

ԵՐԵՎԱՆԻ
ԱՍՏՂԱԴԻՏԱՐԱՆԻ
ԲՅՈՒԼԵՏԵՆ

БЮЛЛЕТЕНЬ
ЕРЕВАНСКОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ
ОБСЕРВАТОРИИ

BULLETIN OF THE EREVAN
ASTRONOMICAL OBSERVATORY

№5

Գլխավորահատու խմբագիր Վ. Զ. ԶԱՄԽԱՆԻՍՅԱՆ
Отвественный редактор В. А. АМБАРИՍՅԱՆ

А. А. Ватьян

О возможных сверхплотных звездных конфигурациях

ВВЕДЕНИЕ

В области теоретического изучения внутреннего строения белых карликов проделана большая работа. Результаты, полученные в этой области, обладают большей достоверностью, чем те, которые получены для других звезд. Из-за неимения достаточного наблюдательного материала дальнейшее развитие этой теории несколько затрудняется, но это не мешает все же искать новые пути для теоретического изучения этих, весьма интересных объектов. В частности представляется интересным решить вопрос—являются ли белые карлики единственно возможными конфигурациями равновесия вырожденной материи или возможны другие, еще более плотные конфигурации с радиусами порядка десятков километров. Вопрос о реальном существовании сверхплотных конфигураций ставится уже, например, в работах Цвикки о сверхновых звездах. Но кроме самодеющего интереса вопрос об этих конфигурациях связан с вопросом о существовании весьма плотных ядер у обычных звезд. Проблеме сверхплотных конфигураций и посвящена настоящая работа.

В этой работе мы рассматриваем три возможных случая: а) звездная материя состоит из совокупности свободных электронов и освобожденных ядер—протонов; б) она состоит из нейтронов и в) материя состоит из смеси указанных частиц. При достаточно больших плотностях звездная материя будет крайне вырождена. Понятно, что при таких условиях, вместе с электронным газом, будут вырождены и протонный и нейтронный газы. Это будет при столь большой плотности, что большинство электронов будет иметь скорость порядка скорости света и для них мы будем принимать крайне релятивистское соотношение между кинетической энергией и импульсом, т. е. $E \cong cP$. Возможно, что иногда (при больших плотностях) протоны и нейтроны тоже имеют сравнительно большие скорости, но для них мы не делаем каких-либо крайних предположений и рассматриваем общее соотношение между их кинетической энергией и импульсом, т. е. мы точно учитываем релятивистский эффект изменения массы.

Для исследования равновесных звездных конфигураций фундаментальное значение имеет знание уравнения состояния материи, т. е. соотношение между общим давлением P и плотностью ρ . Отметим, что при наличии вырождения общее давление практически равно газовому давлению, т. к. радиативное давление пренебрежимо мало по сравнению с газовым. Поскольку давление вырожденного газа не зависит от температуры, распределение источников звездной энергии никак не влияет на механическое равновесие звезды. Эти обстоятельства делают излишним какие-либо предположения относительно распределения источников и коэффициента непрозрачности и тем самым крайне облегчается решение задачи. Мы не рассматриваем влияния внешней оболочки, состоящей из идеального газа, на структуру звезды. Влияние такой оболочки, как показал Чандрасекар, вносит незначительные поправки.

Получив дифференциальные уравнения равновесия для рассматриваемых конфигураций, мы численно решаем их и на основе полученных результатов вычисляем значение массы, плотности и радиуса. При вычислениях для определенности значения молекулярного веса μ принято равным единице. В случае, когда оно отлично от единицы, нужно умножить M на μ^{-2} , r на μ^{-1} и ρ на μ соответственно.

Начнем с рассмотрения модели так называемой электронно-протонной звезды.

I. Модель электронно-протонной звезды

Здесь мы рассматриваем такие звездные конфигурации, которые находятся в механическом равновесии и состоят из совокупности свободных электронов и освобожденных ядер—протонов. Чтобы получить общее уравнение состояния материи электронно-протонной звезды, сперва выведем таковое для электронного и протонного газов в отдельности и потом сложим полученные парциальные плотности и давления.

1. Электронный газ. Обозначим парциальное давление электронов через P_e , плотность через ρ_e , импульс через p_e , массу через m_e , скорость через V и кинетическую энергию электрона через E_e . Для крайне вырожденного электронного газа имеем уравнения:

$$P_e = \frac{8\pi}{3h^3} \int_0^{p_{e0}} \rho_e^3 \frac{\partial E_e}{\partial p_e} dp_e, \quad (1)$$

$$\rho_0 = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^{p_{00}} m_0' p_0'^2 dp_0', \quad (2)$$

где p_{00} — максимальный импульс, m_0' — движущаяся масса и h^3 — объем одной клетки фазового пространства.

Из специальной теории относительности имеем:

$$E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (3)$$

$$P_0 = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (4)$$

где $\beta = \frac{v}{c}$. Комбинация (3) и (4) дает:

$$E_0 = p_0 \frac{c^2}{v}. \quad (5)$$

Так как по предположению $v \approx c$, то окончательно для кинетической энергии электрона получаем выражение

$$E_0 \approx c p_0. \quad (5')$$

Дифференцируя (5') и подставляя в (1), получаем

$$P_0 = \frac{8\pi c}{3h^3} \int_0^{p_{00}} p_0'^3 dp_0'. \quad (6)$$

В (2) m_0' заменяем ее значением из уравнения (4) при $v \approx c$ ($m_0' \approx \frac{P_0}{c}$), которая дает

$$\rho_0 = \frac{8\pi}{ch^3} \int_0^{p_{00}} p_0'^3 dp_0'. \quad (7)$$

Интегрируя (6) и (7), получаем:

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \frac{2\pi c}{3h^3} p_{00}^4, \\ \rho_0 &= \frac{2\pi}{ch^3} p_{00}^4. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Вводя новую переменную $x = p_0 / m_0 c$, представим последние уравнения в следующей форме:

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \frac{2\pi m_0^4 c^5}{3h^3} x^4, \\ \rho_0 &= \frac{2\pi m_0^4 c^3}{h^3} x^4; \end{aligned} \right\} \quad (8')$$

Получается (из 8') соотношение

$$P_0 = \frac{1}{3} c^2 \rho_0. \quad (9)$$

Это и есть уравнение состояния вырожденного электронного газа при исключительно высокой плотности. Оно напоминает изотермическое уравнение состояния идеального газа.

2. Протонный газ. Подобно тому как мы сделали в случае с электронами, обозначим давление протонов через P_p , плотность — ρ_p , импульс — p_p , массу — m_p , скорость — w , кинетическую энергию — E_p . Для давления и плотности, как и раньше, имеем выражения:

$$P_p = \frac{8\pi}{3h^3} \int_0^{p_{0p}} p_p^3 \frac{dE_p}{dp_p} dp_p, \quad (10)$$

$$\rho_p = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^{p_{0p}} m_p' p_p^2 dp_p, \quad (11)$$

где p_{0p} — максимальный импульс протона и m_p' — движущаяся масса. Напишем выражение для энергии и массы из специальной теории относительности:

$$E_p = m_p c^2 \left[\left(1 + \frac{p_p^2}{m_p^2 c^2} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad (12)$$

$$m_p' = m_p \left(1 + \frac{p_p^2}{m_p^2 c^2} \right)^{1/2}, \quad (13)$$

или

$$E_p = m_p c^2 [(1 + y_1^2)^{1/2} - 1], \quad (12')$$

$$m_p' = m_p (1 + y_1^2)^{1/2} \quad (13')$$

где $y_1 = p_p / m_p c$, а c — скорость света.

При помощи (12') и (13') интегралы, представляющие давление и плотность, можно изобразить так:

$$P_p = \frac{8\pi m_p^4 c^5}{3h^3} \int_0^y y_1^4 (1 + y_1^2)^{-1/2} dy_1, \quad (14)$$

$$\rho_p = \frac{8\pi m_p^4 c^3}{h^3} \int_0^y y_1^2 (1 + y_1^2)^{1/2} dy_1, \quad (15)$$

где y — максимальное значение y_1 и соответствует максимальному импульсу протонов.

Интегрированием (14) и (15) получаем выражения для P_p и ρ_p в параметрической форме:

$$\left. \begin{aligned} P_p &= \frac{\pi m_p^4 c^5}{3h^3} \{ y(1+y^2)^{1/2} (2y^2-3) + 3 \ln(y + \sqrt{1+y^2}) \}, \\ \rho_p &= \frac{\pi m_p^4 c^3}{h^3} \{ y(1+y^2)^{1/2} (1+2y^2) - \ln(y + \sqrt{1+y^2}) \}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Эти уравнения дают уравнение состояния материи, состоящей из одних лишь вырожденных протонов. Они аналогичны уравнениям, полученным Чандрасекаром для электронов.

3. Полное давление и плотность. При выводе уравнения состояния для смеси протонов и электронов можно считать, что эти частицы действуют независимо друг от друга.

Поэтому для получения полного уравнения состояния нужно сложить соответствующие значения давления и плотности электронного и протонного газов:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{пол.}} &= P_e + P_p, \\ \rho_{\text{пол.}} &= \rho_e + \rho_p, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

или

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{пол.}} &= \frac{\pi c^5}{3h^3} \{ 2m_e^4 x^4 + m_p [y(1+y^2)^{1/2} (2y^2-3) + 3 \ln(y + \sqrt{1+y^2})] \}, \\ \rho_{\text{пол.}} &= \frac{\pi c^3}{h^3} \{ 2m_e^4 x^4 + m_p [y(1+y^2)^{1/2} (1+2y^2) - \ln(y + \sqrt{1+y^2})] \}. \end{aligned} \right\} \quad (17')$$

Предположим, что материя рассматриваемых конфигураций состоит из водорода, хотя исследования показывают, что звезды, во крайней мере их внешние слои, состоят как из водорода, так и других легких элементов. В этом предположении можно принять

число протонов и электронов равным. Из этого следует, что равны и их максимальные импульсы. На основе этого допущения получаем следующее соотношение:

$$m_{e,x} = m_{p,y}. \quad (18)$$

При помощи (18) можно (17') представить в следующей форме:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{пол.}} &= \frac{\pi m_p^4 c^5}{3h^3} |2y^4 + y(1+y^2)^{1/2}(2y^2-3) + 3 \ln(y + \sqrt{1+y^2})|, \\ \rho_{\text{пол.}} &= \frac{\pi m_p^4 c^3}{h^3} [2y^4 + y(1+y^2)^{1/2}(1+2y^2) - \ln(y + \sqrt{1+y^2})]. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Перепишем (19) так:

$$P_{\text{пол.}} = A f(y); \quad \rho_{\text{пол.}} = B \varphi(y), \quad (19')$$

где

$$\left. \begin{aligned} f(y) &= 2y^4 + y(1+y^2)^{1/2}(2y^2-3) + 3 \ln(y + \sqrt{1+y^2}), \\ \varphi(y) &= 2y^4 + y(1+y^2)^{1/2}(1+2y^2) - \ln(y + \sqrt{1+y^2}), \\ A &= \frac{\pi m_p^4 c^5}{3h^3}; \quad B = \frac{\pi m_p^4 c^3}{h^3}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

4. Дифференциальное уравнение механического равновесия. Как известно, условие механического равновесия звездной конфигурации выражается в виде уравнения

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM(r)}{r^2} \rho, \quad (21)$$

где G — постоянная тяготения, r — расстояние от центра сферы, а $M(r)$ — масса, заключенная в сфере радиуса r .

Умножая обе части (21) на r^2/ρ , дифференцируя по r и пользуясь выражением $dM(r) = 4\pi r^2 \rho dr$, получаем:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \cdot \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} \right) = -4\pi G \rho. \quad (22)$$

Подставляя значение давления и плотности из (19'), имеем:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \cdot \frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dr} \right) = - \frac{4\pi GB^2}{A} \varphi, \quad (22')$$

вводим новую переменную $\xi = \frac{1}{\alpha} r$, где $\alpha = \left(\frac{A}{r\pi GB^2} \right)^{1/2}$.

Тогда наше дифференциальное уравнение становится

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \cdot \frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{d\xi} \right) = - \varphi(y). \quad (23)$$

И, наконец, в окончательном виде это уравнение можно представить так:

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{dF}{d\xi} \right) = - \varphi(F), \quad (24)$$

где мы обозначили

$$\frac{dF}{dt} = \frac{1}{\varphi} \frac{df}{dt}, \quad (25)$$

откуда

$$F = \int_0^y \frac{1}{\varphi} \frac{df}{dy} dy. \quad (25')$$

Полученное уравнение нашей проблемы внешне напоминает уравнение Эмдена. Теперь перед нами стоит задача найти решение этого уравнения.

5. Решение уравнения проблемы. Уравнение механического равновесия (24) в общем виде нельзя решить, а потому мы прибегли к его численному решению.

Сначала были вычислены значения функций $F(y)$ и $\varphi(y)$ в пределах $0 \leq y \leq 8$. Эту работу мы сделали двумя способами: а) когда $y \leq 0.3$, мы пользовались следующими приближенными уравнениями, которые легко получаются из (20), в результате разложения и пренебрежения высшими степенями y :

$$\left. \begin{aligned} f &= 2y^4 + \frac{8}{5} y^5, \\ \varphi &= 2y^4 + \frac{8}{3} y^3, \\ dF &= 3 \left(1 + \frac{1}{4} y \right) dy, \\ F &= 3 \left(y + \frac{1}{8} y^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

и б) при больших значениях y вычисления мы производили непосредственно по уравнениям (20) и (25). Результаты табулированы в таблице 1 (см. приложение). Затем, при помощи этих таблиц мы начертили кривую зависимости $\varphi(F)$ (стр. 11, рис. 1). Мы видим, что с увеличением $F(y)$ возрастает и плотность $\varphi(y)$, причем вначале очень медленно, а затем, когда $F(y)$ принимает значение больше трех, очень быстро. Легко видеть, что при переходе от малых y к большим нерелятивистское вырождение уступает место релятивистскому вырождению, вследствие чего и плотность материи заметно возрастает.

Пользуясь нашим графиком, мы можем непосредственно приступить к решению основного уравнения. Перепишем (24) в таком виде:

$$\xi^2 F'' + 2F' = -\xi \varphi(F). \quad (24')$$

Прибавляя к левой части $\xi^2 F$ и заменив $2F'$ через $2\xi F'$, получаем два уравнения первого и второго порядка:

$$\left. \begin{aligned} (\xi F)' &= -\xi \varphi(F), \\ (\xi F)' &= F + \xi F'. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Эту систему уравнений мы будем решать для различных на-

чальных значений F , а именно: $F_0 = 0.5; 0.1; 3.0; 5.0; 7.0; 8.0; 10.0$ при $\xi = 0$.

Напомним, что при значениях $F \leq 0.5$ совокупность протонов образует нерелятивистский Ферми газ. Этот случай нами не рассматривается, т. к. при этом давление от протонов слишком мало по сравнению с парциальным давлением электронов. Между тем случай, когда нужно рассматривать парциальное давление одних лишь электронов, был подробно исследован Чандрасекаром.

Численные значения некоторых функций для рассмотренных случаев даны в таблицах 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (см. приложение).

Ниже приводим числовые значения постоянных:

$$A = 6.879 \cdot 10^{35} \text{ г см}^{-1} \text{ сек}^{-2}; \quad B = 2.296 \cdot 10^{15} \text{ г см}^{-3}; \quad \alpha = 3.945 \cdot 10^6 \text{ см};$$

$$\lg A = 35.83764; \quad \lg B = 15.36100; \quad 4\pi B \alpha^3 = 1.771 \cdot 10^{23} \text{ г}; \quad 3B = 6.888 \cdot 10^{15} \text{ г см}^{-3};$$

$$\lg(4\pi B \alpha^3) = 23.24821;$$

$$\lg 3B = 15.83812.$$

Величины последних строк, как увидим дальше, входят в выражения для массы и плотности, как постоянные величины.

6. Выражения для массы и средней плотности. Масса звезды произвольного радиуса ξ будет

$$M(\xi) = 4\pi \int_0^\xi r^2 \rho dr. \quad (28)$$

Подставляя значения r и ρ , получаем

$$M(\xi) = 4\pi B \alpha^3 \int_0^\xi \varphi^2 d\xi. \quad (28')$$

С другой стороны, дифференциальное уравнение (24) можно переписать так:

$$d\left(\xi^2 \frac{dF}{d\xi}\right) = \varphi^2 d\xi. \quad (29)$$

Комбинируя (28') и (29), получаем:

$$M(\xi) = -4\pi B \alpha^3 \xi^2 \frac{dF}{d\xi}. \quad (30)$$

Если ξ представляет радиус звезды, тогда для полной массы получим:

$$M = -4\pi B \alpha^3 \left(\xi^2 \frac{dF}{d\xi}\right)_1. \quad (31)$$

Пусть $\bar{\rho}$ будет средняя плотность звезды. Тогда из (28) имеем:

$$M(\xi) = \frac{4}{3} \pi \bar{\rho} \alpha^3 \xi^3. \quad (32)$$

Приравнивая (32) и (30), для плотности получаем выражение:

$$\bar{\rho} = -3B \xi^{-1} \frac{dF}{d\xi}. \quad (33)$$

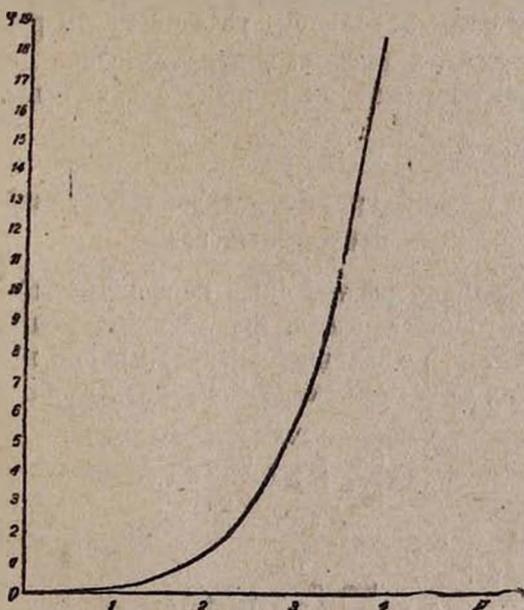
По уравнениям (30) и (33) вычисляем массу и среднюю плот-

ность рассматриваемых конфигураций. Радиус же вычисляется из соотношения $r = a\xi$. Полученные результаты табулированы в таблице 1, причем массы выражены в единицах массы Солнца (M_{\odot}), а плотность и радиус в единицах CGS.

Таблица 1

F	M/M \odot	$\bar{\rho}$	r
0.5	5.48	$1.77 \cdot 10^{12}$	$1.13 \cdot 10^7$
1.0	5.34	$7.55 \cdot 10^{12}$	$6.94 \cdot 10^6$
3.0	3.97	$8.94 \cdot 10^{13}$	$2.76 \cdot 10^6$
5.0	2.86	$1.76 \cdot 10^{14}$	$2.05 \cdot 10^6$
7.0	2.10	$4.72 \cdot 10^{14}$	$2.76 \cdot 10^6$
8.0	2.10	$2.22 \cdot 10^{15}$	$3.55 \cdot 10^6$
10.0	2.57	$2.06 \cdot 10^{15}$	$3.86 \cdot 10^6$

Мы видим, что звездные массы, состоящие из протонов и электронов, наряду с конфигурациями равновесия, рассмотренными Чандрасекаром [2], и имеющие радиусы порядка десятков тысяч километров, имеют также конфигурации равновесия в несколько десятков километров. Сопоставление данных, полученных Чандрасекаром, и наших результатов изображено на рис 1. При возрастании F(y)



масса звезды убывает, но, начиная с определенного значения F(y) (примерно с 9), масса звезды начинает увеличиваться. Возможно, это объясняется тем, что в этих условиях релятивистски вырождаются и протоны. В этом случае для них получаем уравнение состояния типа (9). Как мы уже указывали, оно формально совпадает с урав-

нением состояния изотермического газа, применение которого, как показывает решение соответствующего уравнения Эддена, приводит к равновесной конфигурации с бесконечной массой.

II. Модель нейтронной звезды

Для объяснения некоторых физических вопросов звездной структуры, особенно природы выделения колоссальной энергии внутри звезд и при вспышках сверхновых, была выдвинута так называемая гипотеза нейтронных звезд [8]. Предполагается, что при вспышках сверхновых звездная материя целиком превращается в нейтроны. Кроме того, высказывались предположения о существовании нейтронных ядер у обычных звезд. Эти уплотненные конфигурации должны иметь плотность порядка плотности атомного ядра (10^{14} г/см³) и радиус порядка 10^6 см. Некоторые явления, связанные с сверхновыми, как-то: выделение колоссальной энергии в очень короткий промежуток времени, красное смещение, образование новой звездной конфигурации, по видимому, объясняется теорией нейтронных звезд.

Нейтронная материя может находиться в различных фазах: в фазе идеального газа, быть вырожденным классически и быть вырожденным релятивистски. Напомним, что оболочка звезды благодаря большой разреженности в структуре звезды существенной роли не играет, и поэтому фазу идеального газа не будем рассматривать.

Две другие фазы, а именно: нерелятивистски и релятивистски вырожденное состояние материи одинаково возможны. Займемся их рассмотрением.

Первый случай: крайне релятивистски вырожденный нейтронный газ

Рассмотрим модель равновесных конфигураций релятивистски вырожденных нейтронных звезд, при предположении, что эти конфигурации находятся в механическом равновесии и не подвержены действиям внешних сил. Напишем выражение для давления P_n и ρ_n :

$$P_n = \frac{8\pi}{3h^3} \int_0^{p_{0n}} p_n^3 \frac{\partial E_n}{\partial p_n} dp_n, \quad (34)$$

$$\rho_n = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^{p_{0n}} m_n p_n^3 dp_n, \quad (35)$$

где m_n , P_n и E_n — масса, импульс и кинетическая энергия нейтрона. Соответствующее максимальное значение импульса будем обозначать с ноликом, а движущиеся массы со штрихом. Подобно тому как мы

преобразовали выражения давления и плотности протонного газа, можно (34) и (35) представить в форме

$$P_n = \frac{8\pi m_n^4 c^3}{3h^3} \int_0^z z_1^4 (1+z_1^2)^{-1/2} dz_1, \quad (36)$$

$$\rho_n = \frac{8\pi m_n^4 c^3}{h^3} \int_0^z z_1^3 (1+z_1^2)^{1/2} dz_1, \quad (37)$$

где $z_1 = P_n/m_n c$, а z ее максимальное значение.

Интегрируя, получаем:

$$\begin{aligned} P_n &= A_1 [z(1+z^2)^{1/2}(2z^2-3) + 3 \ln(z + \sqrt{1+z^2})] \\ \rho_n &= B_1 [z(1+z^2)^{1/2}(1+2z^2) - \ln(z + \sqrt{1+z^2})] \end{aligned} \quad (38)$$

где $A_1 = \frac{\pi m_n^4 c^3}{3h^3}$, $B_1 = \frac{\pi m_n^4 c^3}{h^3}$.

В первом приближении можно принять массу нейтрона равной массе протона, тогда числовые значения постоянных A_1 и B_1 совпадают со значениями A и B .

Следовательно:

$$A_1 = 6.879 \cdot 10^{35} \text{ г см}^{-1} \text{ сек}^{-2}; \quad B_1 = 2.296 \cdot 10^{15} \text{ г см}^{-3}.$$

Теперь нам нетрудно получить дифференциальное уравнение равновесия конфигурации нейтронной звезды. Поступая таким же методом, как и в параграфе 4, мы получаем

$$\frac{1}{\eta^2} \frac{d}{d\eta} \left(\eta^2 \frac{d\Theta}{d\eta} \right) = -\varphi_1(\Theta), \quad (39)$$

где нами введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} f(z) &= z(1+z^2)^{1/2}(2z^2-3) + 3 \ln(z + \sqrt{1+z^2}), \\ \varphi(z) &= z(1+z^2)^{1/2}(1+2z^2) - \ln(z + \sqrt{1+z^2}), \\ d\Theta &= \frac{df_1}{\varphi_1}; \quad r = \alpha\eta. \end{aligned} \quad (40)$$

Уравнение (39) решается аналогично уравнению (24). В таблице 9 табулированы результаты вычисления функции $\Theta(z)$ и $\varphi_1(z)$. Результаты численного решения (39) для различных начальных значений функции $\Theta(z)$ даны в таблицах 11, 12, 13, 14.

Согласно уравнениям (30) и (33) вычислены масса и плотность рассматриваемых конфигураций соответственно этим решениям. Таблица 2 представляет эти результаты.

Таблица 2

Θ	M/M_{\odot}	$\bar{\rho}$	r
0.5	0.98	$0.06 \cdot 10^{14}$	$1.31 \cdot 10^6$
1.0	1.87	$6.43 \cdot 10^{14}$	$1 \cdot 10^6$
3.0	1.52	$3.58 \cdot 10^{15}$	$5.86 \cdot 10^5$
5.0	1.11	$5.57 \cdot 10^{15}$	$4.56 \cdot 10^5$
6.0	0.98	$5.34 \cdot 10^{15}$	$4.43 \cdot 10^5$

Следует отметить, что значение массы конфигурации сперва увеличивается с возрастанием функции $\theta(z)$, а потом начинает уменьшаться. При одной и той же массе получаем две различные равновесные конфигурации.

Второй случай: нерелятивистски вырожденный нейтронный газ

Теперь предположим, что имеет место нерелятивистское вырождение нейтронной материи. В этом случае $z \ll 1$. Напишем известные уравнения для P_n и ρ_n в виде:

$$P_n = 8A \int_0^z z_1^4 (1 + z_1^2)^{-1/2} dz_1, \quad (41)$$

$$\rho_n = 8B \int_0^z z_1^3 (1 + z_1^2)^{1/2} dz_1. \quad (42)$$

Так как z по сравнению с единицей малая величина, то в первом приближении давление и плотность материи принимают значение

$$\left. \begin{aligned} P_n &= \frac{8}{5} A z^5, \\ \rho_n &= \frac{8}{3} B z^3. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Последние уравнения дают следующее соотношение между газовым давлением и плотностью:

$$P_n = C \rho_n^{2/3}, \quad (44)$$

где $C = 5.371 \cdot 10^9 \text{ см}^2 \text{ сек}^{-2}$.

Это есть уже известное уравнение состояния нерелятивистски вырожденного Ферми газа; только значение C отличается от того, которое имеет место для нерелятивистски вырожденного электронного газа.

На основе закона (44) получается обычное уравнение Эмдена с политропическим индексом $n = 3/2$. Имеем:

$$\frac{1}{U^2} \frac{d}{dU} \left(U^2 \frac{d\psi}{dU} \right) = -\psi^{3/2}, \quad (45)$$

где $U = \frac{1}{\alpha_1} r$; $\alpha_1 = \frac{3}{4} \alpha$; $\psi = z^2$.

Уравнение типа (45) было рассмотрено и численно решено Эмденом. Применялось краевое условие

$$\psi(0) = 1, \quad \left(\frac{d\psi}{dU} \right)_{U=0} = 0 \text{ при } U = 0.$$

Решение $\psi(U_0)$ превращается в нуль при значении $U = U_0$.

Из таблицы Эмдена видно, что

$$U_0 = 3.6538, \quad \psi(U_0) = 0, \quad \psi'(U_0) = -0.2033.$$

Если $\psi = \phi(U)$ есть любое решение (45), то и $\psi = D^4\phi(DU)$ является решением этого уравнения и исчезнет при $U = U_1$, причем $U_1 = \frac{U_0}{D}$. Давая D произвольные значения, мы получим целое семейство решений для рассматриваемой звездной конфигурации.

Напишем, с другой стороны, дифференциальное уравнение равновесия для случая, когда в звездной массе вырождены только одни электроны. Оно имеет вид

$$\frac{1}{\zeta^2} \frac{d}{d\zeta} \left(\zeta^2 \frac{d\theta}{d\zeta} \right) = -Q^{3/2}, \quad (46)$$

где сделаны следующие обозначения:

$$\zeta = \frac{1}{\alpha_2} r; \quad \alpha_2 = \left(\frac{5A}{8\pi GB^2} \right)^{1/2}; \quad Q = x^2; \quad x = P_0/m_0 c;$$

$$A_2 = \frac{8\pi m_0^4 c^5}{15h^3}; \quad B_2 = \frac{8\pi m_e^3 m_p c^3}{h^3}.$$

Ниже приведены числовые значения постоянных:

$$A_2 = 9.606 \cdot 10^{22} \text{ г см}^{-1} \text{ сек}^{-2}; \quad B_2 = 9.832 \cdot 10^6 \text{ г см}^{-3};$$

$$\alpha_2 = 5.443 \cdot 10^8 \text{ см}; \quad \lg A_2 = 22.98254;$$

$$\lg B_2 = 5.99264; \quad \lg \alpha_2 = 8.73584.$$

Сказанное относительно характера решения (45) в полной мере относится и к уравнению (46). Фактически мы имеем одно уравнение, которым управляются нерелятивистски вырожденные нейтронные и электронные материи. Разница между некоторыми физическими величинами, характеризующими рассмотренные конфигурации, является следствием неравенства соответствующих постоянных.

Для вывода интересующих нас величин мы пользуемся решением Эддена. Ниже приведены значения массы, средней плотности и радиуса рассматриваемых конфигураций, вычисленные согласно вышеприведенным крайним значениям эдденовских решений, т. е. $\eta_0 = 3.6538$, $\psi(\eta_0) = 0$ и $\psi'(\eta_0) = 0.2033$.

Для модели нейтронной конфигурации

$$M_n = 2.73 M_\odot; \quad \bar{\rho}_n = 1.022 \cdot 10^{16} \text{ г см}^{-3};$$

$$r_n = 1.081 \cdot 10^8 \text{ см}.$$

Для модели конфигурации материи, когда вырождены одни лишь электроны,

$$M = 2.73 M_\odot; \quad \bar{\rho} = 1.641 \cdot 10^5 \text{ г см}^{-3}; \quad r = 1.989 \cdot 10^9 \text{ см}.$$

Мы видим, что массы в обоих случаях равны, а плотности и радиусы очень сильно разнятся. Нейтронная конфигурация при данной массе имеет радиус порядка 10^8 см и плотность порядка $10^{16} \text{ г см}^{-3}$, между тем как конфигурация, в которой вырожден только электронный газ, при той же массе имеет сравнительно низкую плотность и большой радиус порядка 10^9 см .

Из этих решений путем преобразования подобия мы можем получить новые решения. Именно, мы имеем семейство решений $\psi = D^2 \phi(DU_1)$, которое есть общее решение (45). Как мы уже видели, $\psi(DU_1) = 0$ при $DU_1 = U_0$. Для получения новых решений пользуемся соотношениями

$$U_1 = \frac{U_0}{D}; \quad r_1 = \frac{r_0}{D};$$

$$M = D^3 M_\odot; \quad \bar{\rho} = D^6 \bar{\rho}_0.$$

В таблице 3 даны результаты новых решений.

Таблица 3

U	Нейтронная конфигурация			Конфигурация обычн. материи			D
	M/M \odot	$\bar{\rho}$	r_n	M/M \odot	$\bar{\rho}$	r	
2.496	9.20	$1.16 \cdot 10^{15}$	$7.2 \cdot 10^3$	9.20	$1.87 \cdot 10^8$	$1.92 \cdot 210^9$	1.5
2.810	5.99	$4.93 \cdot 10^{15}$	$6.31 \cdot 10^3$	5.99	$7.91 \cdot 10^8$	$1.53 \cdot 10^9$	1.3
3.321	3.46	$1.80 \cdot 10^{15}$	$9.83 \cdot 10^3$	3.46	$2.9 \cdot 10^8$	$1.8 \cdot 10^9$	1.2
4.060	1.99	$5.43 \cdot 10^{14}$	$1.20 \cdot 10^4$	1.98	$8.72 \cdot 10^4$	$2.21 \cdot 30^9$	0.9
5.218	0.93	$1.21 \cdot 10^{14}$	$1.54 \cdot 10^4$	0.93	$1.93 \cdot 10^4$	$2.84 \cdot 10^9$	0.7
7.307	0.34	$1.16 \cdot 10^{14}$	$2.16 \cdot 10^4$	0.34	$2.56 \cdot 10^3$	$3.98 \cdot 10^9$	0.5

Впрочем, при больших массах $M > 3M_\odot$ плотность материи настолько высока, что газ нельзя уже считать нерелятивистски вырожденным.

III. Модель нейтронно-протонно-электронной звезды

Выше мы рассмотрели отдельно модели протонно-электронной конфигурации и нейтронной конфигурации. На самом деле в протонно-электронной звезде должны неизбежно происходить реакции соединения протонов и электронов в нейтроны, точно так же, как в нейтронной звезде, нейтроны будут порождать пары: протон + электрон. Поэтому приведенные выше построения можно рассматривать как некоторую подготовку к рассмотрению более общего случая таких конфигураций, при которых в каждом элементе объема присутствуют одновременно протоны, электроны и нейтроны и имеет место „ядерно-химическое“ равновесие между ними. Условие такого равновесия можно представить при сильном вырождении в виде

$$E_{op} + E_{oe} = E_{on}, \quad (47)$$

где E_{op} , E_{oe} , E_{on} — максимальные кинетические энергии протона, электрона и нейтрона соответственно. Это уравнение можно написать так:

$$m_n c^2 \left(1 + \frac{P_{on}^2}{m_n^2 c^2} \right)^{1/2} = m_p c^2 \left(1 + \frac{P_{op}^2}{m_p^2 c^2} \right)^{1/2} + m_e c^2 \left(1 + \frac{P_{oe}^2}{m_e^2 c^2} \right)^{1/2} \quad (47')$$

$$\text{или} \quad (P_{on} + m_n^2 c^2)^{1/2} = (P_{op}^2 + m_p^2 c^2)^{1/2} + (P_{oe}^2 + m_e^2 c^2)^{1/2}, \quad (47'')$$

где P_p, P_e, P_n — максимальные импульсы, а m_p, m_e, m_n — покоящиеся массы протона, электрона и нейтрона.

Возведя (47'') в квадрат, получаем:

$$P_n^2 = P_p^2 + P_e^2 - m_n^2 c^2 + m_p^2 c^2 + m_e^2 c^2 + 2\sqrt{(P_p^2 + m_p^2 c^2)(P_e^2 + m_e^2 c^2)}. \quad (48)$$

Напомним, что $P_e = P_p$, ибо число протонов равно числу электронов. Кроме того, $P_p^2 \gg (m_e c)^2$. Таким образом, в первом приближении можно писать

$$P_n^2 \cong 2P_p^2 - m_n^2 c^2 + m_p^2 c^2 + 2P_p \sqrt{P_p^2 + m_p^2 c^2} \quad (49)$$

или по принятым нами обозначениям:

$$z^2 = a(1 + 2y^2) + 2ay\sqrt{1 + y^2} - 1, \quad (50)$$

$$\text{где } a = \left(\frac{m_p}{m_n}\right)^2 \cong 1.$$

Итак окончательно имеем:

$$z^2 = 2y(y + \sqrt{1 + y^2}). \quad (51)$$

Таким образом, для того чтобы система находилась в состоянии равновесия, необходимо, чтобы импульсы частиц удовлетворяли соотношению (51).

В таблице 4 даны числа нейтронов и протонов в 1 см^3 и значения их импульсов в зависимости от y . Из сопоставления полученных результатов видно, что при малых значениях y число нейтронов значительно больше числа протонов. По мере возрастания y это отношение числа нейтронов к числу протонов постепенно уменьшается и при больших значениях $n_n/n_p \rightarrow 8$. Что же касается числа электронов n_e в 1 см^3 , то оно равно числу протонов n_p , как уже указывалось выше.

Для дальнейшего исследования равновесных звездных конфигураций, состоящих из нейтронов, протонов и электронов, нам нужно, как обычно, получить уравнение состояния и дифференциальное уравнение механического равновесия и решить его при определенных предельных условиях. Эта операция не представляет трудности, т. к. она является обобщением операций, проделанных уже ранее. Нам следует сложить давление и плотность из уравнений состояния (19) и (38) и тем самым получить уравнение состояния электронно-протонно-нейтронной конфигурации звезды.

Итак, мы можем написать:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{пол.}} &= P_p + P_e + P_n, \\ \rho_{\text{пол.}} &= \rho_p + \rho_e + \rho_n. \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

Подставляя значения парциальных давлений и плотностей и выражая z через y и пользуясь соотношением (51), представим (52) в параметрической форме:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{пол.}} &= AH(y), \\ \rho_{\text{пол.}} &= BX(y), \end{aligned} \right\} \quad (52')$$

Таблица 4

у	z	P_p	P_n	P_p	P_n
0.0	0	0	0	0	
0.1	0.470	$3.68 \cdot 10^{26}$	$3.84 \cdot 10^{28}$	$4.98 \cdot 10^{-15}$	$2.34 \cdot 10^{-14}$
0.2	0.698	$2.95 \cdot 10^{27}$	$1.26 \cdot 10^{29}$	$9.96 \cdot 10^{-15}$	$8.48 \cdot 10^{-14}$
0.3	0.898	$9.95 \cdot 10^{27}$	$2.68 \cdot 10^{30}$	$1.49 \cdot 10^{-14}$	$4.48 \cdot 10^{-14}$
0.4	1.087	$2.36 \cdot 10^{28}$	$4.75 \cdot 10^{30}$	$1.99 \cdot 10^{-14}$	$5.42 \cdot 10^{-14}$
0.5	1.272	$4.61 \cdot 10^{28}$	$7.61 \cdot 10^{30}$	$2.49 \cdot 10^{-14}$	$6.24 \cdot 10^{-14}$
0.6	1.456	$7.96 \cdot 10^{28}$	$1.14 \cdot 10^{31}$	$2.99 \cdot 10^{-14}$	$7.26 \cdot 10^{-14}$
0.7	1.632	$1.26 \cdot 10^{29}$	$1.61 \cdot 10^{31}$	$3.48 \cdot 10^{-14}$	$8.14 \cdot 10^{-14}$
0.8	1.824	$1.76 \cdot 10^{29}$	$2.24 \cdot 10^{31}$	$3.98 \cdot 10^{-14}$	$9.09 \cdot 10^{-14}$
0.9	2.010	$2.69 \cdot 10^{29}$	$3.00 \cdot 10^{31}$	$4.48 \cdot 10^{-14}$	$1.00 \cdot 10^{-13}$
1.0	2.197	$3.69 \cdot 10^{29}$	$3.83 \cdot 10^{31}$	$4.98 \cdot 10^{-14}$	$1.09 \cdot 10^{-13}$
1.2	2.574	$6.37 \cdot 10^{29}$	$6.08 \cdot 10^{31}$	$5.97 \cdot 10^{-14}$	$1.28 \cdot 10^{-13}$
1.4	2.950	$1.01 \cdot 10^{30}$	$8.86 \cdot 10^{31}$	$6.97 \cdot 10^{-14}$	$1.44 \cdot 10^{-13}$
1.6	3.340	$1.51 \cdot 10^{30}$	$1.38 \cdot 10^{32}$	$7.97 \cdot 10^{-14}$	$1.66 \cdot 10^{-13}$
1.8	3.727	$2.15 \cdot 10^{30}$	$1.91 \cdot 10^{32}$	$8.96 \cdot 10^{-14}$	$1.86 \cdot 10^{-13}$
2.0	4.116	$2.95 \cdot 10^{30}$	$2.58 \cdot 10^{32}$	$9.96 \cdot 10^{-14}$	$2.05 \cdot 10^{-13}$
2.2	4.507	$4.20 \cdot 10^{30}$	$3.38 \cdot 10^{32}$	$1.09 \cdot 10^{-13}$	$2.25 \cdot 10^{-13}$
2.4	4.899	$5.09 \cdot 10^{30}$	$4.34 \cdot 10^{32}$	$1.19 \cdot 10^{-13}$	$2.44 \cdot 10^{-13}$
2.6	5.293	$6.48 \cdot 10^{30}$	$5.44 \cdot 10^{32}$	$1.29 \cdot 10^{-13}$	$2.04 \cdot 10^{-13}$
2.8	5.680	$8.09 \cdot 10^{30}$	$6.82 \cdot 10^{32}$	$1.39 \cdot 10^{-13}$	$2.84 \cdot 10^{-13}$
3.0	6.080	$9.95 \cdot 10^{30}$	$8.31 \cdot 10^{32}$	$1.49 \cdot 10^{-13}$	$3.08 \cdot 10^{-13}$
3.4	6.871	$1.46 \cdot 10^{31}$	$1.20 \cdot 10^{33}$	$1.69 \cdot 10^{-13}$	$3.42 \cdot 10^{-13}$
3.8	7.664	$1.99 \cdot 10^{31}$	$1.66 \cdot 10^{33}$	$1.88 \cdot 10^{-13}$	$3.82 \cdot 10^{-13}$
4.2	8.455	$2.73 \cdot 10^{31}$	$2.23 \cdot 10^{33}$	$2.09 \cdot 10^{-13}$	$4.21 \cdot 10^{-13}$
4.6	9.253	$3.59 \cdot 10^{31}$	$2.93 \cdot 10^{33}$	$2.29 \cdot 10^{-13}$	$4.61 \cdot 10^{-13}$
5.0	10.050	$4.61 \cdot 10^{31}$	$3.76 \cdot 10^{33}$	$2.49 \cdot 10^{-13}$	$5.01 \cdot 10^{-13}$
6.0	12.040	$7.96 \cdot 10^{31}$	$6.46 \cdot 10^{33}$	$2.99 \cdot 10^{-13}$	$6.00 \cdot 10^{-13}$
7.0	14.030	$1.26 \cdot 10^{32}$	$1.02 \cdot 10^{34}$	$3.48 \cdot 10^{-13}$	$7.00 \cdot 10^{-13}$
8.0	16.020	$1.89 \cdot 10^{32}$	$1.52 \cdot 10^{34}$	$3.98 \cdot 10^{-13}$	$7.99 \cdot 10^{-13}$
9.0	18.010	$2.69 \cdot 10^{32}$	$2.16 \cdot 10^{34}$	$4.48 \cdot 10^{-13}$	$8.98 \cdot 10^{-13}$
10.0	20.000	$3.64 \cdot 10^{32}$	$2.95 \cdot 10^{34}$	$4.98 \cdot 10^{-13}$	$9.96 \cdot 10^{-13}$

где

$$\begin{aligned}
 H(y) &= 2y^2 + y(1+y^2)^{1/2}(2y^2-3) + [2y(y + \sqrt{1+y^2})]^{1/2} [4y(y + \\
 &\quad + \sqrt{1+y^2}) - 3] \cdot [2y(y + \sqrt{1+y^2}) + 1]^{1/2} + 3 \ln \{ (y + \\
 &\quad + \sqrt{1+y^2}) [(2y^2 + 2y\sqrt{1+y^2})^{1/2} + (2y^2 + 2y\sqrt{1+y^2} + 1)^{1/2}] \} \\
 \chi(y) &= 2y^2 + y(1+2y^2)(1+y^2)^{1/2} + [2y(y + \sqrt{1+y^2})]^{1/2} [4y(y + \\
 &\quad + \sqrt{1+y^2}) + 1] \cdot [2y(y + \sqrt{1+y^2}) + 1]^{1/2} - \ln \{ (y + \\
 &\quad + \sqrt{1+y^2}) [(2y^2 + 2y\sqrt{1+y^2})^{1/2} + (2y^2 + 2y\sqrt{1+y^2} + 1)^{1/2}] \}.
 \end{aligned}
 \tag{53}$$

Перепишем уравнение механического равновесия:

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM(r)}{r^2} \rho. \tag{54}$$

В силу (52') его можно написать в виде

$$\frac{dH}{dr} = - \frac{GBM(r)}{Ar^2} \chi, \tag{54'}$$

откуда

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \cdot \frac{1}{\chi} \frac{dH}{dr} \right) = - \frac{4\pi GB^2}{A} \chi, \tag{55}$$

где введена замена $dM(r) = 4\pi r^2 \rho dr$.

Введя новую переменную $t = \frac{1}{\alpha} r$, можно упростить (55) и представить его в форме

$$\frac{1}{t^2} \frac{d}{dt} \left(t^3 \cdot \frac{1}{\chi} \frac{dH}{dt} \right) = - \chi. \tag{55'}$$

Наконец, обозначая $dY = \frac{dH}{\chi}$, окончательно получаем

$$\frac{1}{t^2} \frac{d}{dt} \left(t^3 \left(\frac{dY}{dt} \right) \right) = - \chi(Y). \tag{56}$$

Мы получили уравнение, напоминающее по виду те, с которыми мы встречались в предыдущих параграфах. Решается оно также численным способом.

В таблице 15 (см. приложение) даны вычисленные значения функции $Y(y)$ и $\chi(y)$. Сравнивая эту таблицу с таблицей 1, мы видим, что соответствующие значения функций F и Y почти равны, между тем как плотности $\chi(y)$ и $\varphi(y)$ дают большие расхождения. В случае, когда имеют место и нерелятивистское и релятивистское вырождения тяжелых частиц, значение плотности $\chi(y)$, в несколько десятков раз больше значения функции $\varphi(y)$. При релятивистски сильном вырождении это отношение постепенно уменьшается и доходит, например, до 9 при $y=3$. Отсюда следует, что при возрастании y , т. е. с переходом материи от нерелятивистски вырожденного состояния в релятивистски вырожденное и дальше в крайне релятивистски вырожденное состояние, плотность материи протонно-электронной

звезды возрастает сравнительно быстрее, чем у нейтронно-протонно-электронной звезды.

Для нашего дифференциального уравнения мы ищем такие решения, которые удовлетворяли бы условиям $dy/dt = 0$, $Y = 0.5, 1.0, 3.0$ при $t = 0$. В таблицах 17, 18, 19 (см. приложение) приведены результаты этих решений. Кроме того, ниже табулированы вычисленные значения массы, средней плотности и радиуса.

Таблица 5

Y	M/M \odot	$\bar{\rho}$	r
0.5	0.97	$1.92 \cdot 10^{14}$	$1.348 \cdot 10^6$
1.0	1.87	$6.32 \cdot 10^{14}$	$1.01 \cdot 10^6$
3.0	1.44	$3.86 \cdot 10^{15}$	$6.61 \cdot 10^5$

Сравнивая эти результаты с соответствующими результатами для чисто нейтронной звезды (табл. 2), мы видим, что они практически совпадают. Таким образом, при исследовании весьма уплотненных звездных конфигураций можно не рассматривать сложную модель нейтронно-протонно-электронной звезды и пользоваться гипотезой нейтронных звезд.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе мы рассмотрели три модели равновесных конфигураций звезд исключительно высоких плотностей ($\rho \approx 10^{13}$ г см $^{-3}$ и выше). При таких условиях имеет место крайне релятивистское вырождение электронного газа и релятивистское вырождение протонного и нейтронного газов. Иными словами, при столь высоких плотностях большая часть электронов будет иметь скорость, близкую к скорости света. Поэтому для них мы применили предельное соотношение между кинетической энергией и импульсом $E_e \approx cP_e$. Можно представить себе такое состояние материи, что тяжелые частицы тоже достигнут таких больших скоростей, но для них мы не делали никаких предположений и пользовались общим соотношением между их кинетической энергией и импульсом, даваемым релятивистской механикой.

При исследовании моделей электронно-протонных и нейтронных звезд мы считали, что эти частицы не превращаются в друг друга. Но на самом деле в недрах звезд с такими плотностями будет иметь место образование нейтронов из электронов и протонов (Ландау, 10), особенно в водородных звездах, и наоборот. Если это так, то, строго говоря, указанные модели звезд нельзя рассматривать как реальные и, главное, как устойчивые конфигурации. Звездная конфигурация только тогда может находиться в равновесном состоянии, когда в каждой единице объема установится „ядерно-химическое“

равновесие. Таким образом, рассмотрение моделей электронно-протонных и нейтронных звезд приводит нас к необходимости рассматривать ядерно-химическое равновесие в каждой точке звезды. Одна из возможных таких конфигураций—нейтронно-протонно-электронная с учетом эффекта ядерной реакции нами и рассмотрена.

Результаты, полученные особенно для равновесных конфигураций нейтронных и электронно-протонно-нейтронных звезд, показывают, что их масса—порядка солнечной массы, плотность—порядка атомного ядра (10^{14} г см⁻³) и радиус равен десяткам километров. В некоторых случаях для радиуса мы получили 5—6 километров; при таких условиях, когда звезда имеет столь малый радиус, заметную роль начинают играть эффекты общей теории относительности (Северный, 9). Сильное гравитационное поле может заметно влиять на структуру звезд с такими малыми радиусами и большими плотностями. Эквивалентная масса гравитационной энергии представляет заметную часть собственной энергии (Цвикки, 8), пренебрежение которой приведет нас к неприятным результатам. Таким образом, наше исследование далеко не исчерпывает хотя бы и части всех вопросов, вытекающих из физического характера сверхплотных звезд. Понятно, что наши результаты являются грубо приближенными, а выводы предварительными.

Перейдем к этим выводам:

1. Для равновесных конфигураций электронно-протонных звезд, при начальных значениях параметра $0.5 \leq F \leq 10$, получается масса в пределах $5.5 M_{\odot} \geq M \geq 2.6 M_{\odot}$ солнечной массы, плотность порядка 10^{12} г см⁻³ и радиус порядка десятков километров. Когда $F < 0.5$, вырождаются только электроны. Этот случай был рассмотрен Чандрасекаром (2). Сравнивая наши результаты с соответствующими значениями, полученными Чандрасекаром, мы видим, что его конфигурации имеют массы того же порядка. Отсюда следует, что звезды равных масс могут иметь различные равновесные конфигурации.

2. Более интересны результаты, относящиеся к рассмотренным моделям нейтронных звезд. Как видно из таблицы 2, максимальная масса равновесных конфигураций ($= 1.5 M_{\odot}$) получается при значении $\theta = 3$. При $\theta \geq 3$ масса уменьшается, в то время как радиус в первом случае увеличивается, а во втором — уменьшается. Таким образом, получаются различно равновесные конфигурации при равных массах. Плотность $\rho \approx 10^{14}$ г см⁻³. Ясно, что такая сверхсжатая конфигурация материи с радиусом примерно в пять километров должна обладать очень сильным гравитационным полем, так что, особенно при исследовании моделей нейтронных звезд, нужно учитывать эффекты общей теории относительности. Этот вопрос мы не разобрали, т. к. он не входил в план нашей работы.

3. Относительно электронно-протонно-нейтронных моделей мы можем сказать, что полученные результаты почти совпадают с

соответствующими значениями нейтронных моделей. Таким образом, этот класс моделей можно не рассматривать и пользоваться моделью нейтронных звезд, которая проще для исследования.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Таблица 1

y	$F(y)$	$\varphi(y)$	y	$F(y)$	$\varphi(y)$
0.000	0.000	0.00000	0.28	0.889	0.0708
0.005	0.015	0.00000	0.30	0.934	0.088
0.010	0.030	0.00000	0.40	1.246	0.229
0.015	0.045	0.00001	0.50	1.554	0.482
0.020	0.060	0.00002	0.60	1.850	0.833
0.025	0.075	0.00004	0.70	2.139	1.516
0.030	0.090	0.00007	0.80	2.418	2.423
0.035	0.105	0.00010	0.90	2.684	3.676
0.040	0.120	0.00017	1.00	2.944	5.360
0.045	0.136	0.00025	1.10	3.199	7.570
0.050	0.151	0.00033	1.20	3.434	10.419
0.055	0.165	0.00044	1.40	3.886	18.386
0.060	0.181	0.00057	1.60	4.302	30.237
0.065	0.198	0.00076	1.80	4.687	47.367
0.070	0.214	0.00095	2.00	5.043	70.886
0,08	0.242	0.0014	2.20	5.373	$1.020 \cdot 10^2$
0.10	0.304	0.0029	2.40	5.683	$1.426 \cdot 10^2$
0.12	0.365	0.0046	2.60	5.971	$1.950 \cdot 10^2$
0.14	0.427	0.0081	2.80	6.242	$2.599 \cdot 10^2$
0.16	0.490	0.0122	3.00	6.487	$3.406 \cdot 10^2$
0.18	0.542	0.0176	3.20	6.738	$4.383 \cdot 10^2$
0.20	0.615	0.0245	3.40	6.966	$5.560 \cdot 10^2$
0.22	0.675	0.0331	3.50	7.094	$6.180 \cdot 10^2$
0.24	0.722	0.0402	4.00	7.603	$1.053 \cdot 10^3$
0.26	0.805	0.0560	5.00	8.470	$2.516 \cdot 10^3$
			6.00	9.195	$5.253 \cdot 10^3$
			7.00	9.808	$9.699 \cdot 10^3$
			8.00	10.338	$1.640 \cdot 10^4$

Таблица 2

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(F)$
0.0	0.5000	0.0000	0.0132
1.6	0.4944	0.0067	0.0128
3.2	0.4785	0.0180	0.0115
4.8	0.4540	0.0175	0.0098
6.4	0.4292	0.0207	0.0080
8.0	0.3787	0.0226	0.0059
9.6	0.3708	0.0223	0.0050
9.6	0.3530	0.0221	0.0042
10.4	0.3335	0.0217	0.0036
11.2	0.3181	0.0212	0.0032
12.0	0.3018	0.0108	0.0029
12.8	0.2858	0.0203	0.0025
13.6	0.2693	0.0197	0.0021
14.4	0.2538	0.0190	0.0017
15.2	0.2389	0.0182	0.0014
16.0	0.2246	0.0174	0.0012
16.8	0.2110	0.0166	0.0010
17.6	0.1980	0.0158	0.0008
18.4	0.1839	0.0150	0.0006
19.2	0.1786	0.0144	0.00052
20.0	0.1628	0.0135	0.00042
20.8	0.1523	0.0127	0.00034
21.6	0.1424	0.0120	0.00029
22.4	0.1331	0.0116	0.00025
23.2	0.1242	0.0108	0.00019
24.0	0.1162	0.0102	0.00015
25.6	0.1003	0.0091	0.00010
26.4	0.0932	0.0087	0.00008
27.2	0.0864	0.0082	0.00005
28.0	0.0800	0.0078	0.00003
28.8	0.0740	0.0073	0.00001

Таблица 3

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(F)$
0.0	1.0000	0.0000	0.1150
0.8	0.9879	0.0296	0.1100
1.6	0.9535	0.0550	0.0970
2.4	0.9014	0.0798	0.0820
3.2	0.8365	0.0868	0.0680
4.0	0.7657	0.0908	0.0490
4.8	0.6923	0.0913	0.0360
5.6	0.6206	0.0877	0.0245
6.4	0.5523	0.0825	0.0185
7.2	0.4894	0.0760	0.0122
8.0	0.4316	0.0687	0.0084
8.8	0.3793	0.0620	0.0056
9.6	0.3325	0.0552	0.0036
10.0	0.3111	0.0422	0.0030
10.4	0.2906	0.0493	0.0025
10.8	0.2716	0.0466	0.0021
11.2	0.2535	0.0440	0.0017
11.6	0.2364	0.0416	0.0013
12.0	0.2202	0.0397	0.0011
12.4	0.2048	0.0372	0.00088
12.8	0.1903	0.0352	0.00069
13.2	0.1766	0.0330	0.00055
13.6	0.1636	0.0316	0.00045
14.0	0.1514	0.0300	0.00033
14.4	0.1396	0.0284	0.00028
14.8	0.1285	0.0270	0.00021
15.2	0.1179	0.0257	0.00016
15.6	0.1079	0.0246	0.00011
16.0	0.0984	0.0233	0.00008
16.4	0.0892	0.0222	0.00006
16.8	0.0800	0.0212	0.00004
17.2	0.0724	0.0201	0.00002
17.6	0.0654	0.0191	0.00001

Таблица 4

Таблица 5

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(\xi)$
0.0	3.0000	0.0000	5.8430
0.4	2.8518	0.6965	4.7990
0.8	2.5002	0.9975	2.7490
1.2	2.0971	0.9890	1.4180
1.6	1.7252	0.8607	0.7000
1.8	1.5606	0.7840	0.4820
2.0	1.4212	0.7151	0.3610
2.2	1.2852	0.6406	0.2580
2.4	1.1622	0.5835	0.1880
2.6	1.0513	0.5251	0.1360
2.8	0.9511	0.4757	0.0960
3.0	0.8606	0.4297	0.0700
3.2	0.7788	0.3890	0.0500
3.4	0.7019	0.3576	0.0390
3.6	0.6347	0.3202	0.0290
2.8	0.5786	0.2920	0.0204
4.0	0.5002	0.2622	0.0132
4.2	0.4501	0.2400	0.0095
4.4	0.4041	0.2202	0.0068
4.6	0.3619	0.2025	0.0045
4.8	0.3026	0.1836	0.0029
5.0	0.2871	0.1725	0.0025
5.2	0.2540	0.1602	0.0017
5.4	0.2230	0.1486	0.0012
5.6	0.2123	0.1416	0.0010
5.8	0.1848	0.1321	0.0008
6.0	0.1593	0.1236	0.0008
6.2	0.1253	0.1168	0.00025
6.4	0.1129	0.1087	0.00013
6.6	0.0913	0.1022	0.00007
6.8	0.0719	0.0963	0.00004
7.0	0.0533	0.0909	0.00001

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(\xi)$
0.0	5.0000	0.0000	84.80
0.2	4.5960	3.0500	41.70
0.4	3.8620	3.9000	17.25
0.6	3.1500	3.1850	6.90
0.8	2.6020	2.4500	3.55
1.0	2.1640	1.9460	1.53
1.2	1.8166	1.5453	0.84
1.4	1.5395	1.2423	0.485
1.6	1.3151	0.9857	0.278
1.8	1.1304	0.8400	0.170
2.0	0.9765	0.7046	0.104
2.2	0.8468	0.5976	0.068
2.4	0.7361	0.5119	0.042
2.6	0.6409	0.4426	0.028
2.8	0.5563	0.3924	0.0182
3.0	0.4859	0.3288	0.0116
2.2	0.4191	0.2963	0.0076
3.4	0.3628	0.2654	0.0045
3.6	0.3126	0.2373	0.0029
3.8	0.2676	0.2134	0.0018
4.0	0.2270	0.1920	0.00112
4.2	0.2046	0.1781	0.00065
4.4	0.1795	0.1650	0.00036
4.6	0.1502	0.1514	0.00023
4.8	0.1211	0.1390	0.00017
5.0	0.0944	0.1282	0.00008
5.2	0.0694	0.1185	0.00003

Таблица 6

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(F)$
0.0	7.000	0.000	568.800
0.4	3.542	5.600	11.600
0.8	2.135	2.135	1.500
1.2	1.480	1.198	0.410
1.6	1.102	0.752	0.152
1.8	0.986	0.617	0.100
2.0	0.853	0.514	0.068
2.2	0.758	0.435	0.047
2.4	0.678	0.372	0.034
2.6	0.608	0.323	0.024
2.8	0.548	0.283	0.018
3.0	0.494	0.249	0.0126
3.2	0.447	0.220	0.0083
3.4	0.406	0.197	0.0069
3.6	0.368	0.177	0.0049
3.8	0.335	0.160	0.0037
4.0	0.304	0.144	0.0029
4.2	0.277	0.132	0.0022
4.4	0.251	0.120	0.0016
4.6	0.229	0.110	0.0012
4.8	0.207	0.102	0.00086
5.0	0.188	0.094	0.00067
5.2	0.171	0.087	0.00052
5.4	0.153	0.080	0.00035
5.6	0.138	0.075	0.00022
5.8	0.123	0.070	0.00018
6.0	0.110	0.065	0.00013
6.2	0.097	0.061	0.00008
6.4	0.085	0.057	0.00006
6.6	0.074	0.054	0.00004
6.8	0.063	0.051	0.00002
7.0	0.054	0.048	0.00001

Таблица 7

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(F)$
0.0	8.000	0.000	1565.00
0.4	3.820	5.357	8.75
0.8	2.026	1.988	1.30
1.2	1.443	1.066	0.36
1.6	1.104	0.671	0.162
2.0	0.880	0.466	0.073
2.4	0.721	0.342	0.040
2.8	0.614	0.266	0.025
3.2	0.509	0.206	0.0136
3.6	0.434	0.167	0.0087
4.0	0.374	0.135	0.0054
4.4	0.323	0.115	0.0034
4.8	0.281	0.098	0.0023
5.2	0.245	0.084	0.0015
5.6	0.213	0.073	0.00093
6.0	0.186	0.064	0.00062
6.2	0.175	0.060	0.00053
6.4	0.162	0.056	0.00044
6.6	0.151	0.053	0.00033
6.8	0.141	0.050	0.00025
7.0	0.131	0.047	0.00020
7.2	0.122	0.045	0.00017
7.4	0.113	0.042	0.00013
7.6	0.105	0.040	0.00010
7.8	0.097	0.038	0.00008
8.0	0.090	0.036	0.00007
8.2	0.082	0.034	0.00006
8.4	0.076	0.033	0.00004
8.6	0.069	0.031	0.00003
8.8	0.063	0.030	0.00002
9.0	0.057	0.028	0.00001

Таблица 8

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(F)$
0.0	10.000	0.000	11600.0
0.4	3.195	4.278	7.570
0.8	2.121	2.786	1.500
1.2	1.595	0.987	0.520
1.6	1.284	0.676	0.250
2.0	1.033	0.490	0.130
2.4	0.862	0.372	0.070
2.8	0.731	0.292	0.042
3.2	0.626	0.235	0.027
3.6	0.541	0.193	0.0173
4.0	0.470	0.161	0.0107
4.4	0.411	0.137	0.0072
4.8	0.360	0.117	0.0045
5.2	0.316	0.101	0.0030
5.6	0.279	0.088	0.0023
6.0	0.246	0.078	0.0016
6.4	0.216	0.069	0.00095
6.8	0.190	0.061	0.00069
7.2	0.167	0.055	0.00045
7.4	0.157	0.052	0.00037
7.6	0.146	0.049	0.00029
7.8	0.137	0.047	0.00022
8.0	0.128	0.045	0.00019
8.2	0.119	0.042	0.00016
8.4	0.111	0.040	0.00012
8.6	0.103	0.038	0.00010
8.8	0.095	0.037	0.00008
9.0	0.088	0.035	0.00006
9.2	0.081	0.034	0.00004
9.4	0.074	0.032	0.00003
9.6	0.068	0.031	0.00002
9.8	0.062	0.030	0.00001

Таблица 9

Z	H(z)	$\varphi(z)$	Z	$\Theta(z)$	$\Psi(z)$
0.00	0	0	1.0	1.100	3.360
0.02	0.0006	0.00002	1.2	1.438	6.257
0.04	0.0024	0.00017	1.4	1.774	10.710
0.06	0.0054	0.00057	1.6	2.102	17.227
0.08	0.0096	0.00157	1.8	2.422	26.370
0.10	0.0150	0.00286	2.0	2.728	38.804
0.12	0.0216	0.00463	2.2	3.016	55.240
0.14	0.0294	0.00731	2.4	3.280	76.516
0.16	0.0384	0.01092	2.6	3.549	103.5
0.18	0.0486	0.01555	2.8	3.786	137.1
0.20	0.0600	0.02133	3.0	4.021	178.3
0.22	0.0726	0.02840	3.2	4.245	228.6
0.24	0.0864	0.03680	3.4	4.459	288.7
0.26	0.1004	0.04650	3.5	4.562	322.9
0.28	0.1176	0.05850	4.0	5.046	542.1
0.30	0.1305	0.07200	4.5	5.486	859.7
0.40	0.2240	0.18000	5.0	5.881	1296.0
0.50	0.3380	0.35700	6.0	6.578	2662.0
0.60	0.4700	0.63400	7.0	7.175	4897.0
0.70	0.6160	1.03900	8.0	7.697	8317.0
0.80	0.7720	1.60300			
0.90	0.9340	2.36300			

Таблица 10

τ_1	Θ	$-d\Theta/d\tau_1$	$\varphi(\Theta)$
0.0	0.500	0	0.710
0.2	0.495	0.075	0.690
0.4	0.477	0.092	0.650
0.6	0.455	0.130	0.600
0.8	0.425	0.160	0.536
1.0	0.391	0.183	0.460
1.2	0.353	0.201	0.380
1.4	0.313	0.203	0.303
1.6	0.272	0.204	0.250
1.8	0.232	0.200	0.188
2.0	0.194	0.193	0.140
2.2	0.155	0.180	0.100
2.4	0.120	0.166	0.060
2.6	0.089	0.151	0.037
2.8	0.060	0.135	0.021
3.0	0.035	0.120	0.0096
3.2	0.0124	0.1067	0.0020
3.32	0	0.0992	0

Таблица 11

η	θ	$-d\theta/d\eta$	$\varphi(\theta)$
0.0	1.000	0	2.740
0.1	0.998	0.070	2.700
0.2	0.980	0.165	2.600
0.3	0.960	0.280	2.500
0.4	0.930	0.332	2.360
0.5	0.884	0.398	2.160
0.6	0.852	0.450	1.950
0.7	0.804	0.489	1.750
0.8	0.754	0.520	1.540
0.9	0.701	0.554	1.340
1.0	0.646	0.552	1.140
1.1	0.584	0.545	0.950
1.2	0.530	0.537	0.790
1.3	0.477	0.525	0.656
1.4	0.425	0.508	0.536
1.5	0.375	0.487	0.424
1.6	0.328	0.464	0.340
1.7	0.283	0.440	0.270
1.8	0.240	0.414	0.200
1.9	0.200	0.388	0.180
2.0	0.163	0.363	0.108
2.1	0.128	0.338	0.070
2.2	0.095	0.313	0.048
2.3	0.065	0.289	0.025
2.4	0.037	0.268	0.0103
2.5	0.0112	0.248	0.0018
2.546	0	0.2378	0

Таблица 12

η	θ	$-d\theta/d\eta$	$\varphi(\theta)$
0.00	3.000	0	54.00
0.08	2.925	1.500	49.95
0.16	2.775	2.375	41.40
0.24	2.558	3.092	31.80
0.32	2.297	3.378	22.80
0.40	2.015	3.352	15.15
0.48	1.752	3.204	10.20
0.56	1.509	2.902	6.99
0.60	1.395	2.760	5.70
0.64	1.289	2.620	4.86
0.68	1.176	2.473	4.06
0.72	1.069	2.358	3.30
0.76	0.998	2.230	2.72
0.80	0.913	2.110	2.25
0.84	0.831	1.990	1.86
0.88	0.753	1.879	1.54
0.92	0.680	1.772	1.27
0.96	0.611	1.671	1.02
1.00	0.547	1.575	0.84
1.04	0.486	1.486	0.67
1.08	0.429	1.400	0.54
1.12	0.374	1.321	0.42
1.16	0.323	1.246	0.326
1.20	0.275	1.176	0.256
1.24	0.229	1.109	0.185
1.28	0.186	1.047	0.136
1.32	0.145	0.987	0.090
1.36	0.108	0.934	0.052
1.40	0.071	0.881	0.025
1.44	0.037	0.834	0.010
1.48	0.005	0.789	0.005
1.4867	0	0.7726	0

Таблица 13

η	θ	$-d\theta/d\eta$	$\varphi(\theta)$
0.00	5.000	0	518.24
0.04	4.875	6.225	454.24
0.08	4.500	10.775	301.24
0.12	4.050	11.238	185.24
0.16	3.600	10.006	110.24
0.20	3.190	9.610	68.98
0.24	2.829	8.508	44.25
0.28	2.511	7.154	30.00
0.32	2.228	6.612	20.70
0.36	1.981	5.850	14.52
0.40	1.760	5.182	10.44
0.44	1.563	4.805	7.65
0.48	1.390	4.110	5.70
0.52	1.234	3.690	4.50
0.56	1.070	3.286	3.15
0.60	0.945	2.965	2.56
0.64	0.831	2.687	1.86
0.68	0.729	2.443	1.44
0.72	0.636	2.235	1.12
0.76	0.552	2.037	0.85
0.80	0.474	1.865	0.64
0.84	0.403	1.714	0.48
0.88	0.337	1.577	0.35
0.92	0.276	1.454	0.26
0.96	0.220	1.344	0.173
1.00	0.169	1.249	0.116
1.04	0.121	1.154	0.064
1.08	0.076	1.070	0.030
1.12	0.035	0.996	0.0098
1.158	0	0.9353	0

Таблица 14

η	θ	$-d\theta/d\eta$	$\varphi(\theta)$
0.00	6.000	0	1652.0
0.04	5.612	16.842	1042.0
0.08	4.871	18.987	453.24
0.12	4.149	16.685	207.24
0.16	3.540	13.794	103.00
0.20	3.037	11.266	57.24
0.24	2.629	9.325	34.80
0.28	2.288	7.810	22.50
0.32	2.000	6.622	14.90
0.36	1.755	5.676	10.20
0.40	1.544	4.912	7.50
0.44	1.360	4.295	5.52
0.48	1.200	3.789	4.23
0.52	1.056	3.365	3.15
0.56	0.929	3.003	2.36
0.60	0.815	2.694	1.82
0.64	0.712	2.426	1.38
0.68	0.620	2.195	1.06
0.72	0.536	1.992	0.82
0.76	0.460	1.815	0.61
0.80	0.391	1.659	0.464
0.84	0.328	1.521	0.340
0.88	0.270	1.397	0.250
0.92	0.216	1.285	0.168
0.96	0.166	1.185	0.110
1.00	0.121	1.097	0.060
1.04	0.078	1.015	0.0314
1.08	0.036	0.939	0.0098
1.12	0.003	0.877	0.0020
1.1234	0	0.871	0

Таблица 15

η	Θ	$-\Theta'$
0.0	1	0
0.1	0.9983	0.0833
0.3	0.9851	0.0886
0.5	0.9591	0.1606
0.6	0.9416	0.1895
0.7	0.9212	0.2168
0.85	0.8858	0.2544
1.00	0.8451	0.2852
1.2	0.7839	0.3231
1.4	0.7165	0.3494
1.6	0.6448	0.3681
1.8	0.5707	0.3737
2.0	0.4959	0.3728
2.2	0.4221	0.3646
2.4	0.3505	0.3508
2.6	0.2822	0.3313
2.8	0.2152	0.3088
3.0	0.1588	0.2842
3.2	0.1045	0.2587
3.4	0.0553	0.2334
3.6	0.0111	0.2093
3.6536	$0.3892 \cdot 10^{-4}$	0.20332
3.6537	0	0.20330

Таблица 16

y	$Y(y)$	$Z(y)$
0.00	0	0
0.02	0.0800	0.0213
0.04	0.1200	0.0603
0.06	0.1800	0.1108
0.08	0.2400	0.1720
0.10	0.3048	0.2382
0.20	0.6174	1.0573
0.30	0.9340	2.4360
0.40	1.2506	4.6870
0.50	1.5687	8.1390
0.60	1.8705	13.1900
0.70	2.1699	20.2600
0.80	2.4608	29.9800
0.90	2.7398	43.2200
1.00	3.0086	60.356
1.20	3.5143	110.13
1.40	3.9779	186.65
1.60	4.4038	300.00
1.80	4.7958	459.0
2.00	5.1571	680.0
2.20	5.4919	1000.0
2.40	5.8045	1341.0
2.60	6.0973	1810.0
2.80	6.3785	2380.0
3.00	6.6326	3146.0

Таблица 17

t	Y	-dY/dt	$\chi(y)$
0.0	0.500	0	0.725
0.2	0.492	0.062	0.715
0.4	0.480	0.092	0.690
0.6	0.455	0.128	0.625
0.8	0.426	0.162	0.550
1.0	0.391	0.185	0.470
1.2	0.352	0.200	0.390
1.4	0.311	0.207	0.305
1.6	0.270	0.209	0.222
1.8	0.228	0.199	0.158
2.0	0.190	0.188	0.120
2.2	0.154	0.172	0.088
2.4	0.121	0.146	0.061
2.6	0.094	0.113	0.042
2.8	0.066	0.111	0.023
3.0	0.041	0.106	0.012
3.2	0.019	0.100	0.006
3.391	0	0.09446	0

Таблица 18

t	Y	-dY/dt	$\chi(y)$
0.0	1.000	0	2.700
0.2	1.980	0.163	2.580
0.4	0.929	0.825	2.380
0.6	0.841	0.427	1.820
0.8	0.747	0.507	1.500
1.0	0.642	0.536	1.160
1.2	0.534	0.538	0.825
1.4	0.429	0.514	0.562
1.6	0.330	0.469	0.345
1.8	0.241	0.416	0.172
2.0	0.164	0.361	0.098
2.2	0.097	0.311	0.043
2.4	0.039	0.246	0.004
2.5588	0	0.2349	0

Таблица 19

t	Y	-dY/dt	$\chi(y)$
0.00	3.000	0	60.35
0.08	2.936	1.544	56.40
0.16	2.762	2.716	44.70
0.24	2.517	3.314	32.10
0.32	2.242	3.494	22.50
0.40	1.963	3.455	15.72
0.48	1.694	3.260	10.26
0.56	1.445	2.958	6.72
0.64	1.220	2.652	4.44
0.72	1.020	2.356	3.08
0.80	0.845	2.07	1.98
0.88	0.686	1.842	1.325
0.96	0.547	1.625	0.863
1.04	0.425	1.437	0.560
1.12	0.317	1.271	0.317
1.20	0.221	1.124	0.153
1.28	0.137	0.996	0.074
1.36	0.065	0.890	0.023
1.4326	0	0.7979	0

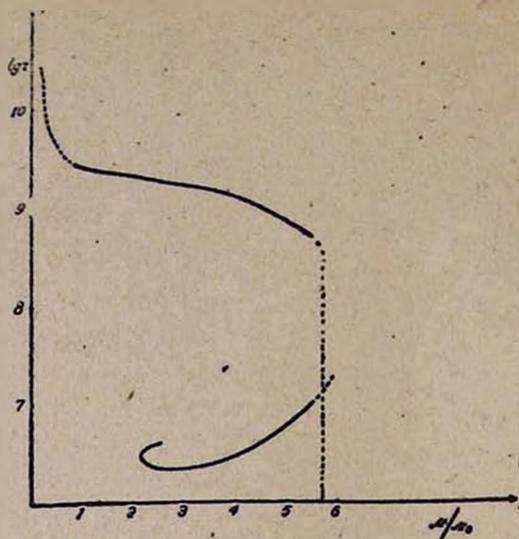


Рис. 1.—I кривая представляет радиус в функции массы равновесных конфигураций весьма уплотненных звезд, рассмотренных Чандрасекаром. II кривая имеет такой же смысл, но построена согласно нашим результатам.

Л и т е р а т у р а

1. Chandrasekhar. M. N. of the R. A. S., 1931, 91, 450.
2. Chandrasekhar. M. N. of the R. A. S., 1935, 95, 207.
3. Milne. M. N. of the R. A. S., 1930, 91, 1.
4. Milne. M. N. of the R. A. S., 1932, 92, 610.
5. Eddington. Internal Constitution of the Stars. 1926.
6. Stoner. M. N. of the R. A. S., 1932, 92, 651.
7. Strömberg. Z. Für Astrophysik, 1932, Bd, 4, H. 2, 118—152.
8. Zwicky. The Physical Revten, 1939, 55, 8.
9. Северный. Успехи астрономических наук, 1939.
10. Ландау. Доклады АН 17, 301, 1937.

ON THE POSSIBLE SUPERDENSE STELLAR CONFIGURATIONS

By L. A. Vatljan

S U M M A R Y

1. Some of existing theories, concerning internal construction of Eddington's, Milne's and Chandrasekhar's stars are briefly stated in the introduction to the dissertation.

2. The condition of existence of denser stellar configurations than the white dwarfs, which we are aware of, is under consideration, where the case of relativistic degeneration of the stellar substance is being supposed. Three possible cases are under investigation:

when a) the stellar substance consists of the free electrons and protons conjunction,

b) the stellar substance consists of neutrons only,

c) the stellar substance consists of a mixture of electrons and neutrons.

As soon as the most part of electrons, at high densities, will have a velocity of the order of that of light, then, in this case the correlation $E_e \approx cp_e$ (where E_e is the kinetic energy, p_e —the impulse of electron, c —the velocity of light) will be performed. In addition to this, it is admitted, that proton and neutron gases are relativistically degenerated.

3. On constructing of a model of the electron-proton star an equation of the state is drawn out apartly for the electrons and for the protons. Then on the foundation of the combination of these equations the fundamental equation of mechanical equilibrium of the configuration under consideration is obtained:

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{dF}{d\xi} \right) = -\varphi(F) \quad (1)$$

where

$$F = \int_0^y \frac{1}{\varphi} \frac{df}{dy} dy \quad (2)$$

(ξ —is the given radius, $\varphi(F)$ —the density and f —the pressure).

4. The solution of the fundamental equation of the problem comes to the approximate computation of the integral (2) for the given values of "y", to the computation of the corresponding values of $\varphi(y)$, to the definition of the curve $\varphi(F)$ and finally to the numerical integration (1).

5. A term for the mass of $M(\xi)$ is drawn out as well as for the mean density $\bar{\rho}_m$ —of the stellar configuration.

$$M(\xi) = -4\pi B \alpha^3 \xi^2 \frac{dF}{d\xi} \quad (3)$$

$$\bar{\rho} = -3B \xi^{-1} \frac{dF}{d\xi} \quad (4)$$

where B and α are constant quantities.

6. The computations carried out in this work point out, that the stars consisting of protons and electrons, parallelly with the configurations of equilibrium, which have been observed by Chandrasekhar i. e. those, which have radiuses $r \approx 10^9$ cm. similarly have configurations of equilibrium with radiuses of the order of tens of kilometers, supposing, that the stellar mass is relativistically degenerated.

7. The model of the neutron star is under consideration, two cases being under examination:

when a) the neutron gas is relativistically degenerated,

b) the neutron gas is degenerated irrelativistically.

Putting of this question and its solution are executed similarly to the preceding one. The results in the first case are:

$$M_{\text{max.}} = 1.5 M_{\odot}, \bar{\rho} \approx 10^{14} \text{ g cm}^{-3}, \text{ and } r \approx 10^6 \text{ cm.}$$

It is evident, that such a superdense configuration must possess of such an intense gravitational field, that the effects of general theory of relativity must start to play an important role. However these effects are not under examination in the present work. In the second case we get the same values for the masses as for the degenerated electrons only, but their densities, as well as their radiuses, are widely differing.

8. Now, a more common case is under our research, when in the stellar configuration, protons and neutrons are present simultaneously. Then the reactions of fusing of protons and electrons into neutrons, and vice-versa, the splintering of neutrons must proceed inside of the stars. This configuration keeps the balance if the "substance chemical" balance takes place in every element of the bulk.

Then

$$E_{\text{op}} + E_{\text{oe}} \equiv E_{\text{on}} \quad (5)$$

where E_{op} , E_{oe} and E_{on} are corresponding maximum of energy of proton, electron and neutron. This correlation has been taken as foundation for our investigation of the electron-proton-neutron model.

9. The comparison of corresponding results of solution of the neutron and the electron-proton-neutron models proves, that they practically coincide.

Ноябрь 1940 года
Ленинград

П. О. ГЕВОРГЯН

Метеорная фотография в Ереванской Астрономической Обсерватории 1939—1940 г.

ВВЕДЕНИЕ

Впервые фотографирование метеоров в Е. А. О. было организовано в 1935 году, результаты которого опубликованы¹. В 1936—1937 гг. эта работа не производилась. В 1938 г. фотографирование метеоров было начато вновь, но отсутствие надлежащего негативного материала не дало возможности получить новых фотографий, хотя было проэкспонировано 70 пластинок, ныне не сохранившихся. В 1939 г. впервые было получено около 50 дюжин специально заказанных пластинок НИКФИ, приобретено 6 новых фотокамер универсального типа 9·12 см (с объективами „Ортогоз“ $F=4.5$) дополнительно к ранее имеющимся двум камерам, одна из которых — того же типа, а другая — клапн камера $6\frac{1}{2} \cdot 9$ см. с объективом „Индустар“ $F=3.5$. Все камеры были монтированы на $4\frac{1}{2}$ ” рефрактор Bardou, установленный параллактически, который таким образом мог являться видом всех восьми камер в случае необходимости иметь неподвижные изображения звезд.

Этим путем был осуществлен первый метеорный патруль Е. А. О. В 1940 г. были приобретены еще две клапн-камеры того же типа.

НАБЛЮДЕНИЯ

Фотографическое патрулирование неба производилось часто параллельно с визуальными наблюдениями метеоров, но не всегда, т. к. единственный наблюдатель (автор статьи) проводил также фотографирование площадок неба на башне $9\frac{1}{2}$ ” рефлектора. В 1939 г. за 32 ночи наблюдений было получено 122 пластинки и в 1940 г. за 52 ночи — 309 пластинок. Данные наблюдений приведены в таблице 1.

Большая часть негативов экспонировалась между 22^h и 2^h (время IV пояса), а эпохи активности больших потоков — до 3^h — 4^h утра. Не

¹ Н. Н. С ы т и с к а я — Фотографич. и визуальн. наблюдения потока Персеид в 1935 г. Бюллетень Ереванск. Астр. обсерв. Ереван, 1938 г.

всегда все аппараты использовались одновременно, а в зависимости от погоды, наличия Луны, городского освещения и т. п.

Таблица 1

ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ МЕТЕОРОВ 1939—1940 гг.

№ п. п.	Время наблюдения	Число дней	Число пластинок			№ № пластинок	Суммарная экспозиция		
			9 · 12	6½ · 9	Всего		9 · 12	6½ · 9	Всего
1	1939 IV	3	7	3	10	1—10	10 ^h 26 ^m	4 ^h 02 ^m	14 ^h 28 ^m
2	" V	4	6	2	8	11—18	8 10	2 30	10 40
3	" VI	6	16	3	19	19—37	20 45	3 14	23 59
4	" VII	6	28	2	25	38—62	31 12	2 30	33 42
5	" VIII	9	45	8	53	63—115	53 16	9 20	62 36
6	" IX	4	5	2	7	115—122	6 10	2 08	8 16
Итого	1939 г.	32	102	20	122	—	129 ^h 59 ^m	23 ^h 42 ^m	153 ^h 41 ^m
7	1940 VII	8	16	—	16	1—16	19 ^h 01 ^m	—	19 ^h 01 ^m
8	" VIII	19	96	22	118	17—134	153 46	32 ^h 05 ^m	185 51
9	" IX	8	33	24	57	135—191	55 24	35 25	90 49
10	" X	3	20	13	33	192—224	36 34	21 24	57 58
11	" XI	8	34	30	64	225—288	53 51	46 20	100 11
12	" XII	4	16	5	21	289—309	22 39	07 11	29 05
Итого	1940 г.	50	215	94	309	—	314 ^h 15 ^m	142 ^h 25 ^m	456 ^h 46 ^m
	Всего:	82	317	114	431	—	471 ^h 14 ^m	166 ^h 67 ^m	637 ^h 21 ^m

В 1939 г. агрегат камер работал как с гидрированием, так и без него, в 1940 г.—только при неподвижных камерах.

В таблице 2 даны сведения о применявшейся фотоаппаратуре.

Таблица 2

ФОТОКАМЕРЫ МЕТЕОРНОГО ПАТРУЛЯ Е. А. О. 1939—1940 гг.

№ п. п.	Камера	Объектив	Диаметр	Фок. расст.	Свето-сила	Формат пласт.
1	"Фотокор" № 710499	Ортогон № 764326	D=30 мм	f=135 мм	F: 4.5	9 · 12 см
2	" " 439016	" " 460С44	"	"	"	"
3	" " 716778	" " 776561	"	"	"	"
4	" " 321404 (321165)	" " 326957	"	"	"	"
5	" " 717651	" " 772445	"	"	"	"
6	" " 720620	" " 770584	"	"	"	"
7	" " 455411	" " 481104	"	"	"	"
8	" " 716553	" " 765597	"	"	"	"
9	" " 239281	" " 766343	"	"	"	"
10	" " 648355	" " 251727	"	"	"	"
11	"Турнет" № —	Индуст.4—№77923	"	10.5	1:3.5	6½ · 9 см
12	" " 294629	" " 9785	"	"	"	"
13	" " —	" " 115442	"	"	"	"
14	" " —	" " 85875	"	"	"	"
15	" " —	" " 44584	"	"	"	"

Таким образом, вблизи центра пластинки масштаб камер 1—10 составляет $1 \text{ мм} \approx 0^{\circ}.42$, или $1^{\circ} \approx 2.36 \text{ мм}$, а у камер 11—15 в $1 \text{ мм} \approx 0^{\circ}.55$, или $1^{\circ} \approx 1.83 \text{ мм}$.

В таблице 3 приведены сведения относительно применявшегося негативного материала.

Таблица 3

НЕГАТИВНЫЙ МАТЕРИАЛ НИКФОН

№ п. п.	Эмульсия	Сорт	Чувств.	№ № негативов
1	№ —	панхр.	1000 ^o	1—122 в 1939 г.
2	1059	"	1000	1—9 в 1940 г.
3	1066	изохр.	1000	10—13
4	1059	панхр.	1000	14—44
5	1066	изохр.	1000	45—57
6	1059	панхр.	1000	58—190
7	—	ортохр.	1000	191—228
8	1059	панхр.	1000	227—309 все пл. 6 $\frac{1}{2}$ ·12
9	—	ортохр.	1000	229—298 " " 9·12
10	1210	не сенсби- лизиров.	1300	290—307 " " "

РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ ПАТРУЛЯ

Как видно из таблицы 1, в основном фотографирование метеоров производилось во время активности больших потоков, в частности Персеид. В 1940 г. с 9 по 14 августа при наблюдениях помогал И. С. Астапович. Результаты фотографирования даны в таблице 4.

Таблица 4

КАТАЛОГ ФОТОМЕТЕОРОВ

№ №	Дата	№ № пласт.	Камера	Пласт.	Чувств.	Эмульсия	Экспозиция
1	1939. IV 6—7	2	Тур. 12	панхр.	750 ^o	—	23 ^b 05 ^m — 23 ^b 35 ^m
2	VI 16—17	56	Фоток. 3	изохр.	1000	—	20 00 — 24 00
3	VII 8—9	70	" 2	"	"	—	3 00 — 4 15
4	" 23—24	74	" 4	"	"	—	2 30 — 3 30
5	VIII 3—4	80	" 1	"	"	—	22 00 — 22 40
6	1940. VII 27—28	11	" 5	"	"	1066	0 29 — 2 00
7	VIII 5—6	22	" 6	панхр.	"	—	2 25 — 4 15
8	" 2—4	27	" 3	"	"	—	23 10 — 0 10
9	VII 24—25	28	" 2	"	"	—	23 10 — 0 15
10	VIII 10—11	46	" 4	изохр.	"	1066	1 58 — 3 40
11	" "	56	" 5	"	"	"	2 6 — 3 48
12	" 11—12	53	Тур. 11	панхр.	"	—	23 10 — 0 40
13	" "	65	Фоток. 4	"	"	1059	0 54 — 2 30
14	" "	78	" 5	"	"	"	2 37 — 4 20
15	" 12—13	89	" 2	"	"	"	1 18 — 3 08
16	" "	91	" 4	"	"	"	1 18 — 3 08
17	" "	93	" 3	"	"	"	3 14 — 4 36
18	" "	96	Тур. 12	"	"	—	1 18 — 3 06

Примечания: № 6, 7, 8 — на следах звезд имеются еже-часные перерывы (камера прикрывалась на 60 сек); № 8 — пластинка

экспонировалась вторично 3—4 VIII; № 9—ветер. Из-за досадной случайности негативы № 13, 14, 15, 16 и 17 разбиты в 1941 г. Описания фотометеоров даны в таблице 5.

Таблица 5
ФОТОМЕТЕОРЫ 1939—1940 гг.

№ п. п.	Пластинка	Дата	Момент средн. эксп.	Расст. мете- ора от цент- ра пласт. мм	Длина в мм	Описание фотометеора
1	2	1939 V 7—8	22 ^h 10 ^m	34	10	Звезд нет. Изображение на краю пластинки слегка размыто; трехкратное усиление яркости.
2	56	" VI 12—13	23 5	31	7	Два затяжных усиления яркости.
3	70	" VII 8—9	2 22	15	10.5	Плавный затяжной максимум посредине.
4	74	" " 23—24	3 00	14	18	Очень интересный: после затяжного максимума (вблизи середины пути) переход к 4 выпшкам в конце, последняя самая яркая (выпшка на протяжении 1.6 мм).
5	80	" VIII 3—4	22 20	15	2	Макс. яркости посредине; короткий, малозменяющийся по яркости метеор.
6	11	1940 VII 27—28	1 14	48	8.5	Метеор визуально не наблюдался. Весьма ярко, в углу пластинки и поэтому вне фокуса. Два максимума яркости на 0.7 и 1.0; начало пути в виде острой иголки, быстро расширяющейся (см. фото № 1) $\alpha_1 = 75^{\circ}.2, \delta_1 = +66^{\circ}.3$ $\alpha_2 = 81^{\circ}.9, \delta_2 = +63^{\circ}.9$ (для середины экспозиции).
7	22	" VIII 5—6	3 43	2	20.2	Довольно яркий, но туманный метеор с двумя максимумами на 0.8 и 1.0.
8	22	" " 5—6	2 46	58	31.4	(См. фото № 2). Наблюдался визуально. П. О. Геворгианом, был сравним с Юпитером по яркости; синеватый, слегка туманный, средней скорости, пролетел градусов 15 (начала пути не видно). Продолжительность полета 1½ сек. Оставил бледно-голубой след на 7—8 сек. Камера прикрыта на 60 сек. для образования непрерыва. $\alpha_1 = 9^{\circ}.4, \delta_1 = +33^{\circ}.5$ $\alpha_2 = 14^{\circ}.0, \delta_2 = +42^{\circ}.0$
9	27	" " 2—3	0 56	40	6	Плавный максимум на 0.6. Резкий, концы острые. Деталей не видно.
10	28	" VII 22—23	23 40	18	8	Резкая однородная черта, слабел, концы сходят на нет.
11	46	" VIII 10—11	2 49	48	15	На границе видимости. Деталей заметить невозможно.
12	56	" " "	2 27	45	9	(Ближайший из двух к центру пластинки). Симметричное распределение яркости, довольно плотный.
13	56	" " "	2 27	28	10	Слаб, размыт, местами не виден (второй метеор на той же пластинке).

№ п. п.	Пластика	Дата	Момент средн. эксп.	Расст. метеора от цент. ра пласт. мм	Длина в мм	Описание фотометеора
14	58	1940 VIII 11—12	23 ^h 55 ^m	45	10	Слегка размыт, как и соседние звезды (в углу пластинки) довольно плотный.
15	65	" " "	1 36	14	7	Максимум яркости во 2-й половине. Вне фокуса, слабый.
16	78	" " "	3 27	22	25	Вольшой метеор, слегка вне фокуса. В конце взрыв.
17	89	" " 12—13	2 12	16	4	—
18	91	" " "	"	46	9	Максимум яркости во 2-й половине. Вне фокуса.
19	"	" " "	"	34	1.5	Короткий, довольно яркий, 2 вспышки, слегка искривлен.
20	"	" " "	"	25	4	—
21	86	" " "	3 15	30	2	—
22	86	" " "	"	9	3	—



Фото 1.

Примечание: положение максимума яркости указано в десятых долях длины метеора, считая от начала.



Фото 2.

ON TAKING PHOTOGRAPHS OF METEORS AT THE EREVAN ASTRONOMICAL OBSERVATORY IN 1939—1940

P. O. Gevorkian

S U M M A R Y

Our sky-patrol has 15 cameras for taking photographs of meteors (They are: "Photocor" $F:4.5$; 9.12 cm, $f=135$ mm, $n=10$ and "Tourist" $F:3.5$; $6.5\cdot9$ cm, $f=105$ mm, $n=5$). 122 plates were exposed during 32 nights (153.7 hours) in 1939. Then we obtained 5 photographs. In 1940 were exposed 309 plates during 52 nights (483.7 hours) and we took photographs of 15 meteors. All the plates used were either panchromatic, or isochromatic, 1000° H t D, NIKFI (Leningrad). Table 5 gives a short description of the photographs, including in the successive columns their №, the number of the plate, the date, time of the middle of every exposure, the distance from the plate centre in millimeters, the length of the path and the description. Only 1 meteor (№ 8) was observed visually. № 6 is very bright, because the position was given for the middle of exposure.

Erevan
1940

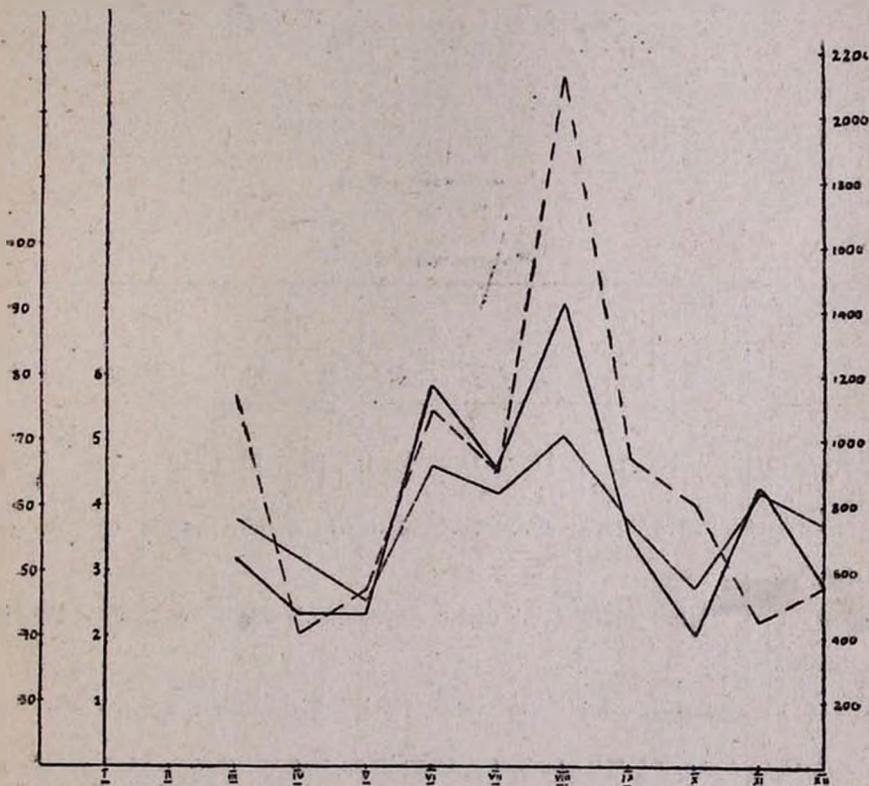
Ե. Մ. ԳՍՍԱՐՉՑԱՆ

ԱՐԵԳԱԿԻ ԳԻՏՈՒՄՆԵՐԻ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԸ 1940 ԹՎԱԿԱՆԻՆ

Ներկա հոդվածը պարունակում է արևաբների այն դիտումների արդյունքները, որ Երևանի Աստղագիտարանը կատարել է 1940 թվականին: Դիտումները կատարվել են էկրանի վրա՝ Յ դյույմանոց ռեֆրակտորով (C. Zeiss), առանց ժամացուցային մեխանիզմի:

Մեր նպատակն է այս հոդվածում ընդհանուր գծերով տալ 1940 թվականին Արեգալի բծավորման գործունեության մի քանի մոմենտները:

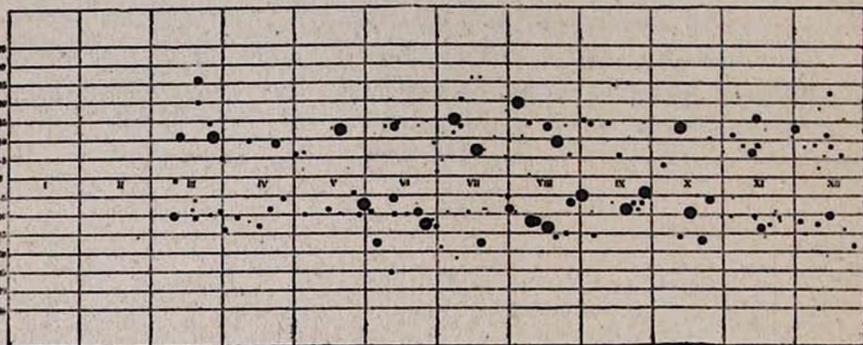
Արեգալի մակերևույթը դիտվել է ընդամենը 160 օր, օրական մեկ անգամ, ըստ որում ոչ մի օր չի նկատված առանց արևաբների:



1940 թվականին գրանցվել է արևաբծերի 157 խումբ, որից 73-ը գայացել է Արեգակի հյուսիսային կիսագնդում: Բծախմբերի թիվը օրվա մեջ տատանվել է 1-ից մինչև 8-ը:

Արևաբծերի դիտումների արդյունքները հանրապումարի են բերված I աղյուսակում և ներկայացված են գրաֆիկայով՝ №1 գծագրում, որտեղ կետագիծը համապատասխանում է արևաբծերի խմբերի մակերեսներին (արտահայտված՝ Արեգակի կիսագնդի մակերեսի միլիոներորդական մասերով), բարակ գիծը՝ արևաբծերի խմբերի թվին, իսկ հաստ գիծը՝ Վոլֆի հարաբերական թվին (գծ. 1): Բոլոր երեք գործոններից երևում է, որ գոյութունունի Արեգակի ակտիվության մեկ հիմնական բռնկում՝ օգոստոս ամսին (Արեգակի գործունեության ակտիվ շրջանը) և երկու երկրորդական՝ հունիս և նոյեմբեր ամիսներին:

Արեգակի բծավորման գործունեությունը ցույց է տրված նաև №2 գծագրում, որտեղ արևաբծերը տարածված են ըստ հելիոգրաֆիկ լայնության և Արեգակի՝ կենտրոնական միջօրեականով անցնելու ժամանակի:



1-10, 11-100, 101-500, 501-1000, 1001-10000

Գծ. 2.

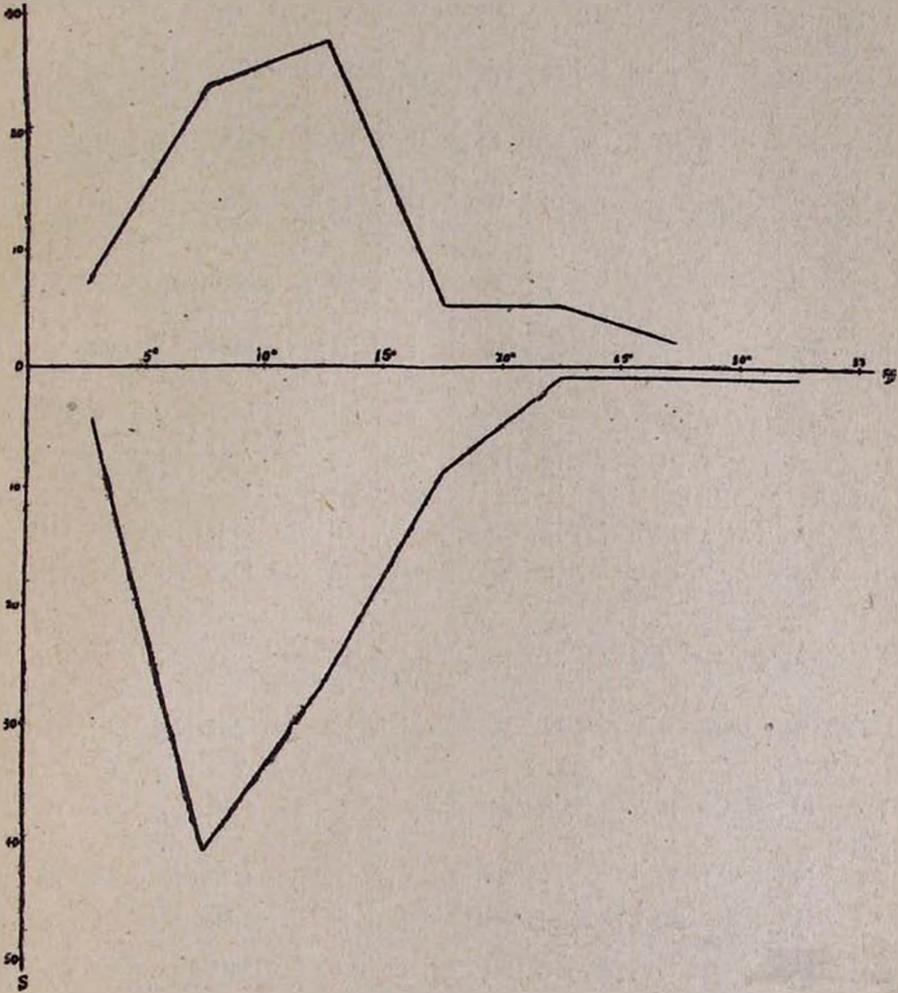
Աղյուսակ I

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Տարվա միջինը
Դիտված օրերի թիվը . . .			9	11	17	14	25	26	18	10	23	7	
Վոլֆի օրվա միջին թիվը . . .			51.8	43.5	43.6	78.8	65.6	91.2	55.7	40.5	63	48	68.2
Բծախմբերի միջին մակերեսը . . .			1147.8	407.5	458.5	1033.3	899.5	2129.5	935.4	820.5	451.2	559	890.3
Բծախմբերի օրվա միջին թիվը . . .			3.8	3.2	2.6	4.6	4.2	5.1	3.8	2.8	4.2	3.7	3.8

Ինչպես երևում է №2 գծագրից, 1940 թվականին Արեգակի հարավային կիսագունդը մեծ բծախմբերով համեմատաբար ավելի հարուստ է, քան հյուսիսային կիսագունդը, և չստ հաշվումների, հարավային կիսագնդի

Նարևաբծերի խմբերի գումարային մակերեսը կազմում է արևաբծերի առ-
բեկան գումարային մակերեսի 56.50/0-ը: Նույն գծագրից նաև երևում է, որ
բծախմբերը հիմնականում տարածված են $\pm 5^\circ$ մինչև $\pm 20^\circ$ հելիո-
գրաֆիկ լայնութայն շերտում. բայց առանձին գոյացումներ կան նաև
 1° — 35° հելիոգրաֆիկ լայնութայն վրա:

Բծախմբերի տարածումը միայն ըստ հելիոգրաֆիկ լայնութայն ցույց
է սրված № 3 գծագրում, որտեղից երևում է, որ բծախմբերի մաքսիմալ
թիվը հյուսիսային կիսագնդում ընկնում է 10° — 14° և հարավային կիսա-
գնդում՝ 6° — 10° լայնությունների միջև:



Գծ. 3.

Հատկապես հետաքրքրական բծախմբերը, որոնք առանձնացված են
II աղյուսակում, բնութագրվում են հետևյալ հատկանիշներից առնվազն
մեկով, այն է՝

1. Բծախմբի մաքսիմալ մակերեսը ≥ 1000
2. " " " տրամագ. ըստ հելիոգրաֆ. լայնութ. $\geq 8^\circ$
3. " " " " " երկարութ. $\geq 15^\circ$

Տարի	Պնարոնան- կան միջ- րեականով անցնելու ժամանակը (Չրինիլի ժ.)	φ	L	Δφ	ΔL	Բժախմբերի միջին ժա- կերեսը	Չիտվել է
11	Մարտ 26,1	110	137 ⁰	8 ⁰	24 ⁰	1850	21 III — 2 IV
28	Մայիս 19.0	+12	145	6	20	1124	14 V — 24 V
37	Հունիս 5.9	-17	276	12	17	610	5 VI — 11 VI
43	» 12.9	+14	175	5	16	312	5 VI — 20 VI
48	» 25.2	-12	12	10	23	1498	23 VI — 2 VII
54	Հուլիս 7.5	+15	209	11	16	1710	6 VII — 14 VII
61	» 16.0	+ 7	97	13	9	1616	10 VII — 22 VII
75	» 3.7	+19	207	5	11	1314	29 VII — 10 VIII
82	Օգոստ. 12.3	+ 3	96	6	14	1868	6 VIII — 19 VIII
83	» 11.0	-12	115	5	15	824	7 VIII — 18 VIII
84	» 16.7	-13	38	5	16	1898	13 VIII — 23 VIII
87	» 20.7	+ 9	345	7	19	1924	17 VIII — 27 VIII
91	» 1.0	-5	195	6	15	1568	27 VIII — 7 IX
94	Օգոստ. 4.2	+14	153	8	5	282	29 VIII — 10 IX
102	Սեպտ. 19.5	- 8	311	7	17	2110	21 IX — 26 IX
105	» 27.3	- 4	208	4	5	1120	21 IX — 4 X
110	Հոկտ. 12.7	+13	5	6	14	1410	7 X — 10 X
111	» 16.4	- 9	316	4	6	1314	18 X — 23 X
124	Նոյեմբ. 12.4	+ 7	320	4	16	528	8 XI — 16 XII
132	» 23.3	-11	177	6	17	78	17 XI — 29 XII

Որոշ հետաքրքրութուն ներկայացնում են նաև բարձր լայնու-
՛թյուն բացառությամբ մեկ բժախմբի (№ 138), որը գոյացել է հարազ-

Աղյուսակ II

Մ = Ն = Թ = Լ Թ յ = Լ Ն

և արևաբլիճ է, ըստ որում արևմտյանը մեծ է և կորիզը տրոհված է մասերի, արձեղծերի շղթա:

Իր արևաբլիճերի շղթա: Անկայուն բծախուճ է, երբեմն շղթայում երևան են գալիս մանր:

արձեղծերի շղթա, ըստ որում խմբի մակերեսի մեծութունն արագ կերպով փոքրանում է, կայուն բծախուճ է:

Վաճ կորիզներով խոշոր արևաբլիճերի շղթա, որի մեջ երբեմն հանդես են գալիս մանր կայուն բծախուճ է:

Կանկյունաձև, բայց անկայուն բծախուճ, ըստ որում բաղկացած է գլխավոր արևաբլիճի քանի արևաբլիճից, որոնք գլխավորի նկատմամբ գտնվում են դեպի արևելք:

Սկյունաձև բծախուճ, ըստ որում արևմտյանը մակերեսի մեծությամբ գերակշռում է աներին, կայուն բծախուճ է:

և արևաբլիճ, երբեմն շրջապատված մանր բծերով: Արևմտյանը արոհված կորիզով է: Շատ կայուն բծախուճ է:

Վաճ կորիզներով խոշոր արևաբլիճերի շղթա: Անկայուն բծախուճ է:

և արևաբլիճ, ըստ որում արևմտյանը մեծ է և կորիզը տրոհված է մասերի, Երկու միջև հաճախ մանր բծեր: Անկայուն բծախուճ է:

Նոն խոշոր արևաբլիճ, տրոհված կորիզով և պատաստոված կիսաստվերով:

և արևաբլիճ—արևմտյանը մեծ է և երկուսի միջև ընկած են շատ թվով մանր բծախուճն անկայուն է, որոշ օրեր հանդես է գալիս որպես խոշոր արևաբլիճ:

արձեղծերի շղթա: Դիտման ամբողջ ժամանակաշրջանում արևմտյանն իր մեծությամբ ըզվում է մյուսներից, Շատ կայուն բծախուճ է:

Կանկյուն բծախուճը՝ բաղկացած գլխավոր արևաբլիճի և մի քանի բծեր, որոնք մեծ են դեպի արևելք:

արձեղծերի կայուն շղթա: Արևմտյան եզրի արևաբլիճն իր մեծությամբ միշտ գերազանցում է մյուսներին:

Նոնավոր արևաբլիճ՝ ամբողջական կորիզով:

Վաճ կորիզով արևաբլիճերի շղթա:

Նոն խոշոր արևաբլիճ, տրոհված կորիզով և պատաստոված կիսաստվերով:

արձեղծերի շղթա: Գլխավոր արևաբլիճն ուղղված է դեպի արևմուտք:

և արևաբլիճերի անկայուն շղթա:

ամբերը ($\varphi \geq 30^\circ$), ասկայն 1940 թվականին այդպիսիք չեն նկատվում:

N. M. Gasargian

SUMMARY

The present article includes the results obtained from the observations of the sun-spots made by the Erevan Astronomical Observatory in 1940.

The sun observations have been made for 160 days in all, in the space of which time 157 groups of sun-spots were registered including 73 arisen in the northern hemisphere. The daily quantity of spot-groups balanced from 1 till 8.

The distribution of spot-groups on the surface according to the heliographic scale is defined as lying on the latitude zone from $\pm 5^\circ$ till $\pm 20^\circ$ including maximum of its number between the heliographic latitudes $10^\circ - 14^\circ$ in the northern hemisphere and $6^\circ - 10^\circ$ in the southern one.

From the point of view of making of spots both of the hemispheres are manifesting activeness almost in like manner.

Erevan

II. 1942.

П. О. ГЕВОРГЯН

Определение относительных ошибок визуальных наблюдений метеоров

1. Летом 1940 года в Ереванской Астрономической Обсерватории производились наблюдения метеоров по специальному плану. Наблюдения 9 августа производились проф. И. С. Астаповичем (Москва) и П. О. Геворгяном параллельно с целью получения значений относительных ошибок визуальных наблюдений. Наблюдения велись с 19^h 30^m до 24^h 18^m Мирового Времени. Всего было за это время зарегистрировано 92 метеора [И. С. Астапович (А) 58, П. О. Геворгян (Г) 40], 10 из них оказались общими. Наблюдения (А) велись по программе максимум, т. е. отмечался момент Т полета метеора, видимая яркость m, цвет—с, продолжительность полета—τ, длина пути l, степень резкости очертаний—0, положение максимума яркости, условная угловая скорость ω и описание особенностей метеора.

Наблюдатель (Г) последних 4 данных не регистрировал. Кроме того, два общих метеора оказались у (А) и случайно наблюдавшей С. В. Некрасовой (Н). Результаты сравнения приведены в таблице 1.

Таблица 1

СРАВНЕНИЕ НАБЛЮДЕНИЙ МЕТЕОРОВ РАЗНЫМИ НАБЛЮДАТЕЛЯМИ

№ №	Наблюдатели	Т (Мир. Вр.)	m	с	τ	l
1.	А.	19 ^h 57 ^m	1 ^m . 0	4	0 ^o . 75	5 ^o
	Г.	58	1. 0	4	0. 7	7
2.	А.	21 16	4. 0	0	0. 25	6
	Н.	16	4. 0	4	0. 3	5
3.	А.	21 29	2. 5	0	0. 3	6
	Г.	30	1. 0	—	—	5. 5
4.	А.	22 17	2. 5	2	0. 5	1
	Г.	17	1. 2	4	0. 5	4. 5
5.	А.	22 41	0. 0	— 1	0. 4	5
	Н.	41	0. 2	0	0. 3	10
6.	А.	23 05	2. 0	0	0. 2	6
	Г.	05	1. 5	—	0. 2	7
7.	А.	23 11	2. 5	2	0. 4	6
	Г.	11	3. 0	7	0. 5	6. 5
8.	А.	23 14	3. 0	0	0. 6	6
	Г.	14	2. 0	7	0. 6	4. 5
9.	А.	23 19	2. 0	0	0. 3	6
	Г.	18	1. 5	4	0. 2	4
10.	А.	23 44	0. 0	0	0. 8	5
	Г.	44	0. 0	4	1. 0	6
11.	А.	23 56	1. 5	4	0. 4	5
	Г.	56	2. 0	7	—	6
12.	А.	0 ^o 02	2. 0	0	0. 25	4
	Г.	02	2. 5	7	0. 2	6

2. Точность нанесения. Наблюдатель (А) занесл метеоры на карты в гномонической проекции (Рорбах), а (Г) и (Н)—на карты атласа К. Д. Покровского. Затем наблюдения (А) переносились на тот же атлас, производилось измерение расстояния Δ между точками появления (Δ_1) и исчезновения (Δ_2) занесенных метеоров. Кроме того, измерялся угол A между траекториями. В результате оказалось, что в 4-х случаях метеоры были занесены явно неверно: это было в тех случаях, когда метеор был за пределом рамки карты или в беззвездной области неба; в одном случае направление неверно было указано стрелкой. В результате обработки остальных наблюдений оказалось, что средняя ошибка Δ_1 составляет $2^{\circ}.3$, $\Delta_2 = 2^{\circ}.9$ и $A = 14^{\circ}$.

Пределы Δ_1 были от $0^{\circ}.5$ до $4^{\circ}.0$, Δ_2 —от $0^{\circ}.5$ до $8^{\circ}.5$.

Поскольку для (А) ошибки $(\Delta_1)_A$, $(\Delta_2)_A$ и A_A были исследованы ранее и составляли соответственно $\pm 1^{\circ}.0$, $\pm 0^{\circ}.8$ и $\pm 4'$, то отсюда можно найти отдельно ошибки и для (Г).

$$(\Delta_1)_G = \sqrt{\Delta_1^2 - (\Delta_1)_A^2} = \pm 2^{\circ}.1.$$

Далее $(\Delta_2)_G = \pm 2^{\circ}.8$ и $A_G = \pm 13'$. Следует отметить, что наблюдатель (Г) наблюдал всего лишь около 100 метеоров, а (Н) вообще метеоров не наблюдал.

3. Ошибки определения яркости. Они распадаются на систематические и случайные. Для 10 метеоров средняя разница Δ_m в смысле (Г)—(А) составляет:

$$\Delta_m = -0^m.26,$$

т. е. (Г) по отношению к (А) оценивает метеоры на четверть звездной величины более яркими. Для наблюдений (Н)—(А) по двум метеорам $\Delta_m = +0^m.10$.

Исправив наблюдения за систематическую ошибку, находим, что случайная ошибка (Г)—(А) составляет $0^m.63$ ($n = 10$), а для (Н)—(А) $0^m.10$ ($n = 2$). Из ранее произведенных опытов для (А) значение средней ошибки одного наблюдения оказывается $= \pm 0^m.27$.

Отсюда находим, что средняя ошибка (случайная) одного наблюдения для (Г) составляет $\pm 0^m.59$. Выводы эти подтверждают, что яркость метеора является одной из наиболее удовлетворительно определяемых характеристик метеора.

4. Ошибки определения цвета. Это—наименее точно получаемая характеристика метеора. Из таблицы 1 видна систематическая разница в оценке цвета: в среднем она достигает $+3^c.2$ ($n = 8$) балла шкалы Остгоффа в смысле (Г)—(А), для (Н)—(А) она составляет $+2^c.5$ ($n = 2$), т. е. (А) вообще метеоры отмечает более белыми, чем (Н) и (Г).

5. Ошибка оценки продолжительности полета в абсолютном значении оказывается очень малой (максимальная разница $0^s.2$). Систематические оценки (Г)—(А) составляют $\Delta\tau = +0^s.01$ ($n = 8$), для (Н)—(А) $\Delta\tau = -0^s.02$ ($n = 2$), т. е. практически отсутствуют. Отно-

сительная процентная ошибка $\frac{\Delta \tau}{\tau}$ в среднем для (Н)—(А) составляет 23%, для (Г)—(А) 13%. Для (А) из опытов с хроноскопом оказывается $\frac{\Delta \tau}{\tau} = \pm 8\%$. Отсюда $\frac{\Delta \tau}{\tau}$ для (Г) получается $= \pm 10\%$, для (Н) $\pm 21\%$. Поскольку τ в среднем составляет для (Н) и (А) 0°.32, а для (Г) и (А) 0°.48, то внутреннее согласно определений τ следует считать очень хорошим. В среднем случайная ошибка $\Delta \tau = 0°.062$ ($n=8$) для (Г)—(А) и 0°.075 ($n=2$) для (Н)—(А).

6. Ошибка определения длины пути достигает самое большее 5°, в среднем она составляет 1°.5 ($n=8$) для (Г)—(А) и 2°.5 ($n=2$) для (Н)—(А); сюда входит систематическая ошибка (Г)—(А) $= +0°.7$ и (Н)—(А) $= +2°.5$, т. е. (А) заносит пути метеоров более короткими по сравнению с (Г) и (Н). В процентном отношении к общей длине пути, если не считать метеоров №4—5, относительная ошибка $\frac{\Delta l}{l} = 19\%$ для (Г)—(А), или 27% по всем метеорам. Средняя длина пути $l = 5°.5$. Абсолютное значение $\frac{\Delta l}{l}$ для (А) есть $+11\%$, отсюда то же для (Г) получается $= \pm 15\%$.

7. Ошибка в определении угловой скорости. Угловая скорость (средняя) определяется так:

$$\omega = \frac{l}{\tau} \quad (1)$$

В конечных разностях: $\Delta \omega = \frac{\tau \Delta l - l \Delta \tau}{\tau^2} = \frac{\Delta l}{\tau} - \omega \frac{\Delta \tau}{\tau}$.

Находим $\Delta \omega = \frac{1°.50}{0°.481} - \frac{5°.5}{0°.481} \cdot \frac{0°.062}{0°.481} = -1°.63$ в сек.

Отсюда относительная погрешность в определении угловой скорости для (А)—(Г)

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} = \frac{-1°.63}{11°.5} = -0.142, \text{ или около } 14\%, \text{ что также очевидно}$$

из $\frac{\Delta \omega}{\omega} = \left(\frac{\Delta l}{\tau} - \omega \frac{\Delta \tau}{\tau} \right) : \omega = \frac{\Delta \tau}{\tau} - \frac{\Delta l}{l} = 0.13 - 0.27 = -0.14$.

В помещенной ниже таблице дана сводка результатов.

Таблица 2

Характерист.	Яркость	Цвет	Продолж.	Длина	Скорость	Remarks
Систем. ошибки	Δm	Δc	$\Delta \tau$	Δl	$\Delta \omega$	Systematical errors:
Г—А	-0 ^m .26	+3 ^c .2	+0°.01	+0°.7	—	Gevorkian—Astapowitch
Н—А	+0.10	+2.5	-0.02	+2.5	—	Nekrasova—Astapowitch
Случайные "						Casual errors:
Г—А	± 0.63	± 2.4	$\pm 14\% (0°.062)$	$\pm 19\% (1°.0)$	$\pm 14\%$	Gevorkian—Astapowitch
Н—А	± 0.10	± 2.1	$\pm 23 (0.075)$	$\pm 36 (2.5)$	—	Nekrasova—Astapowitch

Замеченные опечатки

Стр.	строка	напечатано	следует
3	6 снизу	$E_0 \cong CP$	$E_0 \cong \text{ср}$
4	3 снизу	через V	через v
7	6 сверху	протонов	протона
7	9 сверху	$+3 \ln(y + \sqrt{1 + y^2})]$	$+3 \ln(y + \sqrt{1 + y^2})]$
12	3 снизу	P_n	p_n
13	5 сверху	$z_1 = P_n / m_{nc}$	$z_1 = p_n / m_{nc}$
13	16, 17 снизу	$f(z), \varphi(z)$	$f_1(z), \varphi_1(z)$
14, 15, 16	—	U	u
15	10 сверху	$x = P_0 / m_{0c}$	$x = p_0 / m_{0c}$
15	7 снизу	$M = 2.73 M_{\odot}$	$M_0 = 2.73 M_{\odot}$
16	1 снизу	$P_{0n}^2, P_{0p}^2, P_{00}^2$	$p_{0n}^2, p_{0p}^2, p_{00}^2$
20	15 снизу	$E_0 \cong CP_0$	$E_0 \cong \text{ср}_0$