

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՈՒԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԲՅՈՒՐԱԿԱՆԻ ԱՍՏՂԱԳԻՏԱՐԱՆԻ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄՆԵՐ
СООБЩЕНИЯ БЮРАКАНСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

ՊՐԱԿ X ВЫПУСК

Պատասխանատու խմբագիր Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ
Ответственный редактор В. А. АМБАРИЦУМЯН

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԲՅՈՒՐԱԿԱՆԻ ԱՍՏՂԱԴԻՏԱՐԱՆԻ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄՆԵՐ
СООБЩЕНИЯ БЮРАКАНСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

ՊՐԱԿ X ВЫПУСК

ВЕРОЯТНОСТЬ ОТКРЫТИЯ ЗАТМЕННЫХ
ПЕРЕМЕННЫХ

Р. А. СААКЯН



ПА-525

ВВЕДЕНИЕ

Затменные переменные являются двойными звездами, изменение яркости которых происходит в результате покрытия одного компонента другим.

Очевидно, что только при некоторых определенных условиях двойная звезда может оказаться для наблюдателя затменной переменной. Для того, чтобы двойная звезда наблюдалась как затменная, компоненты двойной звезды, во время обращения вокруг центра тяжести, должны, полностью или частично, покрывать друг друга. Но может случиться также, что компоненты двойной звезды во время обращения покрывают друг друга, а наблюдатель не может заметить изменения яркости по причине малой амплитуды этого изменения. Для открытия изменения яркости звезды необходимо, чтобы это изменение было больше некоторого минимального предела, зависящего от способа наблюдения и искусства наблюдателя. Таким образом, открытие затменных переменных зависит от следующих факторов: 1) нахождения или ненахождения наблюдателя в той области пространства, для которой затмения имеют место и 2) величины изменения блеска звезды при покрытии одного компонента другим.

Знание вероятностей открытия затменных переменных может иметь важное значение для звездной статистики. Зная только количество затменных переменных, полученное из наблюдений, трудно сделать заключение об общем количестве затменных переменных и, вообще, тесных пар. Однако, зная количество затменных переменных, полученное из наблюдений, и пользуясь данными о вероятностях открытия затменных переменных, имеющих различные амплитуды яркости, можно определить полное количество их, а пользуясь формулой для „геометрической вероятности“ затменных переменных, можно определить общее количе-

ство тесных двойных звезд в окружающей нас части Галактики.

С помощью формул вероятности открытия затменных переменных и спектроскопических двойных мы можем теоретически рассчитать также процент затменных переменных среди спектроскопических двойных.

Несмотря на важность проблемы вероятностей открытия затменных переменных, до сих пор ее разработкой занимались очень мало. Большинство авторов свое внимание обращало на проблему так называемых „геометрических вероятностей открытия“ затменных переменных. Эти вопросы главным образом разработаны Грамацким и Щиголевым. Проблема вероятностей открытия затменных переменных рассмотрена Некрасовой попутно, в работе, посвященной другому вопросу.

Ряд авторов пытался определить эмпирическим путем вероятности открытия переменных звезд и в частности затменных переменных при сравнении одной пары пластинок. Из них следует отметить Хоффмейстера и Ван-Гента. Данные, полученные последними, использованы нами при выводе формулы для вероятности открытия переменных звезд.

Цель настоящей работы — вывести формулы вероятностей открытия затменных переменных и показать на частном примере способ применения этих формул.

Изложение результатов нашего исследования выполнено в следующем порядке:

1. Даны краткие сведения о формулах Грамацкого и Щиголева для „геометрической вероятности открытия“ затменных переменных типа Алголя, а также о формуле Некрасовой для вероятностей открытия затменных переменных.

2. Получена формула для вероятности открытия затменных переменных типа Алголя в зависимости от амплитуды блеска средней звездной величины и продолжительности затмения.

3. Получены формулы для вероятности открытия раз-

ных типов затменных переменных в зависимости от формы кривых их блеска.

4. Обсуждены формулы Хоффмейстера и Ван-Гента для вероятности открытия переменных звезд при сравнении фотоснимков.

5. На основе формулы Хоффмейстера получено выражение, которое дает связь между средней вероятностью открытия звезд какой-либо группы и средними вероятностями открытия звезд входящих в нее подгрупп или вероятностью открытия отдельных звезд этой группы.

6. Коротко изложены результаты наблюдений наших и Коннелла по обнаружению переменных звезд. Из этих результатов получена практическая вероятность открытия переменных звезд.

7. На основе полученной нами формулы для вероятности открытия и формулы для „геометрической вероятности открытия“ затменной переменной типа Алголя сделана попытка теоретического расчета числа затменных переменных и тесных двойных до 12-ой звездной величины, физические и орбитальные элементы которых заключены в пределах:

$$10' \leq \frac{l_2}{l_1} \leq 30, \quad 0.1 \leq r_1 + r_2 \leq 0.5,$$

$$0.1 \leq \frac{r_2}{r_1} \leq 0.5, \quad m \leq 12.$$

I. Вероятность открытия затменных переменных типа Алголя

§ 1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ ОТКРЫТИЯ ЗАТМЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ТИПА АЛГОЛЯ¹

Вопросом геометрической вероятности открытия затменных переменных звезд типа Алголя впервые занимались Грамацкий [1] и Щиголев [2]. Грамацкий вычислил веро-

¹ Здесь формулировка не точна. Вместо этой формулировки правильнее сказать: Вероятность того, чтобы данная двойная звезда, при равной вероятности всех ориентаций ее орбиты, была затменной для наблюдателя.

ятность открытия затменных переменных типа Алголя, принимая орбиты компонентов вокруг общего центра тяжести за круги, а Шигелев исследовал случай эллиптических орбит. Таким образом, Шигелев обобщил частный результат Грамацкого. По Грамацкому геометрическая вероятность открытия затменной переменной типа Алголя выражается так:

$$w = \frac{r_1 + r_2}{a}, \quad (1.0)$$

где r_1 —радиус большого компонента,

r_2 —радиус малого компонента,

a —расстояние между компонентами.

Вывод этой формулы производится следующим образом: пусть имеем двойную звезду со сферическими компонентами, двигающимися по круговым орбитам.

Проведем общие внутренние касательные к компонентам этой звезды. Когда спутник описывает по своей орбите круг, то конус, образуемый касательными, перемещается, и мы получаем семейство конусов. Если наблюдатель находится внутри поверхности, огибающей эти конуса, то не находится между двумя компонентами, он может наблюдать затмение звезды.

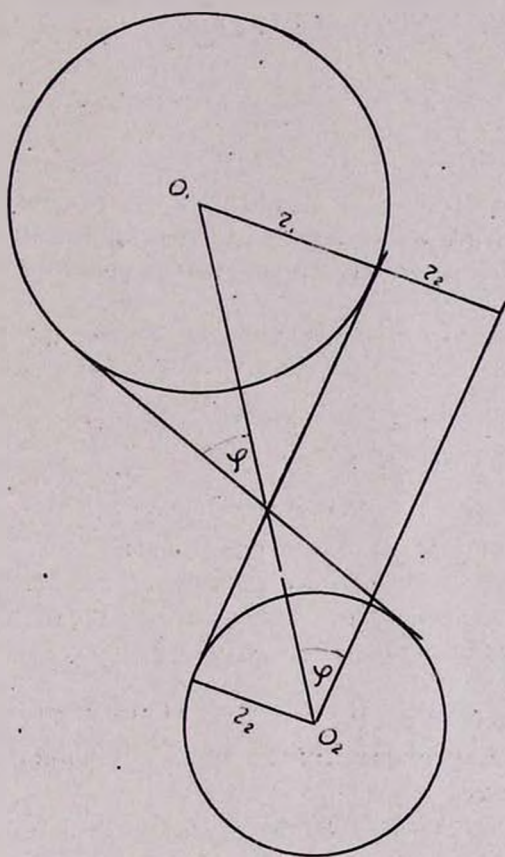
Эту огибающую ограничиваем большой сферой с центром в C (фиг. 1). Тогда отношение объема, ограниченного огибающей и большой сферой к полному объему большой сферы дает геометрическую вероятность открытия этой затменной переменной, которая будет равна:

$$w = \frac{2}{\frac{4}{3}\pi r^3} \int_0^\varphi \int_0^{2\pi} \frac{1}{3} r^3 \cos\varphi d\varphi d\theta = \sin\varphi,$$

$$w = \frac{r_1 + r_2}{a}. \quad (1.0)$$

Для геометрической вероятности открытия звезд типа Алголя при эллиптической орбите Шигелев получил следующую формулу:

$$w = \frac{r_1 + r_2}{p} - \left[\frac{3}{2\pi} \int_0^\pi \sqrt{1 - \frac{(r_1 + r_2)^2}{p^2} (1 + e \cos \varphi)^2} d\varphi \right] \frac{r_1}{R}, (1.1)$$



Фиг. 1.

где p — параметр орбиты, e — эксцентриситет, R — расстояние до наблюдателя, так что на практике можно принять $\frac{r_1}{R} = 0$.

В частности, при круговой орбите:

$$w = \frac{r_1 + r_2}{a} - \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{r_1 + r_2}{a} \right)^2 \right] \frac{r_1}{R}. \quad (1.2)$$

Подставив в формулу (1.1) $\frac{r_1}{R} = 0$ и $p = a(1 - e^2)$,

получим:

$$w = \frac{r_1 + r_2}{a(1 - e^2)}, \quad (1.3)$$

откуда видно, что при равных a , r_1 , r_2 геометрическая вероятность открытия при эллиптической орбите больше геометрической вероятности открытия при круговой орбите.

§ 2. ВЫВОД ФОРМУЛЫ ВЕРОЯТНОСТИ ОТКРЫТИЯ ЗАТМЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ТИПА АЛГОЛЯ

Некрасова для вероятности открытия затменной переменной предлагает формулу [3]:

$$w = k \sin^n i,$$

которая, как увидим ниже, неправильна.

Из фиг. 2 видно, что в момент соединения компонентов затмение будет иметь место, если выполняется условие (наблюдатель находится в направлении А):

$$\psi = \varphi - \theta > 0, \quad \text{где } \theta = 90^\circ - i,$$

i — угол, составленный лучом зрения и нормалью к плоскости орбиты.

Следовательно, получим:

$$\varphi + i > 90^\circ, \quad (1.4)$$

где

$$\sin \varphi = \frac{r_1 + r_2}{a}.$$

Для того, чтобы наблюдатель мог обнаружить переменность затменной звезды, необходимо и достаточно,

чтобы яркость затмевающегося компонента L_2 удовлетворяла условию:

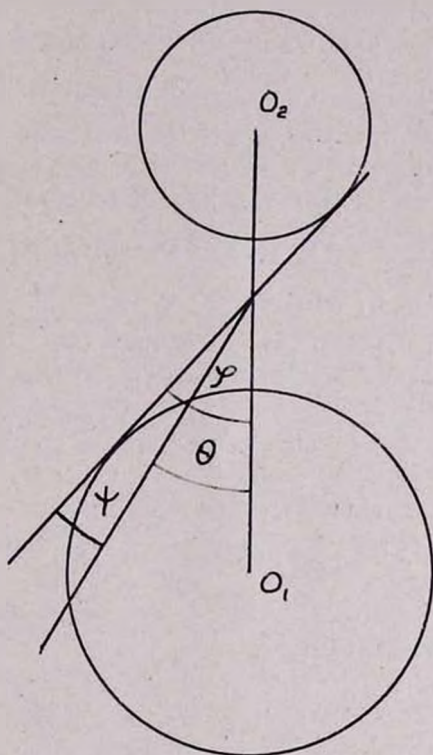
$$\alpha L_2 > [1 - (2.512)^{-A_0}] (L_1 + L_2), \quad (1.5)$$

где $L_1 + L_2$ — сумма яркостей обоих компонентов, α — фотометрическая фаза затмения в соединении, A_0 — минимальное значение амплитуды звездной величины для данной $L_1 + L_2$, которое наблюдатель еще может обнаружить.

Теперь выведем формулу вероятности открытия затменной переменной при сравнении одной пары снимков.

Найдем сначала для звезд типа Алголя связь между вероятностью открытия при сравнении одной пары снимков затменной переменной (w), периодом обращения (P) и продолжительностью затмения (D) в случае, когда известно, что одно из наблюдений произведено в момент максимума блеска.

Очевидно, что при одном сравнении эта вероятность открытия затменной переменной зависит от того, какую часть периода составляет продолжительность затмения. Если продолжительность самого наблюдения мала, то w не зависит от продолжительности времени наблюдения, а только от отношения продолжительности затмения к периоду.



Фиг. 2.

Очевидно, что

$$w_1 = \frac{D}{P}. \quad (1.6)$$

Преобразуем формулу (1.6) так, чтобы вместо D в нее вошли физические элементы затменной переменной.

Как известно, при круговой орбите проекция расстояния между центрами компонентов затменной звезды на небесную сферу выражается так:

$$\delta^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta, \quad (1.7)$$

где принято $a = 1$, θ — долгота спутника на орбите. Очевидно, что в начале и в конце затмения $\delta = r_1 + r_2$.

Следовательно, из формулы (1.7) имеем:

$$(r_1 + r_2)^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta_1 \quad (\text{в начале затмения}),$$

$$(r_1 + r_2)^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta_2 \quad (\text{в конце затмения}).$$

Из этих выражений для угла $(\theta_2 - \theta_1)$, пропорционального продолжительности затмения, получим:

$$\theta_2 - \theta_1 = 2 \arcsin \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)^2 - \cos^2 i}{\sin^2 i}}.$$

При круговой орбите

$$D = \frac{P}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1),$$

следовательно:

$$D = \frac{P}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)^2 - \cos^2 i}{\sin^2 i}}. \quad (1.8)$$

Из формул (1.6) и (1.8) получим:

$$w_1 = \frac{1}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)^2 - \cos^2 i}{\sin^2 i}}. \quad (1.9)$$

При эллиптической орбите получим:

$$D = \frac{\theta_2 - \theta_1}{2c} r^2,$$

где c — постоянная интеграла площадей,

$$\Theta_2 - \Theta_1 = 2 \arcsin \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)^2 - r^2 \cos^2 i}{r^2 \sin^2 i}},$$

r — расстояние между центрами компонентов при соединении компонентов (при этом мы приближенно принимаем, что расстояния между центрами компонентов в начале и конце затмения равны расстоянию между центрами компонентов при их соединении,

$$c = \frac{\pi a b}{P} = \frac{\pi a^3 \sqrt{1 - e^2}}{P}.$$

Из этих формул получим¹:

$$D = \frac{P r^2}{\pi a^3 \sqrt{1 - e^2}} \arcsin \sqrt{\frac{(r_1 - r_2)^2 - r^2 \cos^2 i}{r^2 \sin^2 i}}.$$

Следовательно для значения w_1 имеем:

$$w_1 = \frac{r^2 \arcsin \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)^2 - r^2 \cos^2 i}{r^2 \sin^2 i}}}{\pi a^3 \sqrt{1 - e^2}}, \quad (2.0)$$

где

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \varphi},$$

φ — истинная аномалия.

При малом $\Theta_2 - \Theta_1$ формулы (1.9) и (2.0) можно написать так:

$$w_1 = \frac{\sqrt{(r_1 + r_2)^2 - \cos^2 i}}{\pi \sin i}, \quad (1.9')$$

$$w_1 = \frac{r \sqrt{(r_1 + r_2)^2 - r^2 \cos^2 i}}{\pi a^3 \sqrt{1 - e^2} \sin i}. \quad (2.0')$$

¹ В случае точного расчета следует учесть изменение r , исходя при этом для продолжительности затмения из интеграла площадей:

$$D = \frac{P}{2\pi a^3 \sqrt{1 - e^2}} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} r^2 d\varphi.$$

Очевидно, что при сравнении двух фотоснимков вероятность открытия переменных звезд должна зависеть от средней звездной величины и от разности звездных величин переменной на этих снимках. Эту зависимость при одном сравнении выразим через:

$$w_2 = f(\Delta m, \bar{m}), \quad (2.1)$$

где $\bar{m}$ — средняя звездная величина, Δm — разность звездных величин на сравниваемых фотоснимках.

Теперь займемся определением функции $f(\Delta m, \bar{m})$, т. е. найдем зависимость вероятности открытия переменных звезд от разности звездных величин и от средней звездной величины.

Очевидно, что обнаружение переменности звезды должно зависеть от степени изменения яркости звезды, а, следовательно, от величины, на которую изменилась звездная величина, и, кажется, что оно не должно зависеть от самой звездной величины. Но наблюдения показывают, что открытие переменных звезд при сравнении фотоснимков зависит не только от приращения звездной величины, но и от самой звездной величины.

Данные наблюдений показывают, что при равных амплитудах звездных величин переменных звезд большую вероятность открытия имеют более яркие звезды.

Попытаемся дать объяснение этому явлению. На фотоснимках сравниваем изображения звезд, разность впечатлений от которых выразится по формуле Вебера-Фехнера:

$$dz = -c \frac{db}{b}, \quad (2.2)$$

где b — диаметр изображения звезды.

Из формулы (2.2) получим:

$$\Delta z = -c \lg \frac{b_1}{b_2} \quad (2.3)$$

где b_1 и b_2 — диаметры изображений на снимках.

Как известно, диаметр изображения звезды есть убывающая функция от звездной величины. Тогда из формулы (2.3) получим:

$$\Delta z = - \operatorname{c} \lg \frac{\varphi(m_1)}{\varphi(m_2)}, \quad (2.4)$$

где $m_2 = m_1 + \Delta m$.

Из формулы (2.4) видно, что Δz могло бы зависеть только от разности $\Delta m = m_2 - m_1$ лишь в том случае, если $\varphi(m)$ представляло бы собой экспоненциальную функцию, что, как известно, не имеет места. С помощью этой формулы легко показать, что способность глаза обнаружить переменность звезды при сравнении фотоснимков больше, когда больше разница звездных величин и мала звездная величина.

Из данных таблицы 1 (см. ниже), составленной Ван-Гентом на основании результатов сравнения пластинок, произведенного для обнаружения звезд типа RR Лиры, видно, что вероятность открытия этих звезд при сравнении одной пары пластинок и при данной амплитуде звездной величины можно приближенно представить интерполяционной формулой:

$$f = am + b. \quad (2.5)$$

Из данных таблицы получим следующие эмпирические формулы зависимости вероятности открытия от звездной величины.

$$\begin{aligned} f_1 &= 0.8 - 0.05 m, \quad \text{при } A = 2^m \\ f_2 &= 0.34 - 0.02 m, \quad \text{при } A = 1^m.5 \\ f_3 &= 0.17 - 0.01 m, \quad \text{при } A = 1^m.0 \\ f_4 &= 0.16 - 0.01 m, \quad \text{при } A = 0^m.7 \end{aligned} \quad (2.6)$$

где A — амплитуда звездной величины.

Для звезд типа RR Лиры среднюю разность звездных величин при сравнении одной пары снимков можно взять равной $\frac{A}{3}$ (см. ниже).

Поэтому амплитуды $2^{\overline{m}}$, $1.5^{\overline{m}}$, $1.0^{\overline{m}}$, $0.7^{\overline{m}}$ соответствуют средним разностям звездных величин $\frac{2}{3}$, 0.5 , $\frac{1}{3}$, $\frac{0.7}{3}$.

Попытаемся объединить формулы (2.6), с тем, чтобы зависимость коэффициента при m от A выразить интерполяционной формулой:

$$a = - \frac{(\lambda \Delta m)^2}{1 + (\lambda \Delta m)^2} \mu, \quad (2.7)$$

а свободного члена формулой:

$$b = \frac{(\lambda \Delta m)^2}{1 + (\lambda \Delta m)^2}, \quad (2.8)$$

где λ и μ — некоторые коэффициенты, которые должны быть подобраны.

Оказывается, что в данном случае лучше всего взять $\mu = 0.062$.

Из формул (2.5), (2.7) и (2.8) получим:

$$f = \frac{(\lambda \Delta m)^2}{1 + (\lambda \Delta m)^2} (1 - 0.062 m), \quad (2.9)$$

где из данных таблицы 1 получается: $\lambda = 2.2$. Выбор интерполяционных формул вида (2.7) и (2.8) объясняется тем, что при $\Delta m \rightarrow 0$ они сразу приводят к $f \rightarrow 0$ и при $\Delta m \rightarrow \infty$ они приводят к конечному значению f .

Формулу (2.9) перепишем так:

$$f(\Delta m, m) = f_0(1 - 0.062 m), \quad (2.9)$$

где

$$f_0 = \frac{(2.2 \Delta m)^2}{1 + (2.2 \Delta m)^2}.$$

Здесь отметим, что эти значения коэффициентов в полученных формулах правильны только для данного инструмента и данной экспозиции.

Искомая вероятность открытия звезды типа Алголя будет равна произведению выражений (1.6) и (2.1), так как эти выражения дают вероятности выполнения условий, которые нужны для открытия затменной переменной этого типа и которые выполняются независимо друг от друга.

Таким образом, получаем.

1. При круговой орбите:

$$w = \frac{1}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)^2 - \cos^2 i}{\sin^2 i}} f(\Delta m, \bar{m}). \quad (3.3)$$

2. При эллиптической орбите:

$$w = \frac{r^2 \arcsin \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)^2 - r^2 \cos^2 i}{r^2 \sin^2 i}}}{\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}} f(\Delta m, \bar{m}). \quad (3.4)$$

Когда снимок в максимуме сравнивается с n снимками, полученными в случайно распределенные моменты, то вероятность открытия звезды выразится через:

$$w_n = 1 - (1 - w_1)^n, \quad (3.5)$$

где w_1 — вероятность открытия при одном сравнении.

II. Вывод вероятностей открытия затменных переменных из кривых блеска

§ 1. ВЕРОЯТНОСТЬ ОТКРЫТИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ПРИ СРАВНЕНИИ ДВУХ ФОТОСНИМКОВ

Допустим, что мы сравниваем два фотоснимка. Обозначим моменты получения этих фотоснимков соответственно через t и t_1 . Разница звездных величин в эти моменты будет:

$$\Delta m = -2.5 |m(t) - m(t_1)|. \quad (3.6)$$

Вероятность того, что в момент первого фотоснимка звезда находилась в интервале фаз $\frac{dt}{P}$, а в момент t_1 — в интервале $\frac{dt_1}{P}$, будет: $\frac{dt}{P} \cdot \frac{dt_1}{P}$.

Поэтому вероятность открытия периодической переменной представляется следующим выражением:

$$w = \frac{1}{P^2} \int_0^P \int_0^P f \left\{ \bar{m}, |m(t) - m(t_1)| \right\} dt dt_1. \quad (3.7)$$

Поскольку функция $m(t)$ нам известна обычно в виде графика (кривая яркости), вычисление написанного интеграла следует произвести численным путем, используя для этой цели наблюдаемые кривые яркостей.

Однако, без большого ущерба для точности, поставленную задачу можно решить проще, представляя кривые блеска схематически с помощью ломаной линии, разбивая весь период на отдельные части ΔP_i , соответствующие отдельным отрезкам этой ломаной и выражая наш интеграл через интегралы по отдельным областям с размерами $\Delta P_i \Delta P_k$. В самом деле, мы можем написать:

$$\begin{aligned} w &= \frac{1}{P^2} \int_0^P \int_0^P f \left\{ \bar{m}, |m(t) - m(t_1)| \right\} dt dt_1 = \frac{1}{P^2} \sum \sum_{(\Delta P_i \Delta P_k)} \int \int f dt dt_1 \\ &= \frac{1}{P^2} \sum \sum \bar{f}_{ik} \Delta P_i \Delta P_k, \end{aligned} \quad (3.8)$$

где $\bar{f}_{ik}$ — среднее значение f в том случае, когда звезда на одном снимке находится в ΔP_i , а на другом — ΔP_k .

Принимая приближенно $\bar{f}_{ik}(\bar{m}, \Delta m_{ik}) = f_{ik}(\bar{m}, \Delta \bar{m}_{ik})$, где

$$\Delta \bar{m}_{ik} = \frac{1}{\Delta P_i \Delta P_k} \int \int |m(t) - m(t_1)| dt dt_1, \quad (3.9)$$

получим:

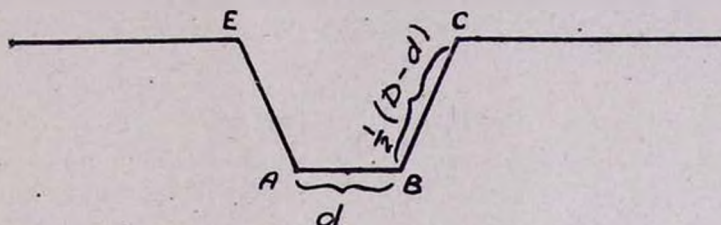
$$w = \frac{1}{P^2} \sum \sum f_{ik}(\bar{m}, \Delta \bar{m}_{ik}) \Delta P_i \Delta P_k \quad (4.0)$$

В следующем параграфе мы даем применение этого способа к разным подтипам затменных переменных.

§ 2. ВЫВОД ФОРМУЛ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ОТКРЫТИЯ ЗАТМЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ТРЕХ ТИПОВ ИЗ КРИВЫХ БЛЕСКА

1. Тип Алголя.

Найдем вероятность открытия затменных переменных типа Алголя, исходя из кривой их блеска. Кривая блеска переменной звезды этого типа схематически дана на фиг. 3. Часть кривой, соответствующую времени затмения,



Фиг. 3.

разделим на две части: 1) АВ, где затмение полное, 2) ЕА и ВС, где затмение частичное. Для получения искомой вероятности удобно сделать так:

а) найти вероятность такого открытия звезды, когда на одной пластинке звезда находится в D, а на другой — вне D. Вероятность того, что звезда при сравнении пластинок на одной пластинке находилась в D будет $\frac{D}{P}$, а на другой пластинке находилась вне D будет $\frac{P-D}{P}$, но обратный случай столь же вероятен. Следовательно, искомая вероятность будет:

$$w_1 = 2D(1-D) f(\bar{m}, \Delta m_1), \quad (4.1)$$

где мы приняли $P=1$, Δm_1 — средняя разность звездных величин из всевозможных разностей, которые могут встретиться при сравнении двух фотоснимков, когда на одном фотоснимке звезда находится в D, а на другом — в $1-D$, $\bar{m}$ — средняя звездная величина;



б) если при сравнении фотоснимков звезда на одном снимке находится в d , а на другом — в $D-d$, то для значения w_2 получим:

$$w_2 = 2d(D-d)f(\bar{m}, \Delta m_2), \quad (4.2)$$

где Δm_2 — средняя разность звездных величин, когда звезда на пластинках находится в указанных частях кривой, d — продолжительность полного затмения;

в) если при сравнении фотоснимков звезда на двух снимках находится в части кривой $D-d$, вероятность открытия будет:

$$w_3 = (D-d)^2 f(\bar{m}, \Delta m_3), \quad (4.3)$$

где Δm_3 — средняя разность звездных величин при условии нахождения фазы звезды в соответствующих интервалах.

Складывая формулы (4.1), (4.2) и (4.3), получим вероятность открытия звезды типа Алголя.

$$w = 2D(1-D)f(\bar{m}, \Delta m_1) + 2d(D-d)f(\bar{m}, \Delta m_2) + (D-d)^2 f(\bar{m}, \Delta m_3), \quad (4.4)$$

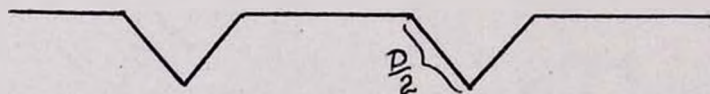
при $d=0$ (отсутствие остановки в минимуме) получим:

$$w = 2D(1-D)f(\bar{m}, \Delta m_1) + D^2 f(\bar{m}, \Delta m_3). \quad (4.5)$$

2. Тип W Большой Медведицы.

Найдем таким же образом вероятность открытия затменной переменной типа W Большой Медведицы, исходя из кривой ее блеска.

Схематическая кривая блеска звезды этого типа дана на фиг. 4.



Фиг. 4.

Вероятность открытия этой звезды можно представить в виде суммы двух слагаемых.

а) Первое слагаемое соответствует случаю, когда на одном из сравниваемых фотоснимков звезда находится в $2D$, а на другом — в $1-2D$. Тогда искомая вероятность открытия будет:

$$w_1 = 4D(1-2D) f(\bar{m}, \Delta m_1), \quad (4.6)$$

где принимаем $D_1 = D_2 = D$, Δm_1 — средняя разность звездных величин, когда фазы заключены в принятых пределах.

б) Вероятность того, что на обоих сравниваемых фотоснимках звезда находится в $2D$, и изменение яркости будет при этом обнаружено:

$$w_2 = 4D^2(\bar{m}, \Delta m_2), \quad (4.7)$$

где Δm_2 — средняя из всевозможных разностей звездных величин, которые могут встретиться при сравнении фотоснимков, когда звезда находится на обоих снимках в $2D$.

Из формул (4.6) и (4.7) получим формулу для вероятности открытия звезды типа W Большой Медведицы.

$$w = 4D(1-2D) f(\bar{m}, \Delta m_1) + 4D^2(\bar{m}, \Delta m_2). \quad (4.8)$$

Таким же методом получается формула для вероятности открытия звезд типа β Лиры (см. ниже). А теперь найдем среднее значение разностей звездных величин, когда сравниваются два фотоснимка.

Среднее значение разницы звездных величин звезды, при сравнении двух фотоснимков, произведенных в случайные моменты, определяется следующей формулой:

$$\Delta \bar{m} = \frac{2}{P^2} \int_0^P \int_0^t [m(t) - m(t_1)] dt dt_1, \quad (4.9)$$

которая после преобразования принимает вид:

$$\Delta \bar{m} = \frac{4}{P^2} \int_0^P [m(t) - m(t_1)] t dt, \quad (5.0)$$

что же касается средних значений, входящих в формулы (4.0), (4.1), (4.2) и т. д., то их следует вычислять отдельно.

Принимая функцию $m(t)$ за кусочнолинейную, выведем формулы, дающие выражение среднего значения $\Delta \bar{m}$ для следующих случаев:

1. В случае звезд типа β Лиры, когда при сравнении фотоснимков звезда находится на одном снимке в $D_1 - d_1$, а на другом в $D_2 - d_2$, средняя $\Delta \bar{m}$ определяется формулой:

$$\Delta \bar{m} = \frac{1}{A_1} [\Delta \bar{m}_1 A_2 + \Delta \bar{m}_2 (A_1 - A_2)] , \quad (5.1)$$

где D_1 и D_2 соответственно продолжительности затмений в главном и во вторичном минимумах, d_1 и d_2 — продолжительности полных затмений в главном и во вторичном минимумах, A_1 — амплитуда звездной величины в главном минимуме, A_2 — во вторичном минимуме,

$$\Delta \bar{m}_1 = \frac{2}{D_2 - d_2} \cdot \left[\frac{2A_1}{A_2(D_1 - d_1)} \right]^2 \int_0^{\frac{A_2(D_1 - d_1)}{2A_1}} dt \int_0^{\frac{1}{2}(D_2 - d_2)} (t - t_1) dt_1 = \frac{A_2}{3} , \quad (5.2)$$

$$\Delta \bar{m}_2 = \frac{A_1 - A_2}{2} + \frac{A_2}{2} = \frac{A_1}{2} . \quad (5.3)$$

Следовательно, получим:

$$\Delta \bar{m} = \frac{2A_2^2 + 3A_1^2 - 3A_1A_2}{6A_1} . \quad (5.4)$$

2. Положим, что при сравнении фотоснимков звезда на одном снимке находится в максимуме или в минимуме блеска, а на другом — в $D - d$, тогда средняя $\Delta \bar{m}$ получается из формулы (5.5), где надо положить $A_2 = 0$.

Следовательно, получим:

$$\Delta \bar{m} = \frac{A}{2} . \quad (5.5)$$

3. Если звезда на обоих снимках находится в $D - d$, средняя $\Delta \bar{m}$ для всех типов затменных переменных получится из формулы (5.5), где надо положить $A_1 = A_2$. Тогда получим:

$$\Delta \bar{m} = \frac{A}{3} . \quad (5.6)$$

Если принять функцию $m(t)$ за кусочнолинейную и $\bar{f}(\Delta m) = f(\Delta \bar{m})$, где усреднение распространено на всевозможные значения фаз обоих моментов наблюдения в соответствующих отрезках схематической кривой яркости, то соответствующая вероятность открытия для звезд типа Алголя выразится через:

$$w = 2D(1-D)f\left[\bar{m}, \frac{\frac{A}{2}(D-d) + Ad}{D}\right] + 2d(D-d)f\left(\frac{A}{2}, \bar{m}\right) + (D-d)^2 f\left(\frac{A}{3}, \bar{m}\right), \quad (5.6')$$

как это вытекает из вышевыведенных формул.

При тех же условиях вероятность открытия затменной переменной типа W Большой Медведицы выразится через:

$$w = 4D(1-2D)f\left(\frac{A}{2}, \bar{m}\right) + 4D^2 f\left(\frac{A}{3}, \bar{m}\right), \quad (5.7)$$

а вероятность открытия для звезды типа β Лиры выразится формулой:

$$\begin{aligned} w = & 2D_1(1-D_1-D_2)f\left[\bar{m}, \frac{\frac{A_1}{2}(D_1-d_1) + A_1 d_1}{D_1}\right] + \\ & + 2D_2(1-D_1-D_2)f\left[\bar{m}, \frac{\frac{A_2}{2}(D_2-d_2) + A_2 d_2}{D_2}\right] + \\ & + 2d_1(D_1-d_1)f\left(\frac{A_1}{2}, \bar{m}\right) + 2d_2(D_2-d_2)f\left(m, \frac{A_2}{2}\right) + \\ & + 2d_1(D_2-d_2)f\left[\bar{m}, A_1 - \frac{A_1}{2}\right] + 2d_2(D_1-d_1)f\left(A_2 - \frac{A_1}{2}, \bar{m}\right) + \\ & + 2(D_1-d_1)(D_2-d_2)f\left[\frac{1}{6A_1}(2A_2^2 + 3A_1^2 - 3A_1A_2), \bar{m}\right] + \end{aligned}$$

$$+ (D_1 - d_1)^2 f\left(\frac{A_1}{3}, \bar{m}\right) + (D_2 - d_2)^2 f\left(\frac{A_2}{3}, \bar{m}\right) + \\ + 2d_1 d_2 f(A_1 - A_2, \bar{m}). \quad (5.8)$$

Отдельные слагаемые формулы (5.8) соответствуют случаям, когда звезда, при сравнении фотоснимков, находится: 1) на одном снимке в максимуме кривой яркости, а на другом — в D_1 , 2) на одном снимке в максимуме, а на другом — в D_2 , 3) на одном — в d_1 , а на другом — в $D_1 - d_1$, 4) на одном — в d_2 , а на другом — в $D_2 - d_2$, 5) на одном — в d_1 , а на другом — в $D_2 - d_2$, 6) на одном — в d_2 , а на другом — в $D_1 - d_1$, 7) на двух — в $D_1 - d_1$, 8) на двух — в $D_2 - d_2$, 9) на одном — в $D_1 - d_1$, а на другом — в $D_2 - d_2$ и 10) на одном — в d_1 , а на другом — в d_2 ¹.

Выведенные выше формулы легко получаются, если принять во внимание схемы 1, 2 и 3, наглядно показывающие на диаграмме t_1 , t_2 всю совокупность возможных случаев попадания моментов наблюдения t_1 и t_2 в различные части кривых блеска.

В случае круговой орбиты и при $d_1 = d_2 = 0$, формула (5.8) принимает вид:

$$w = 2D(1-2D) \left[f\left(\frac{A_1}{2}, \bar{m}\right) + f\left(\frac{A_2}{2}, \bar{m}\right) \right] + D^2 \left[f\left(\frac{A_1}{3}, \bar{m}\right) + \right. \\ \left. + f\left(\frac{A_2}{3}, \bar{m}\right) \right] + 2D^2 f\left[\frac{1}{6A_1} (2A_2^2 + 3A_1^2 - 3A_1 A_2), \bar{m}\right], \quad (5.9)$$

из которой при $A_1 = A_2$ получается случай W Большой Медведицы. Из формулы (5.8) при $A_2 = 0$ ($D_2 = d_2 = 0$) получается также w для Алголя.

Если известно, что на одном снимке звезда находится в максимуме блеска, то формула для w принимает вид:

$$w = Df\left[m, \frac{\frac{A}{2}(D-d) + Ad}{D}\right], \quad (6.0)$$

¹ В формулах $\bar{m}$ для каждого слагаемого будет разной, но ввиду того, что зависимость w от m слабая и m мало отличается от $\bar{m}$, мы для всех слагаемых $\bar{m}$ взяли одну и ту же.

которая тождественна с формулой (3.3) или (3.4), полученной в первой главе.

Для значения D в случае звезд типа Алголя мы получили выражение (1.8) для круговой орбиты и выражение (1.9) для эллиптической орбиты.

Тип Алголя.

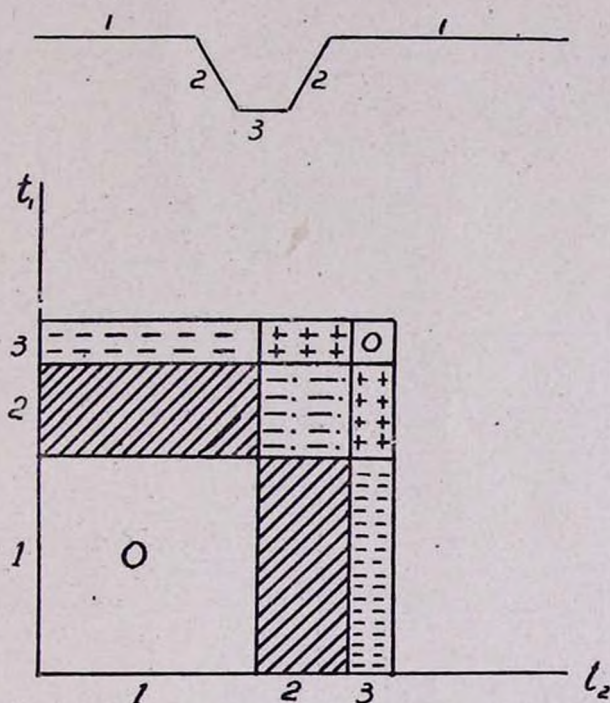


Схема 1.

Подобным же методом для звезд типа Алголя получается значение d :

$$d = \frac{1}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{(r_1 - r_2)^2 - \cos^2 i}{\sin^2 i}}, \quad (6.1)$$

при круговой орбите

$$d = \frac{r^2 \arcsin \sqrt{\frac{r_1 - r_2}{r^2 \sin^2 i}}}{\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}} \quad (6.2)$$

при эллиптической орбите.

Тип W Большой Медведицы.

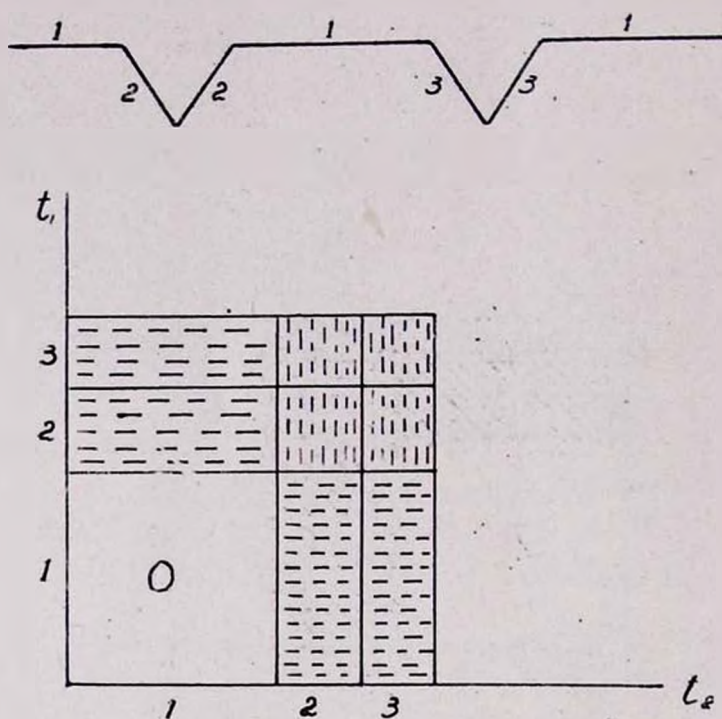


Схема 2.

Точно так же получается значение D для звезд типа W Большой Медведицы. Оно выразится формулой (1.8), а значения D_1 , d_1 , D_2 и d_2 для звезд типа β Лиры выражаются формулами:

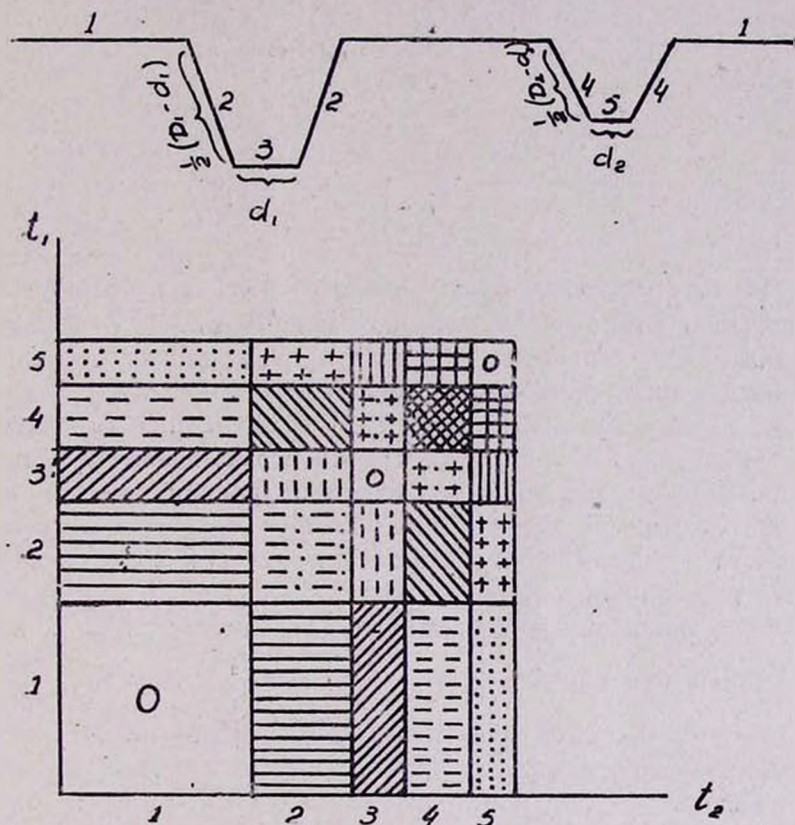
Тип β Лирь.


Схема 3.

$$D_1 = \frac{\frac{r_1^2}{r_1} \arcsin \sqrt{\frac{(r_1+r_2)^2 - r_1^2 \cos^2 i}{r_1^2 \sin^2 i}}}{\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}, \quad (6.3)$$

$$d_1 = \frac{\frac{r_1^2}{r_1} \arcsin \sqrt{\frac{(r_1-r_2)^2 - r_1^2 \cos^2 i}{r_1^2 \sin^2 i}}}{\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}, \quad (6.4)$$

$$D_2 = \frac{\frac{r_2^2}{r_2} \arcsin \sqrt{\frac{(r_1 - r_2)^2 - r_2^2 \cos^2 i}{r_2^2 \sin^2 i}}}{\pi a^2 \sqrt{1 - e_s}}, \quad (6.5)$$

$$d_2 = \frac{\frac{r_2^2}{r_2} \arcsin \sqrt{\frac{(r_1 - r_2)^2 - r_2^2 \sin^2 i}{r_2^2 \cos^2 i}}}{\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}, \quad (6.6)$$

где $\bar{r}_1$ — расстояние между центрами компонентов при соединении компонентов в главном минимуме, а $\bar{r}_2$ — расстояние между центрами компонентов при соединении компонентов во вторичном минимуме.

При получении формул (6.2), (6.3), (6.4), (6.5) и (6.6) приближенно принимается, что пространственное расстояние между центрами компонентов за время затмения меняется столь мало, что этим изменением при расчете разности истинных аномалий между моментами конца и начала затмения можно пренебречь.

Теперь выразим амплитуду звездной величины затменной переменной через $\kappa = \frac{r_2}{r_1}$, $\gamma' = \frac{I_2}{I_1}$ и α , где r_1 и r_2 — радиусы компонентов, I_1 и I_2 — поверхностные яркости компонентов, α — фотометрическая фаза затмения при соединении.

Обозначим яркости компонентов через L_1 и L_2 , а амплитуды звездной величины через A_1 — при затмении малого компонента и через A_2 — при затмении большого компонента.

В случае круговой орбиты при затмении малого компонента блеск звезды будет:

$$I_1 = L_1 + L_2 - \alpha L_2,$$

а при затмении большого компонента будет:

$$I_2 = L_1 + L_2 - \alpha \kappa^2 L_1,$$

следовательно, получим:

$$A_1 = 2.5 \lg \frac{L_1 + L_2}{L_1 + L_2 - \alpha L_2} = 2.5 \lg \frac{1 + \kappa^2 \gamma'}{1 + \kappa^2 \gamma' (1 - \alpha)}, \quad (6.7)$$

$$A_2 = 2.5 \lg \frac{L_1 + L_2}{L_1 + L_2 - \alpha \kappa^2 L_1} = 2.5 \lg \frac{1 + \kappa^2 \gamma'}{1 + \kappa^2 (\gamma' - \alpha)}. \quad (6.8)$$

В случае эллиптической орбиты получим:

$$A_1 = 2.5 \lg \frac{1 + \kappa^2 \gamma'}{1 + \kappa^2 \gamma' (1 - \alpha)}, \quad (6.9)$$

$$A_2 = 2.5 \lg \frac{1 + \kappa^2 \gamma'}{1 + \kappa^2 (\gamma' - \alpha_1)}, \quad (7.0)$$

где α — фотометрическая фаза затмения при первом соединении компонентов, α_1 — фотометрическая фаза затмения, при втором соединении.

Фотометрическая фаза затмения при данных κ и $p = \frac{\delta - r_1}{r_2}$ определяется формулой:

$$\alpha = \frac{1}{180} \left[\frac{\varphi_1}{\kappa^2} + \varphi_2 \right] - \left[p + \frac{1}{\kappa} \right] \frac{1}{\kappa} \frac{\sin \varphi_1}{\pi}, \quad (7.1)$$

где

$$\cos \varphi_1 = \frac{2 + \kappa p + \kappa^2 p^2}{2(1 + \kappa p)}, \quad \cos \varphi_2 = \frac{\kappa + 2p + \kappa p^2}{2(1 + \kappa p)}. \quad (7.2)$$

Значение α можно взять из данных таблиц $\alpha = \alpha(p, \kappa)$, составленных многими авторами¹.

III. Вероятность открытия переменных звезд, полученная из эмпирических данных

Вопросом определения вероятности открытия переменных звезд, при сравнении пластинок, полученных в разные моменты времени, занимались Паренаго [4], Хоффмейстер [5], Ван-Гент [6] и другие.

¹ Здесь принимается, что распределение яркостей по дискам равномерно (гипотеза U).

Пусть в сравниваемой области есть N переменных звезд и пусть производятся сравнения n пар пластинок. Обозначим среднюю вероятность открытия переменных звезд при одном сравнении двух фотоснимков через w , а число переменных, обнаруженных при сравнении k -той пары через A_k . Тогда полное число открытых переменных при сравнениях n пар фотоснимков, полученных в случайном распределенные моменты, очевидно, выразится через:

$$\sum A_k = Nw \frac{1 - (1-w)^n}{1 - (1-w)} = N [1 - (1-w)^n], \quad (7.3)$$

(формула Хоффмейстера).

Обозначим через N_k число переменных, оставшихся необнаруженными после k сравнений:

$$N_k = N - N [1 - (1-w)^k] = N(1-w)^k. \quad (7.4)$$

С помощью формулы (7.3) можно определить процент обнаруженных звезд, если известно n (число сравнений). Однако на самом деле величину w часто бывает необходимо определить из наблюдений. Из формулы:

$$1 - (1-w)^n = \frac{z}{100}$$

можно получить вероятность открытия одной переменной для одного сравнения, если известны $z = \frac{\sum A_k}{N}$ и n . Хоф-

фмейстер из своих данных получил, что средняя вероятность открытия переменной звезды при одном сравнении равна 0.1. Этот результат относится ко всей совокупности переменных звезд различных типов.

Для вычисления вероятности открытия переменных звезд Ван-Гент дал другой метод. Его метод учитывает повторения в открытиях переменных.

Пусть при n сравнениях пластинок было обнаружено: по одному разу — a_1 переменных звезд, по два раза — a_2 , по три раза — a_3 , по n раз — a_n звезд. Тогда полное число обнаруженных переменных звезд будет:

$$A = a_1 + a_2 + \dots + a_n. \quad (7.5)$$

Если число необнаруженных звезд обозначим a_0 , то число всех переменных звезд будет:

$$N = A + a_0. \quad (7.7)$$

Среднее число обнаружений каждой открытой звезды будет:

$$G = \frac{a_1 + 2a_2 + \dots + na_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}. \quad (7.8)$$

При n сравнениях число обнаружений, усредненное по всем переменным данной области, будет:

$$G_0 = \frac{a_1 + 2a_2 + \dots + na_n}{a_0 + a_1 + \dots + a_n} = nw. \quad (7.9)$$

Из формул (7.8) и (7.9) получим:

$$G = nw \frac{N}{N - a_0}. \quad (8.0)$$

Но мы имеем

$$a_0 = N(1 - w)^n,$$

следовательно:

$$G = \frac{nw}{1 - (1 - w)^n}. \quad (8.1)$$

С помощью этой формулы найдем w , если мы определили G .

Из формулы (7.7) и (8.0) получим:

$$N = \frac{AG}{nw}. \quad (8.2)$$

С помощью формулы (8.2) можем найти общее число переменных звезд, если известны A , w и n .

Эти рассуждения будут строгими только в том случае, если w одинаково для всех переменных. Если же мы имеем разные группы переменных с разными вероятностями открытия, то формулы Ван-Гента и Хоффмейстера не дают прямой связи средней вероятности для группы со средними вероятностями для подгрупп, входящих в состав этой группы. Попытаемся установить эту связь. Пусть имеем

в группе m подгрупп, причем в каждой подгруппе может быть одна или много звезд. Средние вероятности открытия звезд при одном сравнении для этих подгрупп обозначим соответственно через $w_1, w_2, \dots, w_m$, где $w_1 > w_{i+1}$. При n сравнениях среднюю вероятность открытия при одном сравнении для группы можно выразить через средние вероятности открытия при одном сравнении для подгрупп посредством соотношения:

$$N [1 - (1-w)^n] = \sum N_i [1 - (1-w_i)^n], \quad (8.3)$$

где

$$N = \sum N_i,$$

откуда

$$w = 1 - \sqrt[n]{\frac{\sum N_i (1-w_i)^n}{N}}, \quad (8.4)$$

но $N_i (1-w_i)^n = a_{0i}$, где a_{0i} — число необнаруженных звезд подгруппы i . Следовательно:

$$w = 1 - \sqrt[n]{\frac{\sum a_{0i}}{N}}. \quad (8.5)$$

Очевидно, что после ряда сравнений фотопластинок процент необнаруженных звезд в последних подгруппах будет больше, чем в первых подгруппах, так как $w_1 > w_{i+1}$; следовательно, при следующих сравнениях на определяемую среднюю вероятность открытия больше влияния будет иметь число звезд последних подгрупп. И, наоборот, если число сравнений пластинок мало, то на среднюю w большее влияние будут иметь числа звезд первых подгрупп. Таким образом, среднее значение w будет зависеть от числа сравнений.

Иначе говоря, при малом числе сравнений среднее значение w близко к первым членам ряда $w_1, w_2, \dots, w_m$, а при большом числе сравнений среднее w близко к по-

следним членам ряда $w_1, w_2, \dots, w_m$. Это вытекает из формулы (8.5).

Ван-Гент, пользуясь формулой (8.2), определил w для переменных звезд типа RR Лиры. Для этой цели материал, имевшийся у него, он разделил на узкие группы по звездной величине и амплитуде изменения яркости. Очевидно, в этом случае w можно считать одинаковой для звезд каждой группы. Звезды одной из этих групп находились в пределах $14^m45 - 15^m05$ звездных величин и амплитуд $1^m15 - 1^m35$ изменения звездной величины: при тридцати блинкованиях он открыл 70% из этих переменных звезд, откуда он получил $w = 0.042$. Для 142 звезд он получил среднюю $w = 0.033$ и открыл из этих переменных звезд 63%.

Получив из своих наблюдений вероятность открытия переменных звезд с разной амплитудой, Ван-Гент составил таблицу, которая показывает зависимость w от звездной величины и от амплитуды изменения яркости звезд.

Таблица 1

$\begin{matrix} \backslash \\ A \\ m \end{matrix}$	2^m0	1^m5	1^m0	0^m7
13	0.15	0.1	0.05	0.03
14	0.1	0.06	0.03	0.02
15	0.05	0.04	0.02	0.01
15.5	—	0.03	0.01	—

Из таблицы 1 видно, что при постоянном A вероятность уменьшается с увеличением m , а при постоянном m вероятность w уменьшается с уменьшением A .

Таким образом, из данных Хоффмейстера и Ван-Гента получается, что средняя вероятность открытия переменных звезд порядка 0.06.

Д. Коннелл [7], имея в своем распоряжении 1000 фотопластинок, из которых 500 с центром в α Журавля и 500 с центром в η Киля, сравнил между собой из области α Журавля 9, а из η Киля 5 пар пластинок. Интервалы времени между экспозициями сравниваемых пластинок изменялись от 3 часов до 473 дней.

Полученные результаты даны в таблице 2.

Отметим, что в области η Киля известных переменных звезд было на 50% больше, чем в области α Журавля, и число сравниваемых пар фотопластинок в области α Журавля было 9, а в области η Киля всего—5. После сравнения пластинок выяснилось, что в области вокруг α Журавля было обнаружено столько новых переменных звезд, сколько в области η Киля, так что число новых открытых переменных звезд, при каждом сравнении, приблизительно получилось пропорциональным числу известных переменных звезд. Из таблицы 2 видно, что количество переобнаруженных звезд у Коннела растет при уменьшении m . Например: удалось переобнаружить $\frac{5}{8}$ звезд 8 величины, $\frac{3}{4}$ звезд 8—9 звездной величины и т. д.

Вычисляя из данных таблицы 2 вероятности открытия разных типов переменных звезд с помощью формулы:

$$1 - (1 - w)^n = \frac{z}{100},$$

получаем таблицу 3.

При вычислении данных, приведенных в таблице 3, получилось, что в среднем каждая звезда сравнивалась 6,2 раза. При составлении таблицы 3 у нас не было данных об амплитудах изменения яркостей рассматриваемых переменных звезд, поэтому звезды не распределены на узкие группы по амплитудам. Следовательно, полученные вероятности могут рассматриваться лишь как средние вероятности.

Таблица 3, составленная по данным наблюдений Д. Коннелла, показывает, что процент обнаружения больше у Цефеид и долгопериодических переменных. Потом идут затменные переменные и, наконец, переменные прочих типов. Эта таблица еще раз подтверждает тот очевидный факт, что большую вероятность открытия имеют яркие переменные звезды.

Таблица 2

Звезды		8 ^m	8 ^m —9 ^m	9 ^m —10 ^m	10 ^m —11 ^m	Всего
Цефеиды	Известные	11	9	14	10	44
	Переобнаруженные	10	8	11	7	36
	Вновь обнаруженные	1	2	2	2	7
Долго-периодические	Известные	2	3	5	13	23
	Переобнаруженные	2	2	3	4	11
	Вновь обнаруженные	1	0	2	5	8
Затменные переменные	Известные	2	12	14	21	49
	Переобнаруженные	1	9	4	3	17
	Вновь обнаруженные	0	1	4	4	9
Прочие переменные	Известные	3	5	8	10	26
	Переобнаруженные	2	3	1	1	7
	Вновь обнаруженные	0	0	0	0	0
Всего	Известные	18	29	41	54	142
	Переобнаруженные	15	22	19	15	71
	Вновь обнаруженные	2	3	8	11	24

Таблица 3

	8 ^m	8 ^m —9 ^m	9 ^m —10 ^m	10 ^m —11 ^m	Среднее
Цефеиды	0.32	0.298	0.22	0.177	0.24
Долгопериодические	1	0.152	0.14	0.057	0.1
Затменные переменные	0.1	0.20	0.052	0.042	0.066
Прочие переменные	0.152	0.14	0.021	0.016	0.049
Всего:	0.250	0.205	0.095	0.051	0.1

Приведенные данные показывают, что вероятность открытия переменных звезд для всех типов, у Д. Коннелла и Хоффмейстера порядка 0.1. Таким образом, получается, что средняя эмпирическая вероятность открытия переменных звезд по данным Хоффмейстера, Ван-Гента и Д. Коннелла порядка 0.07.

Для получения вероятностей открытия переменных звезд из наблюдений нами в Бюраканской астрофизической обсерватории на пятидюймовом астрографе с объективами „Эрнотар“ с сентября 1949 года по май 1950 года получены снимки двух областей неба с центром α Лебеда и β Кассиопеи. Мы сделали всего 239 снимков, из которых 120 с центром α Лебеда и 119 с центром β Кассиопеи. Мы сравнили 171 пару пластинок, из которых 83 области α Лебеда и 88 области β Кассиопеи. Сравнимые пластинки охватывали площадь неба в 225 квадратных градусов. Интервалы времени между экспозициями сравнивавшихся пластинок изменялись от часа до 207 дней. Экспозиции всех сравниваемых между собой пластинок были равными. Сравнимые снимки были получены на пластинках одного и того же типа (Agfa Isopan. F).

Результаты, полученные из наших сравнений, даны в таблице 4.

Большой процент переобнаруженных звезд у цефеид и долгопериодических переменных объясняется тем, что амплитуды изменения яркостей у них велики. У цефеид в среднем она несколько больше 1^m , а у долгопериодических переменных достигает до 5^m . Все пять переобнаруженных затменных принадлежат к типу Алголя.

Ни у одной из звезд остальных подтипов затменных двойных переменность нами не обнаружена.

Результаты наших наблюдений по амплитуде звездной величины даны в таблице 5.

Из таблицы 5 видно, что процент переобнаруженных переменных звезд не увеличивается плавно с увеличением амплитуды яркостей, а существуют флуктуации. Это можно объяснить как естественными флуктуациями, так частично

Таблица 4

Звезды		A	7 ^m	7 ^m —9 ^m	9 ^m —11	11 ^m —12 ^m	Всего
Затмен. перемен.	Известные			4	7	8	19
	Переобнаруженные			1	3	1	5
Цефеиды	Известные			1	7	5	13
	Переобнаруженные			1	5	3	9
Долго- периоди- ческие	Известные		5	5	3	4	17
	Переобнаруженные		4	3	—	1	8
Прочие типы	Известные		2	2	8	6	18
	Переобнаруженные		—	—	1	1	2
Всего	Известные		7	12	25	23	72
	Переобнаруженные		4	5	9	6	24

Таблица 5

Звезды		A							Всего
		0 ^m —0.5	0.5—1 ^m	1 ^m —1.5	1.5—2 ^m	2 ^m —3 ^m	3 ^m —6 ^m	6 ^m —12 ^m	
Затмен. перемен.	Известные	2	8	5	2	2	—	—	19
	Переобнаруженные	—	—	3	1	1	—	—	5
Цефеиды	Известные	—	5	5	2	1	—	—	13
	Переобнаруженные	—	3	5	1	—	—	—	9
Долго- периоди- ческие	Известные	—	—	—	1	—	10	6	17
	Переобнаруженные	—	—	—	1	—	2	5	8
Прочие типы	Известные	1	7	3	4	3	—	—	18
	Переобнаруженные	—	—	—	2	—	—	—	2
Всего	Известные	3	20	13	9	6	10	6	72
	Переобнаруженные	—	3	8	4	2	2	5	24

и тем, что нам приходилось заниматься фотометрическими измерениями в первый раз и поэтому полученные данные недостаточно надежны. В отношении затменных переменных

надо к этим причинам прибавить то, что затменные звезды типа $\bar{m}$ Алголя с различными амплитудами блеска встречаются с разной частотой. Таблица 5 для затменных переменных типа Алголя дает следующую картину (табл. 6).

Таблица 6

Звезды	А					Всего
	$0^m-0^m.5$	$0^m.5-1^m$	$1^m-1^m.5$	$1^m.5-2^m$	2^m-3^m	
Известные	1	4	4	1	1	11
Переобнаруженные	—	—	3	1	1	5

Из этой таблицы видно, что процент переобнаруженных звезд типа Алголя увеличивается с увеличением амплитуды изменения яркости. Из данных таблицы 4 можно получить вероятность открытия переменных звезд. Учитывая, что в области β Кассиопеи было 44 переменных звезды, а в области α Лебеда—28, при сравнении для области β Кассиопеи 88 пар, а для области α Лебеда—83, получается, что в среднем каждая переменная звезда сравнивалась 86 раз. Используя эти данные и данные таблицы 4 по способу Хоффмейстера, получаем вероятности открытия переменных звезд¹, которые даны в таблице 7.

При сравнении данных таблиц 3 и 7 видим, что значения вероятностей, полученные нами, меньше значений Д. Коннелла приблизительно в 10 раз. Это объясняется тем, что нам в первый раз приходилось заниматься такого рода сравнениями снимков, а также и тем, что число наших сравнений гораздо больше числа сравнений Д. Коннелла. Влияние этого последнего обстоятельства легко усмотреть из формулы:

$$w = 1 - \sqrt[n]{\frac{\sum N_i (1 - w_i)^n}{N}}$$

¹ Заметим, что переменные по типам в двух областях находятся почти в таких же отношениях, в каких находятся общие числа. Поэтому для всех типов звезд число сравнений мы взяли равным 86.

или

$$w = \sqrt[n]{\frac{\sum a_{oi}}{N}}$$

Таблица 7

Звезды	A	До 7 ^m	7 ^m —9 ^m	9 ^m —11 ^m	11 ^m —12 ^m	Всего
Затменные переменные	—	0.0033	0.0065	0.0015	0.0035	0.0035
Цеф	—	1	0.0145	0.011	0.0135	0.0135
Долгопериодические .	0.019	0.011	0.0	0.0033	0.0077	0.0077
Прочие типы . . .	0.0	0.0	0.0015	0.0021	0.0014	0.0014
Всего . . .		0.0101	0.0063	0.0052	0.0035	0.0047

Если из полученных данных мы определим вероятность открытия переменных звезд по методу Ван-Гента, то увидим, что получаются большие значения вероятностей, чем по методу Хоффмейстера.

Например, определим из наших наблюдений вероятность открытия для всех переменных звезд.

Из наблюдений имеем:

1 раз обнаружено 7 звезд

2 раза . . . 7 .

3 " . . . 4 звезды

33 " . . . 5 звезд

40 раз обнаружена 1 звезда

следовательно,

$$G = \frac{7+2.7+3.4+33.5+40}{1+5+4+7+7} = 10.$$

откуда имеем:

$$w = \frac{10.24}{72.86} = 0.04.$$

Сравнивая эту вероятность с данными таблицы 7, мы видим, что эта вероятность приблизительно в 7 раз больше вероятности данных таблицы и приближается к ве-

роятности обнаружения звезд типа RR Лир, полученной Ван-Гентом ($w = 0.042$).

Из данных наших наблюдений вероятность открытия долгопериодических звезд по методу Ван-Гента получается равной 0.14. Она больше вероятности, получаемой по методу Хоффмейстера. Таким образом, получается, что вероятности, полученные методами Ван-Гента и Хоффмейстера, не совпадают, и иногда между ними разница очень большая. Это объясняется тем, что повторяемость обнаружения в методе Ван-Гента учитывается, а в методе Хоффмейстера не учитывается.

По методу Хоффмейстера вероятность открытия определяется по формуле:

$$1 - (1 - w)^n = \frac{z}{100},$$

а по методу Ван-Гента — по формуле:

$$w = \frac{a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n}{n(a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n)}.$$

Если теперь в числе переменных звезд мы имеем звезды, амплитуды блесков которых меньше, чем тот минимальный предел, который может обнаружить наблюдатель и для которых вероятность открытия равна нулю, то это обстоятельство должно различным образом влиять на вероятности, получаемые с помощью этих двух формул. Очевидно, что при возрастании n величина z будет в этом случае стремиться к определенному пределу, а w , определенное из формулы Хоффмейстера, — к нулю. Между тем w , определенное из формулы Ван-Гента, будет при возрастании n стремиться к некоторому положительному пределу.

Следовательно, в этом случае вероятность, получаемая по методу Хоффмейстера, будет меньше вероятности, получаемой по методу Ван-Гента. Это и есть причина того, что вероятность, получаемая нами по методу Хоффмейстера, меньше вероятности, получаемой по методу Ван-Гента. Если из числа всех звезд отнять те звезды, у которых амплитуды блесков очень малы, то вычисляемые по этим формулам средние вероятности открытия для всех

типов звезд, вообще, будут больше, причем вероятность открытия, получаемая по методу Хоффмейстера, увеличится сильнее, чем вероятность, вычисленная по методу Ван-Гента.

Средняя вероятность открытия переменных звезд, полученная по формуле Хоффмейстера, часто может по причине флуктуации в числе открываемых переменных, сильно отклоняться от истинной средней w . Флуктуация может оказать особенно сильное влияние на среднее значение в том случае, когда число переменных звезд в близикуемой области неба мало.

Из сказанного ясно, что когда вероятность открытия переменных звезд определяется из эмпирических данных более целесообразно определять ее по методу Ван-Гента или по формуле:

$$w = \frac{\sum A_k}{nN}, \quad (8.6)$$

где A_k число переменных, открытых при k -ом сравнении, n —число сравнений, N —число переменных.

Очевидно, что при применении этих формул влияние флуктуации на среднюю w не так сильно, особенно тогда, когда число сравнений большое.

IV. Применение полученных формул

Пользуясь формулой вероятности открытия затменных переменных и данными наблюдений, принципиально возможно определить общее число всех тесных пар, являющихся затменными с точки зрения наблюдателя, расположенного на Земле. Используя „геометрическую вероятность открытия“ затменных переменных, мы можем отсюда получить также и общее число всех тесных двойных звезд. Однако при решении этой задачи, во избежание больших ошибок, необходимо произвести определенную дифференциацию среди вышеупомянутых объектов по численным значениям орбитальных и других параметров. Необходимость этого возникает вследствие того, что как „геометрическая вероятность“, так и вероятность открытия зависят от этих параметров.

В качестве примера применения полученных выше результатов попытаемся найти число затменных, а также вообще тесных двойных звезд типа Алголя, физические элементы компонентов которых удовлетворяют условиям:

$$10 \leq \frac{I_2}{I_1} \leq 30, \quad 0.1 \leq r_1 + r_2 \leq 0.5,$$

$$0.1 \leq \frac{r_2}{r_1} \leq 0.5, \quad m \leq 12^m \quad (E)$$

В каталоге затменных переменных Казанской обсерватории есть 11 затменных переменных типа Алголя, физические элементы компонентов которых удовлетворяют условиям (E). Средние физические элементы компонентов этих звезд приведены в конце табл. 8.

Таблица 8

Звезда	γ	κ	r_1	r_2	e	i
RS Овен	23	0.3	0.13	0.04	—	60°
з Возн.	17	0.1	0.3	0.03	—	75°30'
DK Киля	23	0.25	0.244	0.06	—	90°
VW Леб.	22	0.14	0.4	0.06	0.18	71°
RZ Змеев.	28	0.2	0.185	0.037	—	83°30'
SZ Змеев.	19.7	0.38	0.32	0.12	—	79°30'
RR Корвы	10	0.44	0.24	0.1	—	90°
RZ Сектанта	29	0.47	0.3	0.14	—	77°30'
RV Телес.	19.4	0.45	0.24	0.11	—	82°30'
S Пар.	13	0.43	0.23	0.1	—	90°
RR Лисицы	10.53	0.44	0.202	0.096	—	86°
Среднее	19.51	0.32	0.2546	0.0812	—	80°30'

Средний эксцентриситет орбиты для этих звезд можно взять равным нулю. Тогда средняя „геометрическая вероятность“ затменности для звезд этого типа будет:

$$w = 0.34,$$

а средняя вероятность открытия выразится формулой (5.7).
 Ниже мы займемся ее определением. Для этого сначала следует определить, какое среднее число сравнений мы можем считать произведенным для звезд до 12-ой величины. После этого нетрудно будет вычислить на основании (5.7) среднюю вероятность открытия.

§ 1. ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ОТКРЫТИЯ ЗАТМЕННЫХ
 ПЕРЕМЕННЫХ И ОБЩЕГО ЧИСЛА ТЕСНЫХ ДВОЙНЫХ
 С РАССМАТРИВАЕМЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ ПАРАМЕТРОВ

Прежде всего определим среднее значение i .

Учитывая, что i у таких затменных переменных может принять любое значение от $i_0 = \arccos 0.34$ до 90° , среднее значение i можно определить формулой:

$$\bar{i} = \frac{\int_{i_0}^{90^\circ} i D di}{\int_{i_0}^{90^\circ} D di}, \quad (8.7)$$

где

$$D = \frac{1}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{0.34^2 - \cos^2 i}{\sin^2 i}}. \quad (8.8)$$

Путем численного интегрирования мы получим:

$$\bar{i} = 81^\circ 42' ^1$$

Из формул:

$$A = 2.5 \lg \frac{1 + \kappa^2 \gamma'}{1 + \kappa^2 \gamma' (1 - \alpha)}, \quad D = \frac{1}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{0.34^2 - \cos^2 i}{\sin^2 i}}$$

$$\text{и } d = \frac{1}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{0.17^2 - \cos^2 i}{\sin^2 i}}$$

¹ Среднее арифметическое значение i рассматриваемых 11 звезд равно $80^\circ 30'$; это несколько отличается от найденного нами значения i по формуле (8.7), что можно объяснить малым количеством рассматриваемых известных звезд и естественной флуктуацией среднего значения i затменных переменных от среднего значения i , полученного по формуле (8.7).

получим:

$$\bar{D} = 0^p09,$$

$$A = 1^m193, \bar{d} = 0^p03.$$

Среднее значение $\bar{m}$ для звезд 0—12 звездных величин будет:

$$\bar{m} = \frac{\int_0^{12} m N_m dm}{\int_0^{12} N_m dm}, \quad (8.9)$$

где N_m число звезд m -ой величины, которые мы можем принять равным: $N_m = c 10^{0.6m}$.

Подставив значения N_m в формулу (8.9), получим:

$$\bar{m} = 10.33.$$

Подставив значение A , $\bar{m}$, $\bar{D}$, $\bar{d}$ в формулу W , получим:

$$W = 0.0483.$$

Ниже мы покажем, что среднее число сравнений для обнаружения затменных переменных по всему небу можно принять приблизительно равным единице.

Следовательно, число затменных переменных типа Алголя, имеющих характеристики, заключенные во взятых нами интервалах, будет:

$$N_1 = \frac{11}{0.0483} = 228,$$

а число тесных двойных звезд, при принятых условиях оказывается равным:

$$N_2 = 679.$$

§ 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ЧИСЛА СРАВНЕНИЙ ДЛЯ ЗВЕЗД ДО 13.5 ВЕЛИЧИНЫ

Из данных наблюдений можно грубо оценить порядок среднего числа наблюдений для обнаружения затменных переменных по всему небу.

Для этой цели сравним данные наблюдений и полученные теоретически выводы.

Попробуем теоретически определить при некоторых предположениях число уже открытых затменных звезд типа Алголя, имеющих данную амплитуду звездных величин.

Предположим, что:

1) число двойных звезд m -ой звездной величины пропорционально числу звезд m -ой звездной величины;

2) функция распределения двойных звезд по разностям звездных величин компонентов постоянна (статистические данные, полученные нами, примерно подтверждают это предположение [8]);

3) функция распределения двойных звезд по ΔM (разница звездных величин компонентов) при данном i постоянна;

4) число двойных звезд, плоскости орбит которых имеют наклон i , пропорционально $\sin i$ di . Это предположение исходит из того, что все ориентировки равновероятны.

При этих условиях число затменных переменных до предельной величины m_0 , имеющих амплитуду, заключенную между A и $A+dA$, выразится формулой:

$$n(A)dA = c \int_0^\infty \sin i \, di \, d\Delta M \int_{-\infty}^{m_0} N_m \, dm, \quad (9,0)$$

где N_m —число звезд m -ой звездной величины. Интегрирование в первом интеграле проводится по той полосе в плоскости ($i, \Delta M$), которая соответствует интервалу значений амплитуд от A до $A+dA$, а c —постоянный коэффициент.

Имеем $i = i(A, \Delta M)$,

откуда $di = \frac{\partial i}{\partial A} dA + \frac{\partial i}{\partial \Delta M} d\Delta M$. Следовательно, получим:

$$n(A)dA = c \int_0^\infty \sin i \left(\frac{\partial i}{\partial A} dA + \frac{\partial i}{\partial \Delta M} d\Delta M \right) d\Delta M \int_{-\infty}^{m_0} N_m \, dm. \quad (9,1)$$

Число открытых затменных переменных, имеющих амплитуду звездных величин A , при k сравнениях, будет:

$$B_k(A) dA = c \int_0^\infty \sin i \left(\frac{\partial i}{\partial A} dA + \frac{\partial i}{\partial \Delta M} d\Delta M \right) d\Delta M \int w_k N_m dm, \quad (9.2)$$

где w_k — средняя вероятность открытия затменных переменных при k сравнениях.

Фотометрическая фаза затмения при гипотезе U выразится формулами:

$$\alpha = \frac{1 + k^2 \gamma'}{k^2 \gamma'} (1 - 10^{-0.4A}). \quad (6.9')$$

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \left[\frac{r_1^2}{r_2^2} \varphi_1 + \varphi_2 - \frac{\delta r_1}{r_2^2} \sin \varphi_1 \right], \quad (7.1')$$

Для упрощения формул (7.2) и (7.0) возьмем: $r_1 = r_2 = 0.5$, $\delta = \cos i$, т. е. возьмем значение δ при соединении компонентов. Тогда из формул (7.0) и (7.2) получим:

$$\alpha = \frac{1 + \gamma'}{\gamma'} (1 - 10^{-0.4A}), \quad (6.9'')$$

$$\alpha = \frac{2i}{\pi} - \frac{2}{\pi} \sin i \cos i, \quad (7.1'')$$

откуда найдем:

$$\frac{2i}{\pi} = \frac{\sin 2i}{\pi} - \frac{1 + \gamma'}{\gamma'} (1 - 10^{-0.4A}) = 0 \quad (9.3)$$

$$\frac{\partial i}{\partial A} = b \left(\frac{i}{\sin^2 i} - \frac{\cos i}{\sin i} \right), \quad (9.4)$$

$$\text{где} \quad b = \frac{0.2 \ln 10}{10^{0.4A} - 1}.$$

Если бы ΔM для всех звезд было одним и тем же, то вместо (9.1) мы имели бы

$$n_1(A) = cb \left(\frac{i}{\sin i} - \cos i \right). \quad (9.7)$$

По формулам:

$$A = 2.5 \lg \frac{1 + \kappa^2 \gamma'}{1 + \kappa^2 \gamma' (1 - \alpha)}, \quad \cos i = r_1 + r_2 p,$$

для значений $i(0)$, $i(\infty)$, $i(2.56)$, $i(0.69)$, при $\kappa = 1$, пользуясь таблицей $p = p(\alpha^\circ, \kappa)$, получаем таблицу 9.

Таблица 9

$\Delta M \backslash A$	$0^m.45$	$0^m.55$	$0^m.65$	$0^m.75$	$0^m.85$	$0^m.95$	$1^m.05$	$1^m.15$
0.	83°56'	86°04'	88°07'	90°	—	—	—	—
$0^m.7$	80°40'	82°33'	84°10'	85°25'	86°45'	87°56'	89°04'	90°
$2^m.5$	77°26'	78°45'	79°53'	80°56'	82°07'	83°07'	83°57'	84°33'
∞	76°45'	78°06'	79°16'	80°15'	81°04'	81°54'	82°45'	83°20'

Пользуясь таблицей 9 получим таблицу 9а для $\frac{i}{\sin i} - \cos i$.

Из таблицы 9а видно, что можно примерно принять:

$$n_1(A) = c_1 n(A), \quad (9.8)$$

Таблица 9а

	$0^m.45$	$0^m.55$	$0^m.65$	$0^m.75$	$0^m.85$	$0^m.95$	$1^m.05$	$1^m.15$
$0^m.0$	1.366	1.436	1.505	1.57				
$0^m.69$	1.426	1.452	1.476	1.495	1.516	1.536	1.554	1.57
$2^m.56$	1.165	1.206	1.235	1.272	1.309	1.341	1.368	1.381
∞	1.147	1.186	1.222	1.252	1.278	1.302	1.329	1.348
Всего	5.104	5.280	5.438	5.589	4.103	4.179	4.251	4.299

где c_1 — постоянная величина, т. е. вместо формулы (9.1) применять формулу (9.7).

По формуле (9.7) для средней звезды типа Алголя¹ мы вычислили $p(A)$. Результаты помещены в таблице 11.

Далее нами вычислены другие величины, входящие в формулу (9.2) для $B_k(A)$. Среднюю вероятность открытия звезд типа Алголя мы определили по формуле:

$$w = \left\{ 2D(1-D)f_0 \left[\frac{\frac{A}{2}(D-d) + Ad}{D} \right] + 2d(D-d)f_0 \left(\frac{A}{2} \right) + (D-d)^2 f_0 \left(\frac{A}{3} \right) \right\} (1 - 0,062\overline{m}),$$

продолжительность общего затмения средней звезды по формуле:

$$\overline{D} = \frac{1}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{0,418^2 - \cos^2 i}{\sin^2 i}},$$

а продолжительность полного затмения мы приняли равной: $\overline{d} = 0,1\overline{D}$. Величину m мы определили из [9]:

$$\overline{m} = \frac{\int_0^{13,5} m N_m dm}{\int_0^{13,5} N_m dm} = 11^m 83,$$

а для $f_0(\Delta m)$ пользовались выражением:

$$f_0 = \frac{(2,2\Delta m)^2}{1 + (2,2\Delta m)^2}.$$

Числа B_k затменных переменных типа Алголя, которые должны быть открыты при k сравнениях, определены по формуле (9.3). Полученные нами данные помещены в таблице 10.

Полученные значения α , i , p , D , w и $p(A)$, при $\Delta M = 2^m 56$, $r_1 + r_2 = 0,418$, $k = \frac{r_2}{r_1} = 1$, помещены в таблице 11.

¹ Примерно 130 звезд типа Алголя имеют следующие средние элементы: $\Delta M = 2^m 56$, $r_1 + r_2 = 0,418$, $k = 0,66$, но при вычислении мы взяли $k = 1$, потому, что при выводе формулы (9.7) тоже взяли $k = 1$.

Таблица 10

А	0 ^m .45	0 ^m .55	0 ^m .65	0 ^m .75	0 ^m .85	0 ^m .95	1 ^m .05	1 ^m .15
с В ₁	29.52	33.36	37.33	36.27	35.81	34.35	33.47	31.95
0.5 с В ₂	29.31	33.15	36.91	35.89	35.23	33.69	32.79	31.28
0.3 с В ₃	29.16	32.83	36.46	35.30	34.69	33.09	32.15	30.60
0.1 с В ₁₀	27.81	30.84	33.46	31.97	31.03	29.27	28.05	26.44
0.05 с В ₂₀	26.14	28.24	28.76	27.97	26.66	24.80	23.36	21.73
0.025 с В ₄₀	23.83	23.90	23.91	21.85	20.21	18.38	16.85	15.38

Данные наблюдений приведены в таблице 12.

Из таблицы 10 и 12 видно, что числа известных Алголей с разными амплитудами приблизительно пропорциональны числам В₁. Следовательно, среднее число сравнений, произведенных для обнаружения затменных переменных по всему небу, грубо можно оценить близким к единице.

Для проверки того, насколько вероятность, вычисленная на основании реальной кривой блеска, совпадает со значениями, полученными из наших приближенных формул, нами была вычислена вероятность открытия для звезды типа Алголя ВМ Ориона двумя методами.

Вероятность открытия переменной звезды типа Алголя ВМ Ориона, вычисленная по формуле

$$w = \frac{1}{P^2} \int_0^P \int_0^{P-D} f(m, \Delta m) dt dt,$$

численным интегрированием, полученная при использовании кривой блеска Паренаго [10], получается равной 0,026, а по формуле

$$w = Df \left\{ \left[\frac{\frac{A}{2} (D - d) + Ad}{D} \right], m \right\}$$

Таблица 11

Λ	$0^m.45$	$0^m.55$	$0^m.65$	$0^m.75$	$0^m.85$	$0^m.95$	$1^m.05$	$1^m.15$
L	0.3674	0.4339	0.4919	0.5446	0.5927	0.6366	0.6760	0.7130
l	$77^{\circ}26'$	$78^{\circ}45'$	$79^{\circ}53'$	$80^{\circ}56'$	$82^{\circ}07'$	$83^{\circ}07'$	$83^{\circ}57'$	$84^{\circ}03'$
p	0.0384	-0.0700	-0.1749	-0.2602	0.3440	-0.4266	-0.4918	-0.5404
D	0.1168	0.1221	0.1264	0.1276	0.1306	0.1319	0.1333	0.1343
w	0.01299	0.01816	0.02468	0.02839	0.03248	0.03584	0.03990	0.04299
сн(A)	2.2722	1.8363	1.5127	1.2774	1.1026	0.9584	0.8388	0.7432

Таблица 12

тип звезд \ Λ	$0^m.41-0^m.5$	$0^m.51-0^m.6$	$0^m.61-0^m.7$	$0^m.71-0^m.8$	$0^m.81-0^m.9$	$0^m.91-1^m.0$	$1^m.1-1^m.2$	$1^m.21-1^m.3$	$1^m.31-1^m.4$	$1^m.41-1^m.5$	
Алголя	9	9	13	14	12	11	16	11	6	5	Элементы орбиты известны
Алголя	72	74	70	82	58	86	51				
β Лиры	45	52	43	35	29	28	—				
Всего	117	126	123	117	87	114	51				

получается равной 0,029¹, т. е. почти такой же, что показывает законность замены реальных кривых схематическими кусочно-линейными графиками.

Выражаю глубокую благодарность профессору В. А. Амбарцумяну за помощь при выполнении этой работы.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *H. I. Gramatzki*, Über die geometrische Sichtbarkeitswahrscheinlichkeit von Bedeckungsveränderlichen und ihre Bedeutung für die Statistik auch der Cephei-Veränderlichen A. N. 233, 105, 1928.
2. *Б. О. Щеголев*, О геометрической вероятности открытия переменных звезд типа Алголя, А. Ж. 8, 214, 1931.
3. *С. Некрасова*, Статистические исследования спектрально-двойных звезд, Бюллетень Астрон. Обсерват. им. В. Г. Энгельгардта, 1938.
4. *П. П. Паренаго, М. С. Зверев, В. П. Цесевич* и другие. Методы изучения переменных звезд, 134, 194, 1947.
5. *G. Hoffmeister*, A. N. 250, 104, 1933.
6. *H. von B. Gent*, A. N. 7, 21, 1933.
7. *D. O'Connell, S.*—Preliminary Report on a Search for new Variable stars, M. N. 107, 474, 1947.
8. *Р. А. Саакян*, К статистике двойных звезд, рукопись.
9. *П. П. Паренаго*, Курс звездной астрономии, 175, 1946.
10. *П. П. Паренаго*, Переменные звезды 6—4, 1948.

ԽԱՎԱՐՈՒՆ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ԱՍՏՂԵՐԻ ՀԱՅՏԱՔԵՐՄԱՆ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա մ փ ո փ ո մ

Ներկա աշխատության մեջ քննարկված է խավարուն փոփոխական աստղերի հայտարերման հավանականության հարցը: Արտածված է բանաձև պարբերական փոփոխական աստղերի հայտարերման հավանականության համար: Ելնելով այդ բնականորեն բանաձևից արտածված են բանաձևեր խավարուն փոփոխական աստղերի հայտարերմամբ հավանականության համար:

¹ При вычислении мы приняли:
$$f(\Delta m, m) = \frac{(2\Delta m)^2}{1 + (2\Delta m)^2}$$

Աշխատութեան մեջ բերված են մեր դիտումների արդյունքները փոփոխական աստղերի հայտարարման մասին, Այդ դիտողական տվյալների հիման վրա, Հոֆֆմայստերի բանաձևի օգնությամբ, ստացված են տարբեր տիպի փոփոխական աստղերի հայտարարման համանականությունները:

Աշխատութեան վերջում կոնկրետ օրինակի հիման վրա փորձ է արված, մեր արտածած բանաձևերի և խավարուն փոփոխականների հայտարարման երկրաչափական համանականության» բանաձևի օգնությամբ, տեսականորեն հաշվել Այգուլի տիպի սեղմ կրկնակի աստղերի և խավարուն փոփոխականների ընդհանուր քանակը, որոնց ֆիզիկական և օրրիտալ էլեմենտները ընկած են որոշակի ինտերվալների մեջ:

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр
Введение	3
I. Вероятность открытия затменных переменных типа Алголя	5
§ 1. Геометрическая вероятность открытия затменных переменных типа Алголя.	5
§ 2. Вывод формулы вероятности открытия затменных переменных типа Алголя.	8
II. Вывод вероятностей открытия затменных переменных из кривых блеска	15
§ 1. Вероятность открытия периодической переменной при сравнении двух фотоснимков.	15
§ 2. Вывод формул вероятностей открытия затменных переменных трех типов из кривых блеска	17
III. Вероятность открытия переменных звезд, полученная из эмпирических данных	27
IV. Применение полученных формул.	39
§ 1. Вычисление вероятности открытия затменных переменных и общего числа тесных двойных с рассматриваемыми значениями параметров	41
§ 2. Определение среднего числа сравнений для звезд до 13,5 величины.	42
Литература	49

