0$ և հետևաբար ցրման անկյունը սուր է, հակառակ դեպքում այդ անկյունը բութ է:

Հետազոտությունն իրականացվել է ՀՀ գիտության կոմիտեի ֆինանսական աջակցությամբ՝ 21T-5C039 ծածկագրով գիտական թեմայի շրջանակներում:

Օգտագործված գրականության ցանկ

1. Աթանասյան Լ. Ս., Բուտուզով Վ. Ֆ., Կադոմցև Ս. Բ. և ուր., Երկրաչափություն-9, Դասագիրք հանրակրթ. դպր. 9-րդ դաս. համար, «Զանգակ-97», Եր., 2008, 144 էջ:

2. Աթանասյան Լ. Ս., Բուտուզով Վ. Ֆ., Կադոմցև Ս. Բ. և ուր., Երկրաչափություն-7, Դասագիրք հանրակրթ. դպր. 7-րդ դաս. համար, Եր., «Զանգակ-97», Եր., 2006, 144 էջ:

3. Գևորգյան Գ. Գ., Սահակյան Ա. Ա., Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական

անալիզի տարրեր, Ավագ դպր. 12-րդ դաս. դասագիրք բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար, «Տիգրան Մեծ», Եր., 2011, 208 էջ:
4. Ляпин А. А., Родионов Е. М., Синякова С. Л., Математика. Сборник задач. М: Ориентир, 2006.-392с.
5. Հովհաննիսյան Ռ., Շարխատունյան Հ., Սարգսյան Է., Ֆիզիկայի խնդիրների և հարցերի ժողովածու, «Լույս», Եր., 2004, 231 էջ:

ON SOME APPLICATIONS OF VECTORS IN THE SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS AND PHYSICS

MANUKYAN VARDAN
PhD in Physics and Mathematical Sciences, Associate Professor of of the Department of Mathematics, Physics and Information Technology, ShSU
e-mail: mvardan_1972@mail.ru
NIKOGHOSYAN GAGIK
PhD in Physics and Mathematical Sciences,
Acting Vice-Rector-Head of Personnel of ShSU
Researcher at the Department of Mathematics, Physics and Information Technology, ShSU
e-mail: gagonik@mail.ru
SEROBYAN YERVAND
PhD in Physics and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Rector of ShSU
e-mail: eserobyan56@mail.ru

Unfortunately, in the school mathematics course there is almost no mention of the possible applications of vectors in algebra. The topic of vectors is studied in a school geometry course, and the problems considered are quite typical. This work is devoted to identifying possible effective applications of vectors in solving various typical and non-typical problems encountered in the school course of mathematics and physics, which is the scientific and pedagogical novelty of the work.

In the first part of the article, a brief reference is made to the essence of the concept of a vector, operations performed with vectors, in particular, the rules for adding vectors: the polygon (triangle) rule and the parallelogram rule. In the second part of the work, possible effective applications of vectors are considered in solving some equations and inequalities containing more than one module that occur in algebra, which makes it possible to avoid the method of intervals traditionally used in

such cases. Specific examples that were solved using the proposed approach are considered and discussed. In the third part of the work, the possibilities of useful and effective application of vectors (in particular, vector triangles) in physics are considered. Some typical and non-typical problems encountered in the course of physics are given, in the solution of which, according to the triangle rule of vector addition, vector triangles are used.

Keywords: vector, sum, triangle rule, parallelogram rule, module, equation, inequality, vector triangle.

О НЕКОТОРЫХ ПРИМЕНЕНИЯХ ВЕКТОРОВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

МАНУКЯН ВАРДАН
Кандидат физико-математических наук, доцент
Преподаватель кафедры математики, физики и информационных технологий ШГУ
электронная почта: mvardan_1972@mail.ru
НИКОГОСЯН ГАГИК
Кандидат физико-математических наук,
ИО проректора-руководителя персонала ШГУ
Научный сотрудник кафедры математики, физики и информационных технологий ШГУ
электронная почта: gagonik@mail.ru
СЕРОБЯН ЕРВАНД
Кандидат физико-математических наук, доцент,
Ректор ШГУ
электронная почта: eserobyan56@mail.ru

К сожалению, в школьном курсе математики почти не упоминается о возможных применений векторов в алгебре. Тема векторов изучается в школьном курсе геометрии, и рассматриваемые задачи весьма типичны. Данная работа посвящена выявлению возможных эффективных применений векторов при решении различных типовых и нетиповых задач, встречающиеся в школьном курсе математики и физики, что и является научно-педагогической новизной работы.

В первой части статьи делается краткая ссылка на сущность понятия

вектора, операции, выполняемые с векторами, в частности, правила сложения векторов: правило многоугольника (треугольника) и правило параллелограмма. Во второй части работы рассматриваются возможные эффективные применения векторов при решении некоторых уравнений и неравенств, содержащих более одного модуля, встречающиеся в алгебре, что позволяет избежать традиционно используемого в подобных случаях метода интервалов. Рассмотрены и обсуждены конкретные примеры, которые были решены с помощью предложенного подхода. В третьей части работы рассматриваются возможности полезного и эффективного применения векторов (в частности, векторных треугольников) в физике. Приведены некоторые типовые и нетиповые задачи, встречающиеся в курсе физики, при решении которых по правилу треугольника сложения векторов используются векторные треугольники.

Ключевые слова: вектор, сумма, правило треугольника, правило параллелограмма, модуль, уравнение, неравенство, векторный треугольник.

Հոդվածը ներկայացվել է խմբագրական խորհուրդ 21.04.2023թ.:
Հոդվածը գրախոսվել է 05.05.2023թ.:
Ընդունվել է տպագրության 17.05.2024թ.: